CONFORMAÇÃO DE FEIXE PARA ARRANJOS DE ANTENAS ATRAVÉS DE ALGORITMOS ADAPTATIVOS LINEARMENTE RESTRITOS COM REUTILIZAÇÃO DE COEFICIENTES CONSIDERANDO OS EFEITOS DE ACOPLAMENTO MÚTUO

Valmir dos Santos Nogueira Junior

Proposta de tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Instrumentação e Óptica Aplicada, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de doutor.

Orientador: Maurício Henrique Costa Dias
Coorientador: Michel Pompeu Tcheou

Rio de Janeiro,
Dezembro 2024

CONFORMAÇÃO DE FEIXE PARA ARRANJOS DE ANTENAS ATRAVÉS DE ALGORITMOS ADAPTATIVOS LINEARMENTE RESTRITOS COM REUTILIZAÇÃO DE COEFICIENTES CONSIDERANDO OS EFEITOS DE ACOPLAMENTO MÚTUO

Proposta de tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Instrumentação e Óptica Aplicada, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de doutor.

Valmir dos Santos Nogueira Junior

Banca Examinadora:

Presidente, Professor Maurício Henrique Costa Dias (CEFET/RJ) (Orientador)

Professor Michel Pompeu Tcheou (UERJ) (Coorientador)

Professor Diego Barreto Haddad (CEFET/RJ)

Professor Tadeu Nagashima Ferreira (UFF)

Professora Vanessa Przybylski Ribeiro Magri (UFF)

Rio de Janeiro,

Dezembro 2024

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

N778 Nogueira Junior, Valmir dos Santos
Conformação de feixe para arranjos de antenas através de algoritmos adaptativos linearmente restritos com reutilização de coeficientes considerando os efeitos de acoplamento mútuo / Valmir dos Santos Nogueira Junior – 2024.
139f. il. (algumas color.) , enc.

Dissertação (Mestrado) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2024.
Bibliografia : f. 136-139.
Orientador: Maurício Henrique Costa Dias.
Coorientador: Michel Pompeu Tcheou

1. Antenas – Modelos matemáticos. 2. Processamento de sinais. 3. Matriz de acoplamento mútuo. I. Dias, Maurício Henrique Costa (Orient.). II. Tcheou, Michel Pompeu (Coorient.). III. Título.

CDD 621.38224

Elaborada pelo bibliotecário Leandro Mota de Menezes – CRB/7 nº 5281

DEDICATÓRIA

Aquele que habita no esconderijo do Altíssimo, à sombra do Onipotente descansará. Direi do Senhor: Ele é o meu refúgio e a minha fortaleza, o meu Deus, em quem confio.

Salmos 91

AGRADECIMENTOS

A Deus, aos meus guias, protetores e amados orixás, cuja proteção e orientação divina foram essenciais para que eu seguisse em frente.

À minha mãe, Maria de Lourdes, que, mesmo sem compreender completamente a natureza do meu trabalho, sempre me apoiou de forma incondicional.

Ao meu pai, Valmir, que, embora não esteja mais aqui, pavimentou meu caminho e me ensinou o que significa ser um "homem de bem".

Ao meu orientador, Maurício Henrique Costa Dias, por sua atenção constante, sempre orientando e corrigindo de forma adequada quando necessário.

Ao meu orientador, amigo e colega de trabalho, Michel Tcheou, que, como sempre, aceitou essa nova jornada ao meu lado, me apoiando de forma única.

Ao professor Diego Haddad, que no início de tudo, mesmo sem me conhecer e estando em um momento muito difícil da minha vida, me ofereceu apoio, orientação e carinho.

Aos membros da banca examinadora, pela disposição e compreensão em relação à minha situação e ao trabalho realizado.

A todos, meu sincero agradecimento por tudo.

RESUMO

Conformação de feixe para arranjos de antenas através de algoritmos adaptativos linearmente restritos com reutilização de coeficientes considerando os efeitos de acoplamento mútuo

Este trabalho investigou os algoritmos CLMS e CNLMS para problemas de otimização determinística, propondo novos métodos (RC-CLMS e VRC-CLMS) que apresentam melhor desempenho em regime permanente, com maior robustez contra ruídos e atenuação das oscilações dos pesos adaptativos. A análise estocástica de primeira ordem do RC-CLMS permite prever com precisão a dinâmica média dos pesos.

Os algoritmos foram aplicados à determinação do padrão de radiação de conjuntos de antenas, demonstrando sua capacidade de gerar apontamento direcional adequado, independentemente da precisão dos modelos eletromagnéticos. O estudo também abordou o efeito do acoplamento mútuo, que altera a magnitude, fase e distribuição das correntes nos elementos do conjunto de antenas, modificando o padrão de radiação.

A pesquisa utilizou ferramentas de eletromagnetismo computacional, especialmente o *4NEC2*, para modelar os efeitos do acoplamento mútuo, que são sensíveis ao espaçamento entre elementos e aos ângulos de incidência. Os resultados indicaram que o acoplamento mútuo afeta significativamente os padrões de radiação, alterando posições e intensidades dos lóbulos. Conclui-se que a introdução do acoplamento mútuo altera os padrões de radiação, especialmente em configurações com espaçamentos reduzidos ou ângulos inadequados

Palavras-chave: conformação de feixe; conjunto de antenas; algoritmo adaptativo; acoplamento mútuo.

ABSTRACT

Antenna array beamforming through linearly constrained adaptive algorithms with reuse of coefficients considering mutual coupling effects

This work investigated the CLMS and CNLMS algorithms for deterministic optimization problems, proposing new methods (RC-CLMS and VRC-CLMS) that present better performance in steady-state conditions, with increased robustness against noise and attenuation of adaptive weight fluctuations. The first-order stochastic analysis of RC-CLMS allows for accurate prediction of the average dynamics of the weights.

The algorithms were applied to determine the radiation pattern of antenna arrays, demonstrating their ability to generate suitable directional pointing, regardless of the precision of electromagnetic models. The study also addressed the effect of mutual coupling, which alters the magnitude, phase, and distribution of currents in the array elements, modifying the radiation pattern.

The research utilized computational electromagnetism tools, particularly the 4NEC2 software, to model the effects of mutual coupling, which are sensitive to the spacing between elements and the incidence angles. The results indicated that mutual coupling significantly affects the radiation patterns, altering the positions and intensities of the lobes. It is concluded that the introduction of mutual coupling alters the radiation patterns, especially in configurations with reduced spacing or improper angles.

Keywords: bemforming; antenna array; adaptive algorithm; mutual coupling

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Esquema representativo da fonte, linha de transmissão, antena e separação de linhas de campo elétrico. 21
Figura 2 – Antena dipolo. 23
Figura 3 – Padrão de radiação de um dipolo infinitesimal posicionado ao longo do eixo z. 24
Figura 4 – Decomposição em termos de coordenadas. 27
Figura 5 – Ângulo α. 27
Figura 6 – Cenário de referência — ULA de M fontes pontuais com defasagem progressiva. 31
Figura 7 – Cenário de referência — ULA de M fontes pontuais considerando correntes com amplitude e fase independentes. 33
Figura 8 – Cenário de referência — *Uniform Linear Array* (ULA) de M dipolos, posicionados ao longo do eixo z e orientados seguindo o eixo y considerando correntes com amplitude e fase independentes. 35
Figura 9 – Padrão de radiação de uma ULA com 8 elementos, correntes iguais e distanciamento de meio comprimento de onda. 36
Figura 10 – Categorias do eletromagnetismo computacional. 37
Figura 11 – Circuito de duas portas. 42
Figura 12 – Circuito equivalente de duas portas em T. 42
Figura 13 – Geometria de um conjunto linear uniforme com M elementos. 47
Figura 14 – Definindo a geometria para o padrão de elemento ativo de um conjunto linear uniforme com M elementos. 47
Figura 15 – Visão geral do método de obtenção da matriz de acoplamento mútuo. 51
Figura 16 – Ícone *Edit NEC input file* do 4NEC2. 53
Figura 17 – Janelas *Pattern* e *Geometry*. 55

Figura 18 – Aparência do arquivo de saída. 56

Figura 19 – Interpretação geométrica do procedimento de atualização dos algoritmos CLMS e RC-CLMS. 64

Figura 20 – Cenário de referência - ULA de 8 dipolos, paralelo ao eixo *y*, emissor principal e interferentes. 69

Figura 21 – Evolução da SINR, em dB, ao longo das iterações, para os algoritmos CLMS, CNLMS, CLMP, CAPA e RC-RCLMS. As curvas foram geradas usando 5×10^3 ensaios independentes de Monte Carlo. 70

Figura 22 – Evolução média dos dois primeiros desvios adaptativos, calculados com 500 tentativas de Monte Carlo independentes. O modelo teórico da Equação (94) é representado por linhas tracejadas em vermelho e os resultados simulados são indicados em azul. 71

Figura 23 – MOE de estado estacionário com respeito a β para algoritmos CLMS e RC-CLMS. 72

Figura 24 – Padrões de feixe para o cenário de referência obtidos usando o código eletromagnético numérico (NEC) para ambas as configurações dipolo curto (SH DIP) e meia onda (HW DIP). 73

Figura 25 – Evolução do sinal-interferência-mais-ruído (SINR, em dB), para os algoritmos CLMS, CNLMS, RC-CNLMS, VRC-CNLMS e CAPA. As curvas foram geradas usando 5×10^3 ensaios independentes de Monte Carlo. 74

Figura 26 – Padrões de feixe para o cenário de referência utilizando o algoritmo VRC-CNLMS e o código eletromagnético numérico (NEC) para configuração de meia onda (HW). 75

Figura 27 – Dipolo isolado posicionado no eixo y. 78

Figura 28 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o primeiro alimentado e os outros em aberto. 79

Figura 29 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o segundo alimentado e os outros em aberto. 80

Figura 30 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o terceiro alimentado e os outros em aberto. 80

Figura 31 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o quarto alimentado e os outros em aberto. 81
Figura 32 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o quinto alimentado e os outros em aberto. 81
Figura 33 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o sexto alimentado e os outros em aberto. 82
Figura 34 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o sétimo alimentado e os outros em aberto. 82
Figura 35 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o oitavo alimentado e os outros em aberto. 83
Figura 36 – Superposição dos padrões de radiação de ganho no plano $x - z$ da antena dipolo isolada e do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 84
Figura 37 – Representação em cores da intensidade da matriz de impedância mútua do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$ em dB. 87
Figura 38 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 10°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 88
Figura 39 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 60°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 88
Figura 40 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 90°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 89
Figura 41 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 110°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 90
Figura 42 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 170°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 90
Figura 43 – Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 92
Figura 44 – Superposição dos padrões de radiação de ganho no plano $x - z$ da antena dipolo isolada e do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 94
Figura 45 – Representação em cores da intensidade da matriz de impedância mútua do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$ em dB. 96
Figura 46 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 10°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 97

Figura 47 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 39°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 97
Figura 48 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 80°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 98
Figura 49 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 115°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 99
Figura 50 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 170°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 99
Figura 51 – Exemplo de escolha dos ângulos de interesse para uma ULA com 8 elementos, espaçamento de meio comprimento de onda e o sinal de interesse em $50°$. 102
Figura 52 – Curvas de desempenho dos algoritmos em estado estacionário com e sem a utilização da MCM para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 104
Figura 53 – Padrão de radiação dos ângulos $(\theta_{\text{d}} = 50°)$, $(\theta_{\text{i,1}} = 73°)$ e $(\theta_{\text{i,2}} = 88°)$, com e sem a utilização da *Mutual Coupling Matrix* (MCM), utilizando o algoritmo *Constrained Normalized Least Mean Squares Algorithm with Variable Coefficient Reusing* (VRC-CNLMS). 105
Figura 54 – Curva de convergência em estado estacionário para SINR com os ângulos $(\theta_{\text{d}} = 50°)$, $(\theta_{\text{i,1}} = 73°)$ e $(\theta_{\text{i,2}} = 88°)$, com e sem a utilização da MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 106
Figura 55 – Padrões de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS. 107
Figura 56 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 90°$, $\theta_{\text{i,1}} = 69°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 110°$. 111
Figura 57 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 80°$, $\theta_{\text{i,1}} = 58°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 100°$. 111
Figura 58 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 50°$, $\theta_{\text{i,1}} = 73°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 88°$. 112

Figura 59 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 50°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 10°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 73°$. 112

Figura 60 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 40°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 66°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 81°$. 112

Figura 61 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 70°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 45°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 91°$. 114

Figura 62 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 60°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 31°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 81°$. 114

Figura 63 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 40°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 5°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 66°$. 114

Figura 64 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 30°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 60°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 75°$. 115

Figura 65 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 30°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 5°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 60°$. 115

Figura 66 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 20°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 54°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 71°$. 115

Figura 67 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 20°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 5°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 54°$. 116

Figura 68 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 10°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 51°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 69°$. 116

Figura 69 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 10°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 51°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 170°$. 116

Figura 70 – Exemplo de escolha dos ângulos de interesse para uma ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$ e o feixe principal em $60°$. 118
Figura 71 – Curvas de desempenho dos algoritmos em estado estacionário com e sem a utilização da MCM para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 120
Figura 72 – Padrão de radiação dos ângulos $(\theta_{\text{d}} = 70°)$, $(\theta_{\text{i,1}} = 20°)$ e $(\theta_{\text{i,2}} = 104°)$, com e sem a utilização da MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS. 121
Figura 73 – Curva de convergência em estado estacionário para SINR com os ângulos $(\theta_{\text{d}} = 70°)$, $(\theta_{\text{i,1}} = 20°)$ e $(\theta_{\text{i,2}} = 104°)$, com e sem a utilização da MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 122
Figura 74 – Padrões de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS. 123
Figura 75 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 90°$, $\theta_{\text{i,1}} = 52°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 126°$. 127
Figura 76 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 80°$, $\theta_{\text{i,1}} = 39°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 115°$. 127
Figura 77 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 70°$, $\theta_{\text{i,1}} = 20°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 104°$. 128
Figura 78 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 60°$, $\theta_{\text{i,1}} = 95°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 121°$. 128
Figura 79 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 50°$, $\theta_{\text{i,1}} = 87°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 112°$. 128
Figura 80 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 60°$, $\theta_{\text{i,1}} = 10°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 95°$. 129

Figura 81 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathsf{d}} = 50°$, $\theta_{\mathsf{i},1} = 10°$ e $\theta_{\mathsf{i},2} = 87°$. 130

Figura 82 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathsf{d}} = 40°$, $\theta_{\mathsf{i},1} = 80°$ e $\theta_{\mathsf{i},2} = 105°$. 130

Figura 83 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathsf{d}} = 40°$, $\theta_{\mathsf{i},1} = 10°$ e $\theta_{\mathsf{i},2} = 80°$. 130

Figura 84 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathsf{d}} = 30°$, $\theta_{\mathsf{i},1} = 74°$ e $\theta_{\mathsf{i},2} = 99°$. 131

Figura 85 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathsf{d}} = 30°$, $\theta_{\mathsf{i},1} = 10°$ e $\theta_{\mathsf{i},2} = 74°$. 131

Figura 86 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathsf{d}} = 20°$, $\theta_{\mathsf{i},1} = 70°$ e $\theta_{\mathsf{i},2} = 95°$. 131

Figura 87 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathsf{d}} = 10°$, $\theta_{\mathsf{i},1} = 67°$ e $\theta_{\mathsf{i},2} = 92°$. 132

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros básicos da configuração de antenas com meio comprimento de onda. 76

Tabela 2 – Geometria da antena dipolo. 77

Tabela 3 – Geometria do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 79

Tabela 4 – Matriz ($\mathbf{Z}_L$) de impedância de carga das antenas. 85

Tabela 5 – Matriz ($\mathbf{Z}$) de impedância mútua do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 86

Tabela 6 – Matriz de Acoplamento Mútuo com $\theta = 10^\circ$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 87

Tabela 7 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 60^\circ$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 88

Tabela 8 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 90^\circ$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 89

Tabela 9 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 110^\circ$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 89

Tabela 10 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 170^\circ$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 90

Tabela 11 – Parâmetros básicos da configuração de antenas com 0,3 de comprimento de onda. 91

Tabela 12 – Matriz ($\mathbf{Z}$) de impedância mútua do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 95

Tabela 13 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 10^\circ$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 96

Tabela 14 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 39^\circ$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 97

Tabela 15 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 80^\circ$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 98

Tabela 16 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 115^\circ$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 98

Tabela 17 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 170^{\circ}$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 99
Tabela 18 – Ângulos de interesse (em graus) para uma ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 103
Tabela 19 – Ajuste de β para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. 104
Tabela 20 – Comparação entre os três ângulos de interesse, (θ_{d}), ($\theta_{\text{i,1}}$) e ($\theta_{\text{i,2}}$), do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS. 108
Tabela 21 – Desvio entre os três ângulos de interesse, (θ_{d}), ($\theta_{\text{i,1}}$) e ($\theta_{\text{i,2}}$), do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS. 109
Tabela 22 – Comparação entre as intensidades nos três ângulos de interesse, (θ_{d}), ($\theta_{\text{i,1}}$) e ($\theta_{\text{i,2}}$), do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS. 110
Tabela 23 – Casos onde existe correlação entre os ângulos de interesse para um ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a utilização da MCM, com o algoritmo VRC-CNLMS. 111
Tabela 24 – Casos onde existe descorrelação entre os ângulos de interesse para um ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a utilização da MCM, com o algoritmo VRC-CNLMS. 113
Tabela 25 – Ângulos de interesse, em graus, para um ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 118
Tabela 26 – Ajuste dos Betas para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 120
Tabela 27 – Comparação entre os três ângulos de interesse para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 124
Tabela 28 – Desvio entre os três ângulos de interesse, (θ_{d}), ($\theta_{\text{i,1}}$) e ($\theta_{\text{i,2}}$), do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS. 125
Tabela 29 – Comparação entre as intensidades nos três ângulos de interesse para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$. 126
Tabela 30 – Casos onde existe correlação entre os ângulos de interesse para um ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a utilização da MCM, com o algoritmo VRC-CNLMS. 127

Tabela 31 – Casos onde existe descorrelação entre os ângulos de interesse para um ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a utilização da MCM, com o algoritmo VRC-CNLMS. 129

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPA	*Constrained Affine Projection Algorithm*
CEM	*Computational Electromagnetics*
CFIE	*Combined Field Integral Equation*
CLMP	*Constrained Least Mean p-Power error*
CLMS	*Constrained Least Mean Squares*
CNLMS	*Constrained Normalized Least Mean Squares*
DIS	*Desired Incoming Signal*
DOA	*Direction Of Arrival*
EFIE	*Electric Field Integral Equation*
FDTD	*Finite Difference Time Domain*
FEM	*Finite Element Method*
FIT	*Finite Integral Technique*
FVTD	*Finite Volume Time Domain Technique*
IE	*Integral Equations*
LCMV	*Linearly Constrained Minimum Variance*
LMS	*Least Mean Square*
MC	*Mutual Coupling*
MCM	*Mutual Coupling Matrix*
MFIE	*Magnetic Field Integral Equation*
MOE	*Mean Output Energy*
MOM	*Method of Moments*
NEC	*Numerical Electromagnetics Code*
PDE	*Partial Differential Equations*
RAB	*Robust Adaptive Beamforming*
RC	*Reusing Coefficient*
RC-CNLMS	*Constrained Normalized Least Mean Squares Algorithm with Coefficient Reusing*
RC-CLMS	*Constrained Least Mean Square Algorithm with Coefficient Reusing*
RF	*Radio Frequency*

SAA	*Smart Antennas Arrays*
SINR	*Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio*
SNR	*Signal-to-Noise Ratio*
TLM	*Transmission Line Matrix*
UISS	*Undesired Incoming Signals*
ULA	*Uniform Linear Array*
VRC-CLMS	*Constrained Least Mean Squares Algorithm with Variable Coefficient Reusing*
VRC-CNLMS	*Constrained Normalized Least Mean Squares Algorithm with Variable Coefficient Reusing*
WSS	*Wide-Sense Stationary*

SUMÁRIO

1	**Introdução**	**14**
1.1	Objetivos	16
1.2	Principais Contribuições da Tese	17
1.3	Estrutura	19
2	**Antenas e Conjuntos de Antenas**	**20**
2.1	Antena Dipolo	22
2.1.1	Dipolo Infinitesimal	24
2.1.2	Dipolo de Comprimento Finito	25
2.2	Conjuntos de Antenas	28
2.2.1	Conjuntos Uniformes Lineares (Avanço de Fase)	30
2.2.2	Conjuntos Considerando a Corrente com Amplitude e Fase Independentes em Cada Elemento	33
2.3	Eletromagnetismo Computacional e Métodos Numéricos	37
2.3.1	Método dos Momentos	38
3	**Acoplamento Mútuo**	**40**
3.1	Fundamentos	40
3.2	Matriz de Acoplamento Mútuo	44
3.3	Proposta de Cálculo da Matriz de Acoplamento Mútuo	50
4	**Conformação Adaptativa de Feixe**	**57**
4.1	Os Algoritmos CLMS e CNLMS	57
4.2	Nova derivação dos algoritmos CLMS e CNLMS	58
4.3	Algoritmo RC-CLMS	61
4.3.1	Interpretação Geométrica	63
4.3.2	Análise de Complexidade	64
4.3.3	Análise Estocástica	65

4.4 Algoritmos RC-CNLMS e VRC-CNLMS 66

5 Simulações e Resultados 68

5.1 Algoritmo RC-CLMS: Resultados 68

5.2 Algoritmos RC-CNLMS e VRC-CNLMS: Resultados 73

5.3 Matriz de Acoplamento Mútuo 75

5.3.1 ULA $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$ 76

5.3.2 ULA $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$ 91

5.4 Resultados dos Algoritmos de Conformação Adaptativa sob a Influência da MCM 100

5.4.1 Resultados para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$ 101

5.4.2 Resultados para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$ 117

6 Conclusões 133

Referências 135

1- Introdução

A crescente demanda por comunicação móvel de alta capacidade e altas taxas de dados impulsiona a necessidade de sistemas de antenas mais eficientes. Nesse contexto, a tecnologia de Conjuntos de Antenas Adaptativas – *Smart Antennas Arrays* (SAA) – surge como uma solução promissora, permitindo melhorias significativas na capacidade e qualidade das comunicações móveis (GOOSSENS; ROGIER, 2006). As SAAs são capazes de direcionar eletronicamente o lóbulo principal do feixe em direção ao sinal desejado, ampliando assim a diversidade e o desempenho do sistema (ALVES; ALENCAR, 2007).

As SAAs consistem em conjuntos de antenas em fase (*phased array*), nos quais as amplitudes e fases aplicadas às alimentações dos elementos individuais que compõem o conjunto são ajustadas de forma dinâmica. Diferentemente dos sistemas tradicionais, onde os pesos associados às alimentações são fixados durante o processo de projeto, nas SAAs esses pesos são determinados em tempo real, atendendo aos requisitos operacionais do sistema no momento do processamento dos sinais. Esse ajuste dinâmico possibilita que o padrão de radiação do conjunto se adapte continuamente às condições operacionais, com o controle realizado pelo próprio sistema. Um exemplo comum de critério de desempenho utilizado é a maximização da razão sinal-ruído de saída (SNR) (GODARA, 2004).

A conformação adaptativa de feixe é um elemento-chave no processamento de sinais em conjuntos de antenas (YANG et al., 2021). Esse processo envolve o cálculo de pesos aplicados à rede de alimentação dos elementos, possibilitando o ajuste em tempo real do feixe (ZAHARIS et al., 2020). Diversos algoritmos têm sido desenvolvidos para estimativa da Direção de Chegada – *Direction Of Arrival* (DOA) – e para conformação adaptativa de feixe robusta – *Robust Adaptive Beamforming* (RAB), com aplicações que vão desde radar e sonar até comunicações e imagens médicas, devido à sua capacidade de suprimir interferências e ruídos (YANG et al., 2021; SVANTESSON, 1999; FENG et al., 2020).

Com ajustes adequados, as SAAs podem alinhar o lóbulo principal do feixe à DOA do sinal de interesse – *Desired Incoming Signal* (DIS), enquanto sinais interferentes

– *Undesired Incoming Signals* (UISs) – são direcionados para os nulos do padrão de radiação, otimizando a Razão Sinal-Interferência-Ruído – *Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio* (SINR) (SVANTESSON, 1998).

O efeito de acoplamento mútuo é especialmente relevante em conjuntos onde os elementos estão posicionados próximos, resultando em interação eletromagnética entre as antenas. Esse fenômeno altera o padrão de radiação, o coeficiente de reflexão e a impedância de entrada das antenas (NADEEM; CHOI, 2019). Métodos avançados têm sido propostos para compensar o *Mutual Coupling* (MC) e otimizar o desempenho das SAAs, incluindo algoritmos baseados em padrões de elementos ativos e matrizes de impedância (GOOSSENS; ROGIER, 2006).

Com o avanço do desenvolvimento de conjuntos de antenas mais compactos e com um número crescente de elementos desses conjuntos, a consideração do acoplamento mútuo MC torna-se essencial em tecnologias emergentes, como 5G, 6G e sistemas MIMO massivos. Nessas configurações, o espaçamento reduzido entre os elementos intensifica o impacto desse fenômeno no desempenho de conjuntos adaptativos (GUPTA; KSIENSKI, 1983). À medida que as antenas se aproximam umas das outras, os efeitos do acoplamento mútuo tornam-se mais pronunciados. Esse acoplamento ocorre porque, ao irradiar, parte da energia de uma antena é transferida para as antenas vizinhas (GOOSSENS; ROGIER, 2006).

Além disso, em combinação com os efeitos de espalhamento provocados pela torre da antena e por estruturas próximas, as características de radiação de uma antena inserida em um conjunto podem diferir substancialmente das de uma antena isolada (GOOSSENS; ROGIER, 2006). Estudos recentes demonstram que a incorporação do MC em algoritmos de conformação de feixe pode não apenas restaurar a precisão das estimativas, mas também melhorar a robustez do sistema (POZAR, 1985; FENG et al., 2020).

Por fim, avanços recentes sugerem métodos inovadores para compensar o MC, como a reconstrução de matrizes de covariância interferência-ruído e estratégias para estimar coeficientes de acoplamento com maior precisão, mesmo em cenários com baixo SNR (YANG et al., 2021; FENG et al., 2020). Esses desenvolvimentos destacam a importância do estudo e da mitigação do MC para o avanço das SAAs, garantindo maior eficiência e confiabilidade em aplicações práticas.

1.1- Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é desenvolver algoritmos de conformação adaptativa linearmente restritos que incorporem os conceitos de reutilização de coeficientes. Esses algoritmos serão empregados na geração de padrões de radiação de campo distante em conjuntos de antenas, atendendo às exigências de precisão e eficiência em aplicações práticas.

Adicionalmente, pretende-se introduzir de maneira rigorosa os efeitos do acoplamento mútuo entre os elementos do conjunto de antenas, fenômeno que influencia significativamente o desempenho dos padrões de radiação. Para isso, torna-se indispensável o desenvolvimento detalhado da matriz de acoplamento mútuo, a qual deve levar em consideração parâmetros essenciais, como as impedâncias dos elementos e seus padrões de radiação de campo distante. Essa abordagem visa garantir uma modelagem precisa e robusta das interações eletromagnéticas no conjunto, contribuindo para a otimização do desempenho geral do sistema.

Os objetivos específicos desta tese podem ser resumidos da seguinte forma:

- Reformulação do Algoritmo CLMS: Apresentar uma nova descrição do algoritmo CLMS por mínima perturbação, demonstrando que ele resolve um problema de otimização local e determinístico de forma exata, utilizando a técnica dos multiplicadores de Lagrange.
- Descrição do CNLMS: Fornecer uma descrição de mínima perturbação para a versão normalizada do CLMS, conhecida como CNLMS.
- Desenvolvimento do RC-CLMS e sua versão normalizada RC-CNLMS: Estender o princípio de mínima perturbação para gerar o algoritmo RC-CLMS, que reaproveita os coeficientes do CLMS. Apresentar uma interpretação geométrica que facilite a compreensão do funcionamento do algoritmo e, por fim, realizar uma análise estocástica para demonstrar o caráter sem viés do RC-CLMS.
- Desenvolvimento do VRC-CNLMS: Utilizar o conceito de mínima perturbação para elaborar uma versão com reutilização variável de coeficientes do algoritmo CNLMS, denominada VRC-CNLMS. Aplicar esse algoritmo à formação de padrões de radiação de campo distante.

- Introdução dos efeitos de MC: Incluir os efeitos do acoplamento mútuo (MC) no padrão de radiação gerado pelo algoritmo VRC-CNLMS.

1.2- Principais Contribuições da Tese

Nesta tese de doutorado, são apresentadas três contribuições já desenvolvidas cujas formulações matemáticas e simulações numéricas subjacentes estão publicadas em (JUNIOR et al., 2021a) e (JUNIOR et al., 2021b) A primeira contribuição se refere a uma nova descrição do algoritmo *Constrained Least Mean Squares* (CLMS) por mínima perturbação (JUNIOR et al., 2021a). Demonstra-se que o algoritmo CLMS soluciona um problema de otimização local e determinístico de mínima perturbação de forma exata por meio da técnica de multiplicadores de Lagrange. Nesse caso, o fator de aprendizagem $\beta \in \mathbb{R}_+$ é diretamente incorporado a problema determinístico inicial, evitando, assim, a adoção de medidas *ad hoc* comumente adotadas para a derivação do algoritmo. Sob a ótica desse arcabouço, a derivação do CLMS é mais direta que a usual, uma vez que somente a técnica dos multiplicadores de Lagrange é exigida. Devido à simplicidade do algoritmo *Least Mean Square* (LMS), o CLMS é amplamente empregado (APOLINARIO et al., 1998). Além disso, a derivação proposta pode fornecer algumas percepções para o projetista e ajudar a elucidar sutilezas que separam algoritmos semelhantes, bem como estabelecer conexões entre eles. Em (CASTOLDI; CAMPOS, 2013) propôe-se uma abordagem semelhante para outros esquemas linearmente restritos, mas seu arcabouço não inclui o CLMS.

A segunda contribuição, também apresentada em (JUNIOR et al., 2021a), se refere ao uso da derivação planejada para obter uma extensão do reúso de coeficientes do CLMS, designada como *Constrained Least Mean Square Algorithm with Coefficient Reusing* (RC-CLMS). Essa extensão é alcançada modificando-se o princípio de mínima perturbação original, a fim de minimizar-se a soma ponderada de normas quadradas das diferenças entre o vetor de coeficientes correntes e os vetores de coeficientes anteriores (CHO; LEE; KIM, 2009; RESENDE; HADDAD; PETRAGLIA, 2018). Os esquemas de reutilização de coeficientes diminuem a taxa de convergência enquanto aumentam o desempenho em estado estacionário em proporção ao número $L \in \mathbb{N}$ de

vetores de coeficientes anteriores utilizados na equação de atualização (KIM; LEE; SONG, 2011).

A terceira contribuição, publicada em (JUNIOR et al., 2021b), se refere a uma nova descrição de mínima perturbação do algoritmo da versão normalizada do CLMS, ou seja, o *Constrained Normalized Least Mean Squares* (CNLMS), que lança luz sobre a interpretação geométrica do problema que esse algoritmo visa resolver. Mais uma vez, essa descrição alternativa é então explorada para o projeto de uma versão com reúso de coeficientes – *Reusing Coefficient* (RC) – do CNLMS que fornece maior robustez contra ruído (CHO; LEE; KIM, 2009). Tal robustez se manifesta em um melhor desempenho assintótico, uma vez que a estratégia RC atenua as oscilações adaptativas. No entanto, tal procedimento de suavização pode dificultar a taxa de convergência do algoritmo (YU; ZHAO; LU, 2016). Tal desvantagem é superada com a utilização de um fator de reutilização do coeficiente variável (RESENDE; HADDAD; PETRAGLIA, 2018) ao longo das iterações. Nesse caso, é importante realizar um ajuste adequado do fator de reutilização, adotando pequenos valores durante a fase de aprendizagem transitória (o que garante uma melhor convergência) e aumentando gradualmente para valores maiores à medida que se aproxima do estado estacionário, denominado VRC-CNLMS.

Além das três contribuições supradestacadas, a quarta contribuição desta tese consiste na aplicação do algoritmo VRC-CNLMS para a determinação do padrão de radiação de campo distante em conjuntos de antenas, levando em consideração a interação eletromagnética entre seus elementos. Essa interação, conhecida como acoplamento mútuo (MC), altera a magnitude, a fase e a distribuição de corrente em cada elemento, em comparação com as condições ideais de espaço livre. Como consequência, o padrão de radiação total de um conjunto real difere significativamente daquele obtido em modelos que ignoram o efeito do MC (STUTZMAN; THIELE, 2012). Nessa abordagem, a matriz de acoplamento mútuo (MCM) é formulada de maneira rigorosa para refletir adequadamente as interações eletromagnéticas. Essa matriz não é constante, mas sim depende das direções angulares e das impedâncias dos elementos do conjunto que integram a antena. Tal dependência direcional permite uma modelagem mais precisa e realista do fenômeno de acoplamento mútuo, fornecendo uma base sólida para a análise e otimização de padrões de radiação em aplicações práticas (FRIEDLANDER, 2020).

1.3- Estrutura

A estrutura desta tese está organizada da seguinte maneira:

- No Capítulo 2, apresentam-se os conceitos fundamentais relacionados a antenas, conjuntos de antenas e ferramentas de computação eletromagnética.
- No Capítulo 3, discute-se sobre o fenômeno de acoplamento mútuo, sua fundamentação teórica, além de uma proposta para o cálculo adequado desse fenômeno.
- No Capítulo 4 apresentam-se as derivações dos algoritmos CLMS e CNLMS, incluindo os três novos algoritmos propostos nesta tese: RC-CLMS, RC-CNLMS e VRC-CNLMS.
- No Capítulo 5, realiza-se uma exposição dos resultados obtidos nas simulações executadas durante o desenvolvimento do trabalho.
- No Capítulo 6, apresentam-se as conclusões derivadas do estudo, apresentando as implicações e contribuições do trabalho, bem como as direções futuras.

2- Antenas e Conjuntos de Antenas

Uma antena é um dispositivo inserido em um sistema utilizado para a radiação ou a recepção de ondas eletromagnéticas (ROEDERER et al., 2014), com a capacidade de realizar o transporte da energia eletromagnética da onda entre o guia de ondas e o espaço livre (BALANIS, 2016). De forma geral, as antenas são dispositivos recíprocos. Assim sendo, apresentam comportamento similar tanto na forma de transmissão quanto na recepção. Então, as antenas são tratadas como transmissoras ou receptoras, segundo a aplicação desejada (STUTZMAN; THIELE, 2012). Dentre os vários tipos de antenas existentes, as antenas filamentares, ou antenas de fio, estão entre as mais antigas, econômicas e simples de serem usadas.

Considera-se uma fonte de tensão senoidal conectada a uma linha de transmissão de dois condutores, criando assim um campo elétrico entre eles. Com o auxílio da teoria eletromagnética, sabe-se que com a aplicação de tal campo irá surgir uma corrente elétrica devida aos movimentos das cargas livres no condutor e, associada à variação da corrente elétrica, surgirá uma intensidade de campo magnético (BALANIS, 2016). A magnitude relativa da intensidade do campo elétrico é indicada pela densidade das linhas de campo, com as setas mostrando a direção relativa. A criação de campos elétricos e magnéticos variáveis no tempo entre os condutores forma ondas eletromagnéticas que se propagam ao longo da linha de transmissão. Quando as ondas eletromagnéticas chegam na antena, induzem cargas elétricas e correntes correspondentes nos condutores. Se removermos parte da estrutura da antena, ondas de espaço livre podem ser formadas pela “conexão” das extremidades abertas das linhas elétricas (mostradas tracejadas), como mostrado na Figura 1 (BALANIS, 2016).

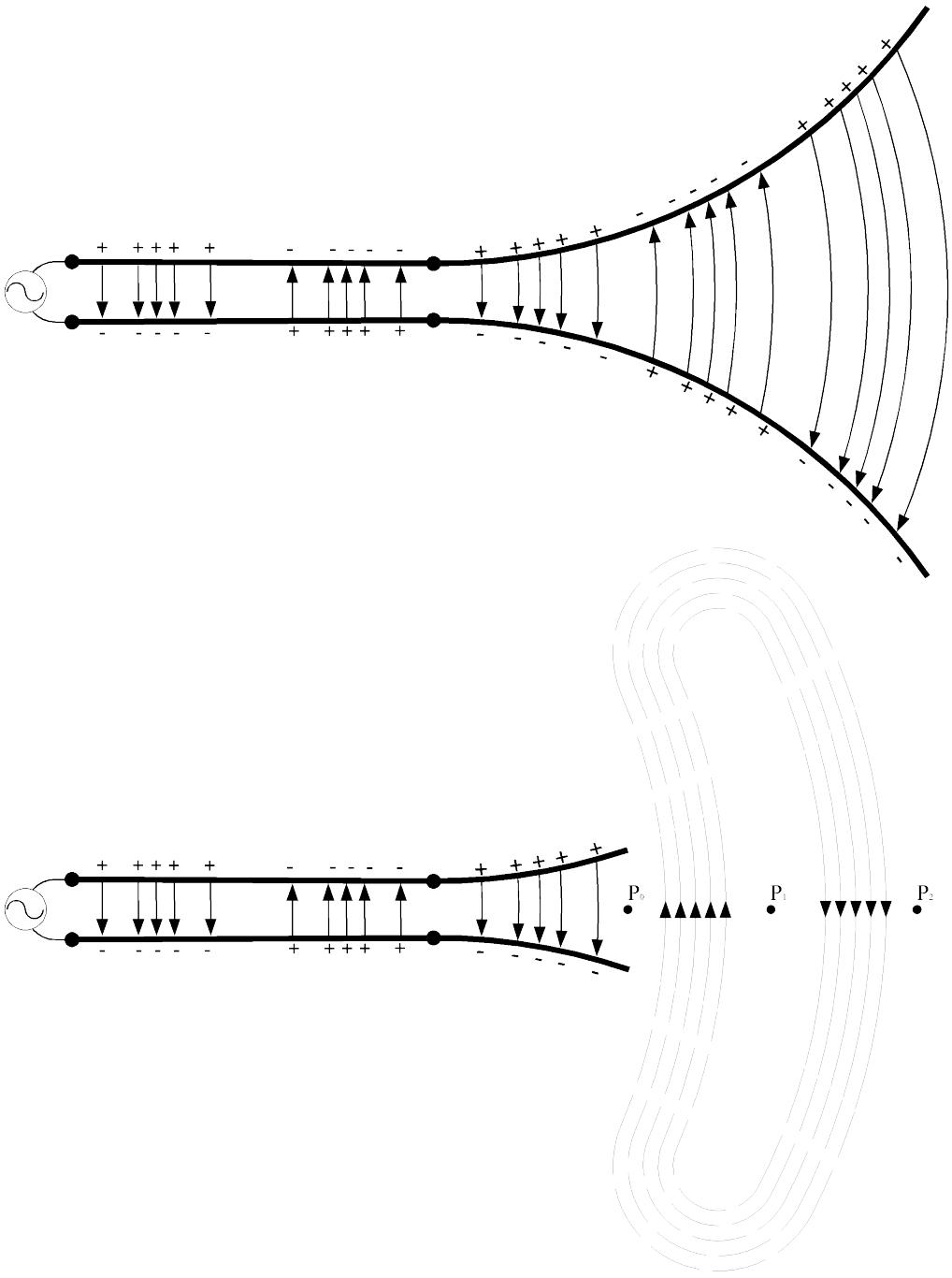


Figura 1 – Esquema representativo da fonte, linha de transmissão, antena e separação de linhas de campo elétrico.

O diagrama de radiação de uma antena, também conhecido como padrão de radiação, é uma representação gráfica das propriedades de radiação da antena em função das coordenadas espaciais. Geralmente, é determinado na região de campo distante e expresso em coordenadas direcionais. As propriedades incluem densidade

de fluxo de potência, intensidade de radiação, intensidade de campo, diretividade e polarização (BALANIS, 2016).

Curvas que representam o campo elétrico (ou magnético) a uma distância constante são chamadas de diagramas de amplitude de campo, enquanto a variação da densidade de potência ao longo de um percurso de raio constante é mostrada no diagrama de amplitude de potência (BALANIS, 2016).

A impedância de entrada da antena (Z) se refere à impedância que a antena apresenta em seus terminais, sendo a razão entre a tensão (V) e a corrente (I) em um par de terminais (BALANIS, 2016). A parte real da impedância (R_{A}) representa a fração de energia radiada (na transmissão) ou absorvida (na recepção) pela antena, enquanto a parte imaginária (X_{A}) está relacionada à energia armazenada no campo próximo à antena. A antena atinge a condição de ressonância quando sua impedância se torna puramente real, ou seja, quando a parte imaginária é igual a zero (CHEN et al., 2016).

2.1- Antena Dipolo

As antenas dipolo são as antenas filamentares mais simples, comumente constituídas por fios ou hastes lineares metálicas com o ponto de alimentação no centro da antena, vide Figura 2 (BALANIS, 2011).

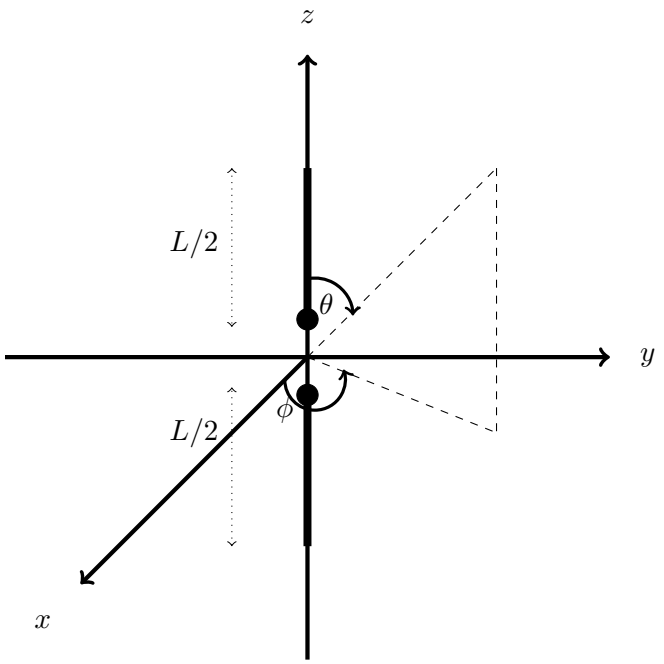


Figura 2 – Antena dipolo.

De forma geral, a antena dipolo tem dois braços radiantes simétricos, de comprimento $L/2$ cada. Devido à simetria dos dipolos em relação ao plano $x - y$ contendo o ponto de alimentação, a radiação resultante é independente do ângulo rotacional ϕ simétrico em torno do eixo z, como mostrada na Figura 3 (BALANIS, 2011). Com base nas dimensões físicas dos condutores da antena dipolo, uma parte da potência do sinal será radiada para o espaço como uma onda eletromagnética propagante (CHEN et al., 2016), com o formato dos lóbulos do padrão de radiação da antena dependente do seu comprimento (BALANIS, 2011).

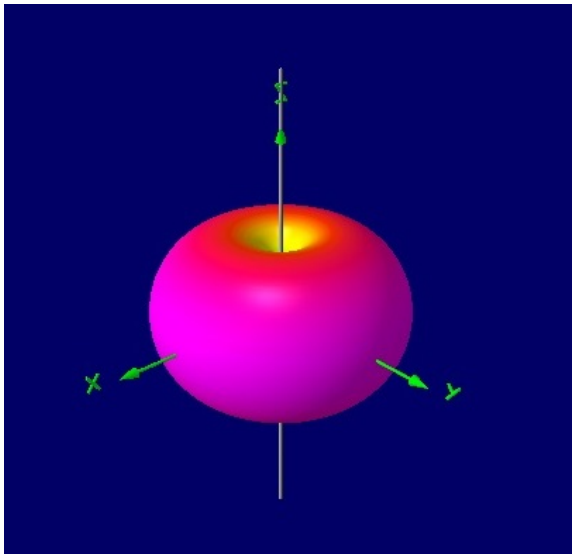


Figura 3 – Padrão de radiação de um dipolo infinitesimal posicionado ao longo do eixo z.

Ao se considerar o comprimento total da antena dipolo L e o comprimento de onda do sinal λ que a alimenta, é possível classificar as antenas como dipolo infinitesimal $(L \ll \lambda)$, dipolo curto $(\lambda/50 < L \leq \lambda/10)$, dipolo de meia onda $(L = \lambda/2)$ ou dipolo de onda completa $(L = \lambda)$ (CHEN et al., 2016).

2.1.1 Dipolo Infinitesimal

No caso de um dipolo infinitesimal extremamente fino, possuindo raio a muito menor do que o comprimento de onda ($a \ll \lambda$), localizado simetricamente na origem do sistema de coordenadas e com o seu comprimento alinhado ao longo do eixo z (BALANIS, 2016), pode-se supor que o dipolo seja curto o suficiente para que a corrente (I) seja constante ao longo de seu comprimento (BALANIS, 2011), sendo dado por:

$$\mathbf{I}(z') = \hat{\mathbf{a}}_z I_0 \tag{1}$$

onde I_0 é constante e $\hat{\mathbf{a}}_z$ é o vetor unitário na direção do eixo z. Esse tipo de dipolo também é chamado de dipolo hertziano.

Com a utilização das equações de Maxwell e os potenciais vetoriais auxiliares, na região de campo distante, onde $r \gg \frac{\lambda}{2\pi}(kr \gg 1)$, é possível demonstrar que os seus

componentes de campo elétrico e campo magnético se tornam:

$$\begin{cases} E_\theta \cong j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \operatorname{sen}(\theta) \\ E_\mathsf{r} = E_\phi = H_\mathsf{r} = H_\theta = 0 \\ H_\phi \cong j \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \operatorname{sen}(\theta) \end{cases} \tag{2}$$

onde E_r, E_θ, E_ϕ e H_r, H_θ e H_ϕ são os componentes dos campos elétrico **E** e magnético **H** expressos no sistema de coordenadas esféricas.

A razão entre E_θ e H_ϕ é igual a:

$$Z_\omega = \frac{E_\theta}{H_\phi} \cong \eta \tag{3}$$

onde Z_ω é a impedância de onda e, η é a impedância intrínseca do meio.

As componentes dos campos **E** e **H** são perpendiculares entre si, transversais à direção radial de propagação, e suas variações em r são separáveis das variações em θ e ϕ. A forma do diagrama não é uma função da distância radial, e os campos formam uma onda Transverso-EletroMagnética (TEM), cuja impedância de onda é igual à impedância intrínseca do meio (η) (BALANIS, 2016).

2.1.2 Dipolo de Comprimento Finito

Ao se considerar que uma antena dipolo seja alimentada simetricamente no centro por uma linha de transmissão balanceada de dois fios, essa antena pode possuir qualquer comprimento, com uma distribuição de corrente senoidal (KRAUS; MARHEFKA; KHAN, 2006). No caso de um dipolo fino ($a \ll \lambda$) e posicionado ao longo do eixo z, a distribuição de corrente pode ser escrita, com boa aproximação, como mostrado na Equação (4) (BALANIS, 2016):

$$\mathbf{I}_\mathsf{e}(x'=0, y'=0, z') = \begin{cases} \hat{\mathbf{a}}_\mathsf{z} I_0 \operatorname{sen}[k(\frac{l}{2} - z')], \ 0 \leq z' \leq \frac{l}{2} \\ \hat{\mathbf{a}}_\mathsf{z} I_0 \operatorname{sen}[k(\frac{l}{2} + z')] \ -\frac{l}{2} \leq z' \leq 0 \end{cases} \tag{4}$$

Essa distribuição pressupõe que a antena seja alimentada pelo centro e a corrente se anula nas extremidades $(z' = \pm\frac{l}{2})$.

Pode-se considerar que a antena dipolo de comprimento finito é composta de uma série de dipolos infinitesimais de comprimento dz', assim o campo de toda a antena de comprimento finito pode então ser obtido integrando-se os campos de todos os dipolos infinitesimais que a compõem, resultando em (KRAUS; MARHEFKA; KHAN, 2006):

$$E_\theta = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} dE_\theta = j\eta \frac{ke^{-jkr}}{4\pi r} \operatorname{sen}(\theta) \left[\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \mathsf{I_e}(x', y', z') e^{jkz' \cos(\theta)} dz' \right] \tag{5}$$

Utilizando a distribuição de corrente de um dipolo finito, a Equação (5) se torna:

$$E_\theta \cong j\eta \frac{kI_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \operatorname{sen}(\theta) \begin{cases} \int_{-\frac{l}{2}}^{0} \operatorname{sen}\left[k\left(\frac{l}{2} + z'\right)\right] e^{jkz' \cos(\theta)} dz' \\ + \int_{0}^{\frac{l}{2}} \operatorname{sen}\left[k\left(\frac{l}{2} - z'\right)\right] e^{jkz' \cos(\theta)} dz' \end{cases} \tag{6}$$

Considerando-se $kr \gg 1$, e após algumas manipulações, é possível encontrar:

$$\begin{cases} E_\theta \cong j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\operatorname{sen}\theta} \right] \\ E_\mathsf{r} = E_\phi = H_\mathsf{r} = H_\theta = 0 \\ H_\phi \cong \frac{E_\theta}{\eta} \cong j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\operatorname{sen}\theta} \right] \end{cases} \tag{7}$$

A Equação (7) fornece os campos distantes de E_θ e H_ϕ de uma antena linear finita, simétrica, centralizada na origem do sistema de coordenadas, posicionada ao longo do eixo z e de comprimento total L. O formato do padrão de radiação de campo distante é dado pelo fator entre colchetes. Os fatores que precedem os colchetes na Equação (7) fornecem a magnitude instantânea dos campos como funções da corrente da antena e da distância r (KRAUS; MARHEFKA; KHAN, 2006).

As componentes de campos elétricos e magnéticos de um dipolo de meio comprimento de onda podem ser obtidas com a substituição de $L = \frac{\lambda}{2}$ na Equação (7). Assim:

$$\begin{cases} E_\theta \cong j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta} \right] \\ H_\phi \cong j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta} \right] \end{cases} \tag{8}$$

A Equação (8) fornece os campos distantes de E_θ e H_ϕ de uma antena linear finita, simétrica, centralizada na origem do sistema de coordenadas, posicionada ao longo do eixo z e de comprimento total de meio comprimento de onda $L = \frac{\lambda}{2}$.

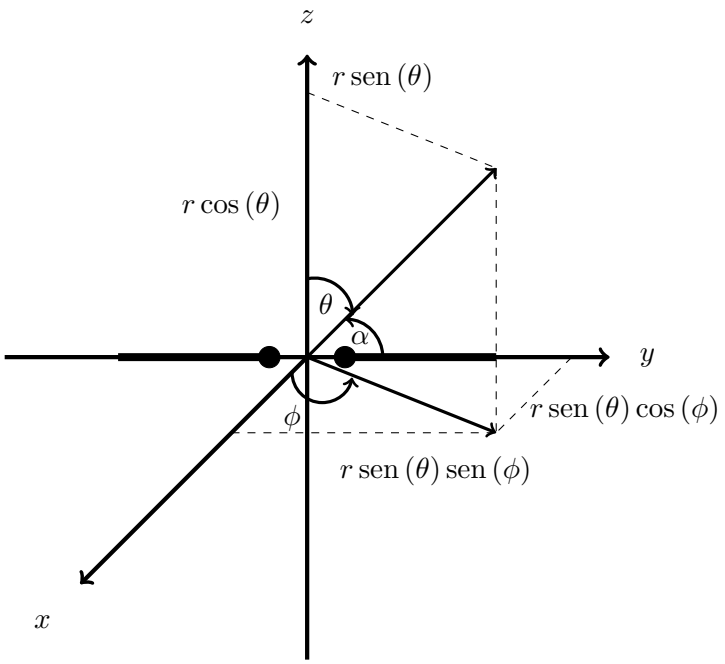


Figura 4 – Decomposição em termos de coordenadas.

Ao se considerar o caso de uma antena de meio comprimento de onda posicionada ao longo do eixo y, conforme a Figura 4, a componente de campo elétrico se torna:

$$E_\alpha \cong j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\alpha\right)}{\operatorname{sen}\alpha} \right] \tag{9}$$

É possível descrever o ângulo α em termos dos respectivos ângulos θ e ϕ, conforme a Figura 5. Para isso, devemos nomear o ângulo α como o ângulo entre os vetores unitários $\hat{\mathbf{a}}_r$ e $\hat{\mathbf{a}}_y$:

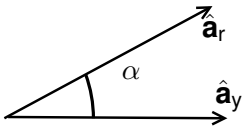


Figura 5 – Ângulo α.

$$\hat{\mathbf{a}}_\mathrm{r} \cdot \hat{\mathbf{a}}_\mathrm{y} = |\hat{\mathbf{a}}_\mathrm{r}||\hat{\mathbf{a}}_\mathrm{y}| \cos(\alpha) \tag{10}$$

Após algumas manipulações algébricas, chega-se ao resultado:

$$\mathbf{E} = j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left\{ \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}\,\mathrm{sen}\,(\theta)\,\mathrm{sen}\,(\phi)\right]}{\sqrt{1-\mathrm{sen}\,(\theta)^2\,\mathrm{sen}\,(\phi)^2}} \right\} \left[\hat{\mathbf{a}}_\theta \cos(\theta)\,\mathrm{sen}(\theta) + \hat{\mathbf{a}}_\phi \cos(\phi)\right]. \qquad (11)$$

A Equação (11) fornece o campo elétrico **E** distante de uma antena linear finita, simétrica, centralizada na origem do sistema de coordenadas, posicionada ao logo do eixo y e de comprimento total de meio comprimento de onda $L = \frac{\lambda}{2}$.

2.2- Conjuntos de Antenas

Antenas são dispositivos que convertem energia entre ondas eletromagnéticas e correntes elétricas. Para aumentar a eficiência de conversão da antena, é necessário garantir que a antena possua máxima diretividade na direção de chegada (DOA) das ondas eletromagnéticas desejadas (CHEN et al., 2016). Em muitas aplicações, é necessário projetar antenas com características altamente diretivas para atender às demandas de comunicação de longa distância. Isso só pode ser alcançado aumentando o tamanho elétrico da antena. Uma estratégia eficaz para ampliar as dimensões da antena, sem necessariamente aumentar o tamanho dos elementos individuais, é formar um conjunto de elementos radiantes em uma configuração elétrica e geométrica. Essa nova antena, formada por muitos elementos, é chamada de conjunto de antenas (BALANIS, 2016).

Na constituição do conjunto de antenas, os campos individuais de seus elementos se reforçam em algumas direções e se cancelam em outras. Para fins de análise, geralmente considera-se que os conjuntos consistem de elementos idênticos, embora seja possível criar um conjunto com elementos de modo que cada um tenha um padrão de radiação diferente (BALANIS, 2011).

Uma das principais características dos conjuntos de antenas é a capacidade de realizar a síntese de padrões, onde o padrão de radiação é ajustado de forma otimizada para atender a requisitos específicos. Essa técnica proporciona os seguintes benefícios:

1. Padrão de radiação desejado;
2. Largura arbitrária do feixe principal;

3. Níveis de lóbulos laterais reduzidos e controlados;

4. Ponto nulo designado;

5. Ganho desejado.

Otimizar um dos parâmetros acima permite melhorar a *Signal-to-Noise Ratio* (SNR) (CHEN et al., 2016).

A principal vantagem dos conjuntos de antenas sobre um único elemento de antena é a varredura eletrônica, em que o lóbulo principal do conjunto pode ser direcionado para uma direção desejada alterando-se a fase da corrente de excitação em cada elemento do conjunto (conjunto de antenas em fase). Também é possível controlar a magnitude da corrente de excitação; assim, uma grande variedade de padrões de radiação e características de nível de lóbulo lateral pode ser alcançada (BALANIS, 2011). Existem cinco parâmetros principais que afetam o desempenho geral de um conjunto de antenas:

1. A geometria do conjunto;

2. A distância de separação entre elementos adjacentes do conjunto;

3. A amplitude da corrente de excitação de cada elemento individual;

4. A fase da corrente de excitação de cada elemento individual;

5. O padrão de radiação de cada elemento individual.

O conjunto mais simples e prático é formado colocando-se os seus elementos ao longo de uma linha (BALANIS, 2016). Os conjuntos uniformes lineares (ULA) consistem em M elementos, posicionados ao longo de uma única linha, com espaçamento uniforme entre elementos d, alimentados com uma corrente de mesma magnitude, mas com uma mudança de fase progressiva de ζ radianos entre elementos adjacentes.

Os padrões de radiação, as impedâncias de entrada e as distribuições de corrente (especialmente em antenas dipolo) de cada elemento do conjunto de antenas não são idênticos, mesmo quando todos os elementos são excitados com a mesma amplitude e fase. Essa discrepância ocorre devida à interferência mútua entre os campos gerados pelos elementos individuais, fenômeno, conforme visto na introdução, conhecido como acoplamento mútuo (MC) entre antenas. Apesar disso, as características fundamentais

dos conjuntos de antenas podem ser analisadas sem abordar essas diferenças. Quando se assume que todos os elementos do conjunto têm as mesmas distribuições de corrente, o padrão de radiação de cada elemento pode ser expresso por uma mesma função (CHEN et al., 2016).

Assim, o padrão de radiação de campo distante de um conjunto de antenas é dado pela multiplicação do padrão do elemento isolado pelo fator de conjunto (BALANIS, 2011):

$$\mathbf{Padrão\ Total} = \mathbf{Fator\ de\ Elemento} \times \mathbf{Fator\ de\ conjunto}$$

A isso dá-se o nome de *multiplicação de diagramas* para conjuntos de elementos idênticos.

O fator de conjunto depende dos seguintes parâmetros:

1. A configuração geométrica dos elementos radiantes que compõem o conjunto;
2. A excitação de corrente dos elementos;
3. O número de elementos do conjunto;
4. A separação entre elementos adjacentes;
5. A frequência de operação.

2.2.1 Conjuntos Uniformes Lineares (Avanço de Fase)

Seja um conjunto de M fontes pontuais, posicionadas ao longo do eixo z e separadas por uma distância entre elementos d, como mostrado na Figura 6. O campo total radiado pelos M elementos, admitindo-se que não haja MC entre eles, é igual à soma dos M campos individuais dos elementos (BALANIS, 2016). Para um ponto de recepção na região de campo distante do conjunto, é possível adotar as seguintes aproximações para as distâncias entre esse ponto e os elementos do conjunto (r_i):

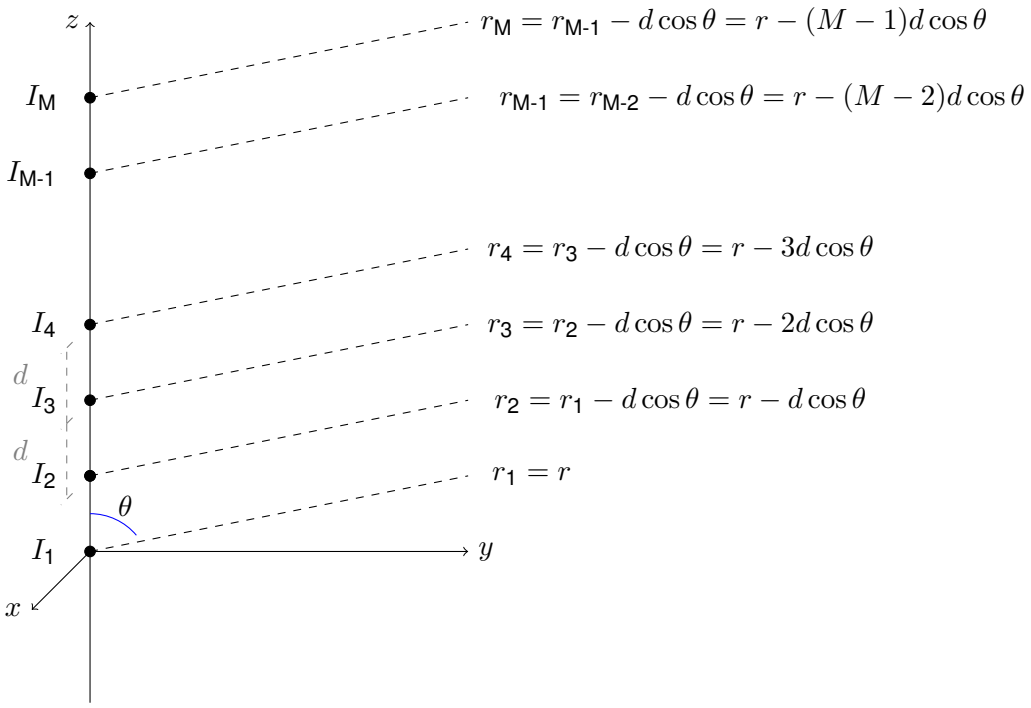


Figura 6 – Cenário de referência — ULA de M fontes pontuais com defasagem progressiva.

$$r_i = r_{i-1} - d\cos\theta = r - (i-1)d\cos\theta, i = 1, 2, 3, ..., M \tag{12}$$

Como o campo elétrico radiado em campo distante pela i-ésima fonte pontual é:

$$\mathbf{E}_i = \hat{\mathbf{a}}_\theta \frac{I_i e^{-jkr_i}}{r_i}, \tag{13}$$

Nesse caso, definir I_1 como a intensidade de corrente na antena 1, dada por:

$$I_1 = I_{i-1} e^{j\zeta}, i = 2, 3, ..., M \tag{14}$$

o campo distante total do conjunto de antenas, desprezando-se os efeitos de MC, é dado por:

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{M} \mathbf{E}_i = \sum_{i=1}^{M} \hat{\mathbf{a}}_\theta \frac{I_i e^{-jkr_i}}{r_i}, \text{ com } r_i = r - (i-1)d\cos(\theta) \tag{15}$$

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{M} \hat{\mathbf{a}}_\theta \frac{I_i e^{-jk[r-(i-1)d\cos(\theta)]}}{[r-(i-1)d\cos(\theta)]}, \text{ com } I_i = I_1 e^{j(i-1)\zeta} \text{ e } r \gg (i-1)d\cos(\theta) \tag{16}$$

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{M} \hat{\mathbf{a}}_\theta \frac{I_1 e^{j(i-1)\zeta} e^{-jkr+jk(i-1)d\cos(\theta)}}{r} \tag{17}$$

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{a}}_\theta I_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sum_{i=1}^{M} e^{j(i-1)\zeta} e^{jk(i-1)d\cos(\theta)} \tag{18}$$

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{a}}_\theta I_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sum_{i=1}^{M} e^{j(i-1)[kd\cos(\theta)+\zeta]} \tag{19}$$

Seja $\varphi = kd\cos(\theta) + \zeta$, onde ζ representa a defasagem entre dois vizinhos e $kd\cos(\theta)$ denota a diferença de percurso entre dois vizinhos, assim:

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{a}}_\theta I_{\mathrm{i}} \frac{e^{-jkr}}{r} \sum_{i=1}^{M} e^{j(i-1)\varphi} \tag{20}$$

Seja

$$\mathbf{E}_1 = \hat{\mathbf{a}}_\theta I_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \tag{21}$$

e seja AF o fator de conjunto definido por:

$$AF = \sum_{i=1}^{M} e^{j(i-1)\varphi}, \tag{22}$$

onde a referência de fase é a posição da fonte na origem. Tem-se que:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 \cdot AF \tag{23}$$

Após algumas manipulações, é possível determinar o fator do conjunto como:

$$AF = e^{\left[j\left(\frac{M-1}{2}\right)\varphi\right]} \frac{\operatorname{sen}\left(M\frac{\varphi}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \tag{24}$$

onde, mais uma vez, a referência de fase é a origem. Assim, o campo total torna-se:

$$\mathbf{E}_{\mathrm{T}} = \mathbf{E}_1 \cdot AF = \mathbf{E}_1 \cdot e^{\left[j\left(\frac{M-1}{2}\right)\varphi\right]} \frac{\operatorname{sen}\left(M\frac{\varphi}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\varphi}{2}\right)},\ \varphi = kd\cos(\theta) + \zeta \tag{25}$$

A Equação (25) fornece o campo elétrico total $\mathbf{E}_{\mathrm{T}}$ para o campo distante de um conjunto de M fontes pontuais, posicionadas ao longo do eixo z e separadas por uma distância entre elementos d.

2.2.2 Conjuntos Considerando a Corrente com Amplitude e Fase Independentes em Cada Elemento

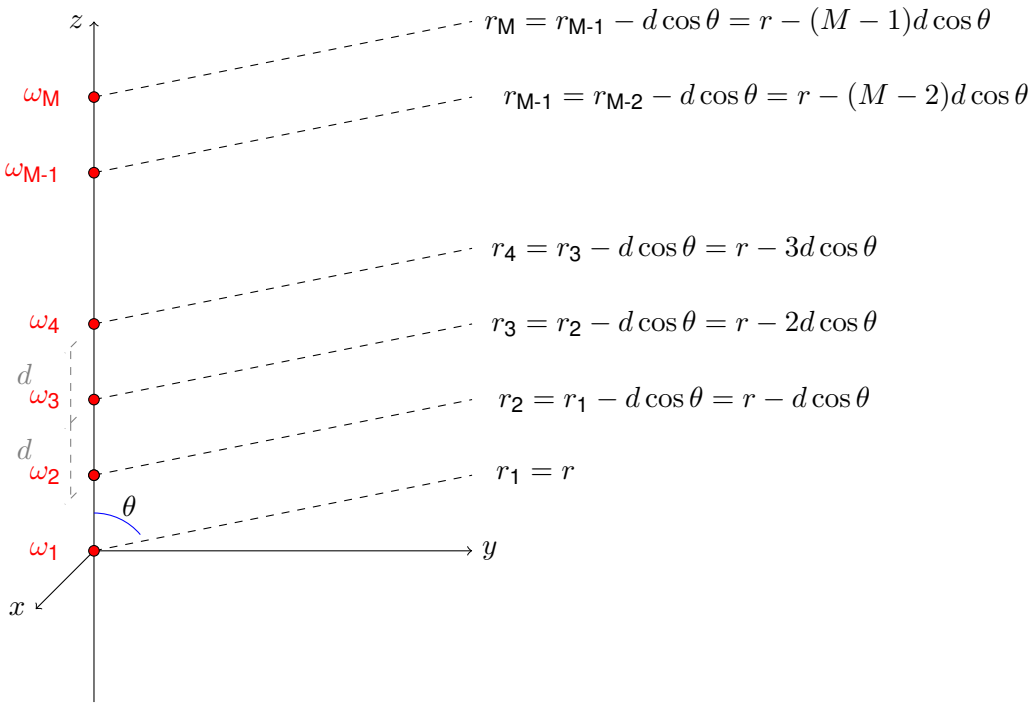


Figura 7 – Cenário de referência — ULA de M fontes pontuais considerando correntes com amplitude e fase independentes.

Seja um conjunto de M fontes pontuais posicionadas ao longo do eixo z, considerando correntes com amplitude e fase independentes (ω_i) em cada elemento, como mostrado na Figura 7. O campo total radiado pelos M elementos, admitindo-se que não haja acoplamento entre eles, é igual à soma dos M campos individuais dos elementos (BALANIS, 2016). Para um ponto de recepção na região de campo distante do conjunto, é possível adotar as seguintes aproximações para as distâncias entre esse ponto e os elementos do conjunto (r_i):

$$r_i = r_{i-1} - d\cos\theta = r - (i-1)d\cos\theta, i = 1, 2, 3, ..., M \tag{26}$$

Seja ω_i dado por:

$$\omega_i = I_i e^{-j\zeta_i}, i = 1, 2, 3, ..., M \tag{27}$$

onde ω_i é a corrente com amplitude (I_i) e fase (ζ_i) independentes em cada i-ésimo

elemento do conjunto de antenas. O campo distante radiado pela i-ésima fonte pontual é:

$$\mathbf{E}_{\mathsf{i}} = \hat{\mathbf{a}}_{\theta} \frac{\omega_{\mathsf{i}} e^{-jkr_{\mathsf{i}}}}{r_{\mathsf{i}}},\ se\ r_{\mathsf{i}} = r - (i-1)d\cos(\theta) \tag{28}$$

$$\mathbf{E}_{\mathsf{i}} = \hat{\mathbf{a}}_{\theta} \frac{\omega_{\mathsf{i}} e^{-jk[r-(i-1)d\cos(\theta)]}}{[r-(i-1)d\cos(\theta)]},\ com\ r \gg (i-1)d\cos(\theta) \tag{29}$$

Na aproximação de campo distante, o denominador pode ser simplificado por r.

$$\mathbf{E}_{\mathsf{i}} = \hat{\mathbf{a}}_{\theta} \frac{\omega_{\mathsf{i}} e^{-jk[r-(i-1)d\cos(\theta)]}}{r} \tag{30}$$

O campo distante total do conjunto de antenas, desprezando-se os efeitos de MC, é dado pelo somatório dos campos individuais de cada antena, assim:

$$\mathbf{E}_{\mathsf{T}} = \sum_{i=1}^{M} \hat{\mathbf{a}}_{\theta} \frac{I_{\mathsf{i}} e^{-j\zeta_{\mathsf{i}}} e^{-jkr+jk(i-1)d\cos(\theta)}}{r} \tag{31}$$

$$\mathbf{E}_{\mathsf{T}} = \hat{\mathbf{a}}_{\theta} \frac{e^{-jkr}}{r} \sum_{i=1}^{M} I_{\mathsf{i}} e^{-j\zeta_{\mathsf{i}}} e^{jk(i-1)d\cos(\theta)} \tag{32}$$

$$\mathbf{E}_{\mathsf{T}} = \hat{\mathbf{a}}_{\theta} \frac{e^{-jkr}}{r} \sum_{i=1}^{M} I_{\mathsf{i}} e^{-j[\zeta_{\mathsf{i}}-k(i-1)d\cos(\theta)]} \tag{33}$$

A Equação (33) fornece o campo elétrico total $\mathbf{E}_{\mathsf{T}}$ para o campo distante de um conjunto de M fontes pontuais separadas por uma distância entre elementos d e considerando a corrente com amplitude e fase independentes (ω_{i}) em cada elemento.

Se o campo elétrico de uma antena dipolo de meio comprimento de onda, posicionada ao longo do eixo z e orientada seguindo o eixo y é dado pela Equação (11), então, para um conjunto linear de M antenas dipolo de meio comprimento de onda, posicionadas ao longo do eixo z, orientadas seguindo o eixo y e considerando as correntes com amplitude e fase independentes em cada elemento, conforme mostrado na Figura 8, tem-se que:

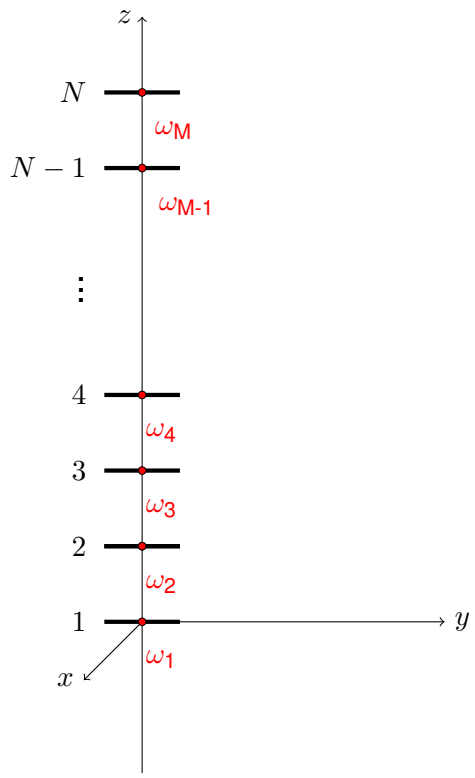


Figura 8 – Cenário de referência — ULA de M dipolos, posicionados ao longo do eixo z e orientados seguindo o eixo y considerando correntes com amplitude e fase independentes.

$$\mathbf{E}_{\mathsf{T}} = j\eta \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \left\{ \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}\,\mathrm{sen}\,(\theta)\,\mathrm{sen}\,(\phi)\right]}{\sqrt{1-\mathrm{sen}\,(\theta)^2\,\mathrm{sen}\,(\phi)^2}} \right\} \cdot$$
$$\sum_{i=1}^{M} I_{\mathsf{i}} e^{-j[\zeta_{\mathsf{i}} - k(i-1)d\cos(\theta)]} \cdot [\hat{\mathbf{a}}_\theta \cos(\theta)\,\mathrm{sen}(\phi) + \hat{\mathbf{a}}_\phi \cos(\phi)] \tag{34}$$

onde é possível identificar que:

$$AF = \sum_{i=1}^{M} I_{\mathsf{i}} e^{-j[\zeta_{\mathsf{i}} - k(i-1)d\cos(\theta)]} \tag{35}$$

é o fator de conjunto (AF), e

$$\mathbf{E}_{\mathsf{iso}} = j\eta \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \left\{ \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}\,\mathrm{sen}\,(\theta)\,\mathrm{sen}\,(\phi)\right]}{\sqrt{1-\mathrm{sen}\,(\theta)^2\,\mathrm{sen}\,(\phi)^2}} \right\} [\hat{\mathbf{a}}_\theta \cos(\theta)\,\mathrm{sen}(\theta) + \hat{\mathbf{a}}_\phi \cos(\phi)] \tag{36}$$

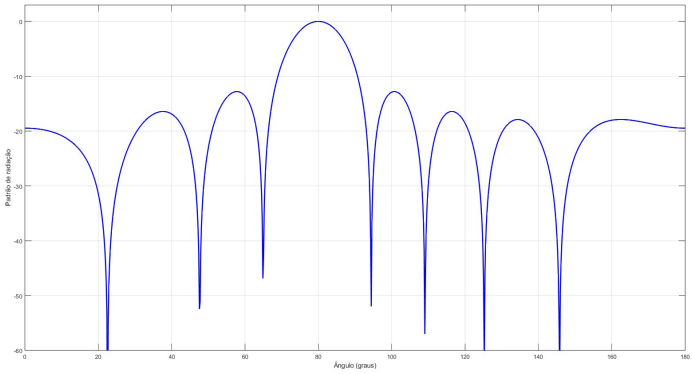
é o fator de elemento ($\mathbf{E}_{\mathsf{iso}}$).

Assim sendo, o campo total de uma ULA de M dipolos, posicionados ao longo

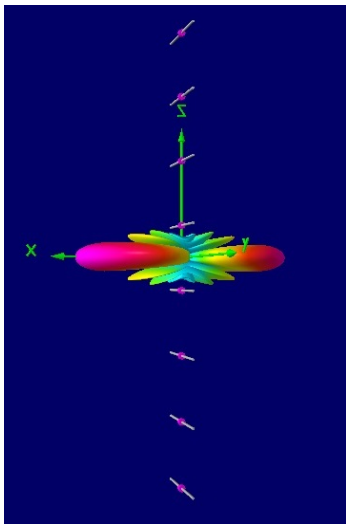
do eixo z e orientados seguindo o eixo y, considerando corrente com amplitude e fase independentes e utilizando o princípio da multiplicação de diagramas é:

$$\mathbf{E}_{\mathsf{T}} = \mathbf{E}_{\mathsf{iso}} \cdot AF \tag{37}$$

A Figura 9 ilustra o padrão de radiação para uma ULA de 8 dipolos com correntes iguais para todos os elementos.



(a) Padrão de radiação normalizado retangular no plano $x - z$ de uma ULA com 8 elementos.



(b) Padrão de radiação 3D de uma ULA com 8 elementos.

Figura 9 – Padrão de radiação de uma ULA com 8 elementos, correntes iguais e distanciamento de meio comprimento de onda.

2.3- Eletromagnetismo Computacional e Métodos Numéricos

As ferramentas de eletromagnetismo computacional – *Computational Electromagnetics* (CEM) – têm se mostrado essenciais para uma compreensão mais detalhada das complexas interações físicas entre a estrutura das antenas, a fonte de sinais de radiofrequência – *Radio Frequency* (RF) – e as estruturas circundantes. Essas ferramentas permitem a previsão de um desempenho otimizado do sistema, proporcionando ao projetista uma análise de alta fidelidade (VOLAKIS, 2007).

O avanço nas técnicas de CEM possibilitou o desenvolvimento de diversas abordagens, resultando no surgimento de vários softwares comerciais para a simulação de problemas eletromagnéticos baseados nessas metodologias. As abordagens de CEM são frequentemente divididas em duas categorias principais: métodos de onda completa e métodos de alta frequência, conforme ilustrado na Figura 10. Nos métodos de onda completa, o domínio computacional é discretizado, incluindo a antena ou o espalhador, e, em certos casos, o espaço ao redor. Já os métodos de alta frequência empregam soluções simplificadas utilizando expansões assintóticas ou assumindo hipóteses específicas sobre as correntes (STUTZMAN; THIELE, 2012).

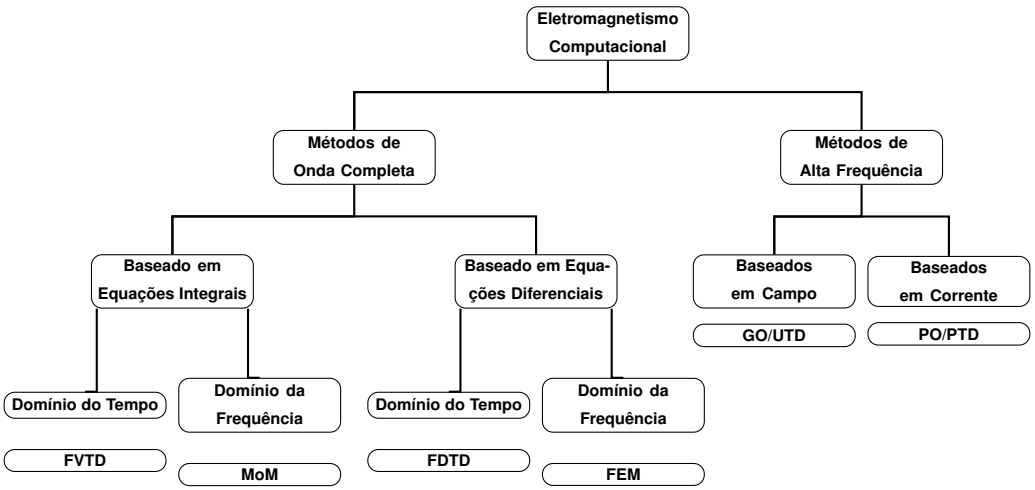


Figura 10 – Categorias do eletromagnetismo computacional.

A categoria de métodos de onda completa pode ser subdividida em técnicas baseadas em equações diferenciais parciais – *Partial Differential Equations* (PDE) – ou em equações integrais – *Integral Equations* (IE), já que as equações de Maxwell podem ser formuladas de ambas as maneiras. Existem três tipos de equações integrais: a equação

integral de campo elétrico – *Electric Field Integral Equation* (EFIE), a equação integral de campo magnético – *Magnetic Field Integral Equation* (MFIE) – e a equação integral de campo combinado – *Combined Field Integral Equation* (CFIE). Tanto as abordagens baseadas em IE quanto em PDE podem operar tanto no domínio do tempo quanto no da frequência (STUTZMAN; THIELE, 2012).

Diversas técnicas são usadas para modelar problemas envolvendo elementos radiantes, entre as quais se destacam: o método dos momentos – *Method of Moments* (MoM), o método de diferenças finitas no domínio do tempo – *Finite Difference Time Domain* (FDTD), o método dos elementos finitos – *Finite Element Method* (FEM), a técnica de volumes finitos no domínio do tempo – *Finite Volume Time Domain Technique* (FVTD), a técnica da integral finita – *Finite Integral Technique* (FIT) – e o método de matriz de linha de transmissão – *Transmission Line Matrix* (TLM) (STUTZMAN; THIELE, 2012).

Dois dos métodos no domínio da frequência mais utilizados são o MoM e o FEM (VOLAKIS, 2007). Uma aplicação possível é o uso do método IE com a solução numérica fornecida pelo MoM para determinar características específicas de tipos de antenas, como suas impedâncias. Esse método calcula a corrente induzida na forma de uma integral na qual a densidade de corrente desconhecida compõe o integrando, cabendo ao MoM a tarefa de resolver a densidade de corrente (BALANIS, 2016).

2.3.1 Método dos Momentos

Na derivação e solução das relações integrais, é comum especificar uma função apropriada para impor condições de contorno, resultando em uma equação integral. O MoM permite transformar essa equação integral de domínio contínuo em um sistema linear de equações (VOLAKIS, 2007). Essa equação integral é composta por uma função núcleo, cuja formulação depende da estrutura da equação integral específica (STUTZMAN; THIELE, 2012).

Existem diversas formas de equações integrais aplicáveis a campos eletromagnéticos harmônicos no tempo. Duas das mais comuns são a EFIE e a MFIE. A EFIE impõe uma condição de contorno para o campo elétrico tangencial, enquanto a MFIE impõe uma condição para os componentes tangenciais do campo magnético. A EFIE é válida para

superfícies abertas e fechadas, ao passo que a MFIE se aplica a superfícies fechadas. Para problemas de radiação, especialmente em antenas de fio, as equações integrais de Pocklington e Hallén são amplamente utilizadas (BALANIS, 2016).

Antenas filamentares representam uma aplicação importante e contemporânea do CEM no projeto e análise de antenas, com o *Numerical Electromagnetics Code* (NEC) sendo amplamente adotado devido à sua popularidade e eficácia (VOLAKIS, 2007).

O NEC é um *software* de simulação eletromagnética orientado ao usuário, que utiliza o MoM para analisar a interação de ondas eletromagnéticas com estruturas complexas formadas por fios e superfícies condutoras. Ao combinar uma equação integral para superfícies lisas com outra para fios, o NEC oferece uma modelagem prática e precisa para diversas aplicações (BALANIS, 2016).

O NEC consegue simular circuitos sem radiação, linhas de transmissão, condutores perfeitos e imperfeitos, elementos concentrados, e planos de aterramento condutores (perfeitos ou imperfeitos). Ele utiliza a EFIE para fios finos e a MFIE para superfícies. As excitações podem ser geradas por uma fonte de tensão aplicada ou por uma onda plana incidente. O programa calcula correntes e cargas induzidas, campos elétricos e magnéticos em zonas próximas e distantes, seção transversal de radar, impedâncias ou admitâncias, ganho e diretividade, balanço de potência e acoplamento entre antenas (BALANIS, 2016).

Nesta tese optou-se por trabalhar com conjuntos lineares de antenas dipolo em configuração linear uniforme (ULA). Sendo assim, escolheu-se como ferramenta computacional de apoio o *software 4NEC2*, uma implementação do NEC em *software* livre, pois essa abordagem é eficiente e adequada para análise de antenas filamentares.

3- Acoplamento Mútuo

3.1- Fundamentos

No capítulo anterior, as antenas em conjunto foram tratadas de maneira a garantir que seus elementos não interfiram entre si e que suas impedâncias estejam perfeitamente compatíveis com a fonte de alimentação. Dessa forma, é possível fazer as seguintes suposições: (i) as correntes terminais de cada elemento são proporcionais aos sinais incidentes; (ii) as distribuições relativas de corrente em cada elemento são idênticas, embora possam ter níveis proporcionais às excitações; e (iii) o princípio de multiplicação dos padrões de radiação é válido (STUTZMAN; THIELE, 2012).

Na prática, contudo, os elementos de um conjunto de antenas interagem entre si, o que altera as correntes e, consequentemente, suas impedâncias. Essa interação, conhecida como acoplamento mútuo (MC), modifica a magnitude, a fase e a distribuição da corrente em cada elemento, em comparação com seus valores em espaço livre. Como resultado, o padrão de radiação total de um conjunto real se torna diferente do padrão obtido na ausência do fenômeno de MC (STUTZMAN; THIELE, 2012).

Um exemplo de conjunto de antenas onde o MC é de extrema relevância é o tipo Yagi-Uda. Nesse conjunto, o efeito do MC permite que apenas um elemento alimentador seja suficiente para excitar os elementos refletores e diretores, os quais atuam como elementos parasitas (VOLAKIS, 2007). Portanto, no projeto de antenas em conjunto, a depender dos requisitos desejados, é essencial considerar os efeitos de MC entre os seus elementos (BALANIS, 2016).

Para um elemento de um conjunto de antenas completamente isolado dos demais, a impedância é denominada *impedância de elemento isolado*. No caso prático de um conjunto totalmente ativo, com todos os elementos excitados para produzir o feixe desejado e o ângulo de varredura, a impedância de um elemento no contexto do conjunto é chamada de impedância ativa, impedância de condução ou simplesmente impedância de entrada. A impedância ativa de cada elemento varia com sua posição no conjunto, bem como com a amplitude e a fase de excitação. Embora seja difícil medir a impedância ativa,

uma vez que requer que todo o conjunto esteja em funcionamento, simulações podem ser realizadas para essas condições (STUTZMAN; THIELE, 2012).

Três processos principais contribuem para o fenômeno de MC: (i) o acoplamento espacial direto entre os elementos do conjunto; (ii) o acoplamento indireto, que ocorre devido ao espalhamento de objetos próximos à antena; e (iii) a rede de alimentação, que interconecta os elementos e oferece um caminho para o efeito de MC. Em muitos conjuntos, o acoplamento da rede de alimentação pode ser minimizado com o casamento adequado de impedância entre a rede e cada elemento que compõe o conjunto (STUTZMAN; THIELE, 2012).

Pode-se considerar um conjunto de antenas com M elementos como um circuito de alimentação com M portas, definidas por (STUTZMAN; THIELE, 2012):

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + \cdots + Z_{1M}I_M \\ V_2 = Z_{12}I_1 + Z_{22}I_2 + \cdots + Z_{2M}I_M \\ \vdots \\ V_M = Z_{1M}I_1 + Z_{2M}I_2 + \cdots + Z_{MM}I_M \end{cases} \tag{38}$$

onde V_n e I_n são a tensão e a corrente aplicadas ao n-ésimo elemento, incluindo todos os efeitos de acoplamento. A auto-impedância Z_{mm} representa a impedância do m-ésimo elemento quando todos os outros estão em circuito aberto. A impedância mútua Z_{mn} entre os terminais de dois elementos m e n é definida como a tensão de circuito aberto no primeiro terminal dividida pela corrente fornecida ao segundo, com todos os outros terminais abertos, tal como:

$$Z_{mn} = \left.\frac{V_m}{I_n}\right|_{I_i=0}, \text{ para todo } i \text{ exceto } i = n \tag{39}$$

Para simplificar a análise, é possível assumir que o conjunto de antenas consiste em apenas dois elementos. Nesse caso, o sistema é representado por uma rede de duas portas (quatro terminais), conforme ilustrado nas Figuras 11 e 12, e descrito pelas relações tensão-corrente (BALANIS, 2016):

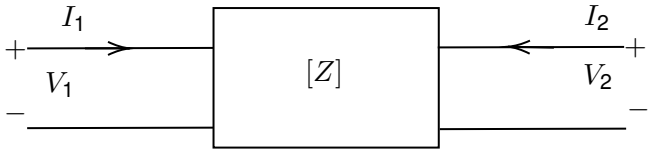


Figura 11 – Circuito de duas portas.

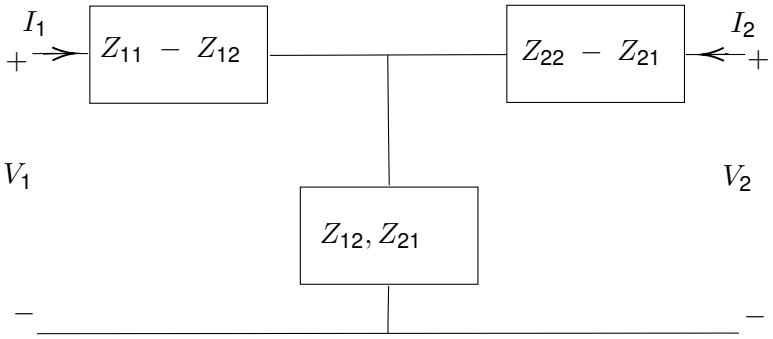


Figura 12 – Circuito equivalente de duas portas em T.

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \tag{40}$$

onde

$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} \tag{41}$$

é a impedância de entrada da porta 1 quando a porta 2 está em circuito aberto,

$$Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} \tag{42}$$

é a impedância de entrada da porta 1 devida a uma corrente na porta 2, com a porta 1 em circuito aberto,

$$Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} \tag{43}$$

é a impedância de entrada da porta 2 devida a uma corrente na porta 1, com a porta 2 em circuito aberto,

$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} \tag{44}$$

é a impedância de entrada da porta 2 quando a porta 1 está em circuito aberto. Para um

circuito recíproco, $Z_{12} = Z_{21}$.

À medida que a distância de separação entre os elementos aumenta, os valores de impedância mútua diminuem em ambas as orientações dos elementos. De modo geral, as principais tendências observadas para o MC em conjunto de antenas são (STUTZMAN; THIELE, 2012):

- A magnitude da impedância mútua decresce com o aumento do espaçamento d entre os elementos, muitas vezes seguindo uma proporção inversa de $\frac{1}{d^2}$;
- Embora o mecanismo de acoplamento ocorra predominantemente no campo próximo, o padrão de campo distante pode indicar o nível de interação entre elementos. Os elementos com padrões de radiação mais estreitos tendem a apresentar menor acoplamento em comparação com aqueles que têm um feixe de radiação mais largo;
- Elementos com polarizações paralelas (isto é, orientações de campo elétrico na mesma direção) tendem a acoplar-se mais intensamente do que elementos com polarizações colineares;
- A dimensão dos elementos também influencia o acoplamento, com elementos maiores demonstrando menor acoplamento em relação aos menores.

Além disso, a impedância de entrada de um elemento em um conjunto de antenas pode ser calculada a partir dos valores de impedância mútua. Para o m-ésimo elemento, essa impedância de entrada é obtida conforme (STUTZMAN; THIELE, 2012)

$$Z_{\mathsf{m}} = \frac{V_{\mathsf{m}}}{I_{\mathsf{m}}} = Z_{\mathsf{m1}}\frac{I_{\mathsf{1}}}{I_{\mathsf{m}}} + Z_{\mathsf{m2}}\frac{I_{\mathsf{2}}}{I_{\mathsf{m}}} + \cdots + Z_{\mathsf{mM}}\frac{I_{\mathsf{M}}}{I_{\mathsf{M}}} \tag{45}$$

Esse valor representa a impedância de entrada na presença de todos os outros elementos do conjunto, também conhecida como impedância ativa em um conjunto totalmente excitado. Todos os efeitos de acoplamento são considerados por meio das impedâncias mútuas, as quais podem ser determinadas tanto por simulações numéricas quanto por medições experimentais (STUTZMAN; THIELE, 2012).

3.2- Matriz de Acoplamento Mútuo

Muitas técnicas de processamento de sinais de conjuntos de antenas de alta resolução se baseiam em um vetor de tensões complexas medidas diretamente na saída do conjunto quando uma onda eletromagnética vinda de uma direção específica excita o conjunto em questão (FRIEDLANDER, 2020). A esse vetor costuma-se dar o nome de *array manifold*. Esses vetores não possuem expressões fechadas e podem ser obtidos diretamente por medição ou por meio da utilização de CEM (FRIEDLANDER, 2020).

Para alcançar a super-resolução na estimativa de direção de chegada (DOA) ou detectar sinais espacialmente separados por menos que um comprimento de onda λ em processamento de sinais de antenas em conjuntos, é necessário um conhecimento preciso do *array manifold* (FRIEDLANDER, 2017).

A incompatibilidade entre os verdadeiros *array manifolds* e os assumidos em estudos focados em algoritmos de processamento de conjuntos, nos quais não são empregados modelos matemáticos adequados para descrever os fenômenos eletromagnéticos, pode ocasionar uma degradação significativa no desempenho do conjunto e comprometer sua capacidade de alcançar super-resolução. Essas incompatibilidades podem ser classificadas em duas categorias principais: as relacionadas aos conjuntos físicos e aos ambientes em que elas operam; e as relacionadas aos modelos matemáticos (FRIEDLANDER, 2017).

Se a antena em conjunto for composta de elementos isotrópicos posicionados no plano horizontal ($x - y$), o *array manifold* assim é definido:

$$\mathbf{a}_{\text{isotropic}}(\theta,\phi) = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[\cos\phi(x_1\cos\theta + y_1\,\text{sen}\,\theta) + z_1\,\text{sen}\,\phi]} \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[\cos\phi(x_2\cos\theta + y_2\,\text{sen}\,\theta) + z_2\,\text{sen}\,\phi]} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[\cos\phi(x_M\cos\theta + y_M\,\text{sen}\,\theta) + z_M\,\text{sen}\,\phi]} \end{bmatrix} \tag{46}$$

onde M é o número de elementos do conjunto, λ é o comprimento de onda, θ é a direção de elevação, ϕ é a direção do azimute e (x_m, y_m, z_m) são as coordenadas de m-ésima antena. No caso em que o modelo considera antenas não isotrópicas idênticas

com padrões de radiação de campo $g(\theta, \phi)$, temos o *uncoupled manifold* $\mathbf{a}_{\text{uc}}(\theta, \phi) = g(\theta, \phi)\mathbf{a}_{\text{iso}}(\theta, \phi)$ (FRIEDLANDER, 2020). Porém, essa abordagem, apesar de possuir uma estrutura simples e adequada para análise e desenvolvimento de algoritmos de estimativa de direção, é uma representação inadequada da resposta de um conjunto de antenas real, pois não considera os efeitos de acoplamento MC, polarização do sinal ou as características das antenas (FRIEDLANDER, 2017).

Considerando-se a existência de um conjunto de antenas idênticas e padrões de radiação de campo isolados, $g_{\text{iso}}(\theta, \phi)$, todos com a mesma orientação, e a ausência de MC entre as antenas, o *array manifold* isolado é:

$$\mathbf{a}_{\text{iso}}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} g_{\text{iso},1}(\theta, \phi) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[\cos\phi(x_1 \cos\theta + y_1 \operatorname{sen}\theta) + z_1 \operatorname{sen}\phi]} \\ g_{\text{iso},2}(\theta, \phi) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[\cos\phi(x_2 \cos\theta + y_2 \operatorname{sen}\theta) + z_2 \operatorname{sen}\phi]} \\ \vdots \\ g_{\text{iso},M}(\theta, \phi) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[\cos\phi(x_M \cos\theta + y_M \operatorname{sen}\theta) + z_M \operatorname{sen}\phi]} \end{bmatrix} \tag{47}$$

Como as antenas do conjunto são idênticas:

$$\mathbf{a}_{\text{iso}}(\theta, \phi) = g_{\text{iso}}(\theta, \phi)\mathbf{a}_{\text{isotropic}}(\theta, \phi). \tag{48}$$

Para se obter a definição experimental de *array manifold*, deve-se (FRIEDLANDER, 2017):

- Colocar um transmissor a uma distância *r* grande do centro do conjunto, na direção (θ, ϕ), transmitindo um sinal senoidal na frequência f.
- O *array manifold* é o vetor de tensões complexas (amplitudes e fases dos sinais senoidais recebidos) nas saídas das *M* antenas do conjunto para a direção e frequência dadas.
- O *array manifold* completo é obtido a partir da coleta de medições realizadas enquanto o transmissor é movido em todas as direções possíveis e operado em diferentes frequências.
- Nota-se que, às vezes, é feita uma distinção entre os *array manifold* de transmissão e recepção.

- Esses dois *array manifold*, quando devidamente definidos, são idênticos, devido ao princípio da reciprocidade.

No caso em que o efeito de MC é considerado, normalmente se utiliza uma matriz quadrada constante (independente da direção) chamada de matriz de acoplamento mútuo $\mathbf{C}_{\text{mc}}$ – MCM (YANG et al., 2021). A MCM é uma matriz complexa, pertencente a $\mathbb{C}^{M\times M}$, a qual é multiplicada ao *isotropic manifold* $\mathbf{a}_{\text{iso}}$ ou ao *uncoupled manifold* $\mathbf{a}_{\text{uc}}$ para dar origem ao *coupled manifold* $\mathbf{a}_{\text{c}}$ (FRIEDLANDER, 2020):

$$\mathbf{a}_{\text{c}}(\theta,\phi) = \mathbf{C}_{\text{mc}}\mathbf{a}_{\text{iso}}(\theta,\phi) \tag{49}$$

$$\mathbf{a}_{\text{c}}(\theta,\phi) = \mathbf{C}_{\text{mc}}\mathbf{a}_{\text{uc}}(\theta,\phi) \tag{50}$$

Um modelo matemático para a obtenção da MCM é apresentado em (SAVY; LESTURGIE, 2016):

$$C_{\text{nm}}^{-1} = e^{\left(-\frac{2d_{\text{nm}}}{\lambda}(\tau+j\phi)\right)}, m \neq n \tag{51}$$

$$C_{\text{nn}}^{-1} = 1 - \frac{1}{M}\sum_{m}\sum_{n\neq m} C_{\text{nm}}^{-1} \tag{52}$$

onde C_{mn} e d_{nm} representam o MC e a distância entre os m-ésimo e n-ésimo elementos, respectivamente, M é o número de elementos do conjunto, e τ define o nível de acoplamento (por exemplo, o nível de acoplamento é $20\log_{10}(e^{-\tau})$ para elementos com espaçamento dado por $\lambda/2$) (SAVY; LESTURGIE, 2016).

O trabalho em (POZAR, 1994) aborda o uso do padrão de elemento ativo como ferramenta para prever o desempenho de antenas em fase. Na teoria clássica de análise de conjuntos, o acoplamento mútuo (MC) não é levado em consideração. Nesse contexto, o padrão de radiação do conjunto é descrito como o produto entre o padrão de um elemento isolado, $f_0(\theta)$, e o fator de conjunto. Um exemplo dessa abordagem pode ser observado em um conjunto linear uniforme (*ULA*) composto por M elementos idênticos, conforme ilustrado na Figura 13 (POZAR, 1994).

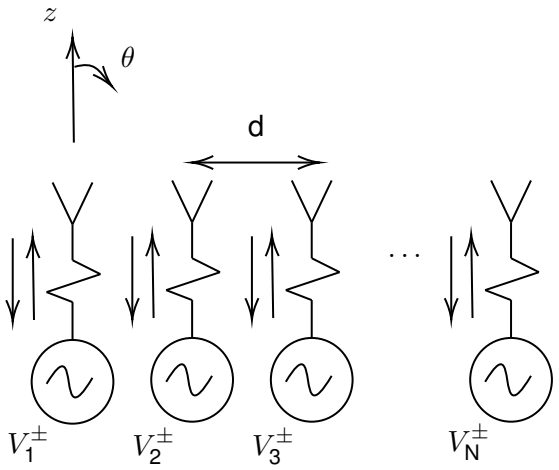


Figura 13 – Geometria de um conjunto linear uniforme com M elementos.

Se o mesmo conjunto estiver configurado com alimentação em apenas um elemento, enquanto os demais estiverem terminados em cargas, como ilustrado na Figura 14, o padrão resultante é chamado padrão de elemento ativo, $F^e(\theta)$. Esse padrão, $F^e(\theta)$, depende da posição do elemento no conjunto, e difere do padrão de elemento isolado, $f_0(\theta)$, pois considera a influência dos elementos adjacentes. Se o conjunto for grande o suficiente, a maioria dos elementos estará inserido em um ambiente vizinho uniforme, permitindo que $F^e(\theta)$ seja aproximado como igual para todos os elementos do conjunto (POZAR, 1994).

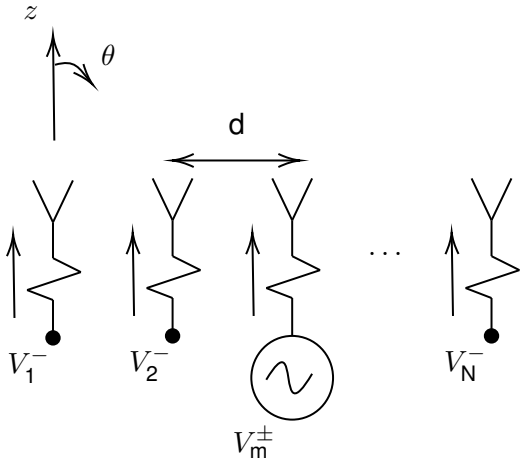


Figura 14 – Definindo a geometria para o padrão de elemento ativo de um conjunto linear uniforme com M elementos.

Se todos os padrões de elemento ativo forem aproximadamente iguais, então o padrão total do conjunto pode ser expresso como o produto do fator de elemento ativo pelo fator de conjunto, de forma análoga à teoria clássica. Essa abordagem apresenta a

vantagem de incorporar o efeito de MC (POZAR, 1994).

As Equações (49) e (50), embora amplamente utilizadas na literatura de processamento de sinais, não oferecem uma metodologia para calcular a MCM a partir dos parâmetros físicos do conjunto de antenas. Esses parâmetros incluem efeitos de acoplamento, polarização do sinal e características específicas de antenas. A conduta comumente utilizada é a construção da MCM com valores arbitrários apresentados sem justificativas claras. Isso é observado na maioria das seções de exemplos numéricos em trabalhos de pesquisa. Consequentemente, as observações e conclusões desses estudos podem não refletir adequadamente o comportamento de conjuntos de antenas reais (FRIEDLANDER, 2020).

É possível considerar o caso em que as antenas estão com os terminais abertos, sem estarem conectados a nenhuma carga. A matriz da resposta assim configurada é chamada de *open circuit manifold* $\mathbf{a}_{\text{oc}}(\theta, \phi)$, e pode ser representada por (FRIEDLANDER, 2020):

$$\mathbf{a}_{\text{oc}}(\theta, \phi) = \mathbf{g}_{\text{oc}}(\theta, \phi) \odot \mathbf{a}_{\text{isotropic}}(\theta, \phi) \tag{53}$$

onde $\mathbf{g}_{\text{oc}}(\theta, \phi) = \mathbf{g}_{\text{emb}}(\theta, \phi)$ é o padrão de radiação da m-ésima antena quando todas as outras antenas do conjunto estiverem presentes com seus terminais em aberto (condições de circuito aberto), isto é, quando as antenas estão embutidas no conjunto com as outras antenas inativas e suas portas não estão conectadas a uma carga. A diferença entre $g_{\text{emb,m}}(\theta, \phi)$ e o padrão de radiação $g(\theta, \phi)$ da antena isolada é o efeito de acoplamento (FRIEDLANDER, 2020).

$$\mathbf{g}_{\text{oc}}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} g_{\text{oc,1}}(\theta, \phi) \\ g_{\text{oc,2}}(\theta, \phi) \\ \vdots \\ g_{\text{oc,M}}(\theta, \phi) \end{bmatrix} \tag{54}$$

A Equação (53) pode ser escrita da seguinte forma (FRIEDLANDER, 2020):

$$\mathbf{a}_{\text{oc}}(\theta, \phi) = \mathbf{G}(\theta, \phi) \underbrace{g_{\text{iso}}(\theta, \phi)\mathbf{a}_{\text{iso}}(\theta, \phi)}_{\mathbf{a}_{\text{uc}}(\theta, \phi)} \tag{55}$$

onde:

$$\mathbf{G}(\theta, \phi) = diag\left\{ \frac{g_{\text{emb,1}}(\theta, \phi)}{g_{\text{iso,1}}(\theta, \phi)}, ..., \frac{g_{\text{emb,M}}(\theta, \phi)}{g_{\text{iso,M}}(\theta, \phi)} \right\} \tag{56}$$

é a matriz diagonal cujos elementos são razões dos padrões de radiação de circuito aberto e isolado.

As antenas em um conjunto geralmente não são operadas em circuito aberto, mas são terminadas por alguma impedância de carga. Ao se conectar a porta da antena a uma carga, teremos que (FRIEDLANDER, 2020):

$$\mathbf{a}_{\mathrm{c}}(\theta,\phi) = \underbrace{\mathbf{Z}_L(\mathbf{Z}+\mathbf{Z}_L)^{-1}\mathbf{G}(\theta,\phi)}_{\overline{\mathbf{C}_{\mathrm{mc}}}(\theta,\phi)}\,\mathbf{a}_{\mathrm{uc}}(\theta,\phi), \tag{57}$$

onde $\overline{\mathbf{C}_{\mathrm{mc}}}(\theta,\phi)$ é uma matriz $M \times M$ que relaciona os *uncoupled manifolds* $\mathbf{a}_{\mathrm{uc}}(\theta,\phi)$ com os *coupled manifolds* $\mathbf{a}_{\mathrm{c}}(\theta,\phi)$, $\mathbf{Z}_{\mathrm{L}}$ é a matriz diagonal cujos elementos diagonais são essas impedâncias de carga e $\mathbf{C}_{\mathrm{mc}}$ é a matriz de impedância mútua das antenas no conjunto.

É possível observar que, diferente da matriz de acoplamento mútuo definida nas Equações (49) e (50), a MCM $\overline{\mathbf{C}_{\mathrm{mc}}}(\theta,\phi)$ é dependente da direção (FRIEDLANDER, 2020).

A impedância mútua entre o i-ésimo elemento da matriz $(i = 1, ..., M)$ e o j-ésimo elemento da matriz $(j = 1, ..., M)$ é determinada como (HENAULT; ANTAR, 2015):

$$Z_{\mathrm{ij}} = \frac{V_{\mathrm{i}}}{I_{\mathrm{j}}} \tag{58}$$

onde V_{i} é a tensão que aparece na porta de circuito do i-ésimo elemento devida à j-ésima fonte de corrente I_{j} na porta do elemento j, enquanto todos os outros elementos estão em circuito aberto (HENAULT; ANTAR, 2015). Logo, tem-se que:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1\mathrm{M}} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2\mathrm{M}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{\mathrm{M1}} & Z_{\mathrm{M2}} & \dots & Z_{\mathrm{MM}} \end{bmatrix} \tag{59}$$

Para alcançar maior precisão no cálculo do *array manifold*, é fundamental abandonar o uso tradicional da Matriz de Acoplamento Mútuo (MCM), frequentemente aplicada em artigos de processamento de sinais com valores arbitrários e sem justificativas claras. Como alternativas, pelo menos três abordagens podem ser consideradas (FRIEDLANDER, 2020):

1. Substituir o modelo matemático em forma fechada do *array manifold*, frequentemente desprovido de considerações eletromagnéticas adequadas, por vetores de

resposta do conjunto. Esses vetores podem ser obtidos diretamente por medições experimentais ou gerados por simulações utilizando um Código Numérico de Eletromagnetismo (CEM) (FRIEDLANDER, 2020).

2. A matriz de acoplamento $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta, \phi)$ deve ser utilizada. Essa matriz é calculada de forma adequada e dependente da direção, diferente da matriz $\mathbf{C}_{\text{mc}}$, que como foi dito, é calculada de forma arbitrária (FRIEDLANDER, 2020).

3. O modelo introduzido em (YANG et al., 2021) de *extended manifold*. Esse método consiste em um *isotropic manifold* estendido, vetores de direção vertical e horizontal e uma matriz de acoplamento não quadrada constante. Assim, consideram-se os efeitos de acoplamento, polarização e características da antena (FRIEDLANDER, 2020).

3.3- Proposta de Cálculo da Matriz de Acoplamento Mútuo

O *softwares Matlab* é uma plataforma usada por engenheiros e cientistas para análise e desenvolvimento de sistemas. Com uma linguagem baseada em matrizes e gráficos integrados, facilita cálculos matemáticos, visualização de dados e experimentação. Permite trabalhar com grandes volumes de dados, escalar para *clusters* e nuvens, além de integrar código com outros sistemas para aplicações web e corporativas (MATHWORKS, 2022).

Nesta tese, o cálculo da MCM, $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta, \phi)$, foi realizado utilizando os *softwares 4NEC2* e *Matlab*, para dois tipos de ULA, ambos compostos por oito antenas dipolo elementares com comprimento igual a meio comprimento de onda ($L = 0,5\lambda$) e construídas com fios finos (raio de $10^{-3}\lambda$). Os espaçamentos entre elementos adjacentes são definidos como $d = 0,5\lambda$ e $d = 0,3\lambda$, respectivamente. Como referência teórica, foi empregada a Equação (57), conforme publicada em (FRIEDLANDER, 2020), onde:

$$\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta, \phi) = \mathbf{Z}_{\text{L}}(\mathbf{Z} + \mathbf{Z}_{\text{L}})^{-1}\mathbf{G}(\theta, \phi) \tag{60}$$

Na expressão acima, $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta, \phi)$ representa uma matriz $M \times M$ que relaciona os *uncoupled manifold* $\mathbf{a}_{\text{uc}}(\theta, \phi)$ ao *coupled manifold* $\mathbf{a}_{\text{c}}(\theta, \phi)$. A matriz $\mathbf{Z}_{\text{L}}$ é diagonal,

com elementos correspondentes às impedâncias de carga de cada antena; **Z** é a matriz de impedância mútua das antenas do conjunto; e $\mathbf{G}(\theta, \phi)$ é uma matriz diagonal cujos elementos representam as razões entre os padrões de radiação de circuito aberto e o de antena isolada. Para essa última matriz, tem-se:

$$\mathbf{G}(\theta, \phi) = diag \left\{ \frac{g_{\text{emb,1}}(\theta, \phi)}{g_{\text{iso,1}}(\theta, \phi)}, \cdots, \frac{g_{\text{emb,M}}(\theta, \phi)}{g_{\text{iso,M}}(\theta, \phi)} \right\}.$$

onde $g_{\text{emb}}(\theta, \phi)$ representa o padrão de radiação da m-ésima antena quando inserida no conjunto e as demais em condições de circuito aberto, enquanto $g_{\text{iso}}(\theta, \phi)$ corresponde ao padrão de radiação da antena isolada.

A Figura 15 apresenta um diagrama da visão geral do método de obtenção da MCM proposta nesta tese.

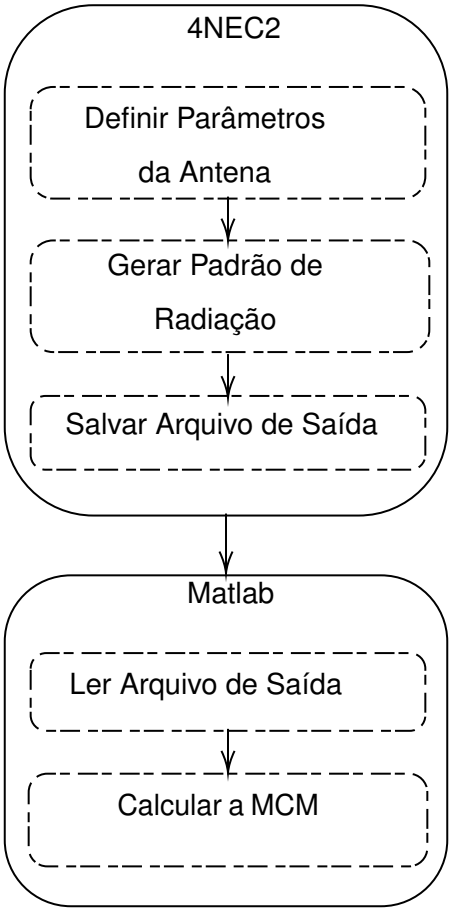
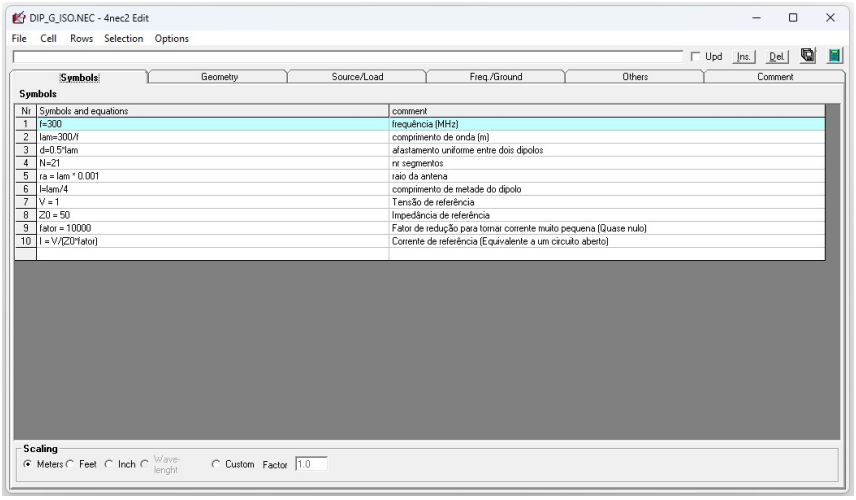


Figura 15 – Visão geral do método de obtenção da matriz de acoplamento mútuo.

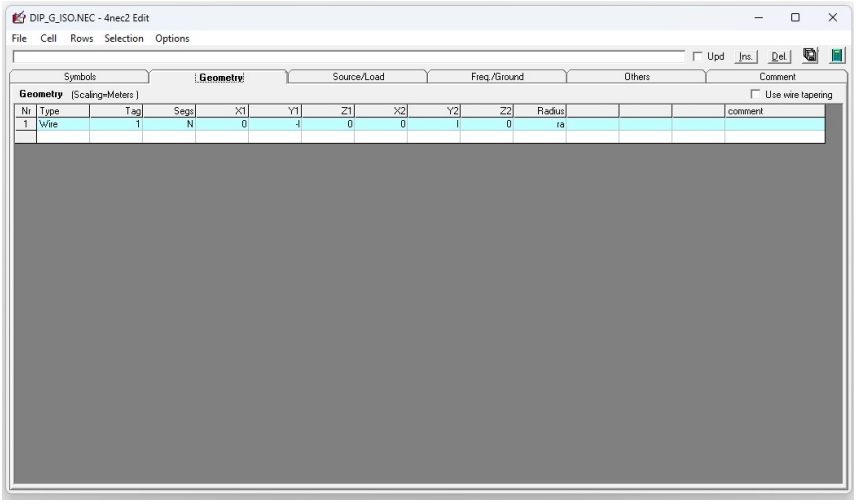
O *software 4NEC2* foi empregado para simular as antenas e determinar as impedâncias e padrões de radiação tanto para a antena isolada quanto para a antena em conjunto. Sendo uma ferramenta gratuita, o *4NEC2* permite modelar, visualizar, otimizar

e analisar estruturas de antenas em $2D$ e $3D$, além de gerar padrões de radiação para campos próximo e distante (VOORS, Arie, s.d.).

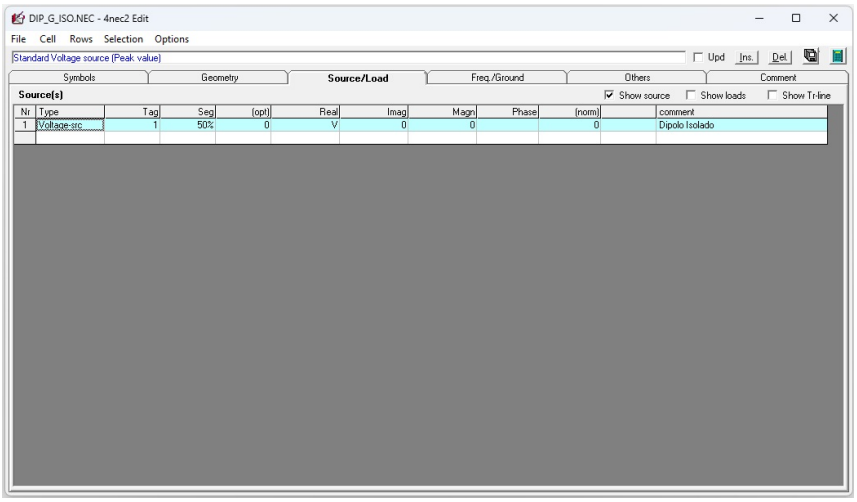
Para configurar o *4NEC2*, foi selecionada a opção de edição *Nec editor (new)* na aba *Settings*. Ao clicar no ícone *Edit NEC input-file*, uma planilha com várias abas é exibida, permitindo definir as características da antena em análise, como parâmetros e símbolos do projeto, geometria, fontes de alimentação, frequência e demais especificações. Na Figura 16, estão apresentadas algumas das janelas com as características de operação da antena dipolo isolada.



(a) *Symbols*.



(b) *Geometry*.

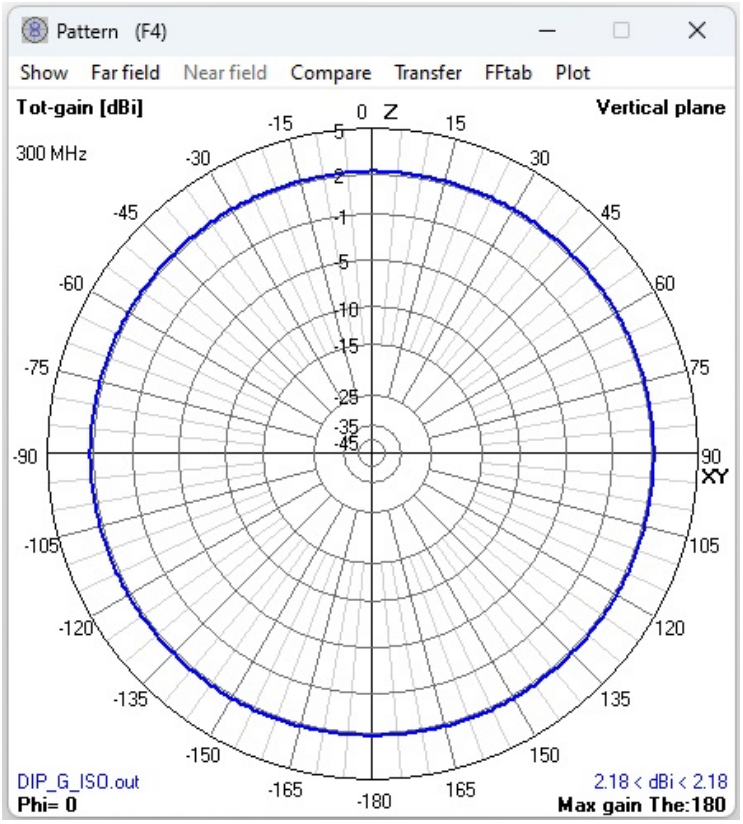


(c) *Source/Load*.

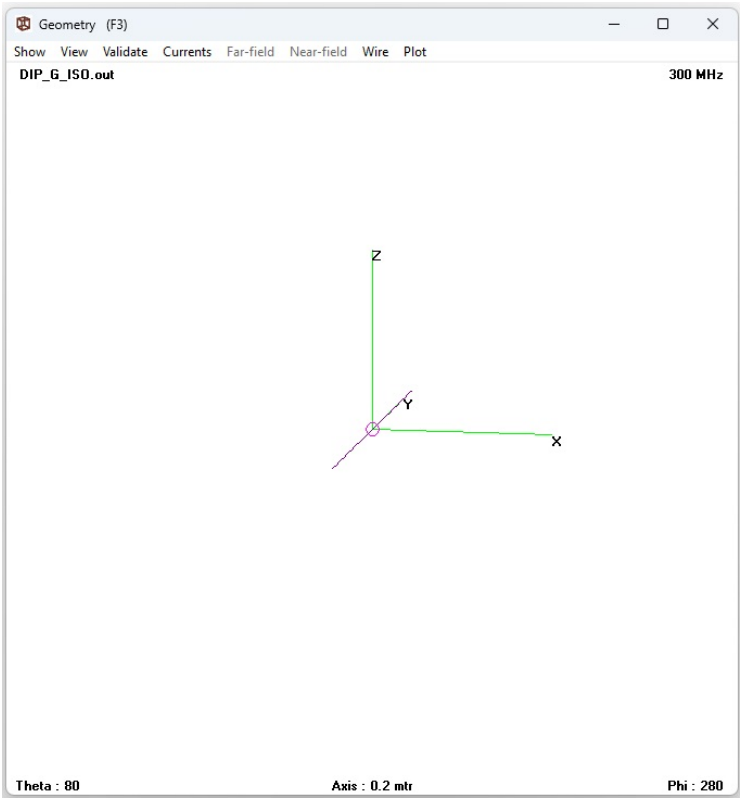
Figura 16 – Ícone *Edit NEC input file* do 4NEC2.

Após a definição dos parâmetros de operação da antena, é possível calcular

seu padrão de radiação e sua impedância. Para isso, clica-se no ícone *Run Nec (using on-screen data)*; uma janela com algumas opções é então exibida, onde devem ser selecionadas as opções *Far Field pattern*, *Full* e *Resol*. Por fim, clica-se no ícone *Generate* para gerar duas janelas: uma nomeada *Pattern*, que apresenta o padrão de radiação no plano vertical ($x - z$), e outra chamada *Geometry*, que exibe um esquema representativo da geometria da antena, conforme mostrado na Figura 17.



(a) *Pattern*.



(b) *Geometry*.

Figura 17 – Janelas *Pattern* e *Geometry*.

Além disso, é possível gerar um arquivo texto tipo *OUT* com os dados necessários e um diagrama de radiação em coordenadas retangulares. Para isso, seleciona-se a opção *2D chart* na aba *Plot* da janela *Pattern*; duas janelas adicionais se abrem: uma denominada *gnuplot graph*, que exibe o padrão de radiação em coordenadas retangulares, e outra, *Plotting-options*, onde existe a opção *Save plot*, que permite salvar arquivos com as informações das características do conjunto. A Figura 18 apresenta a aparência do arquivo de saída gerado pelo programa.

```
                          ****************************************

                            NUMERICAL ELECTROMAGNETICS CODE (NEC-2D)

                          ****************************************



                              - - - - COMMENTS - - - -

                     Dipolo curto de meia onda(lr = 0.5), alinhado com o eixo y.
                     Ponto central ao longo do eixo z.
                     A alimentação é por fonte de tensão.




                          - - - STRUCTURE SPECIFICATION - - -

                              COORDINATES MUST BE INPUT IN
                              METERS OR BE SCALED TO METERS
                              BEFORE STRUCTURE INPUT IS ENDED

 WIRE                                                                          NO. OF    FIRST  LAST     TAG
 NO.        X1         Y1         Z1          X2         Y2         Z2      RADIUS   SEG.     SEG.   SEG.     NO.
    1    0.00000   -0.25000    0.00000     0.00000    0.25000    0.00000    0.00100     21        1    21       1

  TOTAL SEGMENTS USED=   21     NO. SEG. IN A SYMMETRIC CELL=   21     SYMMETRY FLAG=  0


       - MULTIPLE WIRE JUNCTIONS -
JUNCTION    SEGMENTS  (- FOR END 1, + FOR END 2)
 NONE



                          - - - - SEGMENTATION DATA - - - -

                                COORDINATES IN METERS

                    I+ AND I- INDICATE THE SEGMENTS BEFORE AND AFTER I
```

Figura 18 – Aparência do arquivo de saída.

Com o arquivo de saída em mãos, o próximo passo é realizar a leitura e extração dos dados e calcular a MCM conforme as Equações (57) e (60). Para essas operações, utilizou-se o software *Matlab*.

4- Conformação Adaptativa de Feixe

4.1- Os Algoritmos CLMS e CNLMS

Assumindo uma configuração de entrada múltipla e única saída em um conjunto de M sensores, a saída $y(k) \in \mathbb{C}$ da combinação ponderada pode ser escrita como

$$y(k) = \mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k), \tag{61}$$

onde $(\cdot)^H$ é a operação Hermitiana, $\mathbf{w}(k) \in \mathbb{C}^M$ denota o vetor de coeficientes de cada sensor na k-ésima iteração[1] e o vetor de entrada $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{C}^M$ contém as k-ésimas amostras dos sensores. A imposição de um ganho prescrito em uma direção de chegada (DOA) definida combinada com um cancelamento desejável de sinais de interferência que afetam o conjunto de outras direções podem ser matematicamente descritas como uma restrição que a solução $\mathbf{w}(k)$ deve cumprir (CAMPOS; WERNER; APOLINÁRIO, 2004):

$$\mathbf{C}^H\mathbf{w}(k) = \mathbf{f}, \tag{62}$$

onde $\mathbf{C}$ é a matriz de restrições lineares $MN \times p$, sendo N o número de direções em que as restrições são aplicadas, e $\mathbf{f} \in \mathbb{C}^p$ denota o vetor de ganhos, de dimensões $p \times 1$, com p denotando o número de restrições consideradas.

Quando um sinal de referência está ausente, o algoritmo CLMS pretende minimizar aproximadamente o valor quadrático médio da saída sob algumas restrições, resolvendo o seguinte problema de otimização (CAMPOS; WERNER; APOLINÁRIO, 2004):

$$\min_{\mathbf{w}(k)} |y(k)|^2 \text{ sujeito a } \mathbf{C}^H\mathbf{w}(k) = \mathbf{f}. \tag{63}$$

Por uma combinação de uma abordagem de gradiente estocástico com o método dos multiplicadores de Lagrange para resolver a Equação (63), a equação de atualização

[1] Aqui todos os vetores são considerados do tipo coluna.

do algoritmo CLMS é descrita como (CAMPOS; WERNER; APOLINÁRIO, 2004)

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{P}\left[\mathbf{w}(k) - \beta y^*(k)\mathbf{x}(k)\right] + \mathbf{z}, \tag{64}$$

onde o tamanho do passo β cria uma compensação entre a taxa de convergência, o desempenho em estado estacionário e a habilidade de rastreamento,

$$\mathbf{P} \triangleq \mathbf{I} - \mathbf{C}\left(\mathbf{C}^H\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{C}^H \tag{65}$$

pode ser interpretada como uma projeção no hiperplano especificado por $\mathbf{C}^H\mathbf{w} = \mathbf{0}$, e

$$\mathbf{z} \triangleq \mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}\mathbf{f}. \tag{66}$$

O procedimento realizado no CLMS pode ser interpretado como uma modificação da solução LMS projetando-a no hiperplano definido por $\mathbf{C}^H\mathbf{w} = \mathbf{f}$ (CAMPOS; WERNER; APOLINÁRIO, 2004).

A equação de atualização do algoritmo CNLMS é (APOLINARIO et al., 1998)

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{P}\left[\mathbf{w}(k) - \beta\frac{y^*(k)\mathbf{x}(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|^2_{\mathbf{P}}}\right] + \mathbf{z}, \tag{67}$$

onde $\|\mathbf{x}\|^2_{\mathbf{A}} \triangleq \mathbf{x}^H\mathbf{A}\mathbf{x}$.

4.2- Nova derivação dos algoritmos CLMS e CNLMS

Descrevem-se aqui as novas derivações dos algoritmos CLMS e CNLMS. Para o algoritmo CLMS o Teorema 1 corresponde à primeira contribuição deste trabalho.

Teorema 1. O algoritmo CLMS da Equação (64) resolve exatamente o seguinte problema com restrições afins:

$$\min_{\mathbf{w}(k+1)} \mathcal{G}_{\text{CLMS}}[\mathbf{w}(k+1)] \triangleq \|\mathbf{w}(k-1) - \mathbf{w}(k)\|^2$$
$$\text{s.a.} \begin{cases} \mathbf{w}^H(k+1)\mathbf{x}(k) = (1-\beta\|\mathbf{x}(k)\|^2_{\mathbf{P}})\mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k) \\ \mathbf{C}^H\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{f} \end{cases}, \tag{68}$$

onde $\|\boldsymbol{x}\|^2 \triangleq \mathbf{x}^H\mathbf{x}$ e $\|\mathbf{x}\|^2_{\mathbf{A}} \triangleq \mathbf{x}^H\mathbf{A}\mathbf{x}$.

Demonstração. O método do multiplicador de Lagrange converte a Equação (68) na minimização irrestrita de $\mathcal{F}[\mathbf{w}(k+1)]$ com relação a $\mathbf{w}(k+1)$, onde

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[\mathbf{w}(k+1)] \triangleq\ & \|\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k)\|^2 \\ & +\text{Re}\left[\lambda_0^*\mathbf{w}^H(k+1)\mathbf{x}(k)\right] \\ & -\text{Re}\left[\lambda_0^*(1-\beta\|\mathbf{x}(k)\|^2_{\mathbf{P}})\mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)\right] \\ & +\text{Re}\left\{\boldsymbol{\lambda}_1^H\left[\mathbf{C}^H\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{f}\right]\right\}. \end{aligned} \tag{69}$$

Na Equação (69), $\lambda_0 \in \mathbb{C}$ e $\boldsymbol{\lambda}_1 \in \mathbb{C}^p$ são os multiplicadores de Lagrange e Re$[z]$ denota a componente real do número complexo z.

A minimização da Equação (69) é realizada zerando-se seu gradiente em relação a $\mathbf{w}^*(k+1)$ (BRANDWOOD, 1983; HJORUNGNES; GESBERT, 2007):

$$\nabla_{\mathbf{w}^*}\mathcal{F}[\mathbf{w}(k+1)] = \mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k) + \frac{1}{2}\lambda_0^*\mathbf{x}(k) + \frac{1}{2}\mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}_1 = \mathbf{0}, \tag{70}$$

o que leva à seguinte equação de atualização:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \frac{1}{2}\lambda_0^*\mathbf{x}(k) - \frac{1}{2}\mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}_1. \tag{71}$$

Substituindo a Equação (71) na segunda restrição da Equação (68), obtém-se, após algumas manipulações:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}_1 =\ & 2\left(\mathbf{C}^H\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{C}^H\mathbf{w}(k) - \lambda_0^*\left(\mathbf{C}^H\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{C}^H\mathbf{x}(k) \\ & -2(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}\mathbf{f}. \end{aligned} \tag{72}$$

Substituindo a Equação (72) na Equação (71), obtém-se:

$$\begin{aligned}\mathbf{w}(k+1) &= \mathbf{w}(k) - \frac{1}{2}\lambda_0^*\mathbf{x}(k) - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^H\mathbf{w}(k) \\ &\quad + \frac{\lambda_0^*}{2}\mathbf{C}\left(\mathbf{C}^H\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{C}^H\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\left(\mathbf{C}^H\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{f}.\end{aligned} \tag{73}$$

A aplicação da Equação (73) na primeira restrição da Equação (68), após manipulações adicionais, resulta em:

$$-\frac{\lambda_0}{2}\|\mathbf{x}(k)\|_{\mathbf{P}}^2 = -\beta\|\mathbf{x}(k)\|_{\mathbf{P}}^2 y(k) \Rightarrow \frac{\lambda_0}{2} = \beta y(k). \tag{74}$$

Após substituir a Equação (74) na Equação (73), obtém-se a Equação (64), após algumas simplificações.

□

Seguindo o mesmo raciocínio, o algoritmo CNLMS também pode ser descrito como um solucionador de um problema de minimização convexa puramente determinístico com restrições afins.

Teorema 2. O algoritmo CNLMS, Equação (67), impõe que $\mathbf{w}(k+1)$ seja a solução exata do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned}&\min_{\mathbf{w}(k+1)} \mathcal{G}[\mathbf{w}(k+1)] \triangleq \|\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k)\|^2 \\ &\text{s.a.} \begin{cases} \mathbf{w}^H(k+1)\mathbf{x}(k) = (1-\beta)\,\mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k) \\ \mathbf{C}^H\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{f} \end{cases},\end{aligned} \tag{75}$$

onde a função $\mathcal{G}[\mathbf{w}(k+1)]$ incorpora o princípio da perturbação mínima, uma estratégia conservadora que minimiza a perturbação de atualização em relação a solução atual.

Demonstração. Pelo uso da técnica dos multiplicadores de Lagrange, o problema definido pela Equação (75) pode ser convertido no seguinte problema irrestrito equivalente:

$$\begin{aligned}\min_{\mathbf{w}(k+1)} \mathcal{F}[\mathbf{w}(k+1)] &= \mathbf{w}^H(k+1)\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}^H(k+1)\mathbf{w}(k) \\ &\quad - \mathbf{w}^H(k)\mathbf{w}(k+1) + \|\mathbf{w}(k)\|^2 \\ &\quad + \text{Re}\left\{\lambda_0^*\left[\mathbf{w}^H(k+1)\mathbf{x}(k) - (1-\beta)\mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)\right]\right\} \\ &\quad + \text{Re}\left\{\boldsymbol{\lambda}_1^H\left[\mathbf{C}^H\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{f}\right]\right\},\end{aligned} \tag{76}$$

onde $\text{Re}[z]$ denota a componente real do número complexo z, com $\lambda_0 \in \mathbb{C}$ and $\boldsymbol{\lambda}_1 \in \mathbb{C}^p$

sendo os multiplicadores de Lagrange.

Igualando-se a zero o gradiente de $\mathcal{F}[\mathbf{w}(k+1)]$ com relação a $\mathbf{w}^*$, obtém-se

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \frac{1}{2}\lambda_0^*\mathbf{x}(k) - \frac{1}{2}\mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}_1. \tag{77}$$

Ao aplicar-se a Equação (77) na segunda restrição da Equação (75) é possível escrever-se:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\lambda}_1 &= 2\left(\mathbf{C}^H\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{C}^H\mathbf{w}(k) - \lambda_0^*\left(\mathbf{C}^H\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{C}^H\mathbf{x}(k) \\ &\quad -2\left(\mathbf{C}^H\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{f},\end{aligned} \tag{78}$$

onde a identidade $\mathbf{f} = \mathbf{C}^H\mathbf{w}(k+1)$ foi empregada.

Ao se combinarem as Equações (78), (77) e a primeira restrição da Equação (75), obtém-se:

$$\frac{1}{2}\lambda_0 = \frac{\beta\mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|_{\mathbf{P}}^2}. \tag{79}$$

Usar as Equações (77), (78), e (79) leva à Equação (67), após algumas manipulações. □

4.3- Algoritmo RC-CLMS

Esquemas de reutilização de coeficiente (RC) aumentam geralmente o desempenho de estado estacionário de algoritmos de filtragem adaptativa, reduzindo a variância dos coeficientes adaptativos, o que é mais benéfico em situações onde o ruído (ou sinais de interferência) tem alta energia (RESENDE et al., 2019). Os esquemas de reaproveitamento de coeficientes geralmente garantem melhor desempenho assintótico, bem como uma velocidade de convergência equivalente à dos algoritmos tradicionais quando a energia do ruído aditivo é alta (KIM; LEE; SONG, 2011). Deve-se notar que, no caso de alta razão sinal-ruído, a taxa de convergência pode ser prejudicada por esta técnica, embora esquemas de reutilização de coeficiente variável possam ser empregados para contornar tal problema (RESENDE; HADDAD; PETRAGLIA, 2018).

A metodologia RC exige dois parâmetros ajustáveis adicionais: o número L

de vetores de coeficientes anteriores para usar no procedimento de adaptação e um parâmetro $\rho \in (0, 1]$. Este último modula a ponderação relativa dos vetores mais recentes $\mathbf{w}(k-l)$ relativos aos mais antigos, de modo que quando $\rho \to 1$ todas as distâncias em relação aos vetores $\{\mathbf{w}(k-l)\}$ (para $l \in \{0, 1, \ldots, L-1\}$) têm os mesmos pesos, enquanto um ρ menor dá mais destaque para vetores de coeficientes mais recentes sob o ponto de vista de aprendizagem do algoritmo. A escolha de ρ equilibra o desempenho em regime permanente e a taxa de convergência, embora tal flexibilidade proporcionada pela técnica de RC requeira maior carga computacional (SOUZA et al., 2019). Vale ressaltar que aumentar o valor de L, geralmente, aumenta a capacidade de reuso de coeficientes, o que melhora a resiliência ao ruído, evitando que o filtro adaptativo flutue em torno de uma solução ótima (KIM; LEE; SONG, 2016).

Usando a mesma estrutura descrita na Seção 4.2, propõe-se o seguinte problema de otimização para obter o algoritmo CLMS com reutilização de coeficientes, ou RC-CLMS:

$$\min_{\mathbf{w}(k+1)} \mathcal{G}_{\text{RC-CLMS}}[\mathbf{w}(k+1)] \triangleq \sum_{l=0}^{L-1} \rho^l \|\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k-l)\|^2$$

$$\text{s.a.} \begin{cases} \mathbf{w}^H(k+1)\mathbf{x}(k) = (1 - \beta\|\mathbf{x}(k)\|^2_{\mathbf{P}})\overline{y}(k) \\ \mathbf{C}^H\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{f} \end{cases}, \tag{80}$$

onde

$$\overline{y}(k) \triangleq \xi \sum_{l=0}^{L-1} \rho^l \mathbf{w}^H(k-l)\mathbf{x}(k), \tag{81}$$

e

$$\xi \triangleq \begin{cases} \frac{1}{L}, & \text{se } \rho = 1 \\ \frac{1-\rho}{1-\rho^L}, & \text{se } \rho \neq 1 \end{cases}. \tag{82}$$

Usando uma abordagem semelhante à da prova do Teorema 1, pode-se demonstrar que a equação de atualização do algoritmo RC-CLMS é

$$\mathbf{w}(k+1) = \xi \sum_{l=0}^{L-1} \rho^l \mathbf{w}(k-l) - \frac{\overline{\lambda}_0^* \xi}{2}\mathbf{x}(k) - \frac{1}{2}\xi\mathbf{C}\overline{\boldsymbol{\lambda}}_1, \tag{83}$$

onde $\overline{\lambda}_0$ e $\overline{\boldsymbol{\lambda}}_1$ são os respectivos multiplicadores de Lagrange. A Equação (83) pode ser

empregada para estabelecer o seguinte:

$$\begin{aligned}\mathbf{w}(k+1) &= \xi\sum_{l=0}^{L-1}\rho^{l}\mathbf{w}(k-l)-\frac{\overline{\lambda}_0^{*}\xi}{2}\mathbf{x}(k)+\mathbf{C}(\mathbf{C}^{H}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{f}\\ &\quad -\xi\sum_{l=0}^{L-1}\rho^{l}\mathbf{C}\left(\mathbf{C}^{H}\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{C}^{H}\mathbf{w}(k-l)\\ &\quad +\frac{\overline{\lambda}_0^{*}\xi}{2}\mathbf{C}\left(\mathbf{C}^{H}\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{C}^{H}\mathbf{x}(k).\end{aligned} \tag{84}$$

A substituição da Equação (84) na primeira restrição da Equação (80) leva a

$$\frac{\overline{\lambda}_0}{2}=\beta\sum_{l=0}^{L-1}\rho^{l}\mathbf{w}^{H}(k-l)\mathbf{x}(k). \tag{85}$$

Ao aplicar-se a Equação (85) na Equação (84), tem-se que

$$\mathbf{w}(k+1)=\mathbf{P}\left[\xi\sum_{l=0}^{L-1}\rho^{l}\mathbf{w}(k-l)-\beta\overline{y}^{*}(k)\mathbf{x}(k)\right]+\mathbf{C}\left(\mathbf{C}^{H}\mathbf{C}\right)^{-1}\mathbf{f}, \tag{86}$$

que descreve a equação de atualização do algoritmo RC-CLMS proposto.

4.3.1 Interpretação Geométrica

Observa-se que o Teorema 1 esclarece o mecanismo de aprendizagem do algoritmo CLMS. O método RC penaliza soluções de $\mathcal{G}_{\text{CLMS}}[\mathbf{w}(k+1)]$ cuja *soma ponderada* das distâncias, com respeito a um conjunto de M vetores de peso anteriores, é grande. Nota-se que quanto maior $M\in\mathbb{N}$, melhor é o desempenho assintótico; enquanto uma redução na taxa de convergência é experimentada em geral (GONZAGA et al., 2021). A Figura 19 ilustra o mecanismo de atualização do CLMS, que busca um ponto no subespaço $\Pi(k)$ – especificado pela primeira restrição da Equação (68) – que satisfaça a restrição $\mathbf{C}^{H}\mathbf{w}=\mathbf{f}$ e cuja distância com respeito a $\mathbf{w}(k)$ é minimizada. O algoritmo RC-CLMS, por sua vez, pretende reduzir a soma ponderada das distâncias de $\mathbf{w}(k+1)$ com respeito a um conjunto de vários pesos adaptativos anteriores $\mathcal{S}\triangleq\{\mathbf{w}(k-l)\}_{l=0}^{L-1}$. Assim, tende a escolher soluções $\mathbf{w}(k+1)$ situadas mais próximas do centróide de tal aglomerado, o

que reduz a magnitude de oscilação dos coeficientes adaptativos. Essa interpretação ajuda a explicar por que algoritmos baseados em coeficientes de reutilização apresentam menor taxa de convergência e melhor desempenho assintótico, sendo também ilustrada na Figura 19, considerando $\rho = 1$ e $L = 3$.

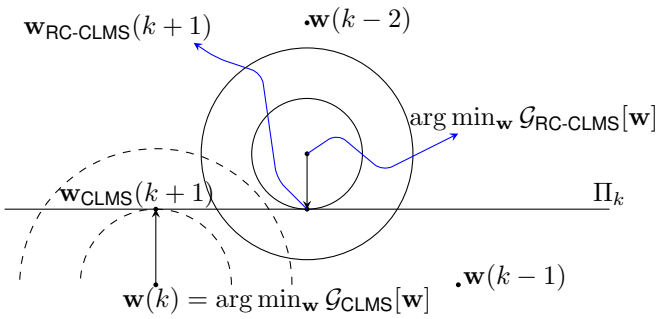


Figura 19 – Interpretação geométrica do procedimento de atualização dos algoritmos CLMS e RC-CLMS.

Na Figura 19, todos os vetores representados devem satisfazer a restrição $\mathbf{C}^H\mathbf{w} = \mathbf{f}$. Os semicírculos tracejados indicam as isolinhas de $\mathcal{G}_{\text{RC}}[\mathbf{w}(k+1)]$, enquanto os círculos sólidos são as isolinhas da função de custo $\mathcal{G}_{\text{RC-CLMS}}[\mathbf{w}(k+1)]$, assumindo-se $\rho = 1$ e $L = 3$. O subespaço Π_k é especificado pela primeira restrição das Equações (68) ou (80), conforme o caso.

4.3.2 Análise de Complexidade

A fim de reduzir o número necessário de operações por iteração, seja a seguinte grandeza

$$\boldsymbol{\phi}(k) \triangleq \sum_{l=0}^{L-1} \rho^l \boldsymbol{w}(k-l), \tag{87}$$

que pode ser atualizada usando a seguinte recursão

$$\boldsymbol{\phi}(k+1) = \boldsymbol{w}(k+1) + \rho\boldsymbol{\phi}(k) - \rho^{L-1}\boldsymbol{w}(k-L+1). \tag{88}$$

Usando a Equação (88), o algoritmo RC-CLMS avançado requer $M^2 + 4M - 1$ multiplicações complexas e $M^2 + 3M + 1$ adições complexas por iteração. Observa-se que o algoritmo CLMS padrão exige (por iteração) $M^2 + 2M - 1$ multiplicações complexas

e $M^2 + 2M + 1$ adições complexas.

4.3.3 Análise Estocástica

Na ausência de um sinal de treinamento, o filtro ótimo no sentido quadrático médio com restrições lineares é dado por (CAMPOS; WERNER; APOLINÁRIO, 2004)

$$\mathbf{w}^{\star} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}(\mathbf{C}^{H}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{f}, \tag{89}$$

onde $\mathbf{R} \triangleq \mathbb{E}\left[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^{H}(k)\right]$ é a matriz de autocorrelação de entrada, com $\mathbb{E}[\cdot]$ denotando o operador de valor esperado.

Definindo o vetor de desvio como

$$\tilde{\mathbf{w}}(k) \triangleq \mathbf{w}^{\star} - \mathbf{w}(k), \tag{90}$$

e empregando o fato de que $\mathbf{w} = \mathbf{P}\mathbf{w} + \mathbf{z}$ (ARABLOUEI; DOGANCAY; WERNER, 2015), obtém-se a seguinte recursão para o vetor de desvio

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{w}}(k+1) &= \mathbf{P}\xi\sum_{l=0}^{L-1}\left[\rho^{l}\tilde{\mathbf{w}}(k-l) - \beta\rho^{l}\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^{H}(k)\tilde{\mathbf{w}}(k-l)\right] \\ &\quad +\beta\xi\sum_{l=0}^{L-1}\rho^{l}\mathbf{P}\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^{H}(k)\mathbf{w}^{\star},\end{aligned} \tag{91}$$

que, combinada com a idempotência de $\mathbf{P}$ (isto é, $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$), pode ser empregada para mostrar que

$$\mathbf{P}\tilde{\mathbf{w}}(k) = \tilde{\mathbf{w}}(k). \tag{92}$$

Aplicando-se o operador de valor esperado na Equação (91) e assumindo-se a independência estatística entre os dados de entrada e os pesos adaptativos, isto é, que eles são descorrelacionados entre si, tem-se que

$$\mathbb{E}\left[\tilde{\mathbf{w}}(k+1)\right] = \mathbf{P}\xi\sum_{l=0}^{L-1}\rho^{l}\left[\mathbf{I} - \beta\mathbf{R}\right]\mathbb{E}\left[\tilde{\mathbf{w}}(k-l)\right] + \beta\mathbf{P}\mathbf{R}\mathbf{w}^{\star}, \tag{93}$$

Manipulando as Equações (92) e (93), e usando as Equações (65) e (89) para provar que

$\mathbf{PRw}^{\star} = \mathbf{0}$, chega-se a

$$\mathbb{E}\left[\tilde{\mathbf{w}}(k+1)\right] = \xi \sum_{l=0}^{L-1} \rho^{l} \left[\mathbf{I} - \beta \mathbf{PRP}\right] \mathbb{E}\left[\tilde{\mathbf{w}}(k-l)\right], \tag{94}$$

onde $\mathbf{PRP}$ tem p autovalores, que correspondem aos p vetores coluna da matriz de restrição $\mathbf{C}$ (FROST, 1972). Assumindo que o RC-CLMS converge, a Equação (94) mostra que em estado estacionário

$$\lim_{k \to \infty} \mathbf{PRP}\mathbb{E}\left[\tilde{\mathbf{w}}(k)\right] = \mathbf{0}, \tag{95}$$

que é a mesma condição do regime de estado estacionário CLMS, implicando que o RC-CLMS herda a ausência de viés assintótico do algoritmo CLMS.

4.4- Algoritmos RC-CNLMS e VRC-CNLMS

O Teorema 2 mostra-se bastante útil, por interpretar o CNLMS sob um arcabouço de mínima perturbação. Assim, seja a seguinte função de custo $\mathcal{G}_{\text{RC}}[\mathbf{w}(k+1)]$ baseada em RC:

$$\mathcal{G}_{\text{RC}}[\mathbf{w}(k+1)] \triangleq \sum_{l=0}^{L-1} \rho^{l} \|\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k)\|^{2}, \tag{96}$$

onde $\rho \in (0, 1]$ é um parâmetro definido pelo usuário e L é o número de vetores de coeficientes anteriores usados no procedimento de adaptação. Após substituir $\mathcal{G}[\mathbf{w}(k+1)]$ na Equação (75) por $\mathcal{G}_{\text{RC}}[\mathbf{w}(k+1)]$ da Equação (96), encontra-se um novo problema de otimização. Empregando etapas semelhantes às adotadas na demonstração do Teorema 2, é possível derivar o algoritmo proposto do CNLMS com reutilização de coeficientes – *Constrained Normalized Least Mean Squares Algorithm with Coefficient Reusing* (RC-CNLMS):

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{P}\left[\xi \sum_{l=0}^{L-1} \rho^{l} \mathbf{w}(k-l) - \beta \frac{\overline{y}^{*}(k)\mathbf{x}(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|_{\mathbf{P}}^{2}}\right] + \mathbf{z}, \tag{97}$$

onde

$$\overline{y}(k) \triangleq \xi \sum_{l=0}^{L-1} \rho^{l} \mathbf{w}^{H}(k-l)\mathbf{x}(k), \tag{98}$$

e ξ é uma constante de normalização calculada por

$$\xi \triangleq \begin{cases} \frac{1}{L}, & \text{se } \rho = 1 \\ \frac{1-\rho}{1-\rho^L}, & \text{se } \rho \neq 1 \end{cases} . \tag{99}$$

Embora a versão RC do CNLMS possa garantir um melhor desempenho em regime permanente, ela pode reduzir a taxa de convergência do processo adaptativo. Tal problema pode ser contornado pelo uso de um esquema de fator de reutilização variante no tempo, onde o parâmetro L assume valores pequenos na fase transitória (evitando a redução da capacidade de convergência do algoritmo) e valores maiores na região de regime permanente (a fim de garantir um melhor desempenho assintótico) (RESENDE; HADDAD; PETRAGLIA, 2018). Esta extensão do algoritmo RC-CNLMS, doravante denominada VRC-CNLMS, deve manter a simplicidade do algoritmo original. Tal objetivo pode ser alcançado comparando-se a magnitude da saída de corrente com um limiar definido pelo usuário (fixo ao longo de todo o aprendizado) $\gamma \in \mathbb{R}_+$. Vale ressaltar que saídas de grande magnitude estão estocasticamente associadas a melhores estimativas, o que indica que provavelmente o algoritmo já passou da fase transitória. O resultado da comparação com γ é então utilizado para atualizar dinamicamente o fator de reutilização de coeficiente L por meio de (RESENDE; HADDAD; PETRAGLIA, 2018):

$$L(k+1) = \begin{cases} \min\{L(k)+1, L_{\mathsf{max}}\}, & \text{se } |\overline{y}(k)| \leq \gamma \\ \max\{L(k)-1, 1\}, & \text{caso contrário.} \end{cases} , \tag{100}$$

onde L_{max} é um limite superior ajustável, que pode ser arbitrado por restrições relativas ao custo computacional ou a limitações de energia disponível.

5- Simulações e Resultados

5.1- Algoritmo RC-CLMS: Resultados

A seguir, um cenário de conformação adaptativa de feixe é assumido. Considere que N sinais de banda estreita de fontes situadas no campo distante do conjunto de antenas, incidem sobre ele de várias direções de chegada (DOA) θ_1, θ_2, ..., θ_N. Uma representação de envoltória complexa permite escrever o vetor dos sinais $\mathbf{x}(k)$ adquirido pelo conjunto na k-ésima iteração como

$$\mathbf{x}(k) = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{a}(\theta_n) s_n(k) + \boldsymbol{\eta}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \boldsymbol{\eta}(k), \tag{101}$$

onde $s_n(k) \in \mathbb{C}$ denota o sinal de média zero da n-ésima fonte incidente, $\mathbf{a}(\theta_n)$ é o vetor de direcionamento de recepção associado, $\mathbf{A} \triangleq \left[\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \ldots \quad \mathbf{a}(\theta_N)\right]$ é a matriz de direcionamento complexa e $\boldsymbol{\eta}(k) \in \mathbb{C}^N$ contém as amostras do ruído aditivo, cuja variância é σ_η^2 (GODARA, 2004). Para um conjunto linear uniforme, do inglês *uniform linear array*, (ULA) de M elementos idênticos, a n-ésima coluna da matriz de direcionamento é dada por

$$\mathbf{a}(\theta_n) = \left[1, e^{-j\kappa d \cos\theta_n}, e^{-j2\kappa d \cos\theta_n}, \ldots, e^{-j(M-1)\kappa d \cos\theta_n}\right]^T \tag{102}$$

onde d é o espaçamento entre elementos consecutivos pertencentes ao conjunto, $\kappa = 2\pi/\lambda$ é a constante de fase, λ é o comprimento de onda dos sinais incidentes e o primeiro elemento é assumido estar na origem do sistema de coordenadas de referência. Na Equação (102), é assumido que o padrão de radiação de todos os elementos é o mesmo e, portanto, pode ser desconsiderado para fins de cálculo do padrão de radiação total do conjunto (padrão de feixe). O padrão de feixe de estado estacionário é calculado a partir de

$$G(\theta) = \lim_{k\to\infty} \mathbb{E}\left[\mathbf{w}^H(k)\mathbf{a}(\theta)\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{w}(k)\right], \tag{103}$$

onde $\theta \in [0^0, 180^0]$. A SINR média obtida na k-ésima iteração pode ser escrita como

$$\text{SINR}(k) = \mathbb{E}\left[\frac{\sigma_1^2 \mathbf{w}^H(k)\mathbf{a}(\theta_1)\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{w}(k)}{\sum_{n=2}^{N} \sigma_n^2 \mathbf{w}^H(k)\mathbf{a}(\theta_n)\mathbf{a}^H(\theta_n)\mathbf{w}(k) + \sigma_\eta^2 \|\mathbf{w}(k)\|^2}\right], \tag{104}$$

onde θ_1 se refere ao emissor principal/ângulo de chegada (DOA) do sinal de interesse, σ_n^2 denota a variância da n-ésima fonte e σ_η^2 é a variância do ruído aditivo.

Para analisar o desempenho do RC-CLMS, um ULA composto por oito antenas dipolo (ou seja, $M = 8$) é empregado, com espaçamento de meio comprimento de onda ($d = 0.5\lambda$), conforme ilustrado na Figura 20. O cenário de referência também considera o sinal de um emissor principal incidindo sobre o ULA em $\theta_1 = 80^o$ juntamente com dois sinais interferentes chegando em $\theta_2 = 40^o$ e $\theta_3 = 140^o$. Todos os sinais estão no plano xz, perpendicular aos dipolos ($\phi = 0$).

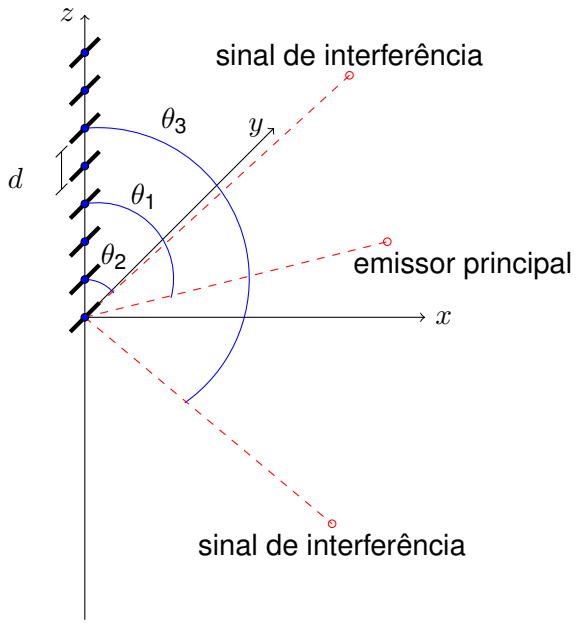


Figura 20 – Cenário de referência - ULA de 8 dipolos, paralelo ao eixo *y*, emissor principal e interferentes.

Nas simulações a seguir, as variâncias das interferências são unitárias, a energia da fonte desejada está 40 dB abaixo da energia de interferência e a variância do ruído aditivo é $\sigma_\eta^2 = 10^{-6}$. Todos os sinais envolvidos, isto é, as fontes $s(k)$ e ruído aditivo $\eta(k)$, são processos aleatórios gaussianos e estacionários de sentido amplo – *Wide-Sense Stationary* (WSS) – de média zero. A restrição imposta é $\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{w}(k) = \mathbf{f} = 1$ (ou seja, a matriz $\mathbf{C}$ tem uma coluna, uma vez que as direções de interferência são supostamente

desconhecidas).

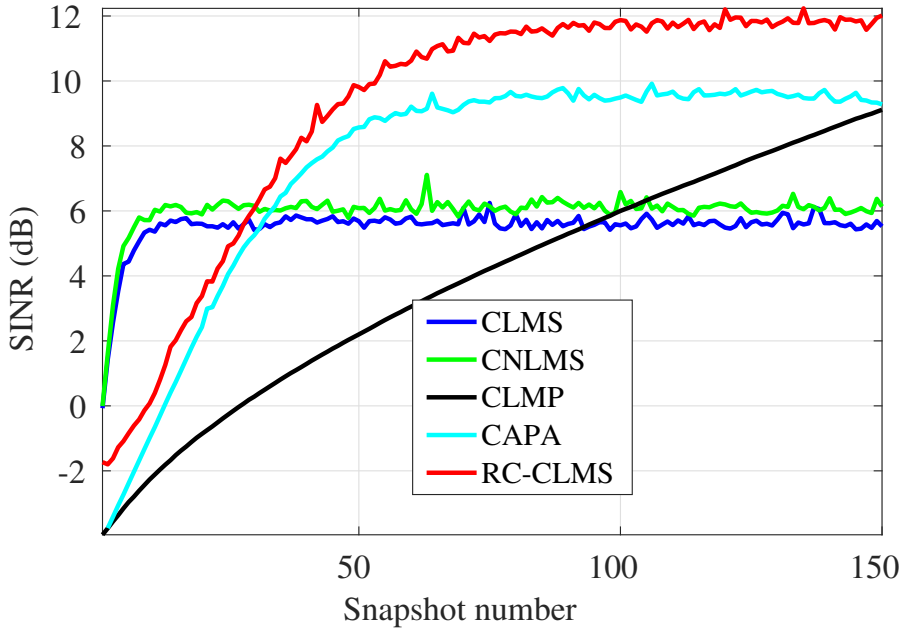


Figura 21 – Evolução da SINR, em dB, ao longo das iterações, para os algoritmos CLMS, CNLMS, CLMP, CAPA e RC-RCLMS. As curvas foram geradas usando 5×10^3 ensaios independentes de Monte Carlo.

No primeiro cenário, $\beta = 0,04$ para ambos os algoritmos (ou seja, CLMS e RC-CLMS). Os parâmetros adicionais exigidos pelo algoritmo RC-CLMS são $\rho = 0,99$ e $L = 15$. A Figura 21 representa a evolução da SINR (em dB) para o CLMS; CNLMS, com $\beta = 0,5$ (CAMPOS; WERNER; APOLINÁRIO, 2004); o algoritmo *Constrained Least Mean p-Power error* (CLMP), com $\beta = 0,01$ e $p = 4$ (PENG; WU; CHEN, 2016); o *Constrained Affine Projection Algorithm* (CAPA) é indicado para melhorar a convergência de algoritmos adaptativos em situações onde o sinal de entrada é altamente correlacionado. O algoritmo reutiliza dados antigos, aplica restrições lineares no processo de ajuste e se mostra adequado para cenários com forte correlação entre amostras do sinal. O algoritmo CAPA, com $\beta = 0,04$ e fator de reutilização de dados $\overline{P} = 2$) (WERNER; APOLINARIO; DE CAMPOS, 2001); e o algoritmo RC-CLMS proposto. Os parâmetros dos distintos algoritmos foram escolhidos de forma a obter desempenho semelhante e/ou taxas de convergência. O limite superior do tamanho do passo que evita divergência não depende das estatísticas de entrada quando o algoritmo CNLMS é adotado. O algoritmo CLMP tende a apresentar robustez contra ruídos impulsivos, e o CAPA tipicamente apresenta pior desempenho assintótico. Como esperado, a taxa de convergência do RC-CLMS é menor

do que a dos algoritmos CLMS e CNLMS padrões. Por outro lado, a SINR assintótica dos primeiros supera a dos demais, superando a obtida pelo CLMS em aproximadamente 6 dB. O desempenho assintótico do CAPA é aproximadamente 2 dB abaixo do obtido pelo RC-CLMS. O algoritmo CLMP não apresenta um desempenho competitivo, devido ao fato de não existirem interferências impulsivas. A Figura 22 indica que o modelo estocástico da Equação (94) é preciso com relação às curvas de aprendizado simuladas, que também são coerentes com a condição assintótica da Equação 95, confirmando a esperada ausência de viés do algoritmo desenvolvido.

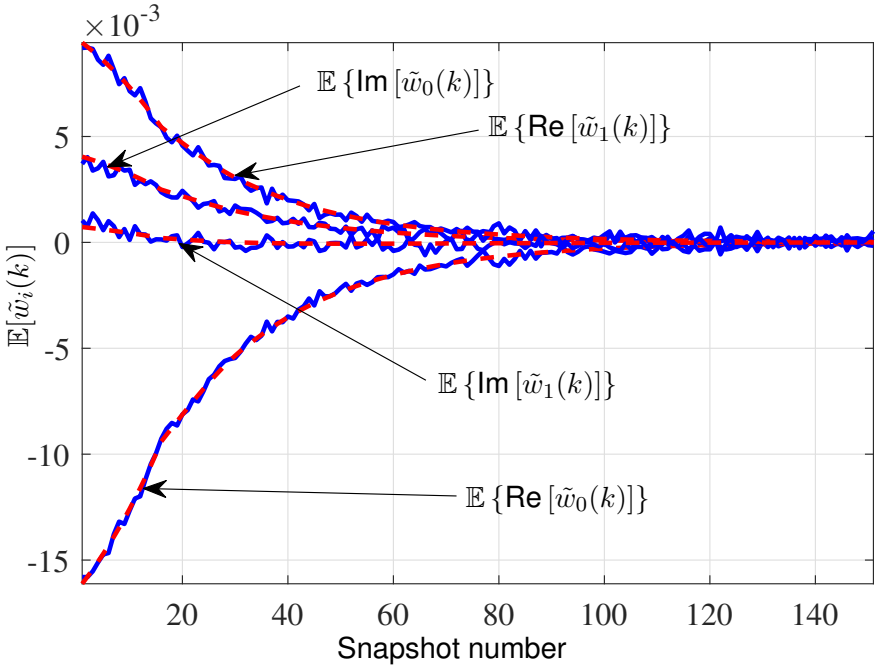


Figura 22 – Evolução média dos dois primeiros desvios adaptativos, calculados com 500 tentativas de Monte Carlo independentes. O modelo teórico da Equação (94) é representado por linhas tracejadas em vermelho e os resultados simulados são indicados em azul.

Como um segundo experimento, a Figura 23 representa a energia de saída média assintótica $\mathbb{E}\left[y^2(k)\right]$, usando $\beta \in [0,01, 0,065]$, $L \in \{2, 5, 10, 15\}$ e 5×10^4 ensaios independentes de Monte Carlo, com os restantes parâmetros iguais aos da primeira experiência. A Figura 23 mostra que o algoritmo desenvolvido pode melhorar significativamente a energia média de saída de estado estacionário *Mean Output Energy* (MOE), especialmente quando tamanhos de passo grandes são adotados.

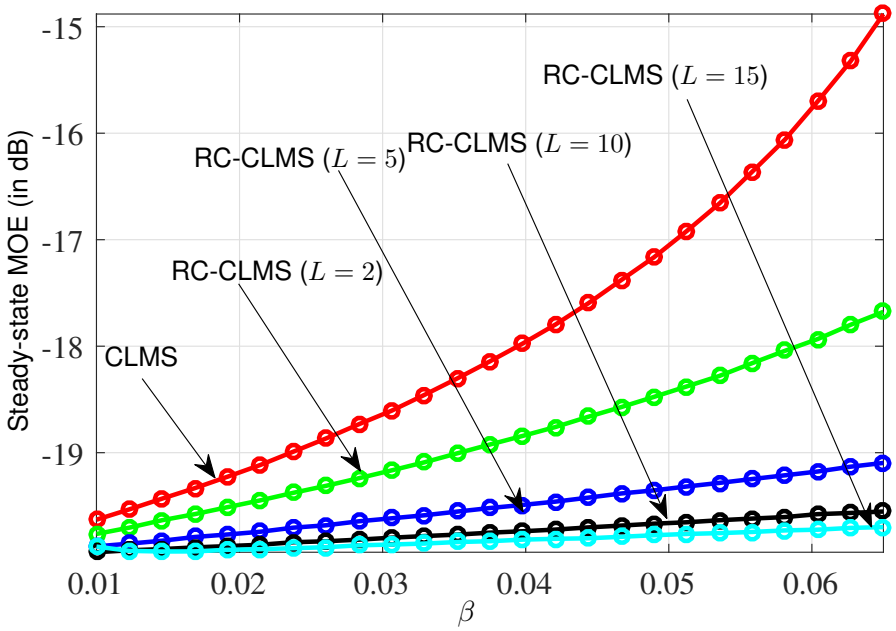


Figura 23 – MOE de estado estacionário com respeito a β para algoritmos CLMS e RC-CLMS.

A fim de avaliar a qualidade da solução encontrada pelo algoritmo RC-CLMS, seus pesos adaptativos médios assintóticos foram usados para modificar a alimentação da corrente de entrada dos elementos do ULA no *software 4NEC2* (VOORS, A., 2009), sendo um programa computacional que permite a simulação do comportamento de conjuntos de antenas. Tal simulação é importante, uma vez que as técnicas de processamento de sinais são na maioria das vezes agnósticas em relação aos efeitos de acoplamento reais que surgem entre os elementos do conjunto, cujo impacto não é necessariamente desprezível. A ferramenta de análise de antenas adotada é baseada no MoM (BALANIS, 2016) aplicado a fios, sendo, portanto, uma escolha adequada para simular o conjunto de referência.

Dois conjuntos de dados foram derivados: no primeiro, dipolos curtos foram empregados, com comprimento $l = 0,05\lambda$, enquanto no outro, foram considerados dipolos de meio comprimento de onda. Em ambos, os fios eram finos (raio de $10^{-3}\lambda$) e os parâmetros restantes são os mesmos do primeiro experimento. Os padrões de ganho total foram então calculados, a fim de obter os respectivos padrões verticais normalizados (plano xz), necessários para verificar as eficácias dos algoritmos.

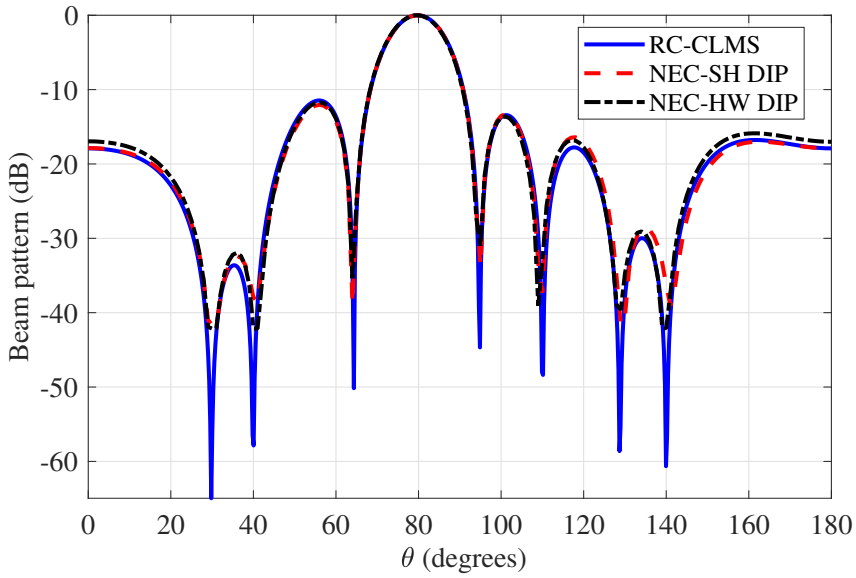


Figura 24 – Padrões de feixe para o cenário de referência obtidos usando o código eletromagnético numérico (NEC) para ambas as configurações dipolo curto (SH DIP) e meia onda (HW DIP).

A Figura 24 compara os padrões de feixe calculados para o cenário de referência. Claramente, ambos os padrões de ganho quase correspondem ao padrão de feixe do RC-CLMS, especialmente nos lóbulos mais fortes. Desvios menores são esperados devido ao acoplamento mútuo (MC) nos demais ângulos. De maneira geral, mesmo considerando o acoplamento entre os sensores que ocorre na prática, o algoritmo continua funcionando bem, enfatizando a direção de interesse e atenuando os sinais de interferência.

5.2- Algoritmos RC-CNLMS e VRC-CNLMS: Resultados

Mais uma vez um cenário de conformação adaptativa de feixe é assumido, onde o vetor de direção é dado pela Equação (102). Para a análise do desempenho do VRC-CNLMS, é empregado um ULA com $M = 8$ antenas e $d = 0,5\lambda$. O sinal de interesse incide sobre com o ULA em $\theta_1 = 80^o$ juntamente com dois sinais interferentes chegando a $\theta_2 = 40^o$ e $\theta_3 = 140^o$. Todos os sinais estão no plano xz, perpendicular aos dipolos. As variâncias das interferências são unitárias e a variância do ruído aditivo é $\sigma_\eta^2 = 10^{-6}$. A restrição imposta é $\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{w}(k) = \mathbf{f} = 1$.

Nas simulações realizadas nesta tese, foram utilizados os algoritmos CLMS, CNLMS, RC-CLMS, VRC-CNLMS e CAPA. Os parâmetros de configuração foram definidos de modo que todos os algoritmos convergissem a um mesmo patamar de SINR de 6 dB em regime permanente. São eles: $\beta = 0.0346$ para o CLMS; $\beta = 0,4421$ para o CNLMS; $\beta = 0,7480$, $\rho = 0,99$ e $L = 5$ para o RC-CLMS; $\beta = 0,6124$, $\rho = 0,99$, $L_{\text{max}} = 5$ para o VRC-CNLMS; e $\beta = 0,0944$ e fator de reutilização de dados $\overline{P} = 2$ para o CAPA (WERNER; APOLINARIO; DE CAMPOS, 2001). A Figura 25 mostra a evolução dos algoritmos com os parâmetros mencionados acima.

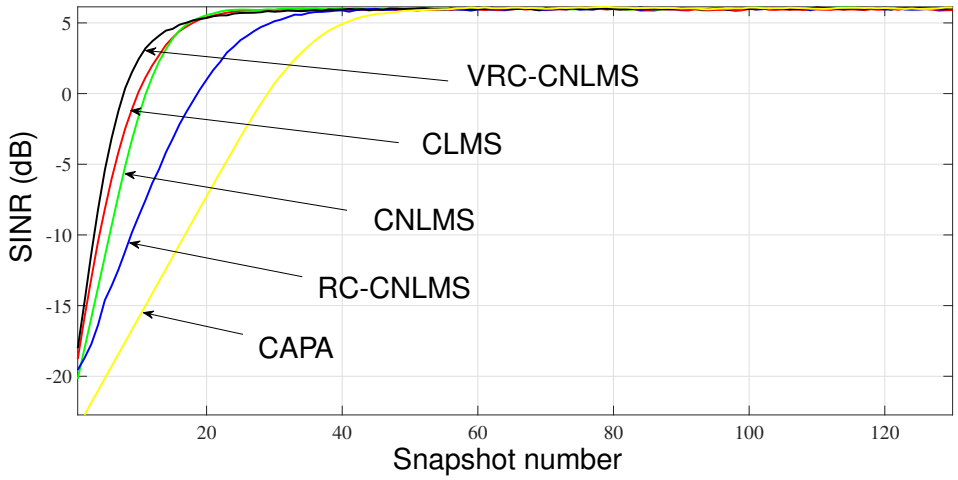


Figura 25 – Evolução do sinal-interferência-mais-ruído (SINR, em dB), para os algoritmos CLMS, CNLMS, RC-CNLMS, VRC-CNLMS e CAPA. As curvas foram geradas usando 5×10^3 ensaios independentes de Monte Carlo.

É possível observar que o algoritmo VRC-CNLMS apresenta a melhor taxa de convergência dentre todos os algoritmos, conseguindo atingir seu estado estacionário com o menor número de iterações.

Como feito anteriormente, com o objetivo de avaliar a qualidade da solução encontrada pelo algoritmo VRC-CNLMS, seus pesos adaptativos assintóticos médios foram usados para modificar a alimentação da corrente de entrada dos elementos do conjunto no *software 4NEC2* (VOORS, A., 2009). O ULA contém dipolos de meio comprimento de onda, com fios finos (raio de $10^{-3}\lambda$), e os parâmetros restantes são os mesmos do primeiro experimento. Os padrões de ganho total foram então calculados, a fim de obter os respectivos padrões verticais normalizados (plano xz), necessários para verificar a eficácia dos algoritmos.

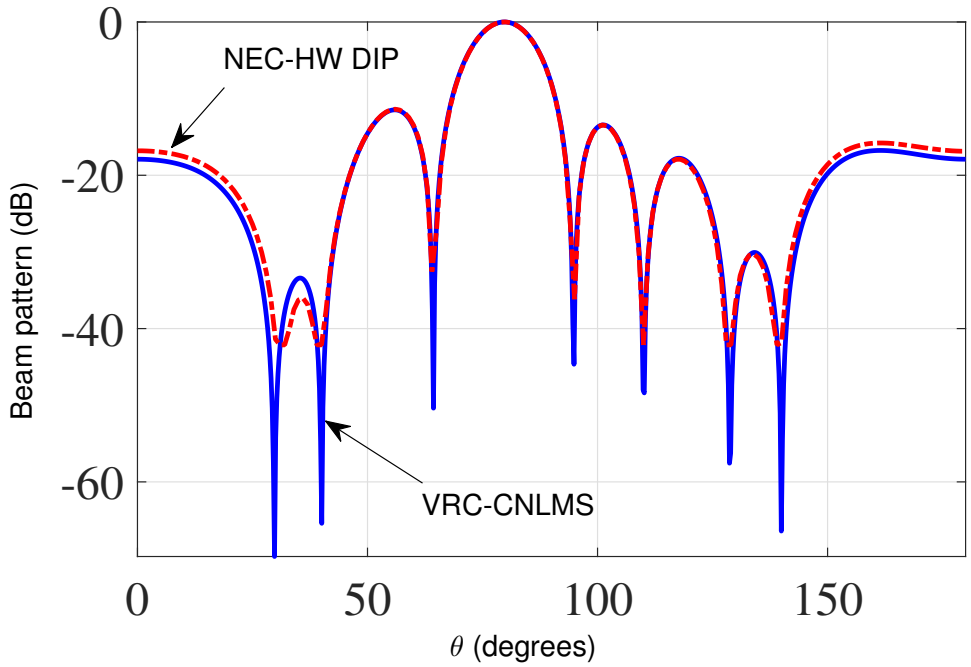


Figura 26 – Padrões de feixe para o cenário de referência utilizando o algoritmo VRC-CNLMS e o código eletromagnético numérico (NEC) para configuração de meia onda (HW).

A Figura 26 compara os padrões de feixe do NEC-HW DIP e do algoritmo VRC-CNLMS. É possível observar uma correspondência clara entre eles, principalmente nos lobos mais fortes. A existência de acoplamento mútuo (MC) causa pequenos desvios. Apesar desse fenômeno, o algoritmo continua funcionando bem, enfatizando a direção de interesse e atenuando os sinais de interferência.

5.3- Matriz de Acoplamento Mútuo

Nesta seção, descrevem-se os parâmetros necessários para determinar as incógnitas associadas ao cálculo da MCM, representada por $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta, \phi)$, conforme definido na Equação (60). Esses parâmetros incluem: a matriz $\mathbf{Z}_{\text{L}}$, que representa as impedâncias de carga de cada antena; a matriz $\mathbf{Z}$, que corresponde às impedâncias mútuas entre as antenas do conjunto; e a matriz $\mathbf{G}(\theta, \phi)$, uma matriz diagonal cujos elementos indicam as razões entre $g_{\text{emb}}(\theta, \phi)$, o padrão de radiação incorporado à m-ésima antena com as demais antenas do conjunto presentes (e seus terminais abertos), e $g_{\text{iso}}(\theta, \phi)$, o padrão

de radiação isolado da antena.

Neste estudo, analisam-se dois tipos de ULA, ambos compostos por oito antenas dipolo elementares com comprimento igual a meio comprimento de onda ($L = 0,5\lambda$) e construídas com fios finos (raio de $10^{-3}\lambda$). Os espaçamentos entre elementos adjacentes são definidos como $d = 0,5\lambda$ e $d = 0,3\lambda$, respectivamente. Todos os sinais estão no plano $x - z$, perpendicular aos dipolos ($\phi = 0$). Em função disso, por simplicidade de notação, a dependência das matrizes com o ângulo ϕ é suprimida deste ponto em diante.

5.3.1 ULA $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$

Para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, a Tabela 1[1] apresenta os principais parâmetros configurados no *software 4NEC2*, utilizados no cálculo da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\mathsf{mc}}}(\theta)$.

Tabela 1 – Parâmetros básicos da configuração de antenas com meio comprimento de onda.

Símbolos e Equações	Comentários
$f = 300$	Frequência (MHz)
$\lambda = 300/f = 1 \times 10^{-6}$	Comprimento de onda (m)
$d = 0,5 \times \lambda = 5 \times 10^{-7}$	Afastamento uniforme entre dois dipolos (m)
$n = 21$	Número de segmentos
$RA = \lambda \times 0,001 = 1 \times 10^{-9}$	Raio da antena (m)
$l = \lambda/4 = 2,5 \times 10^{-7}$	Comprimento da metade do dipolo (m)
$V = 1$	tensão de referência (v)
$Z_0 = 50$	Impedância de Referência (Ω)
$Fator = 10000$	Fator de redução para tornar a corrente muito pequena
$I = V/(Z_0 \times Fator)$	Corrente de referência (Circuito aberto) (A)

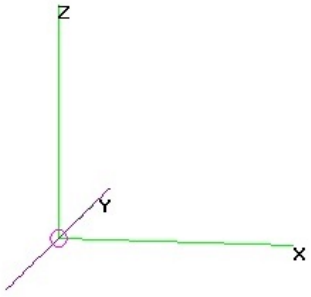
Inicialmente, calculam-se o padrão de radiação no campo distante e as impedâncias da antena dipolo isolada com comprimento de meio comprimento de onda. A Tabela 2 apresenta as características geométricas da antena dipolo isolada. Na Figura 27, são

[1] O *4NEC2* não trabalha com fontes com corrente nula. A estratégia adotada para se contrapor a essa limitação foi inserir correntes muito pequenas em comparação com a corrente na antena alimentada, de modo a simular de forma aproximada a condição de porta em circuito aberto.

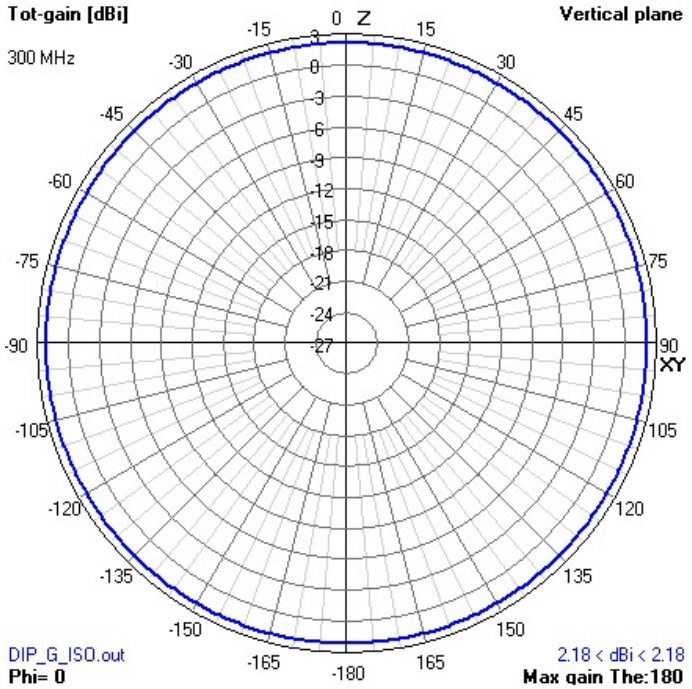
exibidas representações gráficas da geometria da estrutura da antena dipolo, incluindo seu padrão de radiação de ganho no campo distante e uma visualização tridimensional do sistema completo.

Tabela 2 – Geometria da antena dipolo.

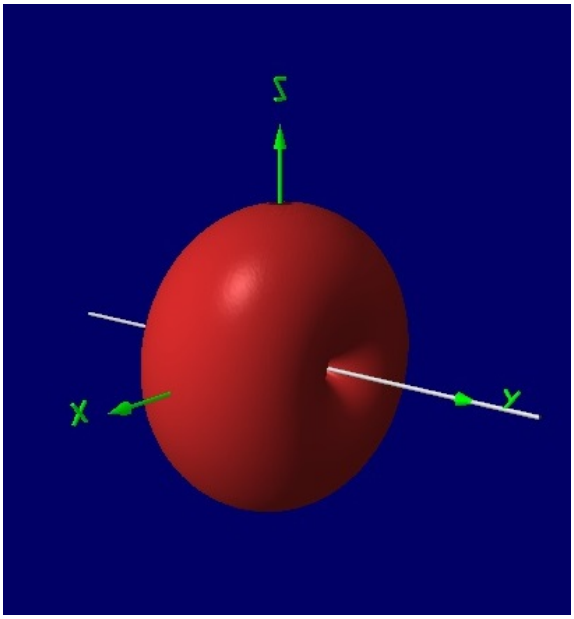
Tipo	Tag	Segmentos	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	Raio
Fio	1	n	0	$-l$	0	0	l	0	RA



(a) Geometria da antena dipolo isolada.



(b) Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ da antena dipolo isolada.



(c) Visão em 3D do sistema.

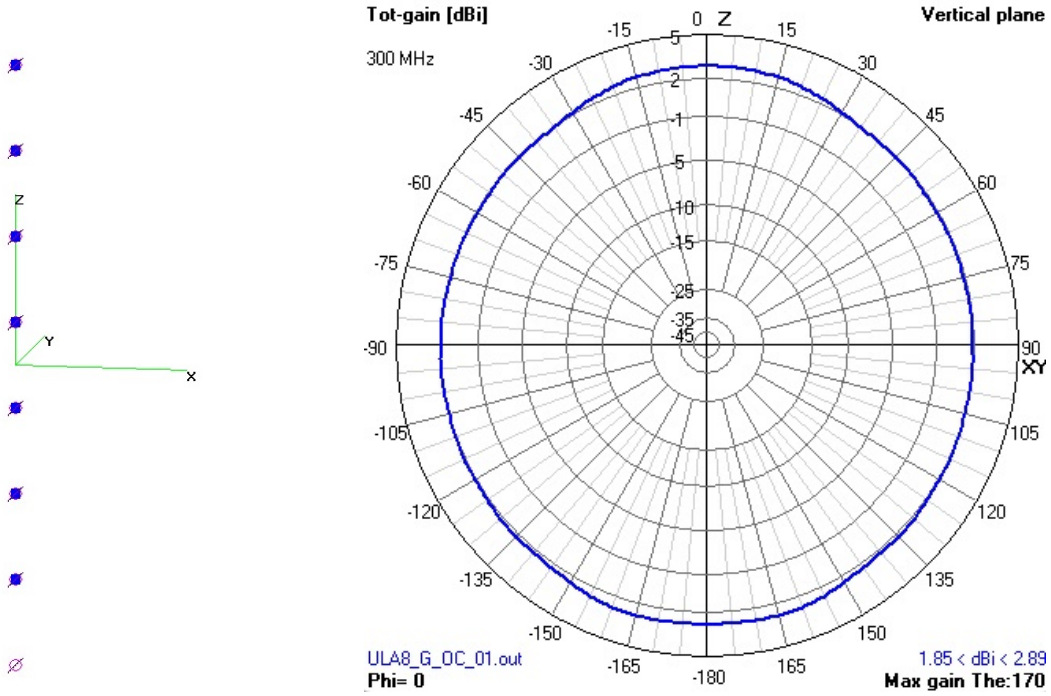
Figura 27 – Dipolo isolado posicionado no eixo y.

Adicionalmente, a configuração geométrica do ULA, composta por oito antenas dipolo de meio comprimento de onda ($M = 8$) e espaçadas por $d = 0,5\lambda$, é detalhada na Tabela 3.

Tabela 3 – Geometria do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

Tipo	Tag	Segmentos	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	Raio
Fio	1	n	0	$-l$	$-3,5 \times d$	0	l	$-3,5 \times d$	RA
Fio	2	n	0	$-l$	$-2,5 \times d$	0	l	$-2,5 \times d$	RA
Fio	3	n	0	$-l$	$-1,5 \times d$	0	l	$-1,5 \times d$	RA
Fio	4	n	0	$-l$	$-0,5 \times d$	0	l	$-0,5 \times d$	RA
Fio	5	n	0	$-l$	$0,5 \times d$	0	l	$0,5 \times d$	RA
Fio	6	n	0	$-l$	$1,5 \times d$	0	l	$1,5 \times d$	RA
Fio	7	n	0	$-l$	$2,5 \times d$	0	l	$2,5 \times d$	RA
Fio	8	n	0	$-l$	$3,5 \times d$	0	l	$3,5 \times d$	RA

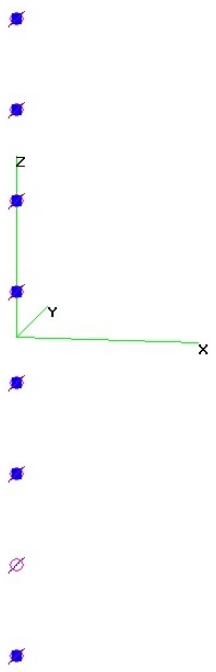
As Figuras 28 a 35 apresentam as configurações geométricas e os respectivos padrões de radiação de ganho no plano vertical ($x - z$) para cada caso em que o m-ésimo elemento do ULA é alimentado, enquanto os demais permanecem em circuito aberto.



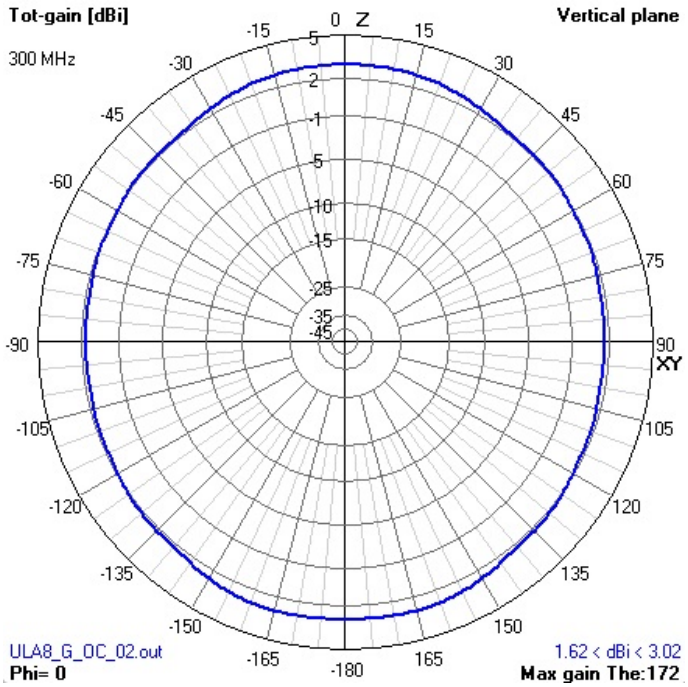
(a) Geometria do ULA.

(b) Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ do ULA.

Figura 28 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o primeiro alimentado e os outros em aberto.

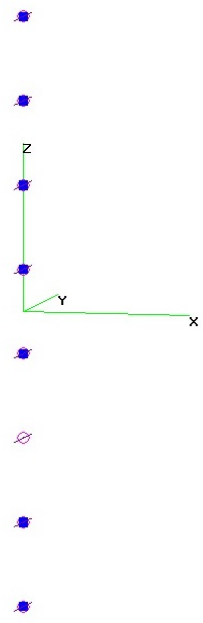


(a) Geometria do ULA.

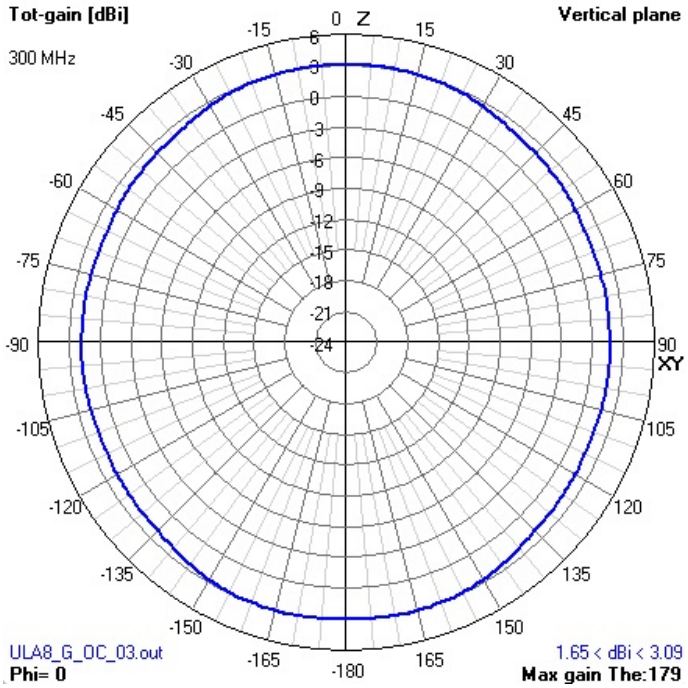


(b) Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ do ULA.

Figura 29 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o segundo alimentado e os outros em aberto.

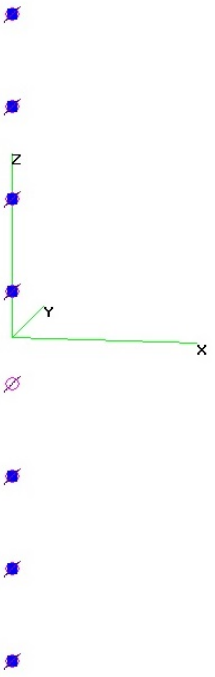


(a) Geometria do ULA.

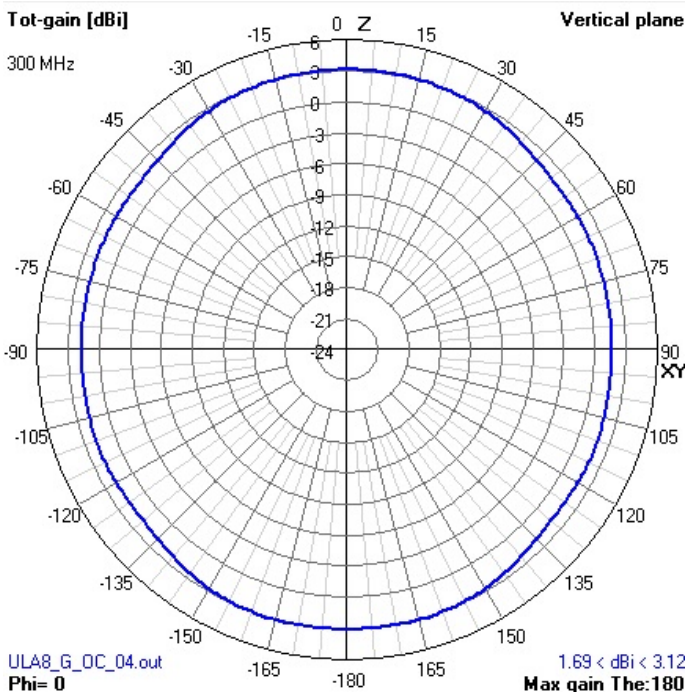


(b) Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ do ULA.

Figura 30 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o terceiro alimentado e os outros em aberto.

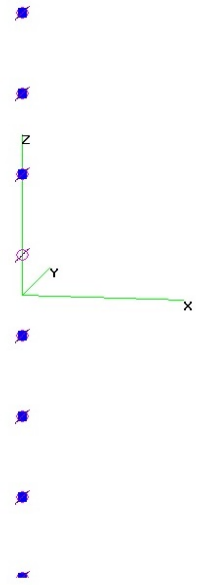


(a) Geometria do ULA.

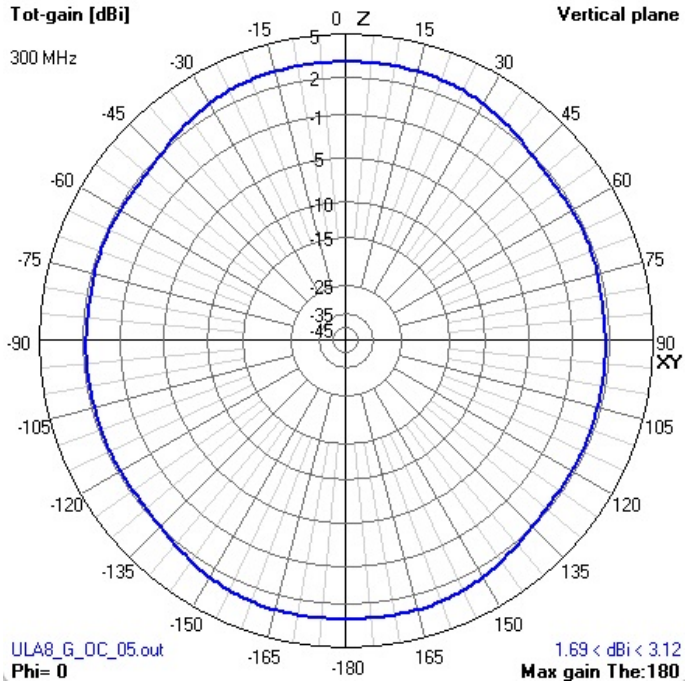


(b) Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ do ULA.

Figura 31 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o quarto alimentado e os outros em aberto.

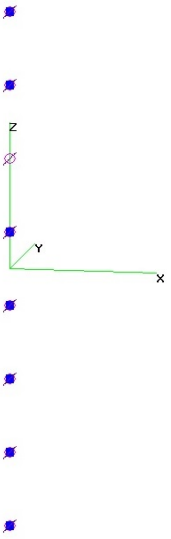


(a) Geometria do ULA.

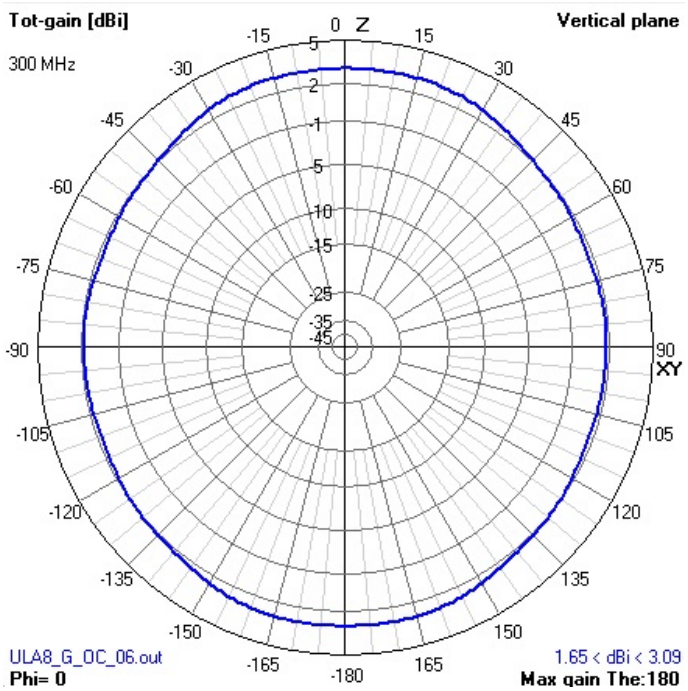


(b) Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ do ULA.

Figura 32 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o quinto alimentado e os outros em aberto.

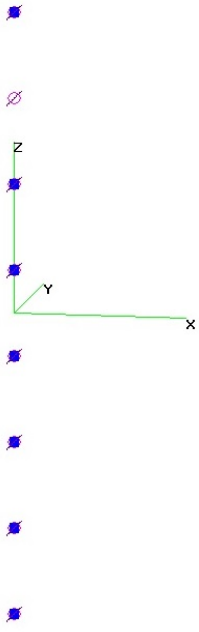


(a) Geometria do ULA.

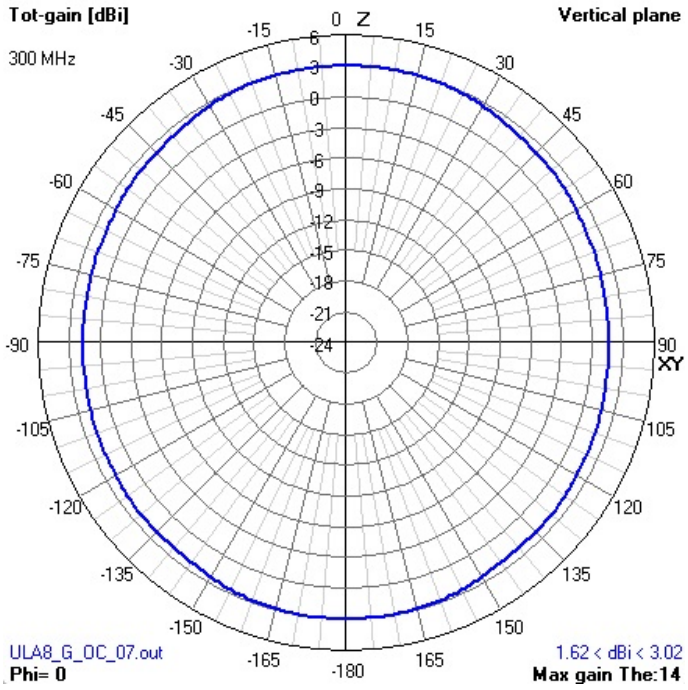


(b) Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ do ULA.

Figura 33 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o sexto alimentado e os outros em aberto.

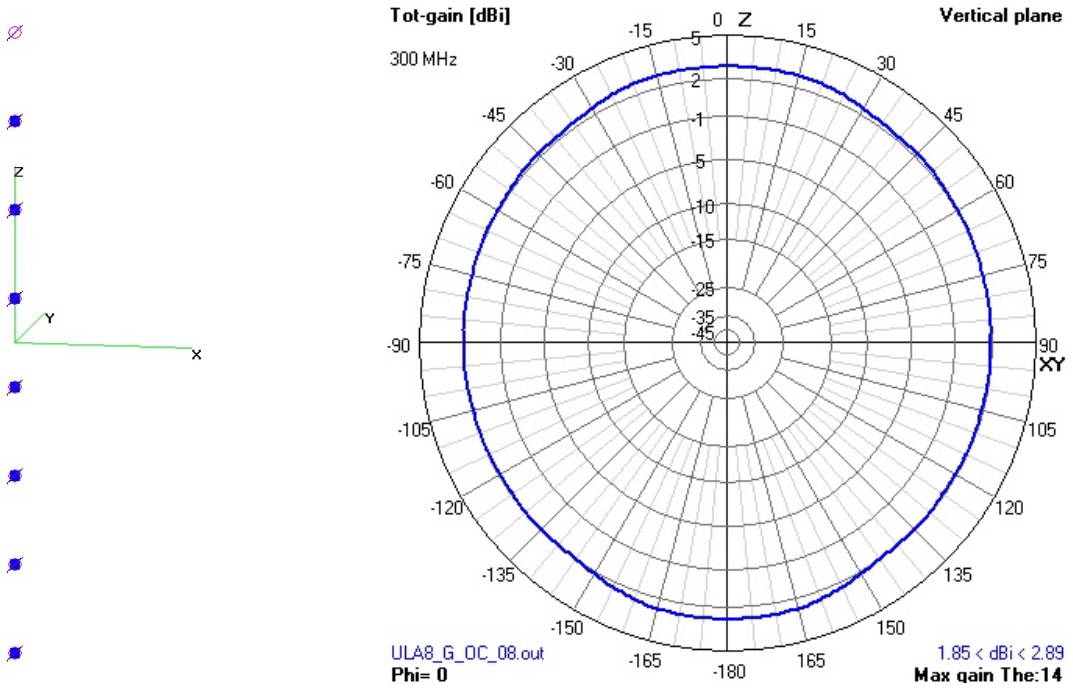


(a) Geometria do ULA.



(b) Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ do ULA.

Figura 34 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o sétimo alimentado e os outros em aberto.

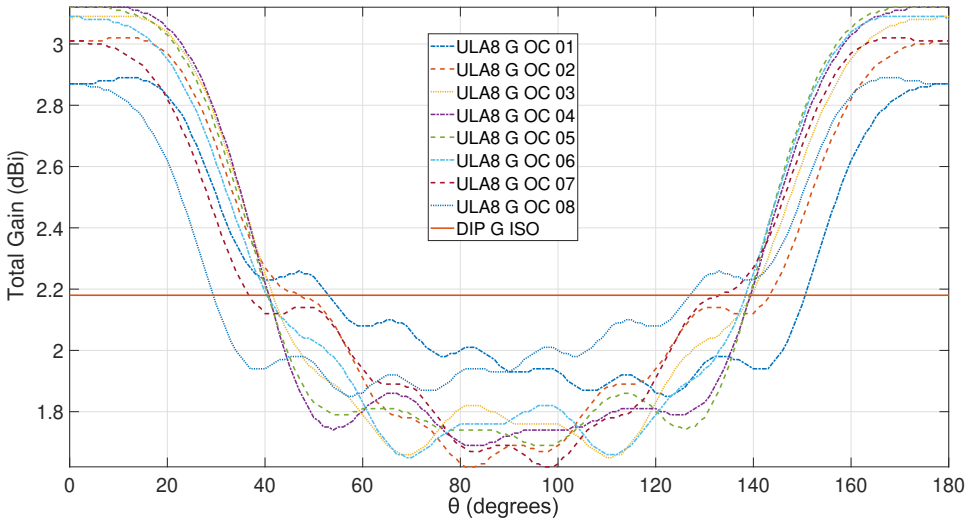


(a) Geometria do ULA.

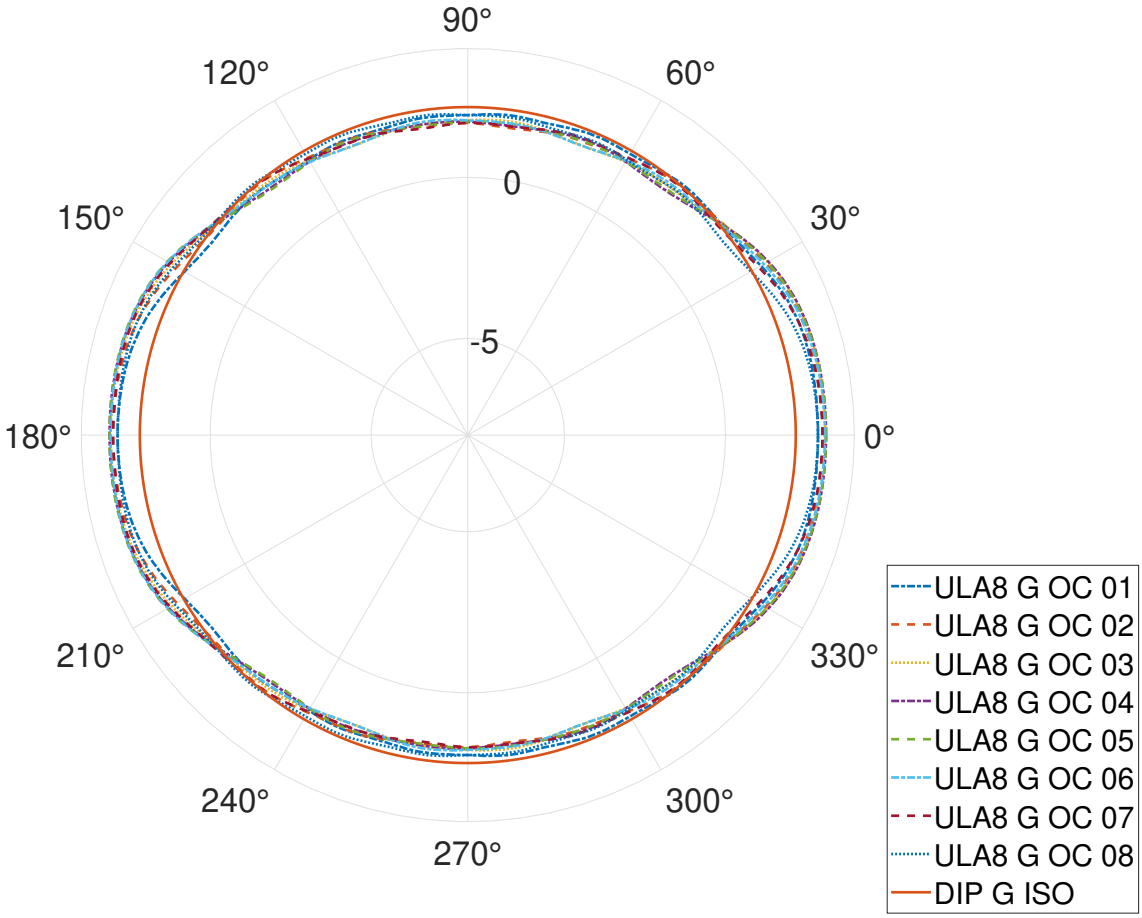
(b) Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ do ULA.

Figura 35 – ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com o oitavo alimentado e os outros em aberto.

Para facilitar a visualização do efeito do MC nos padrões de radiação, a Figura 36 apresenta os padrões de radiação de ganho no plano $x - z$, em coordenadas retangulares e polares, tanto para a antena dipolo isolada quanto para os casos em que apenas o m-ésimo elemento do ULA é alimentado, enquanto os demais permanecem em circuito aberto. Os elementos adjacentes estão espaçados por meio comprimento de onda.



(a) Superposição dos padrões de radiação em coordenadas retangulares.



(b) Superposição dos padrões de radiação em coordenadas polares.

Figura 36 – Superposição dos padrões de radiação de ganho no plano $x - z$ da antena dipolo isolada e do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

A Figura 36 apresenta o padrão de radiação de uma antena dipolo isolada e os

padrões de radiação de cada elemento do conjunto em que apenas o m-ésimo elemento do ULA é alimentado, enquanto os demais permanecem em circuito aberto. Observa-se uma influência significativa do MC. Essa interação modifica o padrão de radiação de cada m-ésimo elemento do conjunto, afetando tanto a relação com os demais elementos, quanto o padrão de radiação esperado para a antena isolada.

A Tabela 4 apresenta a matriz de impedância de carga $(\mathbf{Z}_{\mathrm{L}})$, enquanto a Tabela 5 exibe a matriz de impedância mútua $(\mathbf{Z})$. Ambas foram obtidas utilizando os *softwares 4NEC2* e *Matlab*.

Tabela 4 – Matriz $(\mathbf{Z}_{\mathrm{L}})$ de impedância de carga das antenas.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	50	0	0	0	0	0	0	0
2	0	50	0	0	0	0	0	0
3	0	0	50	0	0	0	0	0
4	0	0	0	50	0	0	0	0
5	0	0	0	0	50	0	0	0
6	0	0	0	0	0	50	0	0
7	0	0	0	0	0	0	50	0
8	0	0	0	0	0	0	0	50

Tabela 5 – Matriz $(\mathbf{Z})$ de impedância mútua do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

	1	2	3	4
1	86,5642 + 49,9038i	1,1276E+6 - 6,1387E+5i	-1,7533E+6 + 1,2720E+6i	2,3752E+6 - 1,9118E+6i
2	1.1408E+6 - 6.2160E+5i	87.6064 + 50.4539i	1.1268E+6 - 6.0391E+5i	-1.7545E+6 + 1.2487E+6i
3	-1.7806E+6 + 1.2909E+6i	1.1313E+6 - 6.0525E+5i	87.8896 + 50.7113i0	1.1256E+6 - 6.0004E+5i
4	2.4174E+6 - 1.9425E+6i	-1.7649E+6 + 1.2529E+6i	1.1273E+6 - 6.0038E+5i	87.9827 + 50.8086i
5	-3.0423E+6 + 2.5725E+6i	2.3944E+6 - 1.8843E+6i	-1.7567E+6 + 1.2412E+6i	1.1256E+6 - 5.9909E+5i
6	3.6757E+6 - 3.2227E+6i	-3.0181E+6 + 2.5022E+6i	2.3843E+6 - 1.8698E+6i	-1.7541E+6 + 1.2403E+6i
7	-4.2965E+6 + 3.8699E+6i	3.6431E+6 - 3.1489E+6i	-3.0041E+6 + 2.4951E+6i	2.3806E+6 - 1.8778E+6i
8	4.9191E+6 - 4.6135E+6i	-4.2518E+6 + 3.8250E+6i	3.6169E+6 - 3.1737E+6i	-2.9914E+6 + 2.5328E+6i

	5	6	7	8
1	-2,9914E+6 + 2,5329E+6i	3,6170E+6 - 3,1734E+6i	-4,2518E+6 3,8251E+6i	4,9192E+6 - 4,6135E+6i
2	2.3806E+6 - 1.8778E+6i	-3.0041E+6 + 2.4951E+6i	3.6431E+6 - 3.1489E+6i	-4.2965E+6 + 3.8699E+6i
3	-1.7541E+6 + 1.2403E+6i	2.3843E+6 - 1.8698E+6i	-3.0181E+6 + 2.5022E+6i	3.6757E+6 - 3.2227E+6i
4	1.1256E+6 - 5.9909E+5i	-1.7567E+6 + 1.2412E+6i	2.3944E+6 - 1.8843E+6i	-3.0423E+6 + 2.5725E+6i
5	87.9827 + 50.8086i	1.1273E+6 - 6.0038E+5i	-1.7649E+6 + 1.2529E+6i	2.4174E+6 - 1.9425E+6i
6	1.1256E+6 - 6.0004E+5i	87.8896 + 50.7113i	1.1313E+6 - 6.0525E+5i	-1.7806E+6 + 1.2909E+6i
7	-1.7545E+6 + 1.2487E+6i	1.1268E+6 - 6.03910E+5i	87.6064 + 50.4539i	1.1408E+6 - 6.2160E+5i
8	2.3752E+6 - 1.9117E+6i	-1.7532E+6 + 1.2719E+6i	1.1276E+6 - 6.1386E+5i	86.5642 + 49.9037i

Conforme esperado, a matriz $(\mathbf{Z}_L)$ é diagonal, apresentando todos os elementos iguais a 50Ω. Por outro lado, os elementos da diagonal principal da matriz $(\mathbf{Z})$ exibem os menores valores, sendo aproximadamente uniformes. Adicionalmente, observa-se um aumento significativo nos valores de impedância fora da diagonal principal, com esses valores crescendo gradualmente à medida que os elementos se distanciam da diagonal principal.

A Figura 37 apresenta uma visualização em cores da intensidade (em dB) da matriz de impedância mútua $(\mathbf{Z})$, destacando as diferenças de intensidade entre os elementos da diagonal principal e os demais.

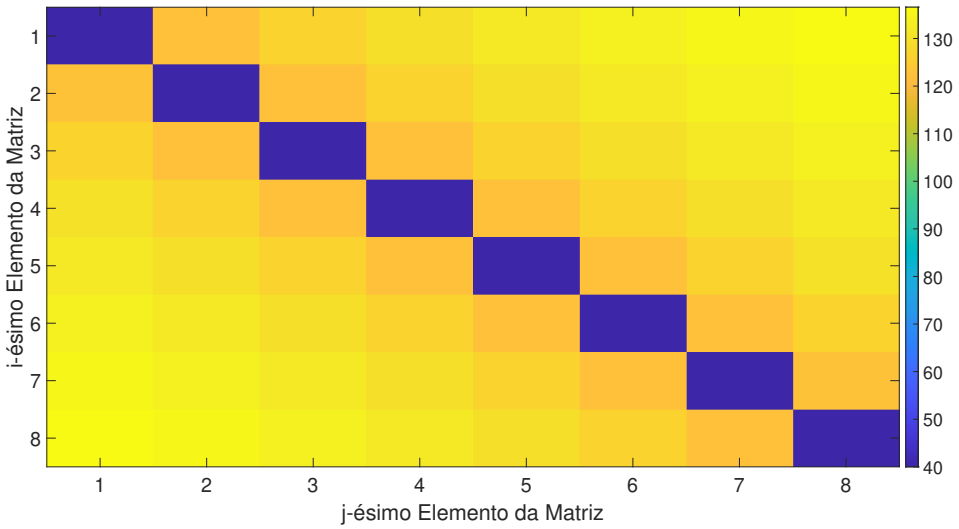


Figura 37 – Representação em cores da intensidade da matriz de impedância mútua do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$ em dB.

A Figura 37 permite uma visualização mais clara das características da matriz $(\mathbf{Z})$.

As Tabelas 6, 7, 8, 9 e 10 apresentam as Matrizes de Acoplamento Mútuo (MCM), $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$, calculadas para cinco sinais de interesse, a saber: $(\theta = 10°)$, $(\theta = 60°)$, $(\theta = 90°)$, $(\theta = 110°)$ e $(\theta = 170°)$. O conjunto analisado é um ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

As Figuras 38, 39, 40, 41 e 42 ilustram visualmente as variações do acoplamento mútuo em cada cenário.

Tabela 6 – Matriz de Acoplamento Mútuo com $\theta = 10°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.348+0.217i	0.384+0.171i	-0.040-0.073i	-0.002+0.016i	-0.003-0.002i	-0.002+0.005i	-0.013-0.009i	0.051+0.030i
2	0.382+0.170i	0.767+0.334i	0.344+0.105i	-0.042-0.057i	-0.005+0.015i	-0.004+0.002i	-0.011+0.009i	-0.013-0.009i
3	-0.040-0.072i	0.342+0.105i	0.774+0.353i	0.348+0.104i	-0.042-0.057i	-0.003+0.016i	-0.005+0.001i	-0.003+0.005i
4	-0.003+0.016i	-0.042-0.057i	0.347+0.104i	0.777+0.355i	0.347+0.104i	-0.041-0.057i	-0.005+0.015i	-0.004-0.002i
5	-0.004-0.002i	-0.005+0.015i	-0.041-0.057i	0.348+0.104i	0.776+0.355i	0.346+0.103i	-0.042-0.057i	-0.003+0.016i
6	-0.003+0.005i	-0.005+0.001i	-0.003+0.016i	-0.042-0.057i	0.347+0.104i	0.772+0.353i	0.341+0.105i	-0.040-0.072i
7	-0.013-0.009i	-0.011+0.009i	-0.004+0.002i	-0.005+0.015i	-0.042-0.057i	0.343+0.105i	0.764+0.332i	0.380+0.169i
8	0.051+0.030i	-0.013-0.009i	-0.002+0.005i	-0.003-0.002i	-0.002+0.016i	-0.040-0.073i	0.383+0.171i	0.347+0.216i

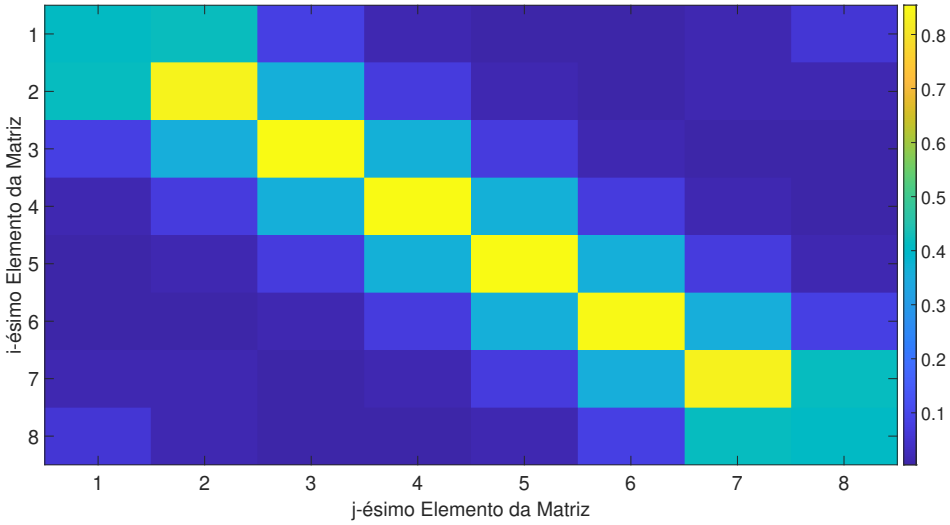


Figura 38 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 10°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

Tabela 7 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 60°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.311+0.194i	0.337+0.150i	-0.034-0.062i	-0.002+0.014i	-0.003-0.001i	-0.002+0.004i	-0.011-0.007i	0.046+0.028i
2	0.341+0.152i	0.673+0.293i	0.291+0.089i	-0.036-0.049i	-0.004+0.013i	-0.004+0.001i	-0.010+0.008i	-0.012-0.008i
3	-0.036-0.065i	0.300+0.092i	0.656+0.299i	0.299+0.089i	-0.036-0.050i	-0.003+0.013i	-0.005+0.001i	-0.003+0.004i
4	-0.002+0.014i	-0.037-0.050i	0.294+0.088i	0.667+0.305i	0.301+0.090i	-0.035-0.048i	-0.004+0.013i	-0.003-0.002i
5	-0.003-0.002i	-0.004+0.013i	-0.035-0.048i	0.299+0.089i	0.671+0.307i	0.294+0.088i	-0.036-0.050i	-0.002+0.014i
6	-0.003+0.004i	-0.005+0.001i	-0.003+0.013i	-0.036-0.049i	0.300+0.090i	0.657+0.300i	0.296+0.091i	-0.036-0.066i
7	-0.012-0.008i	-0.010+0.008i	-0.004+0.001i	-0.004+0.013i	-0.036-0.050i	0.291+0.089i	0.665+0.289i	0.348+0.155i
8	0.045+0.027i	-0.011-0.008i	-0.002+0.004i	-0.003-0.001i	-0.002+0.014i	-0.034-0.062i	0.333+0.148i	0.318+0.198i

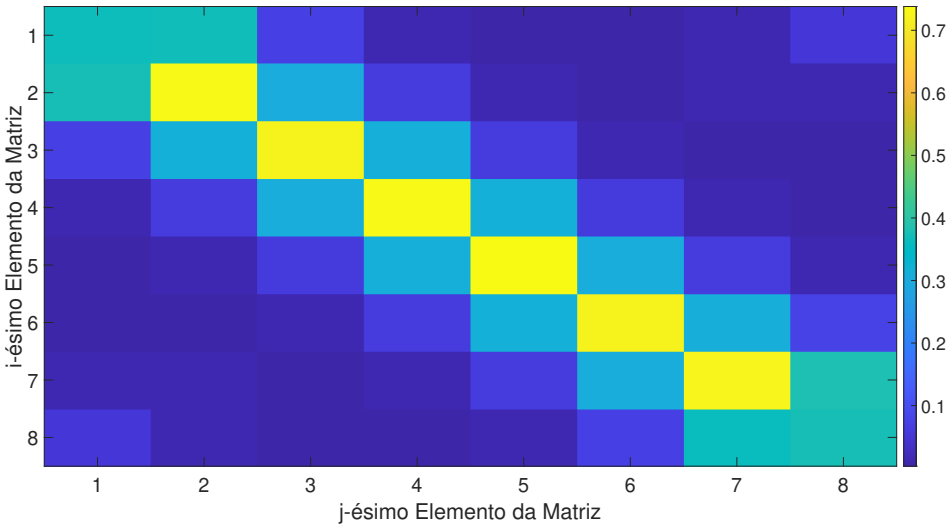


Figura 39 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 60°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

Tabela 8 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 90°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.312+0.195i	0.329+0.147i	-0.034-0.062i	-0.002+0.014i	-0.003-0.001i	-0.002+0.005i	-0.011-0.007i	0.046+0.027i
2	0.343+0.153i	0.658+0.286i	0.295+0.090i	-0.036-0.049i	-0.004+0.013i	-0.004+0.001i	-0.010+0.008i	-0.012-0.008i
3	-0.036-0.065i	0.293+0.090i	0.665+0.304i	0.296+0.088i	-0.036-0.049i	-0.003+0.013i	-0.005+0.001i	-0.003+0.004i
4	-0.002+0.014i	-0.036-0.049i	0.298+0.089i	0.661+0.302i	0.296+0.088i	-0.036-0.049i	-0.004+0.013i	-0.003-0.002i
5	-0.003-0.002i	-0.004+0.013i	-0.036-0.049i	0.296+0.088i	0.661+0.302i	0.298+0.089i	-0.036-0.049i	-0.002+0.014i
6	-0.003+0.004i	-0.005+0.001i	-0.003+0.013i	-0.036-0.049i	0.296+0.088i	0.665+0.304i	0.293+0.090i	-0.036-0.065i
7	-0.012-0.008i	-0.010+0.008i	-0.004+0.001i	-0.004+0.013i	-0.036-0.049i	0.295+0.090i	0.658+0.286i	0.343+0.153i
8	0.046+0.027i	-0.011-0.007i	-0.002+0.005i	-0.003-0.001i	-0.002+0.014i	-0.034-0.062i	0.329+0.147i	0.312+0.195i

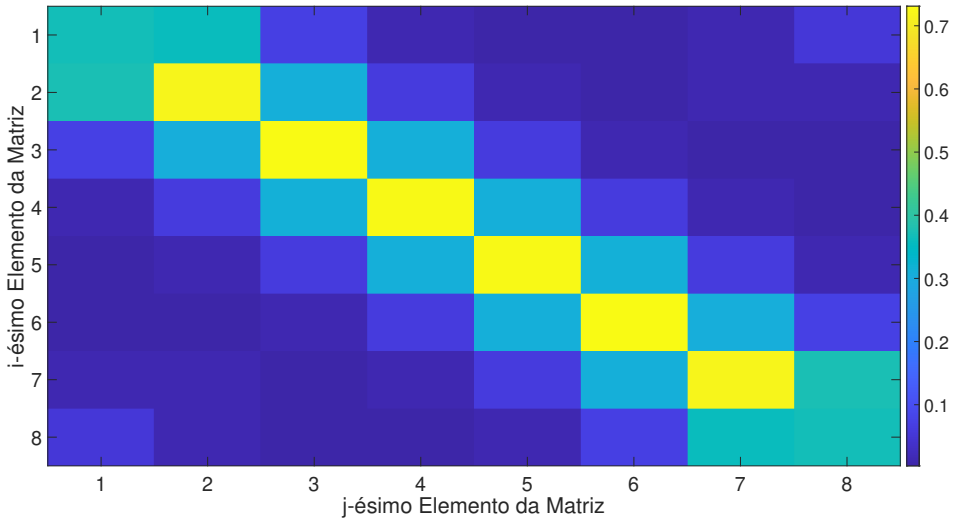


Figura 40 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 90°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

Tabela 9 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 110°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.317+0.198i	0.333+0.148i	-0.034-0.062i	-0.002+0.014i	-0.003-0.001i	-0.002+0.004i	-0.011-0.008i	0.045+0.027i
2	0.348+0.155i	0.665+0.289i	0.291+0.089i	-0.036-0.050i	-0.004+0.013i	-0.004+0.001i	-0.010+0.008i	-0.012-0.008i
3	-0.036-0.066i	0.296+0.091i	0.657+0.300i	0.300+0.090i	-0.036-0.049i	-0.003+0.013i	-0.005+0.001i	-0.003+0.004i
4	-0.002+0.014i	-0.036-0.050i	0.294+0.088i	0.670+0.307i	0.298+0.089i	-0.035-0.048i	-0.004+0.013i	-0.003-0.002i
5	-0.003-0.002i	-0.004+0.013i	-0.035-0.048i	0.300+0.089i	0.667+0.305i	0.294+0.088i	-0.037-0.050i	-0.002+0.014i
6	-0.003+0.004i	-0.005+0.001i	-0.003+0.013i	-0.036-0.050i	o.298+0.089i	0.656+0.299i	0.300+0.092i	-0.035-0.064i
7	-0.012-0.008i	-0.010+0.008i	-0.004+0.001i	-0.004+0.013i	-0.036-0.049i	0.291+0.089i	0.673+0.293i	0.341+0.152i
8	0.046+0.028i	-0.011-0.007i	-0.002+0.004i	-0.003-0.001i	-0.002+0.014i	-0.034-0.062i	0.337+0.150i	0.311+0.194i

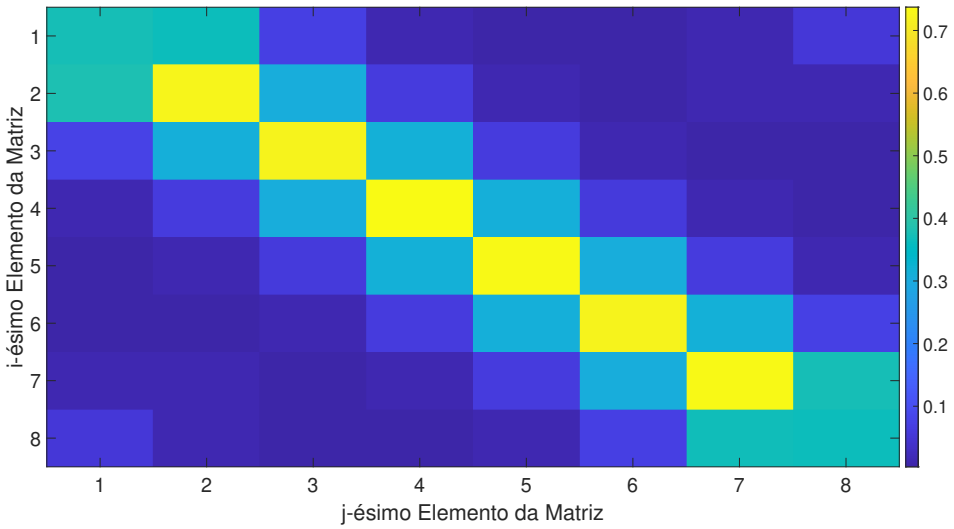


Figura 41 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 110°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

Tabela 10 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 170°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.346+0.216i	0.382+0.170i	-0.040-0.072i	-0.002+0.016i	-0.003-0.002i	-0.002+0.005i	-0.013-0.009i	0.051+0.030i
2	0.379+0.169i	0.763+0.332i	0.342+0.105i	-0.042-0.057i	-0.005+0.015i	-0.004+0.002i	-0.011+0.009i	-0.013-0.009i
3	-0.040-0.072i	0.340+0.105i	0.771+0.352i	0.347+0.104i	-0.042-0.057i	-0.003+0.016i	-0.005+0.001i	-0.003+0.005i
4	-0.002+0.016i	-0.041-0.057i	0.346+0.103i	0.776+0.355i	0.348+0.104i	-0.041-0.057i	-0.005+0.015i	-0.004-0.002i
5	-0.004-0.002i	-0.005+0.015i	-0.041-0.057i	0.347+0.104i	0.777+0.355i	0.347+0.104i	-0.042-0.057i	-0.003+0.016i
6	-0.003+0.005i	-0.005+0.001i	-0.003+0.015i	-0.042-0.057i	0.348+0.104i	0.774+0.353i	0.342+0.105i	-0.040-0.072i
7	-0.013-0.009i	-0.011+0.009i	-0.004+0.002i	-0.005+0.015i	-0.042-0.057i	0.344+0.105i	0.767+0.334i	0.383+0.170i
8	0.051+0.030i	-0.013-0.009i	-0.002+0.005i	-0.003-0.002i	-0.002+0.016i	-0.040-0.073i	0.384+0.171i	0.349+0.217i

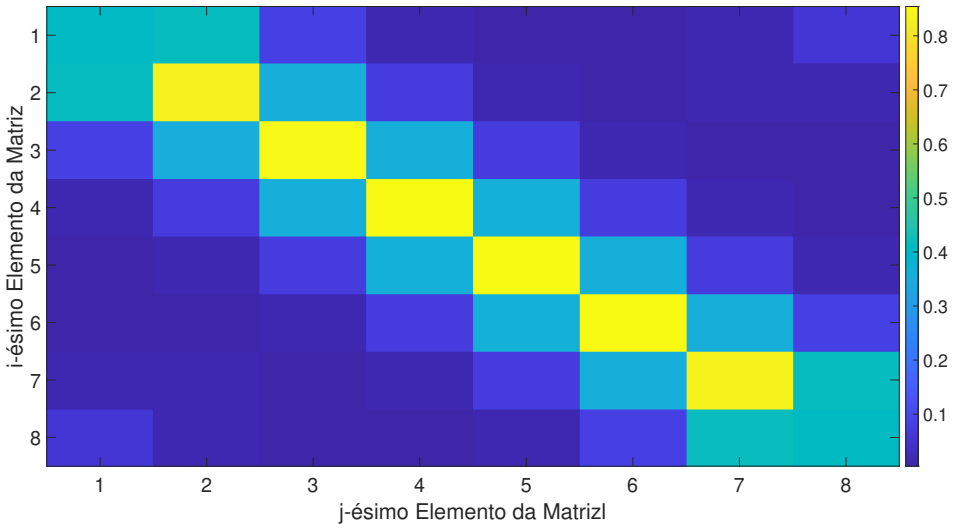


Figura 42 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 170°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

As tabelas e figuras apresentadas evidenciam que o efeito do acoplamento mútuo é mais pronunciado nos elementos próximos à diagonal principal da matriz, com uma redução gradual conforme a distância em relação a essa diagonal aumenta, ou seja, à medida que os elementos do conjunto se tornam mais afastados.

Além disso, observa-se uma variação gradual nos valores da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\mathsf{mc}}}(\theta)$ em função das diferentes direções de interesse, sendo mais intensos nos ângulos extremos. Esse comportamento reflete a influência das condições de radiação em direções não centrais no padrão do conjunto.

Por fim, destaca-se um comportamento distinto nas bordas do conjunto, atribuído ao efeito condutor, que tende a concentrar cargas elétricas nas extremidades. Esse fenômeno pode impactar a resposta do sistema, sobretudo em configurações com espaçamentos menores entre os elementos.

5.3.2 ULA $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$

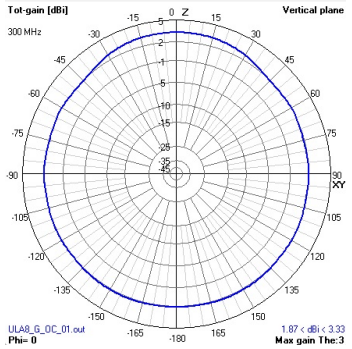
Para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, a Tabela 11 apresenta os principais parâmetros configurados no *software 4NEC2*, utilizados no cálculo da MCM.

Tabela 11 – Parâmetros básicos da configuração de antenas com 0,3 de comprimento de onda.

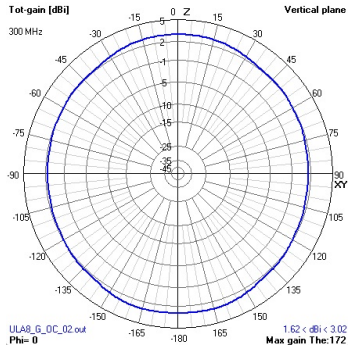
Símbolos e Equações	Comentários
$f = 300$	Frequência (MHz)
$\lambda = 300/f = 1 \times 10^{-6}$	Comprimento de onda (m)
$d = 0,3 \times \lambda = 3 \times 10^{-7}$	Afastamento uniforme entre dois dipolos (m)
$n = 21$	Número de segmentos
$RA = \lambda \times 0,001 = 1 \times 10^{-9}$	Raio da antena (m)
$l = \lambda/4 = 2,5 \times 10^{-7}$	Comprimento da metade do dipolo (m)
$V = 1$	tensão de referência (v)
$Z_0 = 50$	Impedância de Referência (Ω)
$Fator = 10000$	Fator de redução para tornar a corrente muito pequena
$I = V/(Z_0 \times Fator)$	Corrente de referência (Circuito aberto) (A)

As características geométricas da antena dipolo isolada de meio comprimento de onda são as mesmas descritas na Tabela 2. A Figura 27 mostra representações gráficas da geometria da antena dipolo, incluindo o seu padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ no campo distante e uma visualização tridimensional do sistema completo.

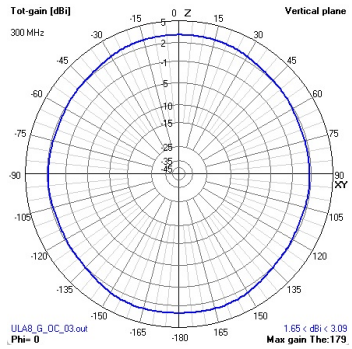
A configuração geométrica do ULA composto por $M = 8$ dipolos e $d = 0,3\lambda$, é a mesma apresentada na Tabela 3. A Figura 43 apresenta os respectivos padrões de radiação de ganho no plano $x - z$ no campo distante para cada caso em que o m-ésimo elemento do ULA é alimentado, enquanto os demais permanecem em circuito aberto.



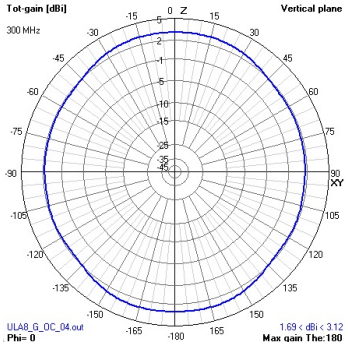
(a) Primeiro alimentado e os outros em aberto.



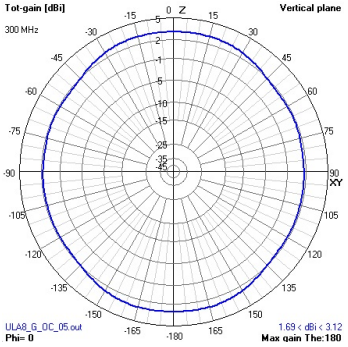
(b) Segundo alimentado e os outros em aberto.



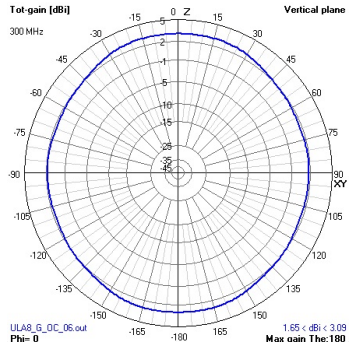
(c) Terceiro alimentado e os outros em aberto.



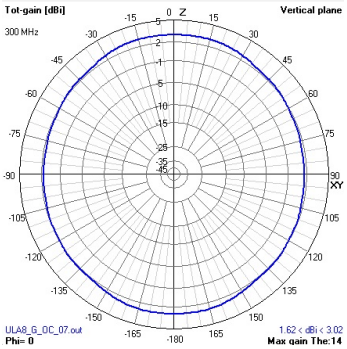
(d) Quarto alimentado e os outros em aberto.



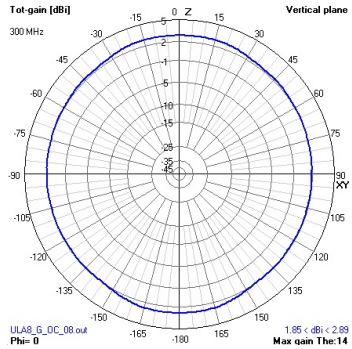
(e) Quinto alimentado e os outros em aberto.



(f) Sexto alimentado e os outros em aberto.



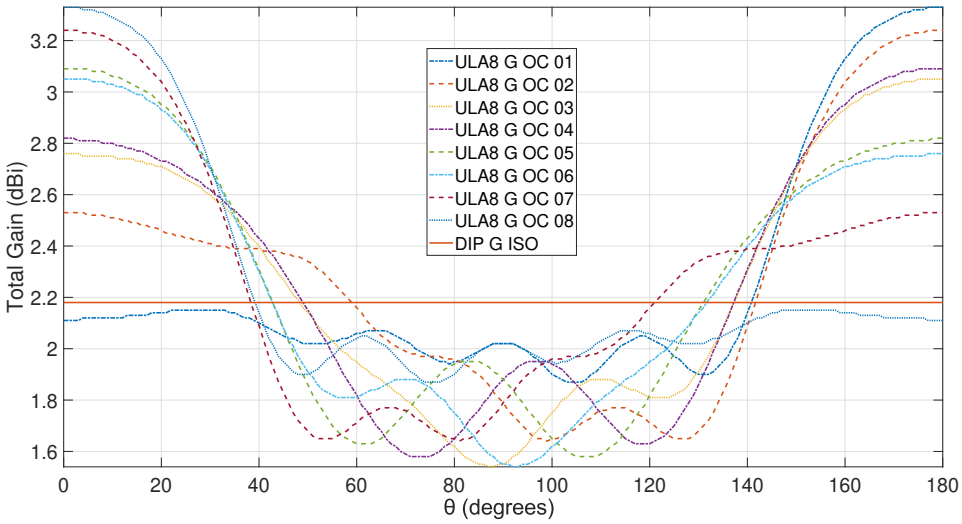
(g) Sétimo alimentado e os outros em aberto.



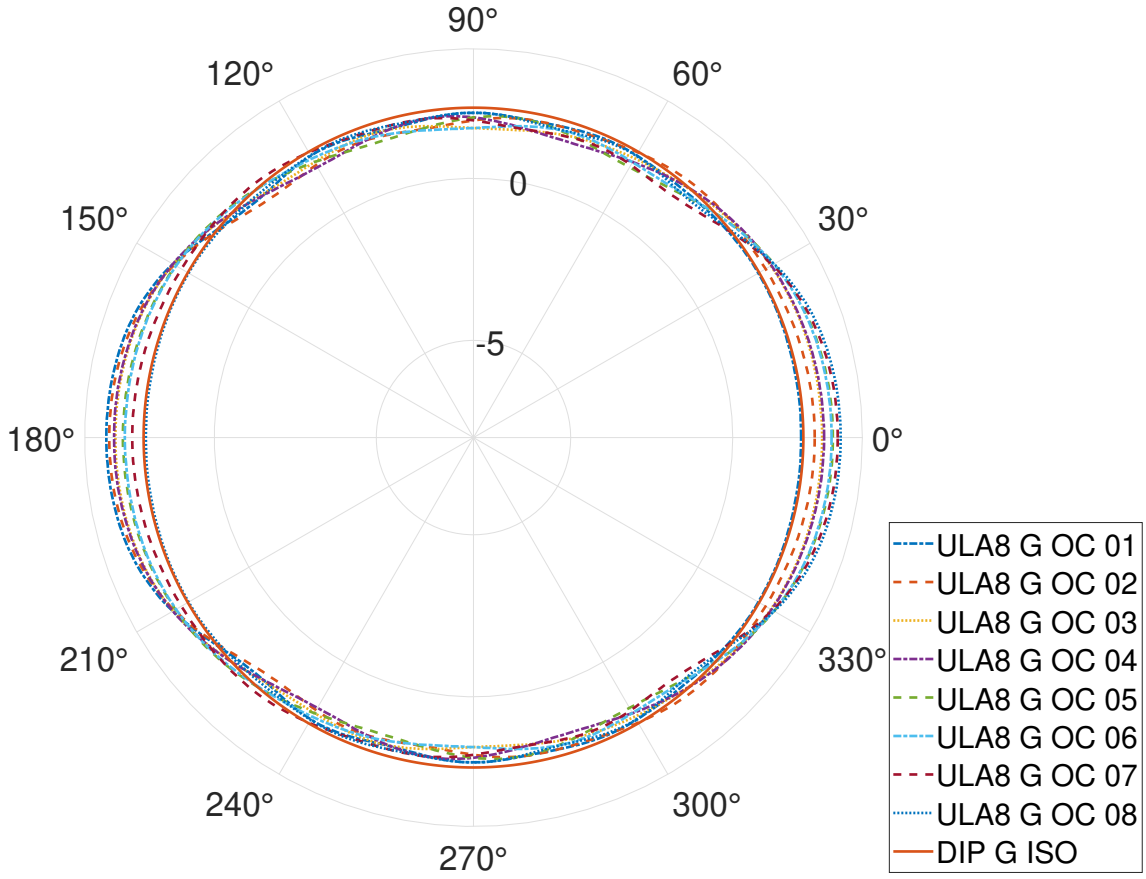
(h) Oitavo alimentado e os outros em aberto.

Figura 43 – Padrão de radiação de ganho no plano $x - z$ do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Para facilitar a visualização do efeito do MC nos padrões de radiação, a Figura 44 apresenta os padrões de radiação de ganho no plano $x - z$, em coordenadas retangulares e polares, tanto para a antena dipolo isolada quanto para os casos em que apenas o m-ésimo elemento do ULA é alimentado, enquanto os demais permanecem em circuito aberto. Os elementos adjacentes estão espaçados por $0,3\lambda$.



(a) Superposição dos padrões de radiação em coordenadas retangulares.



(b) Superposição dos padrões de radiação em coordenadas polares.

Figura 44 – Superposição dos padrões de radiação de ganho no plano $x - z$ da antena dipolo isolada e do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

A Figura 44 permite a confirmação dos resultados obtidos na análise da Figura 36, onde se observou uma influência significativa do acoplamento mútuo. Essa interação

modifica o padrão de radiação de cada m-ésimo elemento da ULA em comparação com o padrão esperado da antena isolada.

A matriz de impedância de carga do ULA ($\mathbf{Z}_\mathrm{L}$) está apresentada na Tabela 4. Já a Tabela 12 exibe a matriz de impedância mútua ($\mathbf{Z}$) do ULA de $d = 0,3\lambda$. Ambas as matrizes foram obtidas utilizando os *softwares 4NEC2* e *Matlab*.

Tabela 12 – Matriz ($\mathbf{Z}$) de impedância mútua do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

	1	2	3	4
1	83,58467 + 48,9663i	-5,4551E+4 - 9,3500E+5i	1,4202E+6 + 1,4677E+5i	-6,5831E+5 + 1,8205E+6i
2	-3,7545E+4 - 9,2204E+5i	81,4798 + 49,6704i	-5,8752E+4 - 9,2990E+5i	1,4245E+6 + 1,2979E+5i
3	1.4048E+6 + 1.5678E+5i	-6.8253E+4 - 9.3405E+5i	82.3758 + 49.1198i	-5.5792E+4 - 9.3813E+5i
4	-6.7285E+5 + 1.7909E+6i	1.4302E+6 + 1.2295E+5i	-5.1235E+4 - 9.3675E+5i	82.0106 + 49.4315i
5	-1.9169E+6 - 1.4025E+6i	-6.1378E+5 + 1.8197E+6i	1.4205E+6 + 1.4191E+5i	-6.0203E+4 - 9.2844E+5i
6	2.3038E+6 - 1.7221E+6i	-1.9967E+6 - 1.3791E+6i	-6.6425E+5 + 1.8256E+6i	1.4234E+6 + 1.3569E+5i
7	1.1451E+6 + 3.1024E+6i	2.2284E+6 - 1.8334E+6i	-1.9728E+6 - 1.3920E+6i	-6.2039E+5 + 1.8103E+6i
8	-3.7568E+6 + 1.2681E+5i	1.2184E+6 + 3.1307E+6i	2.3110E+6 - 1.7580E+6i	-1.9561E+6 - 1.3947E+6i
	5	6	7	8
1	-1.9561E+6 - 1.3947E+6i	2.3110E+6 - 1.7580E+6i	1.2184E+6 + 3.1307E+6i	-3.7568E+6 + 1.2681E+5i
2	-6.2039E+5 + 1.8103E+6i	-1.9728E+6 - 1.3920E+6i	2.2284E+6 - 1.8334E+6i	1.1451E+6 + 3.1024E+6i
3	1.4234E+6 + 1.3569E+5i	-6.6425E+5 + 1.8256E+6i	-1.9967E+6 - 1.3791E+6i	2.3038E+6 - 1.7221E+6i
4	-6.0203E+4 - 9.2844E+5i	1.4205E+6 + 1.4191E+5i	-6.1378E+5 + 1.8197E+6i	-1.9169E+6 - 1.4025E+6
5	82.0106 + 49.4315i	-5.1235E+4 - 9.3675E+5i	1.4302E+6 + 1.2295E+5i	-6.7285E+5 + 1.7909E+6i
6	-5.5792E+4 - 9.3813E+5i	82.3758 + 49.1198i	-6.8253E+4 - 9.3405E+5i	1.4048E+6 + 1.5678E+5i
7	1.4245E+6 + 1.2979E+5i	-5.8752E+4 - 9.2990E+5i	81.4798 + 49.6704i	-3.7545E+4 - 9.2204E+5i
8	-6.5831E+5 + 1.8205E+6i	1.4202E+6 + 1.46773E+5i	-5.4551E+4 - 9.3500E+5i	83.5846 + 48.9663i

A Figura 45 apresenta uma representação em cores da intensidade, em dB, da matriz de impedância mútua ($\mathbf{Z}$) do conjunto de antenas de meio comprimento de onda e espaçamento de $0,3$ de comprimento de onda. Esta visualização permite uma análise mais detalhada das diferenças de intensidade entre os elementos da diagonal principal e os demais elementos da matriz.

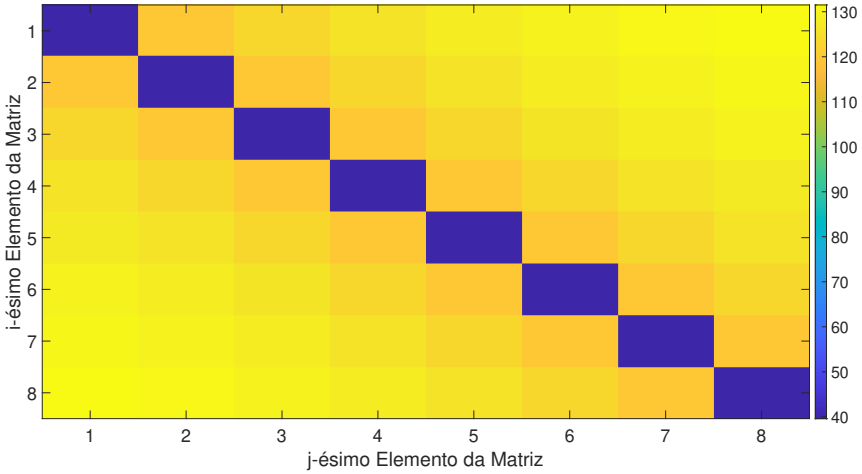


Figura 45 – Representação em cores da intensidade da matriz de impedância mútua do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$ em dB.

Novamente, conforme observado na Tabela 5, os elementos da diagonal principal da matriz $(\mathbf{Z})$ apresentam os menores valores, que são aproximadamente uniformes. Além disso, nota-se um aumento significativo nos valores de impedância fora da diagonal principal, com esses valores crescendo gradualmente à medida que os elementos se distanciam dessa diagonal.

As Tabelas 13, 14, 15, 16 e 17 apresentam as Matrizes de Acoplamento Mútuo (MCM), $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$, calculadas para cinco sinais de interesse, a saber: $(\theta = 10°)$, $(\theta = 39°)$, $(\theta = 80°)$, $(\theta = 115°)$ e $(\theta = 170°)$. O conjunto analisado é um ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

As Figuras 46, 47, 48, 49 e 50 ilustram visualmente as variações do acoplamento mútuo em cada cenário.

Tabela 13 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 10°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-0.367+0.044i	-0.017+0.670i	0.286-0.043i	-0.032-0.026i	-0.026-0.017i	0.015+0.010i	-0.009+0.006i	-0.003-0.007i
2	-0.027+0.630i	0.742+0.238i	-0.032+0.182i	0.234+0.016i	-0.073+0.012i	-0.003-0.043i	0.023+0.024i	-0.010+0.007i
3	0.263-0.038i	-0.029+0.179i	0.558+0.270i	-0.000+0.202i	0.258+0.028i	-0.084+0.001i	-0.003-0.045i	0.016+0.010i
4	-0.029-0.024i	0.227+0.014i	-0.001+0.200i	0.561+0.271i	-0.005+0.208i	0.256+0.030i	-0.074+0.013i	-0.027-0.018i
5	-0.023-0.015i	-0.068+0.012i	0.248+0.029i	-0.005+0.201i	0.578+0.280i	-0.001+0.207i	0.246+0.015i	-0.033-0.028i
6	0.014+0.009i	-0.003-0.042i	-0.081+0.001i	0.250+0.028i	-0.000+0.208i	0.577+0.278i	-0.032+0.193i	0.302-0.043i
7	-0.008+0.006i	0.021+0.022i	-0.003-0.041i	-0.071+0.012i	0.242+0.016i	-0.033+0.188i	0.804+0.258i	-0.031+0.722i
8	-0.002-0.006i	-0.009+0.005i	0.015+0.009i	-0.025-0.017i	-0.033-0.027i	0.295-0.045i	-0.018+0.726i	-0.420+0.050i

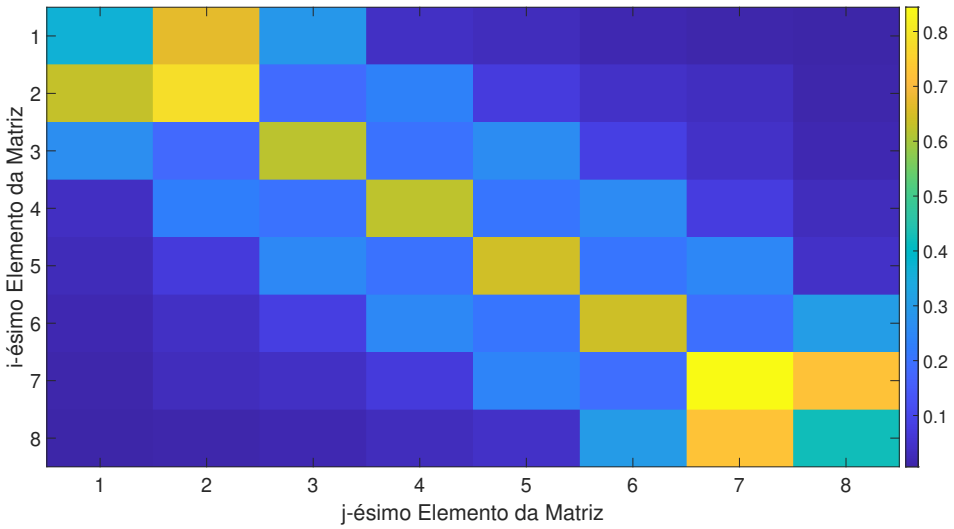


Figura 46 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 10°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Tabela 14 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 39°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-0.370+0.044i	-0.016+0.642i	0.273-0.041i	-0.031-0.025i	-0.024-0.016i	0.014+0.009i	-0.009+0.005i	-0.002-0.006i
2	-0.027+0.635i	0.711+0.228i	-0.030+0.174i	0.222+0.015i	-0.068+0.011i	-0.003-0.040i	0.021+0.022i	-0.008+0.006i
3	0.266-0.038i	-0.028+0.171i	0.533+0.257i	-0.000+0.192i	0.240+0.027i	-0.078+0.001i	-0.003-0.041i	0.014+0.009i
4	-0.029-0.024i	0.218+0.013i	-0.001+0.191i	0.532+0.258i	-0.005+0.193i	0.239+0.028i	-0.067+0.012i	-0.023-0.015i
5	-0.023-0.016i	-0.066+0.012i	0.237+0.027i	-0.005+0.191i	0.539+0.261i	-0.001+0.193i	0.224+0.014i	-0.029-0.024i
6	0.014+0.009i	-0.003-0.040i	-0.077+0.001i	0.238+0.026i	-0.000+0.194i	0.538+0.259i	-0.029+0.176i	0.263-0.038i
7	-0.008+0.006i	0.020+0.021i	-0.003-0.039i	-0.067+0.011i	0.225+0.015i	-0.031+0.175i	0.731+0.235i	-0.027+0.630i
8	-0.002-0.006i	-0.008+0.005i	0.014+0.009i	-0.024-0.016i	-0.031-0.025i	0.275-0.042i	-0.016+0.661i	-0.366+0.044i

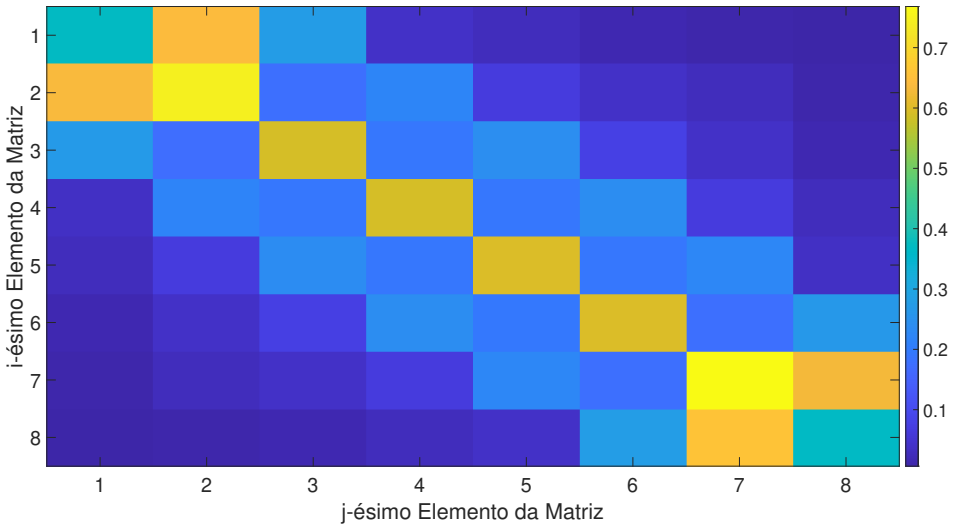


Figura 47 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 39°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Tabela 15 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 80°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-0.358+0.043i	-0.015+0.607i	0.255-0.039i	-0.029-0.024i	-0.022-0.015i	0.013+0.008i	-0.008+0.005i	-0.002-0.006i
2	-0.026+0.615i	0.672+0.216i	-0.028+0.162i	0.212+0.014i	-0.062+0.010i	-0.003-0.036i	0.020+0.021i	-0.008+0.006i
3	0.257-0.037i	-0.026+0.162i	0.498+0.240i	-0.000+0.183i	0.219+0.024i	-0.071+0.001i	-0.003-0.039i	0.014+0.009i
4	-0.028-0.024i	0.206+0.012i	-0.001+0.179i	0.508+0.246i	-0.004+0.176i	0.218+0.025i	-0.064+0.012i	-0.023-0.015i
5	-0.023-0.015i	-0.062+0.011i	0.221+0.025i	-0.004+0.182i	0.491+0.238i	-0.001+0.176i	0.213+0.013i	-0.028-0.024i
6	0.014+0.009i	-0.003-0.038i	-0.072+0.001i	0.227+0.025i	-0.000+0.177i	0.490+0.237i	-0.027+0.168i	0.258-0.037i
7	-0.008+0.006i	0.019+0.020i	-0.003-0.037i	-0.064+0.011i	0.205+0.014i	-0.028+0.160i	0.696+0.224i	-0.026+0.618i
8	-0.002-0.006i	-0.008+0.005i	0.013+0.008i	-0.023-0.015i	-0.028-0.023i	0.251-0.038i	-0.016+0.629i	-0.360+0.043i

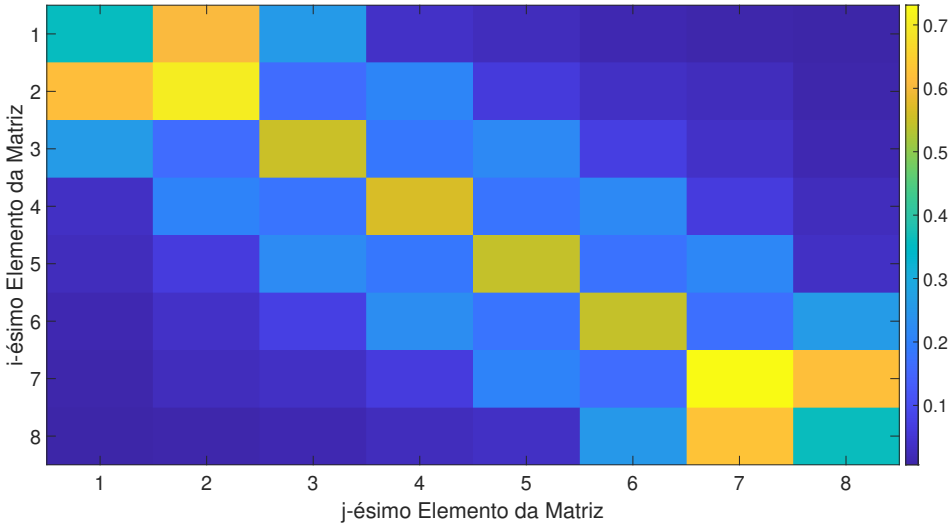


Figura 48 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 80°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Tabela 16 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 115°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-0.365+0.044i	-0.016+0.635i	0.259-0.039i	-0.028-0.023i	-0.022-0.015i	0.013+0.008i	-0.008+0.005i	-0.002-0.006i
2	-0.027+0.627i	0.703+0.226i	-0.029+0.165i	0.206+0.014i	-0.062+0.010i	-0.003-0.037i	0.019+0.020i	-0.008+0.006i
3	0.262-0.037i	-0.028+0.169i	0.505+0.244i	-0.000+0.178i	0.219+0.024i	-0.073+0.001i	-0.003-0.038i	0.014+0.009i
4	-0.029-0.024i	0.216+0.013i	-0.001+0.181i	0.493+0.238i	-0.004+0.176i	0.224+0.026i	-0.063+0.011i	-0.023-0.015i
5	-0.023-0.015i	-0.065+0.012i	0.225+0.026i	-0.004+0.177i	0.491+0.238i	-0.001+0.181i	0.209+0.013i	-0.029-0.024i
6	0.014+0.009i	-0.003-0.040i	-0.073+0.001i	0.220+0.024i	-0.000+0.177i	0.504+0.243i	-0.027+0.164i	0.260-0.037i
7	-0.008+0.006i	0.020+0.021i	-0.003-0.037i	-0.062+0.010i	0.205+0.014i	-0.029+0.164i	0.681+0.219i	-0.027+0.623i
8	-0.002-0.006i	-0.008+0.005i	0.013+0.008i	-0.022-0.015i	-0.028-0.023i	0.258-0.039i	-0.015+0.615i	-0.363+0.043i

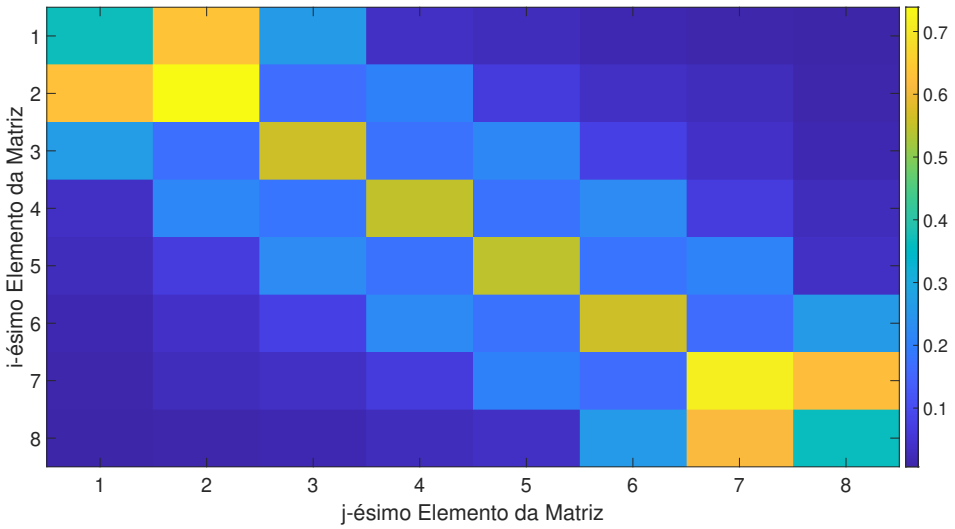


Figura 49 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 115°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Tabela 17 – Matriz de Acoplamento Mutuo com $\theta = 170°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-0.419+0.050i	-0.018+0.724i	0.295-0.045i	-0.033-0.027i	-0.025-0.017i	0.014+0.009i	-0.009+0.005i	-0.002-0.006i
2	-0.031+0.720i	0.802+0.258i	-0.033+0.188i	0.241+0.016i	-0.071+0.012i	-0.003-0.041i	0.021+0.022i	-0.008+0.006i
3	0.301-0.043i	-0.031+0.193i	0.576+0.278i	-0.000+0.208i	0.250+0.028i	-0.081+0.001i	-0.003-0.042i	0.014+0.009i
4	-0.033-0.028i	0.246+0.015i	-0.001+0.207i	0.578+0.280i	-0.005+0.201i	0.248+0.029i	-0.068+0.012i	-0.023-0.015i
5	-0.027-0.018i	-0.074+0.013i	0.256+0.030i	-0.005+0.207i	0.560+0.271i	-0.001+0.200i	0.227+0.014i	-0.029-0.024i
6	0.016+0.010i	-0.003-0.045i	-0.084+0.001i	0.258+0.028i	-0.000+0.202i	0.558+0.269i	-0.029+0.179i	0.263-0.038i
7	-0.010+0.007i	0.023+0.024i	-0.003-0.043i	-0.073+0.012i	0.234+0.016i	-0.032+0.182i	0.742+0.238i	-0.027+0.630i
8	-0.003-0.007i	-0.009+0.006i	0.015+0.010i	-0.026-0.017i	-0.032-0.026i	0.286-0.043i	-0.017+0.670i	-0.367+0.044i

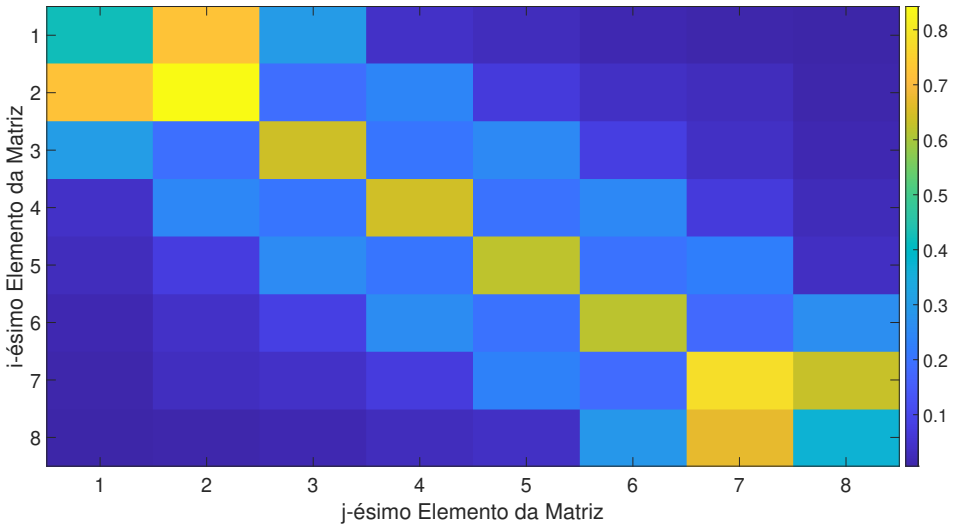


Figura 50 – Representação em cores da intensidade da matriz de acoplamento mútuo com $\theta = 170°$ para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Mais uma vez, conforme identificado anteriormente, as tabelas e figuras apresentadas demonstram que o efeito do acoplamento mútuo é mais acentuado nos elementos localizados próximos à diagonal principal da matriz, diminuindo gradualmente à medida que a distância desses elementos em relação à diagonal aumenta, ou seja, conforme os elementos do conjunto se afastam.

Adicionalmente, verifica-se uma variação progressiva nos valores da matriz de acoplamento mútuo (MCM) $\overline{\mathbf{C}_{\mathrm{mc}}}(\theta)$ em função das diferentes direções de interesse, com intensidades mais elevadas nos ângulos extremos. Esse comportamento evidencia a influência das condições de radiação em direções periféricas sobre o padrão de radiação do conjunto.

Outro aspecto relevante é o comportamento diferenciado observado nas extremidades do conjunto, atribuído ao efeito condutor, que favorece a concentração de cargas elétricas nas bordas. Esse fenômeno pode impactar significativamente a resposta do sistema, especialmente em determinadas configurações.

Os efeitos associados à MCM no conjunto linear uniforme (ULA) com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$ mostram-se mais intensos em comparação com o conjunto com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$. Essa diferença deve-se ao menor espaçamento entre os elementos do conjunto, que amplifica as interações de acoplamento mútuo.

5.4- Resultados dos Algoritmos de Conformação Adaptativa sob a Influência da MCM

Nesta seção, busca-se determinar o padrão de radiação no campo distante para os dois tipos de conjuntos lineares uniformes (ULA) analisados. Ambos os conjuntos consistem em oito antenas dipolo elementares ($M = 8$) com comprimento de meio comprimento de onda ($L = 0,5\lambda$) e construídas com fios finos de espessura igual a $2 \times 10^{-3}\lambda$. Os espaçamentos entre os elementos adjacentes são definidos como $d = 0,5\lambda$ e $d = 0,3\lambda$, respectivamente.

O estudo considera um cenário de conformação adaptativa de feixe, onde N sinais de banda estreita provenientes de fontes localizadas no campo distante incidem sobre o conjunto de antenas, chegando de diferentes direções de chegada (DOA) θ_1, θ_2, ...,

θ_N. Assume-se que todos os sinais estão contidos no plano xz, que é perpendicular aos dipolos ($\phi = 0$).

Uma representação de envoltória complexa permite expressar o vetor de sinais $\mathbf{x}'(k)$ adquirido pelo conjunto na k-ésima iteração como

$$\mathbf{x}'(k) = \sum_{n=1}^{N} \overline{\mathbf{C}_{\mathsf{mc}}}(\theta_n)\mathbf{a}(\theta_n)s_n(k) + \boldsymbol{\eta}(k) = \overline{\mathbf{A}}\mathbf{s}(k) + \boldsymbol{\eta}(k), \tag{105}$$

onde $\overline{\mathbf{C}_{\mathsf{mc}}}(\theta_n)$ é a MCM, $s_n(k) \in \mathbb{C}$ é o sinal de média zero da n-ésima fonte incidente, $\mathbf{a}(\theta_n)$ é o vetor de direcionamento de recepção correspondente,

$$\overline{\mathbf{A}} \triangleq \left[\overline{\mathbf{C}_{\mathsf{mc}}}(\theta_1)\mathbf{a}(\theta_1) \quad \overline{\mathbf{C}_{\mathsf{mc}}}(\theta_2)\mathbf{a}(\theta_2) \quad \dots \quad \overline{\mathbf{C}_{\mathsf{mc}}}(\theta_N)\mathbf{a}(\theta_N)\right]$$

é a matriz de direcionamento complexa, e $\boldsymbol{\eta}(k) \in \mathbb{C}^N$ contém as amostras do ruído aditivo, cuja variância é σ_η^2.

5.4.1 Resultados para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$

Inicialmente, é necessário determinar os ângulos dos sinais de interesse: o emissor principal, identificado pelo ângulo (θ_{d}), e dois sinais de interferência, correspondentes aos ângulos $(\theta_{\mathsf{i},1})$ e $(\theta_{\mathsf{i},2})$. Para isso, utilizando o algoritmo *Linearly Constrained Minimum Variance* (LCMV), foi calculado o padrão de radiação de campo no plano $x - z$ no campo distante do ULA com $M = 8$ elementos e espaçamento $d = 0,5\lambda$, variando o ângulo do emissor principal (θ_d) em incrementos de $10°$, desde $\theta_{\mathsf{d}} = 10°$ até $\theta_{\mathsf{d}} = 90°$.

Com os padrões de radiação assim obtidos, para cada valor de (θ_{d}), foram selecionados dois pontos correspondentes aos máximos secundários para posicionar os sinais de interferência. Isso permitiu que os algoritmos testados anulassem tais máximos secundários selecionados. Como exemplo, a Figura 51 ilustra o padrão de radiação no campo distante para $(\theta_{\mathsf{d}} = 50°)$, destacando os máximos secundários. Essa representação facilita a escolha dos ângulos dos sinais interferentes $(\theta_{\mathsf{i},1})$ e $(\theta_{\mathsf{i},2})$.

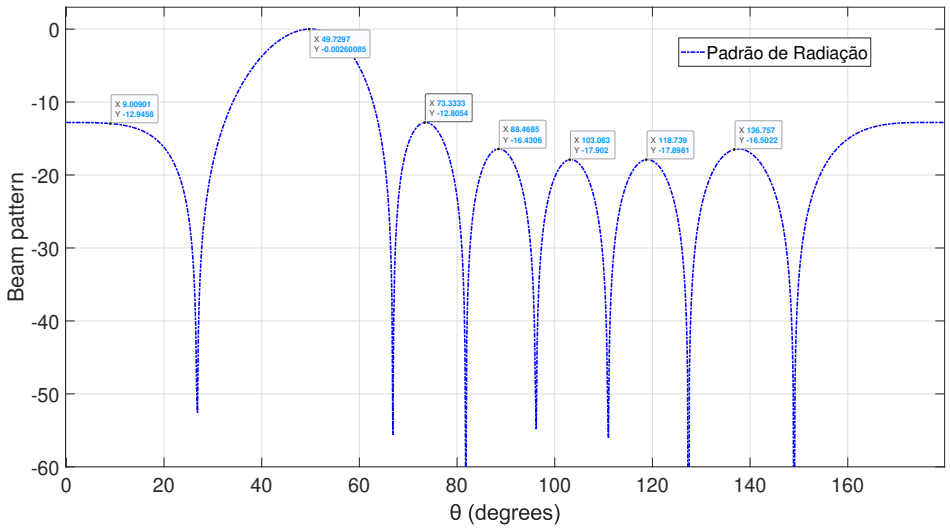


Figura 51 – Exemplo de escolha dos ângulos de interesse para uma ULA com 8 elementos, espaçamento de meio comprimento de onda e o sinal de interesse em $50°$.

A Tabela 18 apresenta os ângulos selecionados para os sinais de interesse em cada caso analisado neste trabalho, considerando o ULA com $M = 8$ elementos e espaçamento $d = 0,5\lambda$. Os ângulos indicados correspondem ao emissor principal (θ_{d}) e aos sinais interferentes $(\theta_{\text{i},1})$ e $(\theta_{\text{i},2})$.

Tabela 18 – Ângulos de interesse (em graus) para uma ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

Ângulo Principal (θ_{d})	Primeiro Nulo ($\theta_{\text{i,1}}$)	Segundo Nulo ($\theta_{\text{i,2}}$)
90	69	110
80	58	100
70	45	91
60	31	81
50	73	83
50	10	73
40	66	81
40	5	66
30	60	75
30	5	60
20	54	71
20	5	54
10	51	170
10	51	69

O próximo passo consiste em determinar o fator de aprendizagem β para cada um dos algoritmos utilizados nesta parte do estudo, a saber: CNLMS, RC-CNLMS, VRC-CNLMS e CAPA. O objetivo é ajustar β de forma que todos os algoritmos apresentem convergência para o mesmo patamar de SINR em regime permanente, tanto com quanto sem o uso da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$.

Nas simulações subsequentes, assume-se que as variâncias das interferências são unitárias, enquanto a energia da fonte desejada está 40 dB abaixo da energia da interferência. A variância do ruído aditivo é $\sigma_\eta^2 = 10^{-6}$. Todos os sinais considerados, incluindo as fontes $s(k)$ e o ruído aditivo $\eta(k)$, são processos aleatórios gaussianos e estacionários de sentido amplo (WSS) com média zero.

A restrição imposta ao sistema é $\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{w}(k) = \mathbf{f} = 1$, o que implica que a matriz $\mathbf{C}$ possui uma única coluna, uma vez que as direções das interferências são consideradas desconhecidas. Os parâmetros adicionais necessários para o algoritmo RC-CNLMS são $\rho = 0,99$ e $L = 15$, enquanto o algoritmo CAPA utiliza $\beta = 0,04$ e um fator de reutilização de dados $\overline{P} = 2$.

Para assegurar a convergência dos algoritmos em estado estacionário com o

uso da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$, foi necessário normalizar a matriz $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$ devido à sua ordem de grandeza. A Figura 52 apresenta as curvas de desempenho dos algoritmos, tanto com quanto sem o uso da MCM. Verifica-se que é possível determinar um patamar de SINR de $7,5$ dB para todos os algoritmos. Os valores do fator de aprendizagem β escolhidos estão listados na Tabela 19.

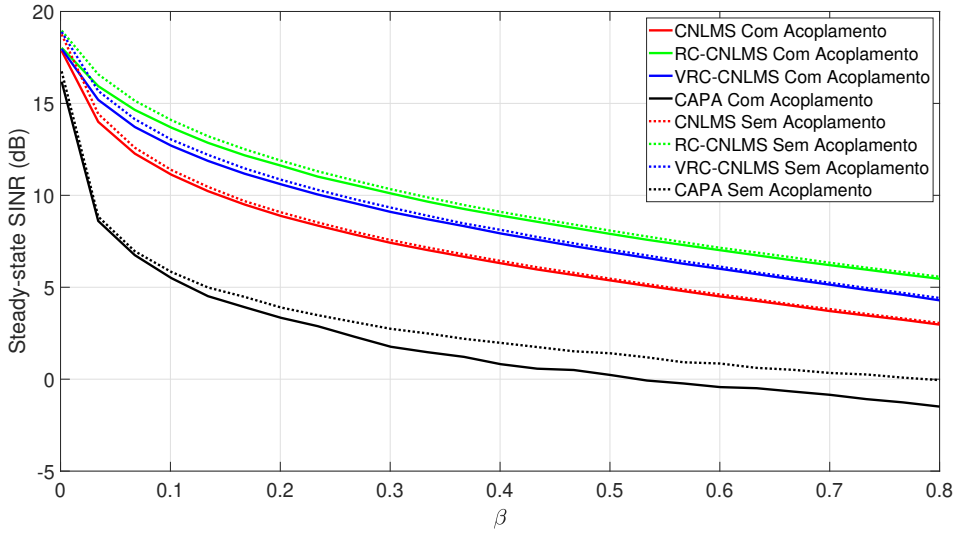


Figura 52 – Curvas de desempenho dos algoritmos em estado estacionário com e sem a utilização da MCM para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

Tabela 19 – Ajuste de β para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

	CNLMS	RC-CNLMS	VRC-CNLMS	CAPA
SEM ACOMPLAMENTO	0,3187	0,5554	0,4577	0,0691
COM ACOPLAMENTO	0,3030	0,5389	0,4442	0,0541

Para corroborar a qualidade da solução obtida pelo algoritmo *Constrained Least Mean Squares Algorithm with Variable Coefficient Reusing* (VRC-CLMS), os pesos adaptativos médios assintóticos foram usados para ajustar a alimentação da corrente de entrada nos elementos do ULA, considerando cenários com e sem o uso da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$, no *software 4NEC2*. Essa simulação é fundamental para verificar as soluções obtidas com o uso combinado dos *softwares 4NEC2* e *Matlab*.

Como exemplo, a Figura 53 apresenta os padrões de radiação de campo distante para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 50°$, $\theta_{\text{i},1} = 73°$ e $\theta_{\text{i},2} = 88°$, tanto com quanto sem a utilização da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$.

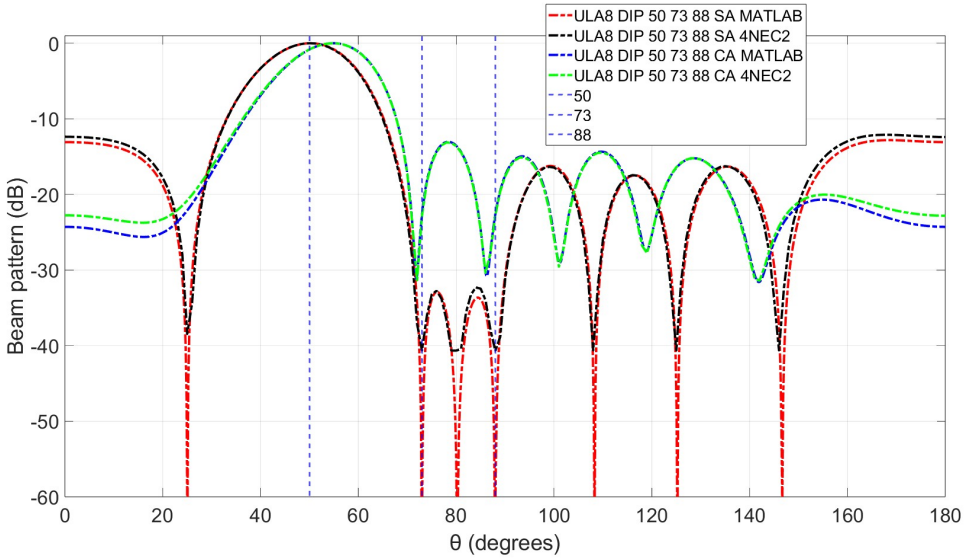
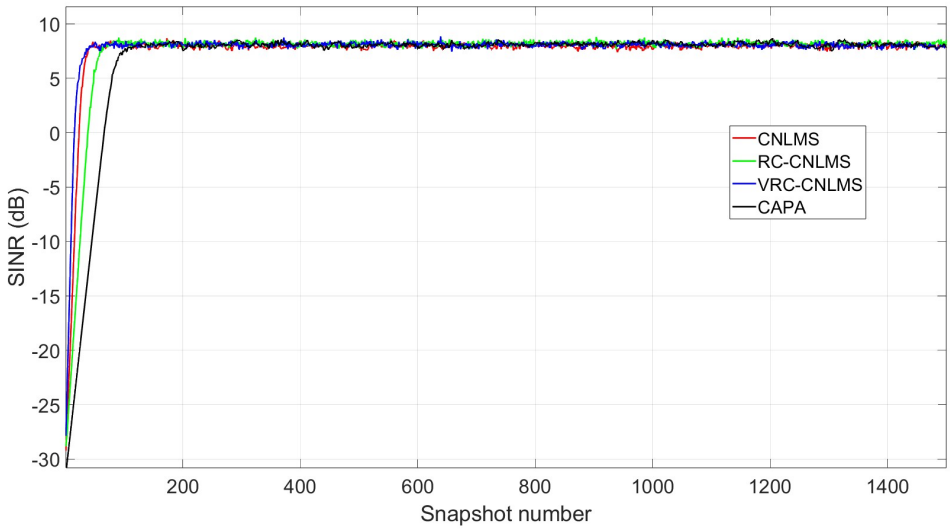


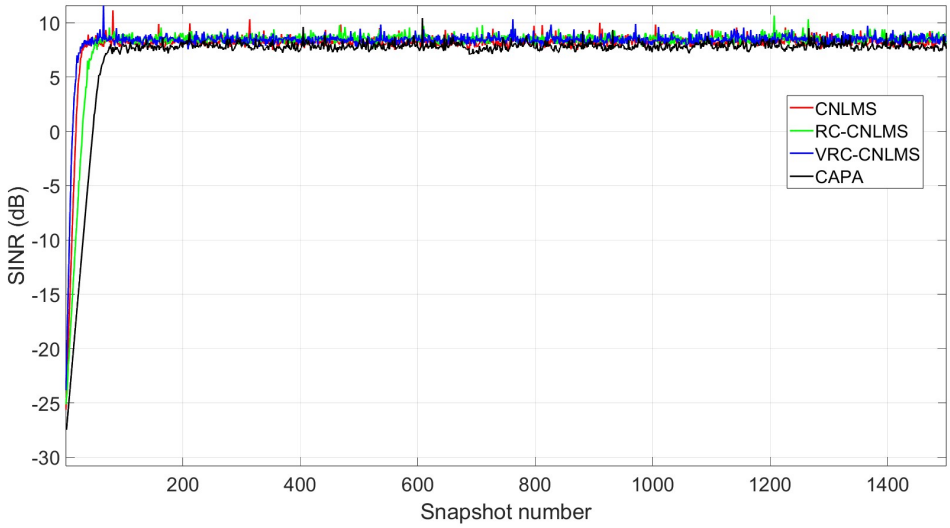
Figura 53 – Padrão de radiação dos ângulos $(\theta_{\mathrm{d}} = 50°)$, $(\theta_{\mathrm{i},1} = 73°)$ e $(\theta_{\mathrm{i},2} = 88°)$, com e sem a utilização da MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS.

Assim como observado em estudos anteriores, a Figura 53 confirma que as respostas dos padrões de radiação obtidas com o algoritmo VRC-CLMS, utilizando os *softwares 4NEC2* e *Matlab*, são equivalentes, independentemente da inclusão da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\mathrm{mc}}}(\theta)$. Esses resultados indicam que é viável utilizar diretamente o *software Matlab* para esse tipo de análise.

Além disso, a Figura 54 mostra que todos os algoritmos convergiram para o mesmo patamar de SINR, atingindo um valor de $7,5$ dB em regime permanente, o que confirma a eficácia do ajuste realizado nos algoritmos.



(a) Com Acoplamento.



(b) Sem Acoplamento.

Figura 54 – Curva de convergência em estado estacionário para SINR com os ângulos $(\theta_{\text{d}} = 50°)$, $(\theta_{\text{i,1}} = 73°)$ e $(\theta_{\text{i,2}} = 88°)$, com e sem a utilização da MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS para ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$.

Com o conjunto dos ângulos dos sinais de interesse (θ_{d}), $(\theta_{\text{i,1}})$ e $(\theta_{\text{i,2}})$, juntamente com os valores do fator de aprendizagem β para o algoritmo VRC-CLMS, é possível calcular os padrões de radiação de campo distante para cada um dos casos, considerando os diferentes conjuntos de ângulos de interesse. Isso inclui os cenários com e sem a utilização da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$.

A Figura 55 apresenta esses padrões de radiação, posicionados lado a lado, com o objetivo de proporcionar uma análise comparativa mais fácil e imediata dos resultados.

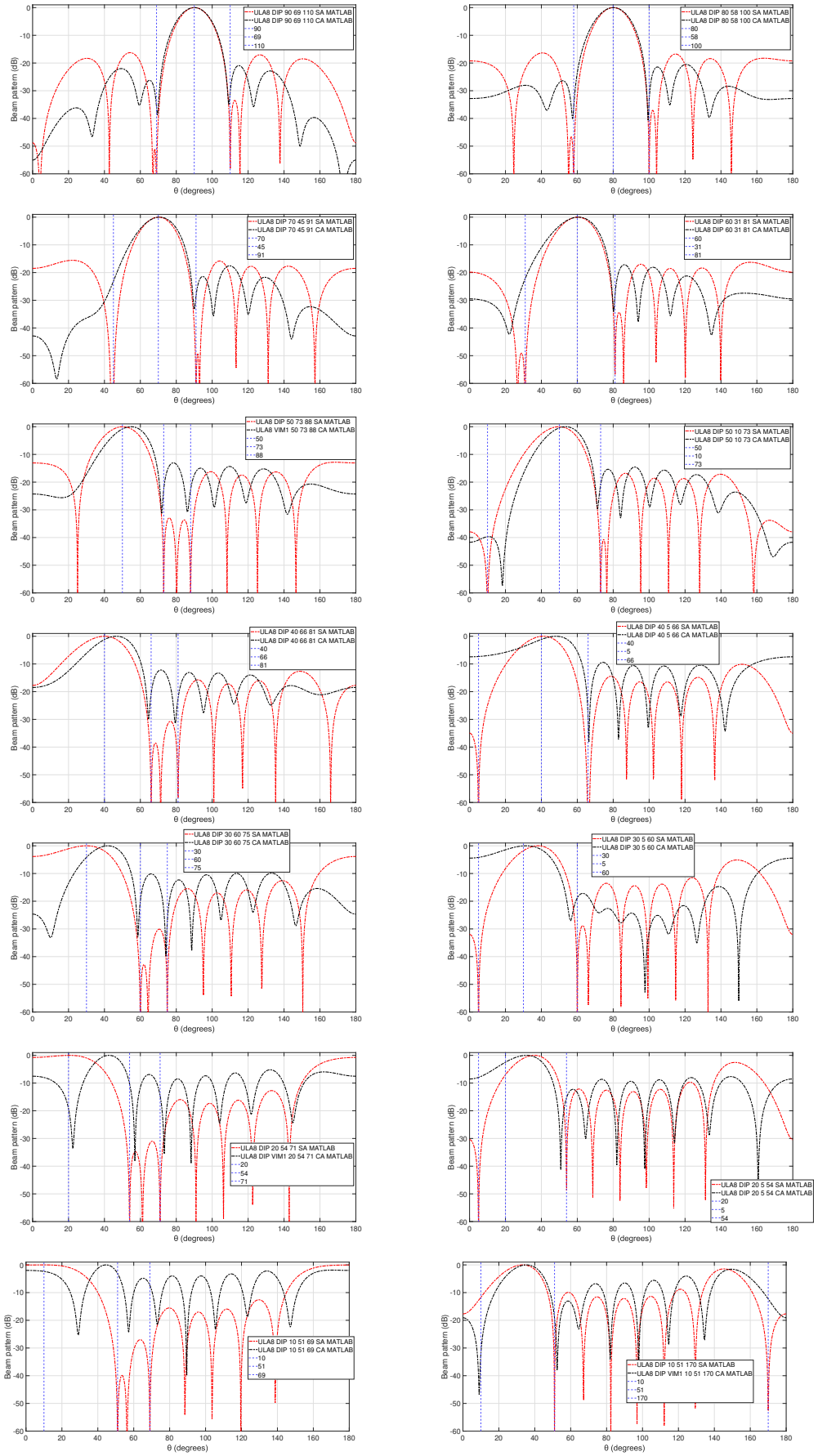


Figura 55 – Padrões de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS.

As Tabelas 20 e 22 apresentam as posições e respectivas intensidades dos ângulos de interesse identificados pelo algoritmo VRC-CNLMS, considerando o ULA com $M = 8$ elementos e espaçamento $d = 0,5\lambda$, tanto com quanto sem a inclusão da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\mathrm{mc}}}(\theta)$. Os ângulos analisados incluem o sinal principal (θ_{d}) e os sinais de interferência $(\theta_{\mathrm{i},1})$ e $(\theta_{\mathrm{i},2})$.

A Tabela 20 apresenta os valores nominais de cada ângulo de interesse, assim como as respectivas posições estimadas pelo algoritmo nos cenários com acoplamento mútuo (C.A.) e sem acoplamento mútuo (S.A.). Para o sinal principal, foi medida a posição, em graus, do pico do lóbulo correspondente. Já para os sinais interferentes, foram registradas as posições dos nulos identificados, também em graus.

A Tabela 21 destaca os desvios (Δ) entre os ângulos nominais e os valores encontrados pelo algoritmo VRC-CNLMS, em graus, para ambos os cenários. Esses valores auxiliam na compreensão do comportamento do algoritmo ao selecionar seus alvos em cada caso analisado.

Por fim, a Tabela 22 apresenta as intensidades dos padrões de radiação, expressas em dB, nos pontos específicos encontrados pelo algoritmo, permitindo uma análise quantitativa do desempenho em ambos os cenários.

Tabela 20 – Comparação entre os três ângulos de interesse, (θ_{d}), $(\theta_{\mathrm{i},1})$ e $(\theta_{\mathrm{i},2})$, do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS.

Ângulos de Interesse (em graus)								
Principal	S.A.	C.A.	Primeiro Nulo	S.A.	C.A.	Segundo Nulo	S.A.	C.A.
90	90	90	69	69	69,54	110	110,09	109,18
80	80	80	58	58	57,29	100	100	99,45
70	70	70,63	45	44	13,15	91	91	90,09
60	60	60,54	31	31	22,16	81	81	80,18
50	50	54,77	73	73	71,89	88	88	86,30
50	49,90	53,51	10	10,09	18,37	73	72,97	71,35
40	40	46,66	66	65,94	64,50	81	81,08	79,45
40	41	48,20	5	5,04	0*	66	65,94	66,48
30	30	41,98	60	60	58,55	75	74,95	74,23
30	38,19	31,53	5	5,04	0*	60	60	56,39
20	20,36	42,52	54	54,05	56,93	71	71	73,33
20	36,03	31,71	5	5	0*	54	54,05	50,81
10	33,33**	35,31***	51	51	52,43	170	170	180*
10	10,09	44,14	51	50,99	57,11	69	69	72,97

A Tabela 20 apresenta características relevantes que merecem destaque. Em particular, os ângulos marcados com $(*)$ indicam casos em que o algoritmo não conseguiu identificar o ângulo de interesse desejado. Além disso, nas situações em que $\theta_{\mathsf{d}} = 10^{\circ}$, tanto sem acoplamento $(**)$ quanto com acoplamento $(***)$, observa-se uma tendência do algoritmo em posicionar um nulo no local onde deveria estar o ângulo principal. Esse comportamento evidencia uma limitação do algoritmo em determinadas condições, que pode ser atribuída a desafios relacionados à resolução espacial ou ao impacto do acoplamento no sistema.

Tabela 21 – Desvio entre os três ângulos de interesse, (θ_{d}), $(\theta_{\mathsf{i},1})$ e $(\theta_{\mathsf{i},2})$, do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS.

Variações nos Ângulos de Interesse (em graus)								
Principal	Δ_{PSA}	Δ_{PCA}	Primeiro Nulo	Δ_{PNSA}	Δ_{PNCA}	Segundo Nulo	Δ_{SNSA}	Δ_{SNCA}
90	0	0	69	0	0,54	110	0,09	0,82
80	0	0	58	0	0,71	100	0	0,55
70	0	0,63	45	1	31,85	91	0	0,91
60	0	0,54	31	0	8,84	81	0	0,82
50	0	4,77	73	0	1,11	88	0	1,7
50	0,1	3,51	10	0,09	8,37	73	0,03	1,65
40	0	6,66	66	0,06	1,5	81	0,08	1,55
40	1	8,2	5	0,04	5	66	0,06	0,48
30	0	11,98	60	0	1,45	75	0,05	0,77
30	8,19	1,53	5	0,04	5	60	0	3,61
20	0,36	22,52	54	0,05	2,93	71	0	2,33
20	16,03	11,71	5	0	5	54	0,05	3,19
10	23,33	25,31	51	0	1,43	170	0	10
10	0,09	34,14	51	0,01	6,11	69	0	3,97

Tabela 22 – Comparação entre as intensidades nos três ângulos de interesse, (θ_{d}), ($\theta_{\text{i,1}}$) e ($\theta_{\text{i,2}}$), do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS.

Intensidade nos Ângulos de Interesse (em dB)								
Principal	S.A.	C.A.	Primeiro Nulo	S.A.	C.A.	Segundo Nulo	S.A.	C.A.
90	0	0	69	-72,25	-38,72	110	-58,01	-34,91
80	0	0	58	-71,18	-40,04	100	-78	-40,69
70	0	0	45	-74,61	-58,44	91	-84	-33,27
60	0	0	31	-69,90	-42,27	81	-56,80	-34,18
50	0	0	73	-67	-31,26	88	-65	-30,79
50	0	0	10	-71,66	-57,34	73	-69,80	-29,66
40	0	0	66	-62,30	-29,70	81	-58,15	-31,40
40	0	0	5	-65,27	-7,41	66	-77,02	-38,13
30	0	0	60	-73	-33	75	-64,29	-39,81
30	0	0	5	-66,89	-4,43	60	-73	-26,96
20	0	0	54	-61,73	-38,04	71	-80	-35,42
20	0	0	5	-65	-8,51	54	-48,77	-41,24
10	0	0	51	-63,37	-63,37	170	-52,69	-19,02
10	0	0	51	-69,75	-24,23	69	-66,03	-21,33

Nas Tabelas 20, 21 e 22, é possível classificar os ângulos estudados em dois grupos distintos. O primeiro grupo abrange os casos em que os ângulos de interesse identificados pelo algoritmo VRC-CNLMS com a utilização da MCM coincidem com os encontrados pelo mesmo algoritmo sem a utilização da MCM. Já o segundo grupo apresenta divergências em pelo menos um dos ângulos.

Com o auxílio da Tabela 22, é possível constatar uma redução considerável nas intensidades dos ângulos dos sinais de interferência encontrados, especificamente para ($\theta_{\text{i,1}}$) e ($\theta_{\text{i,2}}$). As variações dos ângulos ($\theta_{\text{i,1}}$) encontrados são, em média, de 34,08 dB, enquanto para os ângulos ($\theta_{\text{i,2}}$), as variações são da ordem de 33,91 dB.

A Tabela 23 apresenta os casos em que há concordância entre os ângulos identificados nos dois cenários. Além disso, as Figuras 56 até 60 exibem os padrões de radiação de campo distante correspondentes a esses casos.

Tabela 23 – Casos onde existe correlação entre os ângulos de interesse para um ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a utilização da MCM, com o algoritmo VRC-CNLMS.

Ângulos de Interesse (em graus)		
Principal (θ_{d})	Primeiro Nulo ($\theta_{\text{i},1}$)	Segundo Nulo ($\theta_{\text{i},2}$)
90	69	110
80	58	100
50	73	88
50	10	73
40	66	81

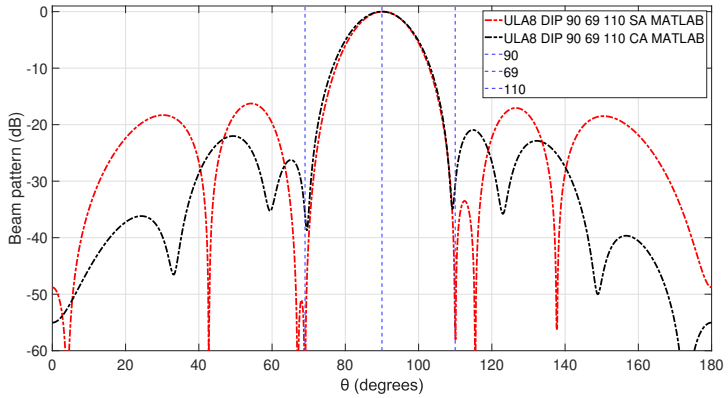


Figura 56 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 90°$, $\theta_{\text{i},1} = 69°$ e $\theta_{\text{i},2} = 110°$.

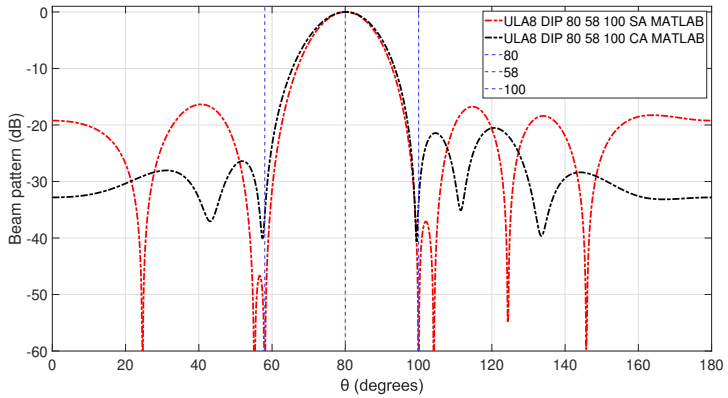


Figura 57 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 80°$, $\theta_{\text{i},1} = 58°$ e $\theta_{\text{i},2} = 100°$.

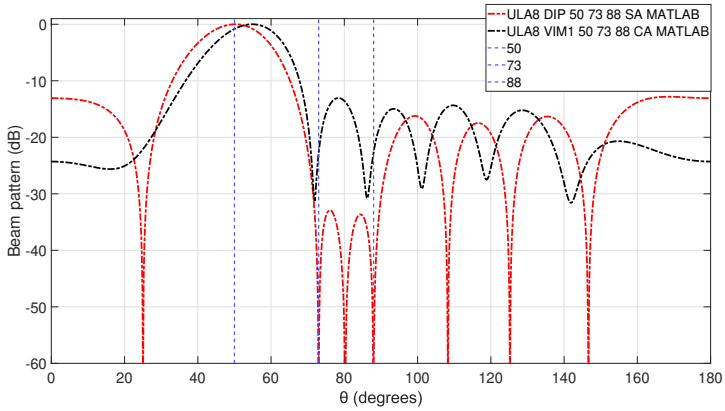


Figura 58 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 50°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 73°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 88°$.

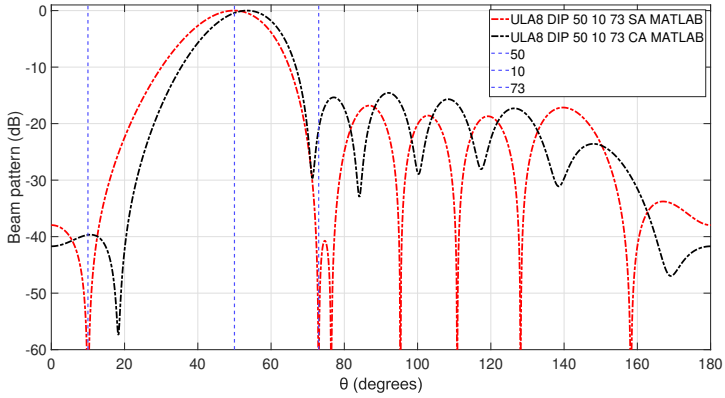


Figura 59 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 50°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 10°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 73°$.

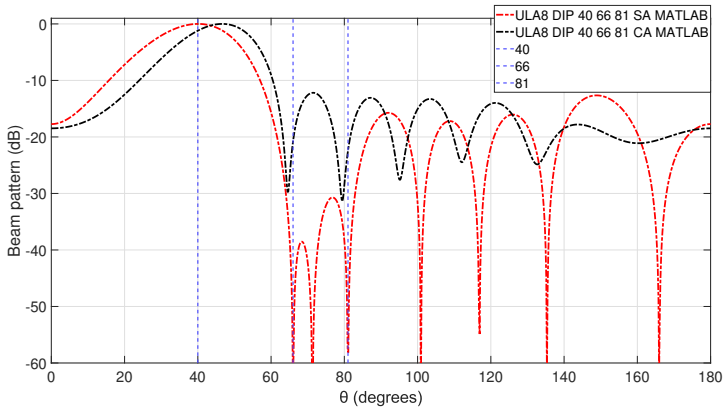


Figura 60 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 40°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 66°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 81°$.

Conforme ilustrado na Figura 9, que apresenta o padrão de radiação de campo

distante de um ULA com 8 elementos dipolo posicionados ao longo do eixo z, orientados ao longo do eixo y e com espaçamento de meio comprimento de onda ($d = 0,5\lambda$), o ângulo principal do conjunto está em $90°$. Isso significa que o ULA apresenta um "ângulo natural" de apontamento ($\theta = 90°$), característico tanto de sua configuração geométrica quanto da orientação dos elementos.

Ao analisar a Tabela 23 e as Figuras 56 até 60, observa-se uma tendência dos ângulos de interesse identificados estarem localizados predominantemente entre $110°$ e $40°$. Essa distribuição evidencia que os ângulos estimados estão concentrados ao redor do "ângulo natural" $\theta = 90°$, alinhando-se à configuração esperada para o ULA analisado.

A Tabela 24 apresenta os casos em que não há concordância entre os ângulos de interesse utilizando o algoritmo VRC-CNLMS com e sem a utilização da MCM. Além disso, as Figuras 61 até 69 exibem os padrões de radiação de campo distante correspondentes a esses casos.

Tabela 24 – Casos onde existe descorrelação entre os ângulos de interesse para um ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a utilização da MCM, com o algoritmo VRC-CNLMS.

Ângulos de Interesse (em graus)		
Principal (θ_{d})	Primeiro Nulo ($\theta_{\mathrm{i},1}$)	Segundo Nulo ($\theta_{\mathrm{i},2}$)
70	45	91
60	31	81
40	5	66
30	60	75
30	5	60
20	54	71
20	5	54
10	51	170
10	51	69

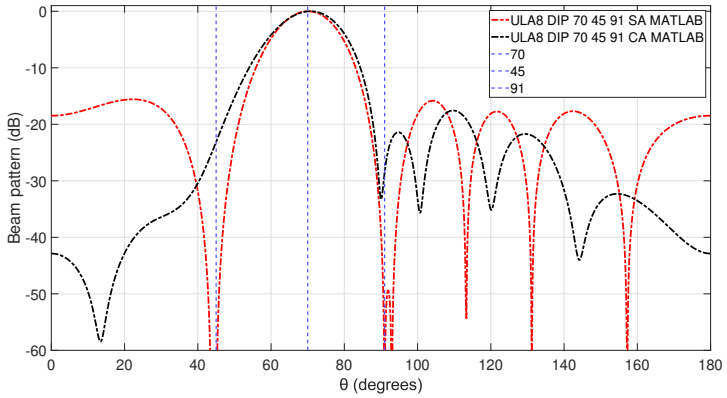


Figura 61 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 70°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 45°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 91°$.

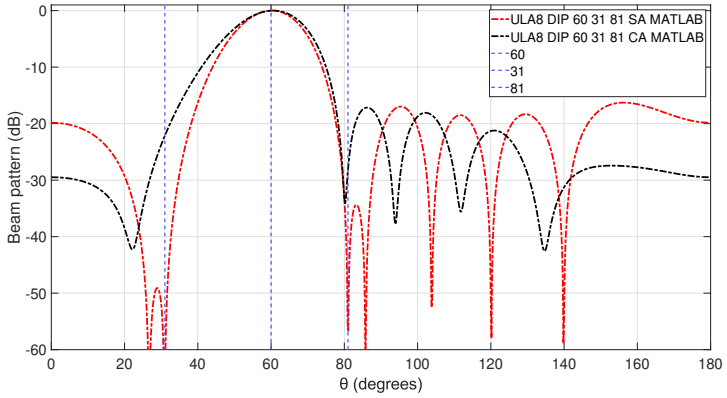


Figura 62 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 60°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 31°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 81°$.

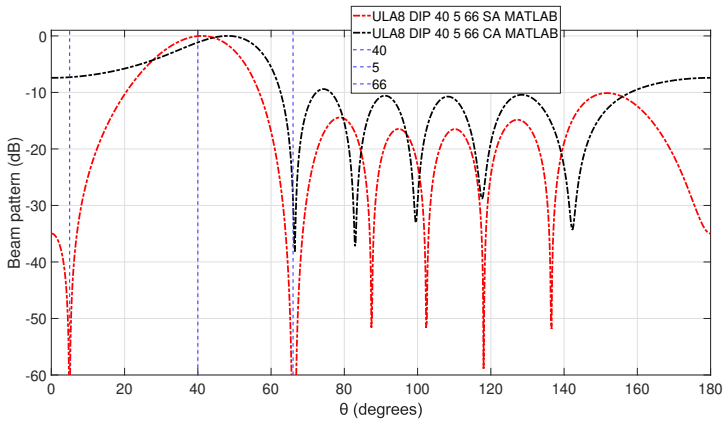


Figura 63 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathrm{d}} = 40°$, $\theta_{\mathrm{i},1} = 5°$ e $\theta_{\mathrm{i},2} = 66°$.

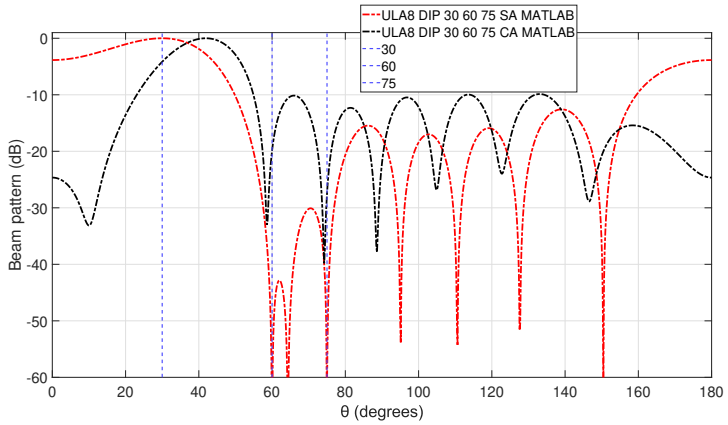


Figura 64 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 30°$, $\theta_{\text{i,1}} = 60°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 75°$.

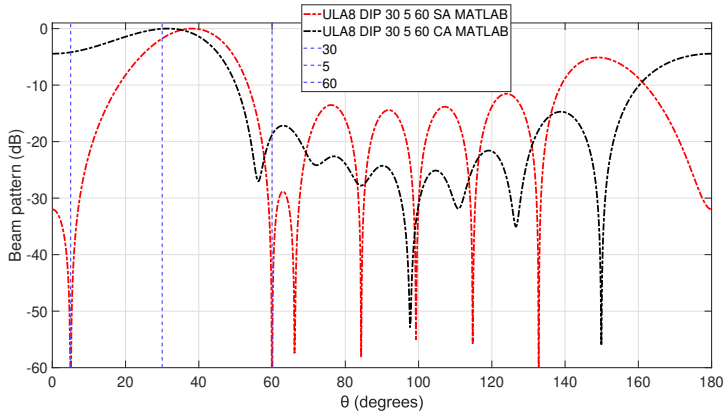


Figura 65 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 30°$, $\theta_{\text{i,1}} = 5°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 60°$.

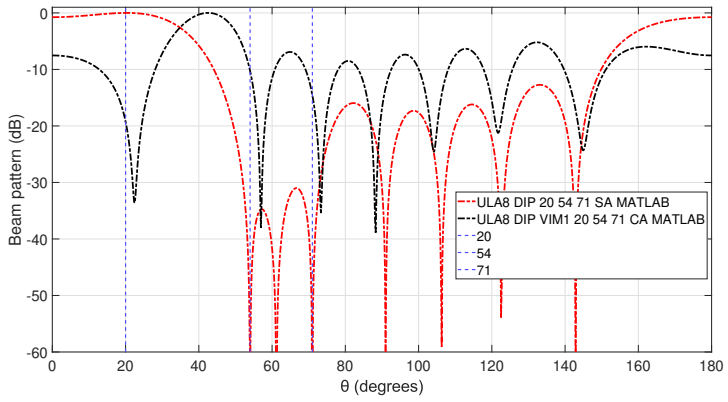


Figura 66 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 20°$, $\theta_{\text{i,1}} = 54°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 71°$.

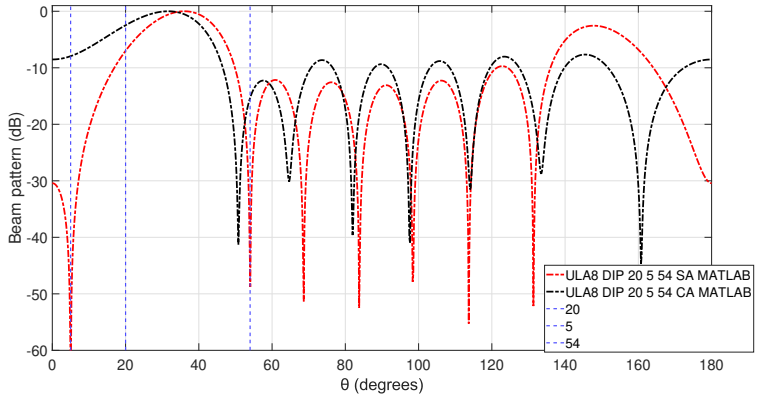


Figura 67 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 20°$, $\theta_{\text{i,1}} = 5°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 54°$.

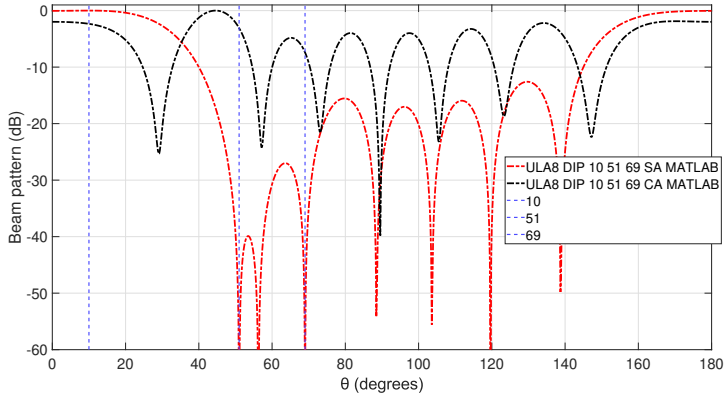


Figura 68 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 10°$, $\theta_{\text{i,1}} = 51°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 69°$.

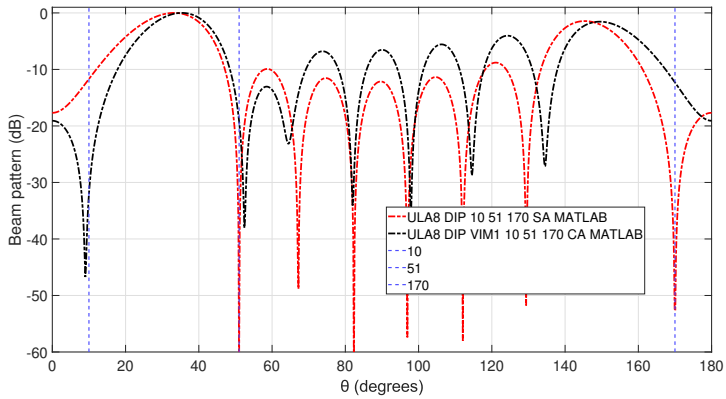


Figura 69 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,5\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 10°$, $\theta_{\text{i,1}} = 51°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 170°$.

Ao analisar a Tabela 24 e as Figuras 61 até 69, observa-se que os ângulos de

interesse apresentam predominância de valores localizados abaixo de $60°$, com destaque para ângulos inferiores a $30°$.

Essa distribuição indica que os ângulos estimados estão concentrados em posições “não naturais” do ULA, ou seja, afastados do ângulo esperado de $\theta = 90°$, característico da configuração geométrica do conjunto.

Esses resultados sugerem que, com a utilização da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\mathsf{mc}}}(\theta)$ no cálculo do padrão de radiação de campo distante do ULA, composto por oito antenas elementares dipolo de meio comprimento de onda, espaçadas por meio comprimento de onda, o desempenho do algoritmo VRC-CNLMS se torna mais suscetível às condições específicas de operação analisadas nos cenários estudados.

5.4.2 Resultados para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$

Os procedimentos para a determinação dos ângulos dos sinais de interesse — o emissor principal, identificado pelo ângulo (θ_{d}), e os dois sinais de interferência, correspondentes aos ângulos $(\theta_{\mathsf{i},1})$ e $(\theta_{\mathsf{i},2})$ — seguiram a mesma abordagem adotada no caso anterior. Utilizou-se o algoritmo LCMV para calcular o padrão de radiação de campo no plano $x - z$ no campo distante do ULA com $M = 8$ elementos e espaçamento $d = 0,3\lambda$, variando o ângulo do emissor principal (θ_{d}) em incrementos de $10°$, desde $\theta_{\mathsf{d}} = 10°$ até $\theta_{\mathsf{d}} = 90°$.

A Figura 51 ilustra o padrão de radiação no campo distante para $(\theta_{\mathsf{d}} = 50°)$, destacando os máximos secundários. Essa representação facilita a escolha dos ângulos dos sinais interferentes $(\theta_{\mathsf{i},1})$ e $(\theta_{\mathsf{i},2})$.

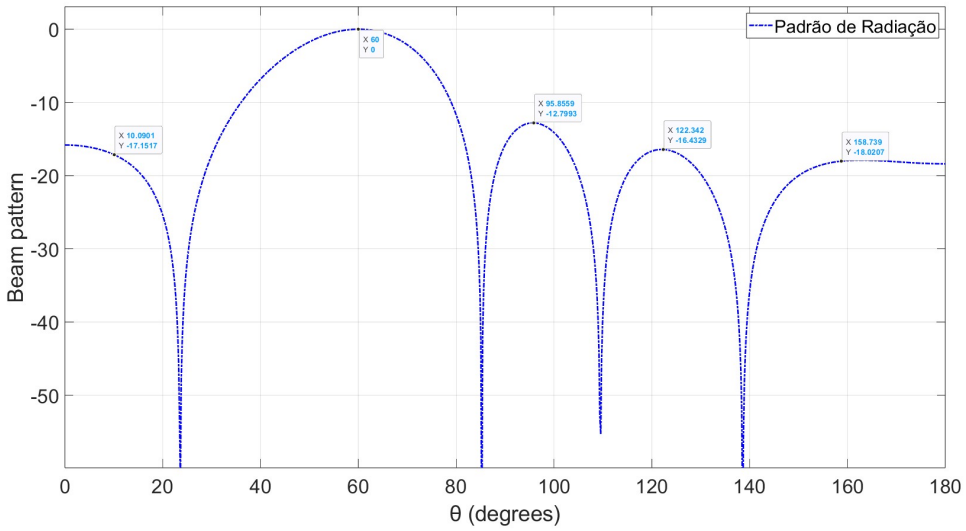


Figura 70 – Exemplo de escolha dos ângulos de interesse para uma ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$ e o feixe principal em $60°$.

A Tabela 25 apresenta os ângulos escolhidos para os sinais de interesse em cada caso analisado neste trabalho, considerando o ULA com $M = 8$ elementos e espaçamento $d = 0,3\lambda$. Os ângulos listados correspondem ao emissor principal (θ_{d}) e aos sinais de interferência $(\theta_{\text{i,1}})$ e $(\theta_{\text{i,2}})$.

Tabela 25 – Ângulos de interesse, em graus, para um ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Ângulo Principal (θ_{d})	Primeiro Nulo $(\theta_{\text{i,1}})$	Segundo Nulo $(\theta_{\text{i,2}})$
90	52	126
80	39	115
70	20	104
60	95	121
60	10	95
50	87	112
50	10	87
40	80	105
40	10	80
30	74	99
30	10	74
20	70	95
10	67	92

Mais uma vez, é necessário determinar o fator de aprendizagem β para cada um dos algoritmos considerados nesta parte do estudo: CNLMS, RC-CNLMS, VRC-CNLMS e CAPA. O objetivo é ajustar β de forma que todos os algoritmos apresentem convergência para o mesmo patamar de SINR em regime permanente, tanto com quanto sem o uso da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$.

Nas simulações realizadas, assume-se que as variâncias das interferências são unitárias, enquanto a energia da fonte desejada está 40 dB abaixo da energia das interferências. A variância do ruído aditivo é $\sigma_\eta^2 = 10^{-6}$. Todos os sinais utilizados, incluindo as fontes $s(k)$ e o ruído aditivo $\eta(k)$, são processos aleatórios gaussianos estacionários de sentido amplo (WSS) com média zero.

A restrição imposta ao sistema é $\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{w}(k) = \mathbf{f} = 1$, o que implica que a matriz $\mathbf{C}$ possui apenas uma coluna, uma vez que as direções das interferências são consideradas desconhecidas. Para o algoritmo RC-CNLMS, os parâmetros adicionais utilizados são $\rho = 0,99$ e $L = 15$, enquanto o algoritmo CAPA emprega $\beta = 0,04$ e um fator de reutilização de dados $\overline{P} = 2$.

Para garantir a convergência dos algoritmos em estado estacionário com a utilização da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$, foi necessário normalizar a matriz devido à sua ordem de grandeza. A Figura 71 apresenta as curvas de desempenho dos algoritmos, tanto com quanto sem o uso da MCM. Essa figura confirma que é possível determinar um patamar de SINR de 6 dB para todos os algoritmos. Os valores do fator de aprendizagem β ajustados estão listados na Tabela 26.

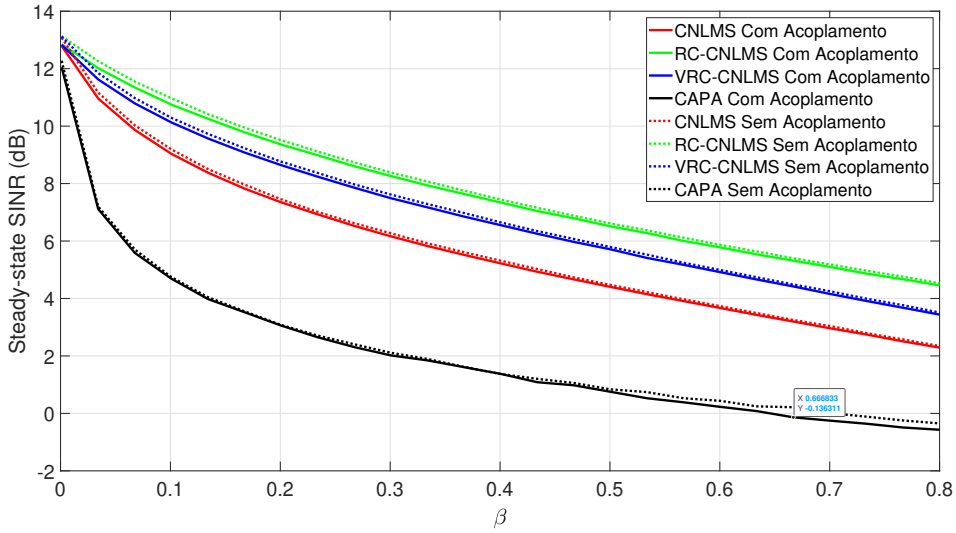


Figura 71 – Curvas de desempenho dos algoritmos em estado estacionário com e sem a utilização da MCM para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Tabela 26 – Ajuste dos Betas para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

	CNLMS	RC-CNLMS	VRC-CNLMS	CAPA
SEM ACOMPLAMENTO	0,3315	0,5813	0,4750	0,0693
COM ACOPLAMENTO	0,3212	0,5681	0,4642	0,0676

Para corroborar a qualidade da solução obtida pelo algoritmo VRC-CLMS, os pesos adaptativos médios assintóticos foram usados para ajustar a alimentação da corrente de entrada nos elementos do ULA, considerando cenários com e sem o uso da MCM, no *software 4NEC2*. Essa simulação é fundamental para verificar as soluções obtidas com o uso combinado dos *softwares 4NEC2* e *Matlab*.

Como exemplo, a Figura 72 apresenta os padrões de radiação de campo distante para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 70°$, $\theta_{\text{i},1} = 20°$ e $\theta_{\text{i},2} = 104°$, tanto com quanto sem a utilização da MCM.

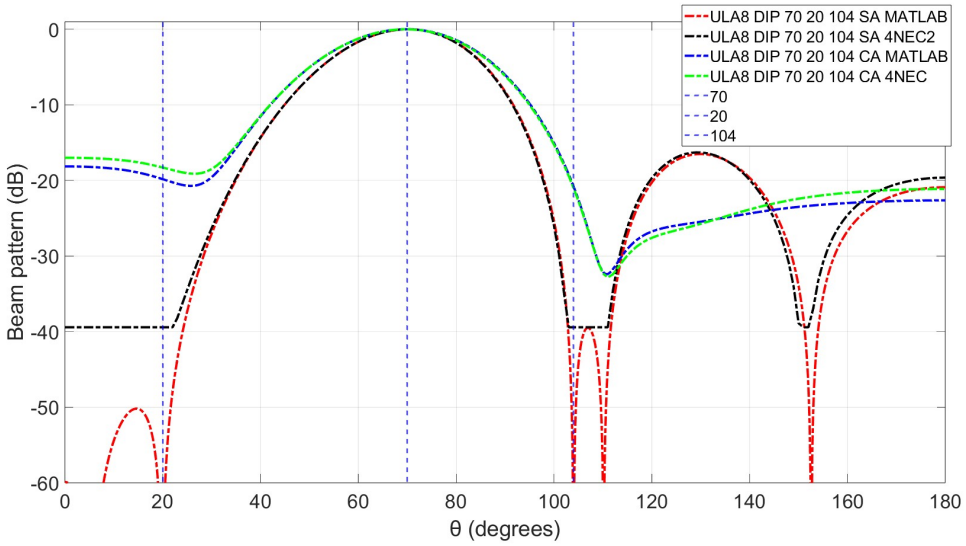
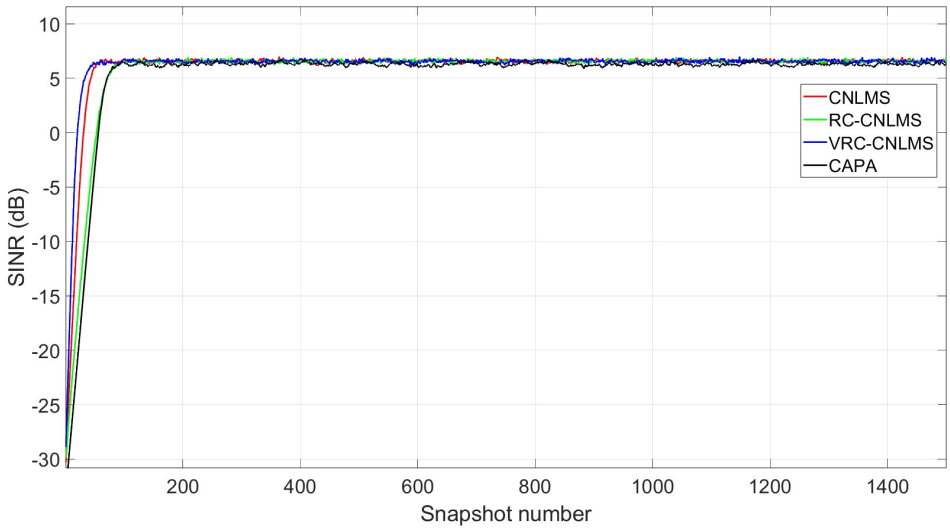


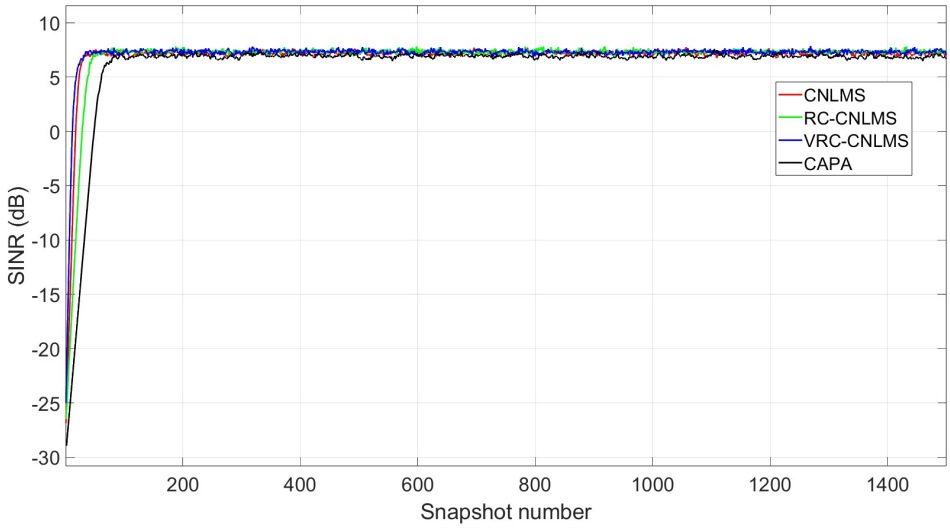
Figura 72 – Padrão de radiação dos ângulos $(\theta_{\text{d}} = 70°)$, $(\theta_{\text{i,1}} = 20°)$ e $(\theta_{\text{i,2}} = 104°)$, com e sem a utilização da MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS.

A Figura 72 corrobora os estudos anteriores, que indicam que as respostas dos padrões de radiação obtidas com o algoritmo VRC-CLMS, utilizando os *softwares 4NEC2* e *Matlab*, são equivalentes, independentemente da inclusão da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$ ou do espaçamento d entre os elementos da ULA. Esses resultados validam a viabilidade do uso direto do *software Matlab* para esse tipo de análise.

Além disso, a Figura 73 evidencia que todos os algoritmos convergiram para o mesmo patamar de SINR, atingindo um valor de 6 dB em regime permanente, confirmando a eficácia do ajuste realizado nos algoritmos.



(a) Com Acoplamento.



(b) Sem Acoplamento.

Figura 73 – Curva de convergência em estado estacionário para SINR com os ângulos $(\theta_{\text{d}} = 70°)$, $(\theta_{\text{i,1}} = 20°)$ e $(\theta_{\text{i,2}} = 104°)$, com e sem a utilização da MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Com o conjunto dos ângulos dos sinais de interesse (θ_{d}), $(\theta_{\text{i,1}})$ e $(\theta_{\text{i,2}})$, juntamente com os valores do fator de aprendizagem β para o algoritmo VRC-CLMS, é possível calcular os padrões de radiação de campo distante para cada um dos casos, considerando os diferentes conjuntos de ângulos de interesse. Isso inclui os cenários com e sem a utilização da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\text{mc}}}(\theta)$.

A Figura 74 apresenta esses padrões de radiação, posicionados lado a lado, com o objetivo de proporcionar uma análise comparativa mais fácil e imediata dos resultados.

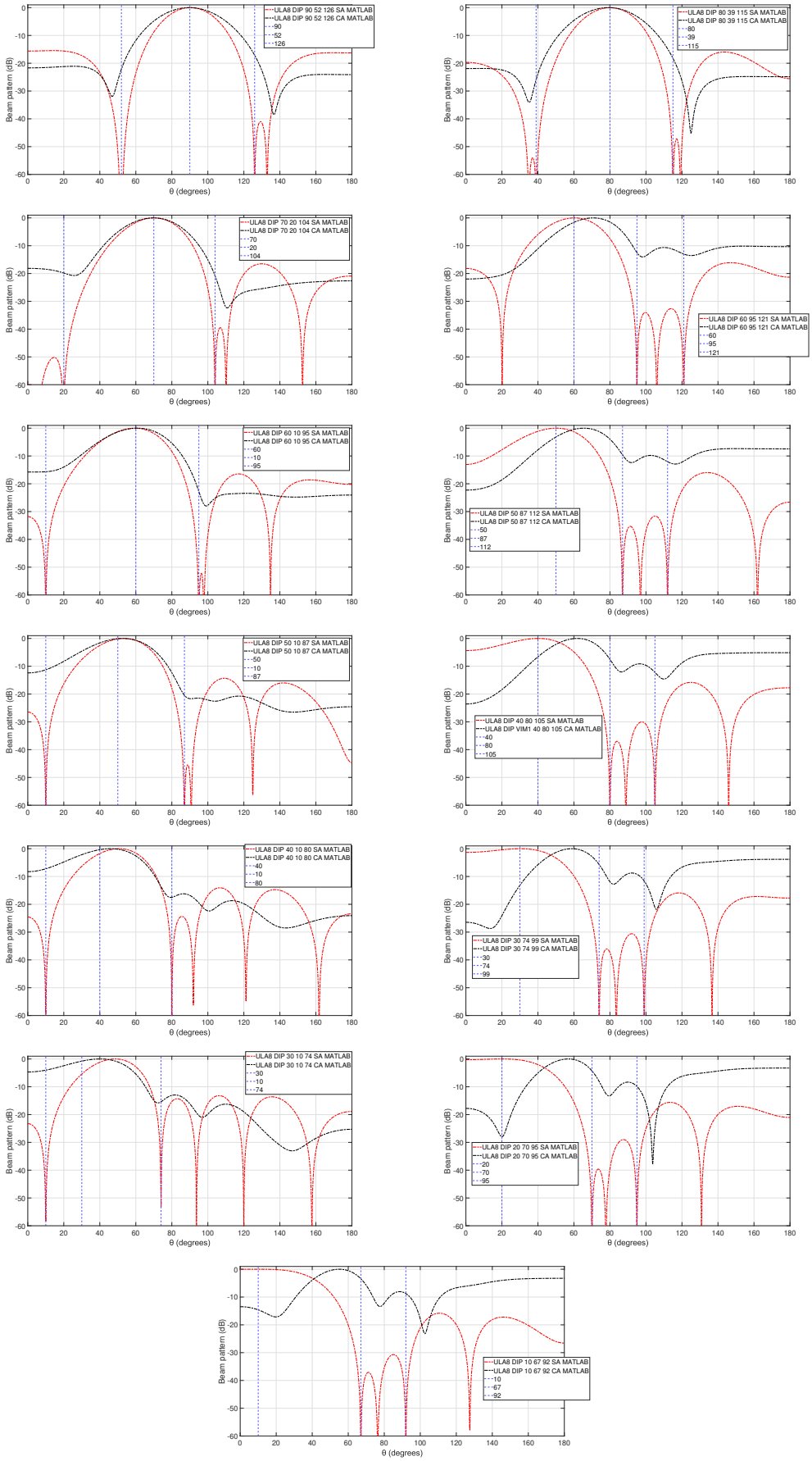


Figura 74 – Padrões de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS.

As Tabelas 27 a 29 apresentam as posições e respectivas intensidades dos ângulos de interesse identificados pelo algoritmo VRC-CNLMS, considerando a ULA com $M = 8$ elementos e espaçamento $d = 0,3\lambda$, tanto com quanto sem a inclusão da MCM $\overline{\mathbf{C}}(\theta)$. Os ângulos analisados incluem o sinal principal (θ_{d}) e os sinais de interferência $(\theta_{\mathrm{i},1})$ e $(\theta_{\mathrm{i},2})$.

A Tabela 27 apresenta os valores nominais de cada ângulo de interesse, assim como as respectivas posições estimadas pelo algoritmo nos cenários com acoplamento mútuo (C.A.) e sem acoplamento mútuo (S.A.). Para o sinal principal, foi medida a posição, em graus, do pico do lóbulo correspondente. Já para os sinais interferentes, foram registradas as posições dos nulos identificados, também em graus.

A Tabela 28 destaca os desvios (Δ) entre os ângulos nominais e os valores encontrados pelo algoritmo VRC-CNLMS, em graus, para ambos os cenários. Esses valores auxiliam na compreensão do comportamento do algoritmo ao selecionar seus alvos em cada caso analisado.

Por fim, a Tabela 29 apresenta as intensidades dos padrões de radiação, expressas em dB, nos pontos específicos encontrados pelo algoritmo, permitindo uma análise quantitativa do desempenho em ambos os cenários.

Tabela 27 – Comparação entre os três ângulos de interesse para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Ângulos de Interesse (em graus)								
Principal	S.A.	C.A.	Primeiro Nulo	S.A.	C.A.	Segundo Nulo	S.A.	C.A.
90	90	90	52	52	46,84	126	126	136,75
80	80	79,09	39	39	35,30	115	114,95	125,04
70	70	70	20	20	25,76	104	104	110,63
60	60	70,63	95	95	98,37	121	121,08	125,04
60	59,27	60,90	10	9,90	0*	95	94,95	99,09
50	50	65,58	87	87,02	92,07	112	112,07	116,57
50	53,33	52,61	10	10,09	0*	87	87	89,54
40	40	61,62	80	80	86,30	105	105,04	110,63
40	50,45	45,04	10	10	0*	80	80	79,03
30	30,27	58,73	74	74,05	81,62	99	99,09	105,76
30	49	40,18	10	10,09	0*	74	74,05	72,43
20	20	57,12***	70	70,09	79,28	95	95	103,80
10	10	54,59***	67	67	77	92	92	102,70

A Tabela 27 apresenta características relevantes que merecem destaque. Em

particular, os ângulos marcados com $(*)$ indicam casos em que o algoritmo não conseguiu identificar o ângulo de interesse desejado. Além disso, nas situações em que $\theta_{\mathsf{d}} = 20^{\circ}$ com acoplamento $(***)$ e $\theta_{\mathsf{d}} = 10^{\circ}$ com acoplamento $(***)$ observa-se uma tendência do algoritmo em posicionar um nulo no local onde deveria estar o ângulo principal. Esse comportamento evidencia uma limitação do algoritmo em determinadas condições, que pode ser atribuída a desafios relacionados à resolução espacial ou ao impacto do acoplamento no sistema.

Tabela 28 – Desvio entre os três ângulos de interesse, (θ_{d}), ($\theta_{\mathsf{i},1}$) e ($\theta_{\mathsf{i},2}$), do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS.

Variações dos Ângulos de Interesse (em graus)								
Principal	Δ_{PSA}	Δ_{PCA}	Primeiro Nulo	Δ_{PNSA}	Δ_{PNCA}	Segundo Nulo	Δ_{SNSA}	Δ_{SNCA}
90	0	0	52	0	5,16	126	0	10,75
80	0	0,91	39	0	3,7	115	0,05	10,04
70	0	0	20	0	5,76	104	0	6,63
60	0	10,63	95	0	3,37	121	0,08	4,04
60	0,73	0,9	10	0,1	10	95	0,05	4,09
50	0	15,58	87	0,02	5,07	112	0,07	4,57
50	3,33	2,61	10	0,09	10	87	0	2,54
40	0	21,62	80	0	6,3	105	0,04	5,63
40	10,45	5,04	10	0	10	80	0	0,97
30	0,27	28,73	74	0,05	7,62	99	0,09	6,76
30	19	10,18	10	0,09	10	74	0,05	1,57
20	0	37,12	70	0,09	9,28	95	0	8,8
10	0	44,59	67	0	10	92	0	10,7

Tabela 29 – Comparação entre as intensidades nos três ângulos de interesse para o ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$.

Intensidade nos Ângulos de Interesse (em dB)								
Principal	S.A.	C.A.	Primeiro Nulo	S.A.	C.A.	Segundo Nulo	S.A.	C.A.
90	0	0	52	-60	-31,92	126	-60	-38,50
80	0	0	39	-73	-34,04	115	-72,27	-45,15
70	0	0	20	-60	-20,76	104	-60	-32,38
60	0	0	95	-67	-14,04	121	-65,17	-13,53
60	0	0	10	-66,53	-15,77	95	-74,35	-27,98
50	0	0	87	-66,15	-12,38	112	-65,99	-12,90
50	0	0	10	-61,95	-12,40	87	-73	-21,61
40	0	0	80	-80	-12,04	105	-66,41	-14,53
40	0	0	10	-59,66	-8,25	80	-78	-17,51
30	0	0	74	-68,80	-12,72	99	-63,85	-21,81
30	0	0	10	-58,43	-4,02	74	-53,05	-15,80
20	0	0	70	-65,80	-13,26	95	-70	-37,82
10	0	0	67	-70	-13,39	92	-63,38	-23,14

Com base nas Tabelas 27, 28 e 29, é possível classificar os ângulos estudados em dois grupos distintos. O primeiro grupo abrange os casos em que os ângulos de interesse identificados pelo algoritmo VRC-CNLMS com a utilização da MCM coincidem com aqueles encontrados pelo mesmo algoritmo sem a utilização da MCM. O segundo grupo, por outro lado, apresenta divergências em pelo menos um dos ângulos.

Ao analisar a Figura 74, observa-se que a introdução da MCM no ULA com $M = 8$ elementos e espaçamento de $d = 0,3\lambda$ resulta em uma redução da profundidade dos mínimos no padrão de radiação. Esse fenômeno é atribuído ao aumento da influência do efeito da MCM, que se torna mais pronunciado devido à redução do espaçamento entre os elementos do conjunto.

A partir da Tabela 28, constata-se uma redução considerável nas intensidades dos ângulos dos sinais de interferência encontrados, especificamente para ($\theta_{i,1}$) e ($\theta_{i,2}$). Em média, as variações de intensidade para ($\theta_{i,1}$) são da ordem de 50,18 dB, enquanto para ($\theta_{i,2}$), as variações são de aproximadamente 45,87 dB.

Tabela 30 – Casos onde existe correlação entre os ângulos de interesse para um ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a utilização da MCM, com o algoritmo VRC-CNLMS.

Ângulos de Interesse (em graus)		
Principal (θ_{d})	Primeiro Nulo $(\theta_{\text{i},1})$	Segundo Nulo $(\theta_{\text{i},2})$
90	52	120
80	39	115
70	20	104
60	95	121
50	87	112

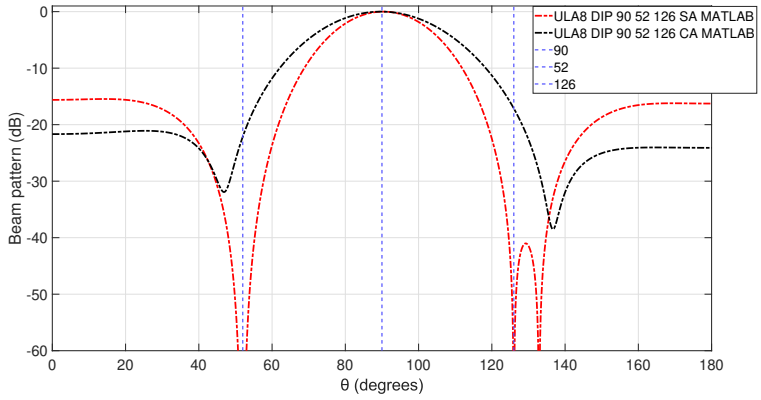


Figura 75 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 90°$, $\theta_{\text{i},1} = 52°$ e $\theta_{\text{i},2} = 126°$.

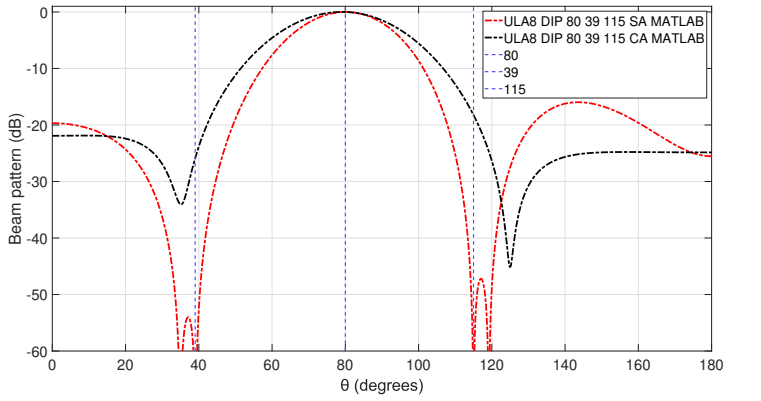


Figura 76 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 80°$, $\theta_{\text{i},1} = 39°$ e $\theta_{\text{i},2} = 115°$.

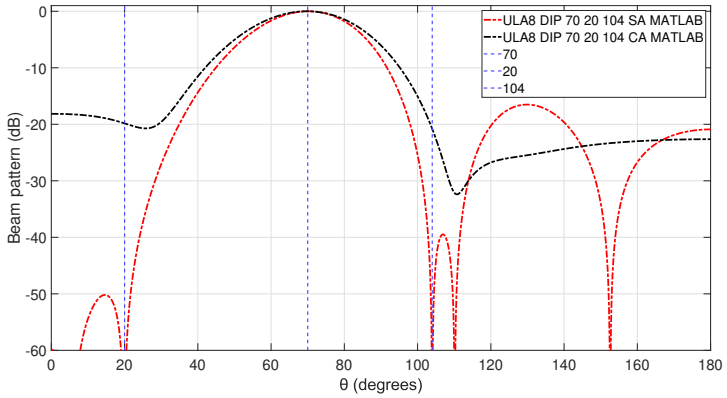


Figura 77 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 70°$, $\theta_{\text{i,1}} = 20°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 104°$.

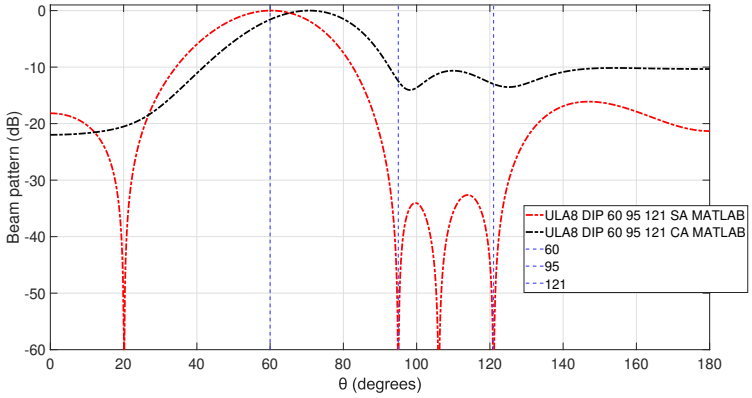


Figura 78 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 60°$, $\theta_{\text{i,1}} = 95°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 121°$.

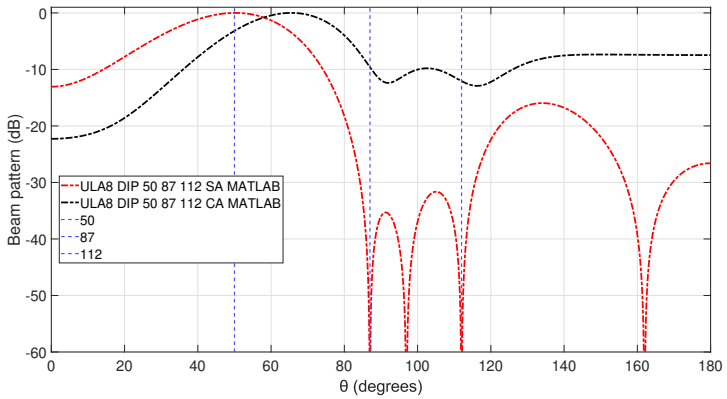


Figura 79 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 50°$, $\theta_{\text{i,1}} = 87°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 112°$.

Ao analisar a Tabela 30 e as Figuras 75 até 79, observa-se uma tendência dos

ângulos de interesse identificados estarem predominantemente localizados entre $50°$ e $121°$. Essa distribuição evidencia que os ângulos estimados estão concentrados ao redor do "ângulo natural" ($\theta = 90°$), conforme o comportamento esperado para o ULA analisado.

A Tabela 31 apresenta os casos em que não há concordância entre os ângulos de interesse utilizando o algoritmo VRC-CNLMS com e sem a utilização da MCM. Além disso, as Figuras 80 até 87 exibem os padrões de radiação de campo distante correspondentes a esses casos.

Tabela 31 – Casos onde existe descorrelação entre os ângulos de interesse para um ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a utilização da MCM, com o algoritmo VRC-CNLMS.

Ângulos de Interesse (em graus)		
Principal (θ_{d})	Primeiro Nulo ($\theta_{\text{i},1}$)	Segundo Nulo ($\theta_{\text{i},2}$)
60	10	95
50	10	87
40	80	105
40	10	80
30	74	99
30	10	74
20	70	95
10	67	92

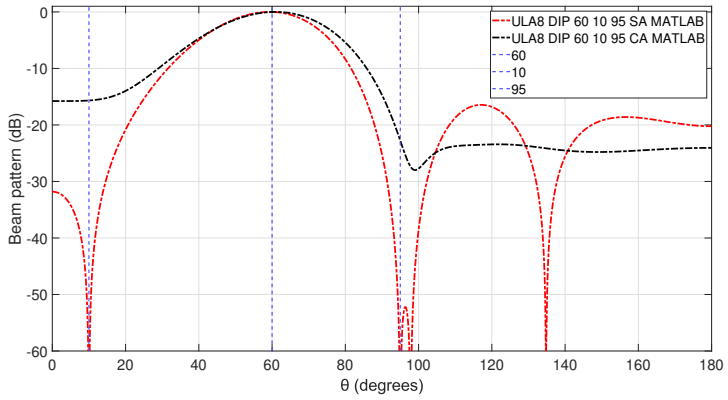


Figura 80 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 60°$, $\theta_{\text{i},1} = 10°$ e $\theta_{\text{i},2} = 95°$.

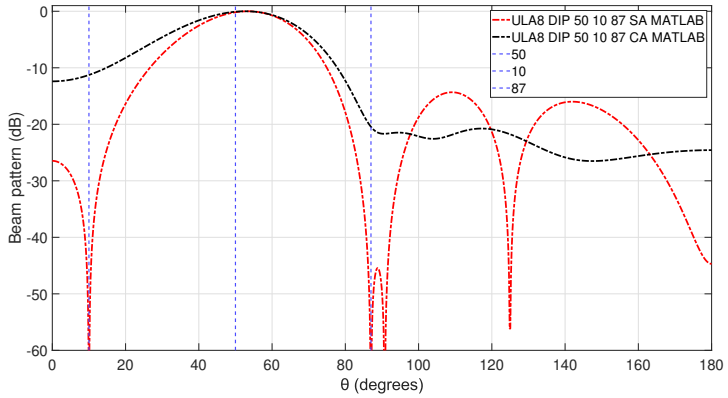


Figura 81 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 50°$, $\theta_{\text{i,1}} = 10°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 87°$.

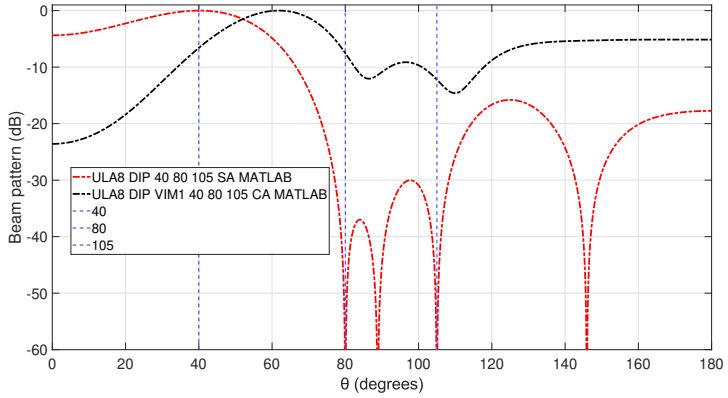


Figura 82 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 40°$, $\theta_{\text{i,1}} = 80°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 105°$.

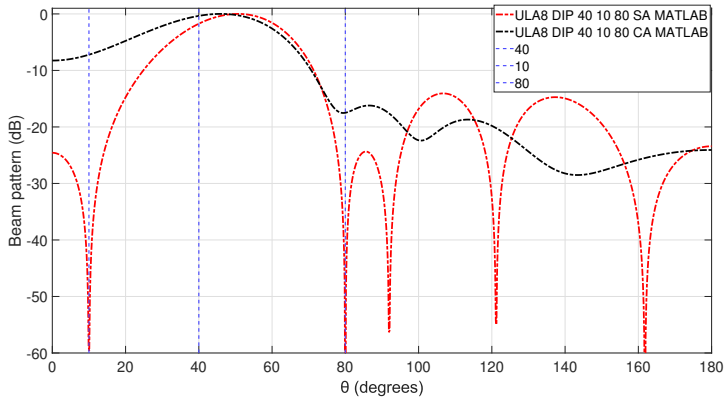


Figura 83 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 40°$, $\theta_{\text{i,1}} = 10°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 80°$.

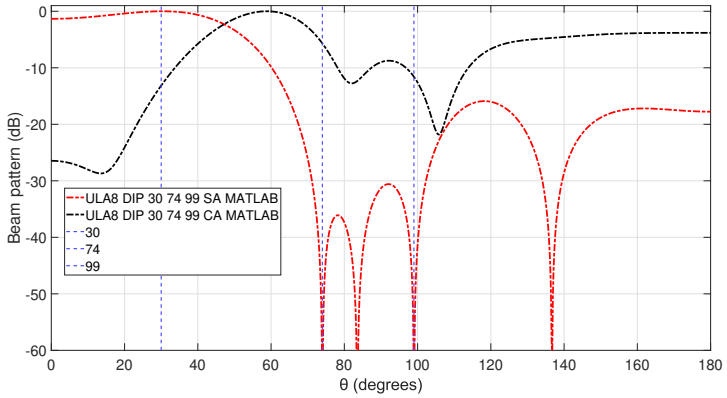


Figura 84 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 30°$, $\theta_{\text{i,1}} = 74°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 99°$.

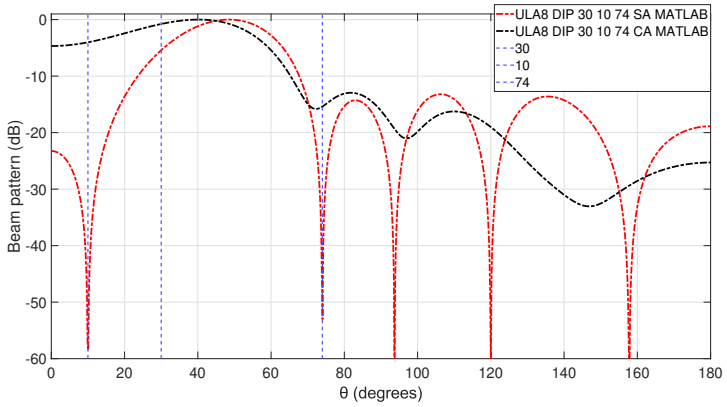


Figura 85 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 30°$, $\theta_{\text{i,1}} = 10°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 74°$.

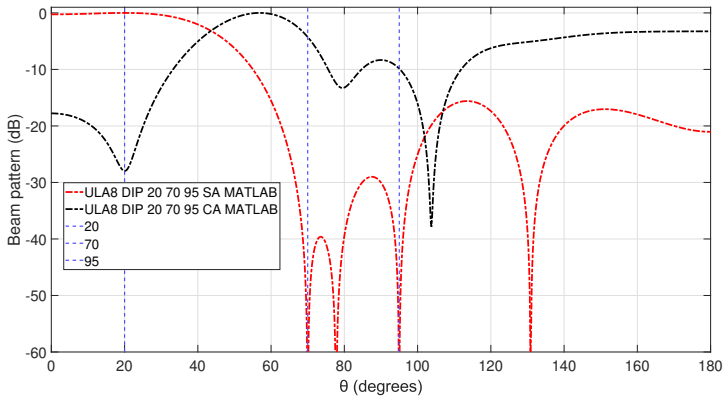


Figura 86 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\text{d}} = 20°$, $\theta_{\text{i,1}} = 70°$ e $\theta_{\text{i,2}} = 95°$.

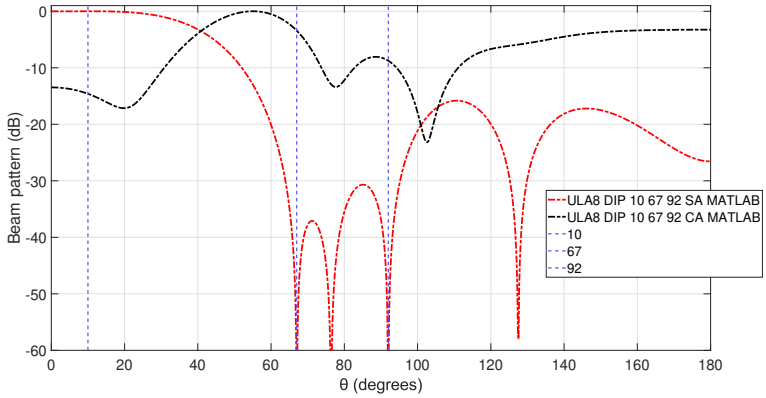


Figura 87 – Padrão de radiação do ULA com $M = 8$ e $d = 0,3\lambda$, com e sem a MCM, utilizando o algoritmo VRC-CNLMS, para os ângulos $\theta_{\mathsf{d}} = 10°$, $\theta_{\mathsf{i},1} = 67°$ e $\theta_{\mathsf{i},2} = 92°$.

Ao analisar a Tabela 31 e as Figuras 80 até 87, observa-se que os ângulos de interesse apresentam predominância de valores localizados abaixo de $60°$, com maior incidência para ângulos inferiores a $30°$.

Essa distribuição evidencia que os ângulos estimados estão concentrados em posições “não naturais” do ULA, ou seja, afastados do ângulo esperado de $\theta = 90°$, característico da configuração geométrica do conjunto.

Mais uma vez, os resultados sugerem que, com a utilização da MCM $\overline{\mathbf{C}_{\mathsf{mc}}}(\theta)$ no cálculo do padrão de radiação de campo distante do ULA, composto por oito antenas elementares dipolo de meio comprimento de onda, espaçadas por $0,3$ de comprimento de onda, o desempenho do algoritmo VRC-CNLMS se torna mais suscetível às condições específicas de operação nos cenários analisados.

6- Conclusões

Foi possível observar que os algoritmos CLMS e CNLMS resolvem, de maneira exata, problemas de otimização determinística. A partir de uma nova estrutura para a derivação desses algoritmos, foram propostos novos métodos (RC-CLMS e VRC-CLMS, além de suas versões normalizadas), que demonstraram desempenhos superiores em regime permanente. A robustez contra ruídos proporcionada pela estratégia RC reflete-se em um desempenho assintótico aprimorado, ao atenuar as oscilações dos pesos adaptativos.

Além disso, uma análise estocástica de primeira ordem do algoritmo RC-CLMS permite prever com precisão a dinâmica média dos pesos adaptativos.

Os algoritmos foram aplicados à determinação do padrão de radiação de campo distante em conjuntos de antenas. Os pesos assintóticos obtidos nessas aplicações foram avaliados em um programa de simulação computacional de antenas, e os resultados demonstraram que os algoritmos propostos são capazes de gerar um apontamento direcional adequado, independentemente da precisão com que os fenômenos eletromagnéticos são modelados.

Embora a interferência entre os elementos e a compatibilidade com a fonte de alimentação sejam aspectos a serem evitados, na prática ocorre uma interação entre os elementos, alterando as correntes e impedâncias. Esse fenômeno, denominado acoplamento mútuo (MC), modifica a magnitude, a fase e a distribuição das correntes, em comparação com as condições ideais, resultando em um padrão de radiação diferente.

As ferramentas de eletromagnetismo computacional (CEM) são fundamentais para entender as complexas interações entre a estrutura das antenas e o ambiente circundante. Elas permitem a previsão otimizada do desempenho do sistema, fornecendo ao projetista uma análise precisa.

Antenas filamentares são uma aplicação importante de CEM, com o NEC sendo amplamente utilizado devido à sua eficácia. Muitas técnicas de processamento de sinais de conjuntos de antenas de alta resolução baseiam-se nas tensões complexas medidas na saída do conjunto, geradas por ondas eletromagnéticas provenientes de uma direção específica. Esses vetores, conhecidos como *array manifold*, podem ser obtidos por

medições ou por CEM, embora não possuam expressões fechadas.

Quando os padrões dos elementos ativos são semelhantes, o padrão total do conjunto pode ser expresso como o produto entre o fator de elemento ativo e o fator de conjunto, em linha com a teoria clássica. Essa abordagem incorpora naturalmente o fenômeno de MC. No entanto, é comum na literatura encontrar matrizes de MCM com valores arbitrários e sem justificativas claras.

Para modelar adequadamente os fenômenos eletromagnéticos, a matriz de acoplamento mútuo foi integrada aos algoritmos propostos. Sua influência é determinada por diversos fatores, como o número de elementos, a geometria do conjunto, o espaçamento entre os elementos, as impedâncias e os ângulos de chegada dos sinais.

No cálculo preciso da matriz de acoplamento mútuo, considerou-se a matriz das impedâncias de carga de cada antena, a matriz das impedâncias mútuas entre as antenas do conjunto e a matriz diagonal, cujos elementos representam as razões entre o padrão de radiação incorporado à m-ésima antena com as demais antenas do conjunto conectadas (e seus terminais abertos) e o padrão de radiação isolado da antena. Esses parâmetros foram obtidos com o auxílio dos softwares *4NEC2* e *Matlab*.

Ao estudar os efeitos do acoplamento mútuo em dois conjuntos lineares e uniformes, compostos por oito antenas dipolo elementares de meio comprimento de onda e espaçamentos entre elementos de meio comprimento de onda e 0,3 de comprimento de onda, foi possível observar que o efeito do acoplamento é mais forte nos elementos próximos à diagonal principal da matriz, diminuindo à medida que a distância aumenta. Além disso, a matriz de acoplamento mútuo (MCM) varia conforme as direções de interesse, sendo mais intensa nos ângulos extremos. Esse comportamento reflete a influência das condições de radiação em direções não centrais. Nas bordas do conjunto, o efeito condutor concentra cargas elétricas, o que pode afetar a resposta do sistema, especialmente em configurações com espaçamentos menores entre os elementos.

Os resultados dos estudos realizados com os conjuntos lineares uniformes demonstraram ainda a forte influência do efeito de MCM nos padrões de radiação de campo distante dos elementos que compõem o conjunto, alterando as posições dos sinais de interesse e suas intensidades. Também foi constatado que a MCM é altamente sensível aos ângulos de incidência dos sinais e ao espaçamento entre os elementos do conjunto.

Conclui-se que a introdução da MCM altera significativamente os padrões de radiação, especialmente quando o espaçamento entre os elementos do conjunto é reduzido

ou quando os ângulos envolvidos não são adequados para a configuração analisada.

Como proposta para trabalhos futuros, sugere-se a aplicação do algoritmo VRC-CNLMS a conjuntos não lineares de dipolos, nos quais as distâncias entre os elementos do conjunto não sejam uniformes. Além disso, recomenda-se explorar conjuntos planos de dipolos, que oferecem maior liberdade na configuração do padrão de radiação de campo distante, permitindo, assim, uma avaliação tridimensional mais abrangente do problema.

Outra possibilidade é investigar a implementação do algoritmo em mecanismos que busquem compensar os efeitos do acoplamento mútuo, aprimorando ainda mais a precisão e a eficiência das soluções propostas. Essas extensões poderiam ampliar significativamente o escopo de aplicação e a robustez do algoritmo em cenários complexos.

Referências

ALVES, Manoel JL; ALENCAR, Marcelo Sampaio de. Effects of mutual coupling in smart antenna arrays. In: IEEE. 2007 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference. [S.l.: s.n.], 2007. P. 418–421. DOI: 10.1109/IMOC.2007.4404294.

APOLINARIO, J. A. et al. Constrained normalized adaptive filters for CDMA mobile communications. In: 9TH European Signal Processing Conference (EUSIPCO 1998). [S.l.: s.n.], 1998. P. 1–4.

ARABLOUEI, R.; DOGANCAY, K.; WERNER, S. On the mean-square performance of the constrained LMS algorithm. **Signal Processing**, v. 117, p. 192–197, 2015. ISSN 0165-1684.

BALANIS, C. A. **Antenna theory: analysis and design**. 4th. [S.l.]: Wiley, 2016. ISBN 9781119178989.

_____. **Modern antenna handbook**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.

BRANDWOOD, D. H. A complex gradient operator and its application in adaptive array theory. **IEE Proceedings F - Communications, Radar and Signal Processing**, v. 130, n. 1, p. 11–16, 1983.

CAMPOS, M. L. R. de; WERNER, S.; APOLINÁRIO, J. A. Constrained Adaptive Filters. In: S., Chandran (Ed.). **Signals and communication technology**. Berlin, Heidelberg: Springer, 2004. cap. 3, p. 46–64.

CASTOLDI, F. T.; CAMPOS, M. L. R. de. Application of a Minimum-Disturbance Description to Constrained Adaptive Filters. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 20, n. 12, p. 1215–1218, 2013. DOI: 10.1109/LSP.2013.2284384.

CHEN, Zhi Ning et al. **Handbook of antenna technologies**. [S.l.]: Springer Publishing Company, Incorporated, 2016.

CHO, H.; LEE, C. W.; KIM, S. W. Derivation of a new normalized least mean squares algorithm with modified minimization criterion. **Signal Processing**, v. 89, n. 4, p. 692–695, 2009.

FENG, Ziang et al. High-Precision Mutual Coupling Coefficient Estimation for Adaptive Beamforming. **Wireless Communications and Mobile Computing**, Hindawi, v. 2020, 2020.

FRIEDLANDER, B. Antenna array manifolds for high-resolution direction finding. **IEEE Transactions on Signal Processing**, IEEE, v. 66, n. 4, p. 923–932, 2017.

_____. On the Mutual Coupling Matrix in Array Signal Processing. In: 2020 54th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers. [S.l.: s.n.], 2020. P. 1245–1249. DOI: 10.1109/IEEECONF51394.2020.9443338.

FROST, O. L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing. **Proceedings of the IEEE**, v. 60, n. 8, p. 926–935, 1972.

GODARA, L. C. **Smart antennas**. [S.l.]: CRC press, 2004.

GONZAGA, Thiago R. P. et al. Transient Analysis of the Block Least Mean Squares Algorithm. **IEEE Communications Letters**, v. 25, n. 2, p. 608–612, 2021. DOI: 10.1109/LCOMM.2020.3026610.

GOOSSENS, Roald; ROGIER, Hendrik. Optimal beam forming in the presence of mutual coupling. In: 2006 Symposium on Communications and Vehicular Technology. [S.l.: s.n.], 2006. P. 13–18. DOI: 10.1109/SCVT.2006.334364.

GUPTA, I.; KSIENSKI, A. Effect of mutual coupling on the performance of adaptive arrays. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 31, n. 5, p. 785–791, 1983. DOI: 10.1109/TAP.1983.1143128.

HENAULT, Simon; ANTAR, Yahia. Unifying the theory of mutual coupling compensation in antenna arrays. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**, IEEE, v. 57, n. 2, p. 104–122, 2015.

HJORUNGNES, A.; GESBERT, D. Complex-Valued Matrix Differentiation: Techniques and Key Results. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 55, n. 6, p. 2740–2746, 2007.

JUNIOR, Valmir S. Nogueira et al. Constrained Least Mean Square Algorithm with Coefficient Reusing. **Circuits, Systems, and Signal Processing**, Springer Science e Business Media LLC, abr. 2021. DOI: 10.1007/s00034-021-01721-w.

_____. Constrained NLMS Algorithm with Variable Coefficient Reusing. In: 2021 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC). [S.l.: s.n.], 2021. P. 1–3. DOI: 10.1109/IMOC53012.2021.9624861.

KIM, S.; LEE, J.; SONG, W. A noise-resilient affine projection algorithm and its convergence analysis. **Signal Processing**, v. 121, p. 94–101, 2016. ISSN 0165-1684. DOI: https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.11.001.

_____. Steady-state analysis of the NLMS algorithm with reusing coefficient vector and a method for improving its performance. In: 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). [S.l.: s.n.], 2011. P. 4120–4123.

KRAUS, John D; MARHEFKA, Ronald J; KHAN, Ahmad S. **Antennas and wave propagation**. [S.l.]: Tata McGraw-Hill Education, 2006.

MATHWORKS. **MATLAB version: 9.13.0 (R2022b)**. Natick, Massachusetts, United States: The MathWorks Inc., 2022.

NADEEM, Iram; CHOI, Dong-You. Study on Mutual Coupling Reduction Technique for MIMO Antennas. **IEEE Access**, v. 7, p. 563–586, 2019. DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2885558.

PENG, S.; WU, Z.; CHEN, B. Constrained least mean p-power error algorithm. In: 2016 35th Chinese Control Conference (CCC). [S.l.: s.n.], 2016. P. 5160–5163. DOI: 10.1109/ChiCC.2016.7554155.

POZAR, D.M. Analysis of finite phased arrays of printed dipoles. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 33, n. 10, p. 1045–1053, 1985. DOI: 10.1109/TAP.1985.1143501.

_____. The active element pattern. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 42, n. 8, p. 1176–1178, 1994. DOI: 10.1109/8.310010.

RESENDE, L. C.; HADDAD, D. B.; PETRAGLIA, M. R. A Variable Step-Size NLMS Algorithm with Adaptive Coefficient Vector Reusing. In: 2018 IEEE International Conference on Electro/Information Technology (EIT). [S.l.: s.n.], 2018. P. 0181–0186. DOI: 10.1109/EIT.2018.8500096.

RESENDE, L. C. et al. Sparsity-aware reuse of coefficients normalised least mean squares. **Electronics Letters**, v. 55, n. 9, p. 561–563, 2019.

ROEDERER, A et al. IEEE standard for definitions of terms for antennas. **IEEE Std**, p. 145–2013, 2014.

SAVY, L.; LESTURGIE, M. Coupling effects in MIMO phased array. In: 2016 IEEE Radar Conference (RadarConf). [S.l.: s.n.], 2016. P. 1–6. DOI: 10.1109/RADAR.2016.7485179.

SOUZA, José V. G. de et al. Novel Proportionate Adaptive Filters with Coefficient Vector Reusing. **Circuits, Systems, and Signal Processing**, Springer Science e Business Media LLC, v. 39, n. 5, p. 2473–2488, set. 2019. DOI: 10.1007/s00034-019-01266-z.

STUTZMAN, Warren L; THIELE, Gary A. **Antenna theory and design**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012.

SVANTESSON, T. Modeling and estimation of mutual coupling in a uniform linear array of dipoles. In: 1999 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings. ICASSP99 (Cat. No.99CH36258). [S.l.: s.n.], 1999. v. 5, 2961–2964 vol.5. DOI: 10.1109/ICASSP.1999.761384.

_____. The effects of mutual coupling using a linear array of thin dipoles of finite length. In: NINTH IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing (Cat. No.98TH8381). [S.l.: s.n.], 1998. P. 232–235. DOI: 10.1109/SSAP.1998.739377.

VOLAKIS, John Leonidas. **Antenna engineering handbook**. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 2007. v. 1755.

VOORS, A. 4NEC2-NEC based antenna modeler and optimizer. **http://home.ict.nl/˜arivoors/**, 2009.

VOORS, Arie. **4nec2**. [S.l.: s.n.].

WERNER, S.; APOLINARIO, J. A.; DE CAMPOS, M. L. R. The data-selective constrained affine-projection algorithm. In: 2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings (Cat. No.01CH37221). [S.l.: s.n.], 2001. v. 6, 3745–3748 vol.6. DOI: 10.1109/ICASSP.2001.940657.

YANG, Bin et al. Novel robust adaptive beamforming against unknown mutual coupling. **Journal of Electromagnetic Waves and Applications**, Taylor & Francis, v. 35, n. 18, p. 2447–2467, 2021.

YU, Yi; ZHAO, Haiquan; LU, Lu. Steady-state mean-square analysis of the deficient-length NLMS algorithm with reusing coefficient vector for white input. **35th Chinese Control Conference**, 2016.

ZAHARIS, Zaharias D. et al. An Effective Modification of Conventional Beamforming Methods Suitable for Realistic Linear Antenna Arrays. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 68, n. 7, p. 5269–5279, 2020. DOI: 10.1109/TAP.2020.2977822.