CEFET/RJ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

ANÁLISE DE DADOS NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA PARA ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO USANDO ROBÔS

André Luís Nunes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de mestre em Ciência da Computação

Orientador(a): Dr. João Roberto de Toledo Quadros

Rio de Janeiro,
Abril 2025

ANÁLISE DE DADOS NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA PARA ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO USANDO ROBÔS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título em Mestre em Ciência da Computação.

André Luís Nunes

Banca Examinadora:

JOAO ROBERTO DE TOLEDO QUADROS:79616178768

Assinado de forma digital por JOAO ROBERTO DE TOLEDO QUADROS:79616178768
Dados: 2025.06.13 10:34:19 -03'00'

Presidente, Prof. D.Sc. João Roberto de Toledo Quadros, CEFET/RJ (orientador)

Prof. D.Sc. Eduardo Soares Ogasawara, CEFET/RJ

Documento assinado digitalmente
gov.br
DANIEL CARDOSO MORAES DE OLIVEIRA
Data: 13/06/2025 07:19:59-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. D.Sc. Daniel Cardoso Moraes de Oliveira, UFF

Rio de Janeiro,
Abril 2025

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

N972 Nunes, André Luís
Análise de dados no ensino de trigonometria para estudantes do ensino médio usando robôs / André Luís Nunes. — 2025.
98f. + apêndice : il. color. , enc.

Dissertação (Mestrado) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2025.
Bibliografia : f. 93-98
Orientador: João Roberto de Toledo Quadros

1. Trigonometria. 2. Mineração de dados. 3. Robótica. 4. Estudantes do ensino médio. 5. Prática de ensino. I. Quadros, João Roberto de Toledo. (Orient.). II. Título.

CDD 516.24

Elaborada pela bibliotecária Tania Mello – CRB/7 nº 5507/04

RESUMO

ANÁLISE DE DADOS NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA PARA ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO USANDO ROBÔS

Esta dissertação, vinculada à área de Ciência da Computação, investigou a aplicação da mineração de dados educacionais no ensino de trigonometria para estudantes do ensino médio noturno, por meio de atividades baseadas em robótica educacional e no uso do *software* GeoGebra. O estudo adotou um delineamento quase-experimental, envolvendo três turmas do 3º ano, totalizando 73 estudantes. A sequência didática foi mediada pela metodologia ativa Instrução pelos Pares (*Peer Instruction* – PI), com alternância entre atividades práticas, simulações e aplicação de pré-testes e pós-testes conceituais. Os estudantes interagiram com protótipos robóticos e simuladores virtuais para a exploração de conceitos como seno, cosseno, tangente e o Teorema de Pitágoras, promovendo uma abordagem concreta e contextualizada da matemática. A análise dos dados seguiu o processo CRISP-DM, sendo aplicadas técnicas estatísticas e mineração de dados para identificação de padrões de aprendizagem. Os resultados revelaram correlações moderadas (entre r = 0,403 e r = 0,628) e modelos regressivos com coeficiente de determinação (r^2) variando entre 16,30% e 41,00%, evidenciando que a combinação entre robótica educacional, GeoGebra e Instrução pelos Pares contribui de forma significativa para o desempenho dos estudantes. Conclui-se que o uso integrado dessas tecnologias e metodologias potencializa a aprendizagem, possibilita intervenções pedagógicas mais assertivas e amplia o protagonismo estudantil no processo educacional.

Palavras-chave: Trigonometria; Mineração de dados; Robótica educacional; Instrução pelos pares; Materiais manipulativos.

ABSTRACT

DATA ANALYSIS IN TEACHING TRIGONOMETRY TO HIGH SCHOOL STUDENTS USING ROBOTS

This dissertation, within the field of Computer Science, investigated the application of educational data mining in teaching trigonometry to high school evening students through activities involving educational robotics and the GeoGebra software. The study followed a quasi-experimental design with three 3rd-year classes, totaling 73 students. The didactic sequence was mediated by the active methodology Peer Instruction (PI), alternating between practical activities, simulations, and the administration of conceptual pre-tests and post-tests. Students engaged with robotic prototypes and virtual simulators to explore concepts such as sine, cosine, tangent, and the Pythagorean Theorem, providing a concrete and contextualized approach to mathematics. Data analysis followed the CRISP-DM process, using statistical techniques and data mining to identify learning patterns. The results revealed moderate correlations ($r = 0.403$ to $r = 0.628$) and predictive models with coefficients of determination (r^2) ranging from 16.30% to 41.00%, highlighting that the integration of educational robotics, GeoGebra, and peer instruction significantly contributes to student performance. It is concluded that the combined use of these technologies and methodologies enhances learning, supports more targeted pedagogical interventions, and promotes student agency in the educational process.

Keywords: Trigonometry; Data mining; Educational robotics; Peer instruction; Manipulable materials.

SUMÁRIO

1- Introdução 12

1.1- Motivação 15

1.2- Objetivos 15

1.2.1- Objetivo geral 16

1.2.2- Objetivo específicos 16

1.3- Estrutura 17

2- Fundamentação teórica 18

2.1- Base Curricular e a importância de novos recursos para o aprendizado 18

2.2- Trabalhos relacionados ao ensino de trigonometria 19

2.3- A metodologia ativa de Instrução pelos Pares (PI) 20

2.4- O delineamento Quase Experimental (QE) 24

2.5- A teoria de aprendizagem de Vygotsky 25

2.6- Robótica educacional (RE) 26

2.7- *Softwares* de matemática dinâmica 27

2.8- A mineração de dados educacionais 30

2.9- A CRISPDM 30

3- Metodologia 36

3.1- Tipo de investigação 37

3.2- O ambiente escolar e os indivíduos envolvidos na pesquisa 37

3.3- Plano de trabalho da sequência didática utilizada 41

3.4- Experimentação e a utilização da robótica educacional 43

3.5- O uso de *software* GeoGebra e da robótica educacional 52

3.6- Abordagem metodológica para a identificação de conhecimento em bases de dados 53

4- Apresentação dos resultados e análise 61

4.1- Resultados das análises para o *dataset* 1. 62

4.1.1- Correlações significativas e a regressão linear 63

4.1.2- Gráficos de dispersão com regressão ajustada 66

4.1.3- Valores do erro quadrático médio (RMSE) 66

4.1.4- Resultados comparativos das regressões 66

4.1.5- Análise dos *boxplots* de resíduos 67

4.2- Resultados das análises para o *dataset* 2. 69

4.2.1- Correlações significativas e a regressão linear 69
4.2.2- Análise dos resíduos 71
4.2.3- Análise dos gráficos de dispersão com regressão ajustada 72
4.2.4- Valores do erro quadrático médio (RMSE) 73
4.2.5- Interpretação dos resultados de regressão 74
4.2.6- Análise dos *boxplots* de resíduos 75

4.3- Resultados das análises para o *dataset* 3 76
4.3.1- Correlações significativas e a regressão linear 77
4.3.2- Gráfico de barras de resíduos 78
4.3.3- Análise dos gráficos de dispersão com regressão ajustada 79
4.3.4- Análise do erro quadrático médio (RMSE) 80
4.3.5- Resultados da regressão linear 81
4.3.6- Análise dos *boxplots* de resíduos 82

4.4- Resultados das análises para o *dataset* 4 83
4.4.1- Correlações significativas e regressão linear 83
4.4.2- Análise dos histogramas de resíduos 84
4.4.3- Análise dos gráficos de dispersão com regressão ajustada 85
4.4.4- Análise do Erro Quadrático Médio (RMSE) 86
4.4.5- Resultados da regressão linear 87
4.4.6- Análise dos *boxplots* de resíduos 89

5- As considerações finais 92

6- Referências: 94

7- Apêndice 100

7.1- APÊNDICE A – Quadro com os links dos cenários modelados com o *software* GeoGebra e que foram trabalhados com as turmas 100

7.2- APÊNDICE B – Questões trabalhadas nos questionários de pré-testes e pós-teste conceituais 101

7.3- APÊNDICE C – Termo de assentimento ou consentimento, termo de assentimento livre e esclarecido 124

7.4- APÊNDICE D – Tabela 27 trabalhos selecionados 132

7.5- APÊNDICE E – Gráficos de barras de resíduos da regressão 149
7.5.1- Gráfico de barras de resíduos 149

7.6- APÊNDICE F – Gráficos de dispersão com regressão ajustada (*Dataset* 1) 151
7.6.1- Análise geral 151

Lista de Quadros.

Quadro 1 - Cronograma da sequência didática 41

Lista de Tabelas.

Tabela 1 - Indicadores e dados contidos no dataframe 01 utilizado na análise (T. 3010 - 25/04/2023) 54
Tabela 2 Indicadores e dados contidos no dataframe 02 utilizado na análise (T. 3010 - 01/08/2023) 55
Tabela 3 - Indicadores e dados contidos no dataframe 03 utilizado na análise (T. 3010 - 16/10/2023) 56
Tabela 4 - Indicadores e dados contidos no dataframe 04 utilizado na análise (T. 3010 - 30/10/2023) 58
Tabela 5 - Fórmula de regressão linear aplicada ao conjunto de dados 61
Tabela 6 – Variáveis selecionadas para regressão (com base em correlações significativas) 63
Tabela 7 - Resultados da regressão linear para a questão o que é trigonometria 64
Tabela 8 - Resultados da regressão linear para a questão o que é um triângulo 64
Tabela 9 - Resultados da regressão para "o que são catetos" 65
Tabela 10 - Resultados da regressão linear para a questão o que é a hipotenusa em um triângulo retângulo. 65
Tabela 11 - Resultados das regressões lineares (Dataset 1) 67
Tabela 12 – Comparação dos resíduos por questão (Dataset 1) 68
Tabela 13 - Correlações significativas para regressão linear (Dataset 2) 70
Tabela 14 - Resultados da regressão linear (Dataset 2) 70
Tabela 15 - Distribuição dos resíduos por questão 72
Tabela 16 - Relações entre questões específicas e score geral 73
Tabela 17 - Valores do RMSE por questão. 74
Tabela 18 - Síntese dos modelos significativos 75
Tabela 19 - Síntese dos padrões de resíduos 76
Tabela 20 - Colunas selecionadas para regressão linear com base em correlações significativas. 77
Tabela 21 – Valores de RMSE para as questões analisadas 80
Tabela 22 - Resultados das regressões lineares para o dataset 3 81
Tabela 23 – Resumo das correlações significativas 84
Tabela 24 - Valores de RMSE por questão 87
Tabela 25 - Resultados completos das regressões lineares 88
Tabela 26 - Distribuição dos resíduos por questão 90
Tabela 27 - principais trabalhos acadêmicos e artigos científicos selecionados 132

Lista de Figuras

Figura 1 - Representação da metodologia proposta por Erick Mazur 23
Figura 2 - Fases do CRISP-DM – modelo de referência 31
Figura 3 – Colégio Estadual Olavo Bilac (CEOB) 39
Figura 4 – Ambiente escolar onde a pesquisa foi realizada 39
Figura 5 – Ambiente escolar onde as experimentações foram realizadas 40
Figura 6 - Cartões Plickers 43
Figura 7 - Estudantes em seu primeiro contato com os cartões Plickers, bem como em votação em Instrução pelos pares 44
Figura 8 (a-d) - a) Aplicação do Teorema de Pitágoras no jogo b) Triângulo retângulo com controle deslizante c) Controle deslizante para verificar se a igualdade é válida 45
Figura 9 (a-d) - a) Aplicação do Teorema de Pitágoras para determinar distâncias entre casas b) Verificação da altura c) Aplicação do Teorema de Pitágoras d) Determinação do perímetro da pipa 46
Figura 10 - Teoria sobre as razões trigonométricas no triângulo retângulo 47
Figura 11 (a-d) - a) Determinação da altura da árvore b) Determinação do ângulo de inclinação do avião c) Determinação da altura do edifício d) Determinação da largura de um rio 48
Figura 12 - Resumo da apresentação 49
Figura 13 - Estudantes durante o processo de montagem dos componentes eletrônicos 50
Figura 14 - Estudantes em processo de desenvolvimento do protótipo 51
Figura 15 - Sensor ultrassônico HC-SR04 52
Figura 16 – Gráfico de resíduos (Dataset 1). (a) Hipotenusa (b) Catetos (c)Trigonometria (d) Triângulo 150

Lista de Equações

Equação 1 - Coeficiente de correlação de Pearson (r) **32**
Equação 2 - Reta de regressão **33**
Equação 3 - Cálculo da inclinação (m) **33**
Equação 4 - Cálculo da interseção (b) **33**
Equação 5 - Coeficiente de determinação ($r2$) **34**
Equação 6 - Variação não explicada **34**
Equação 7 - Variação total **34**
Equação 8 - Teste F para comparação de variâncias **35**
Equação 9 - RMSE **35**

1- Introdução

Até o início deste século, era mais comum o uso de robôs em ambientes industriais. Contudo, atualmente é possível observar sua presença também em contextos domésticos e lúdicos, graças ao acesso a interfaces mais baratas, de fácil programação, e às novas tecnologias, como a 5G e outras (Chatterjee, Chaudhuri e Vrontis, 2021).

Esses recursos, porém, ainda apresentam alto custo, mesmo os considerados de menor valor, tornando-se restritivos para o acesso de parte significativa da população, especialmente pessoas em situação de vulnerabilidade social. Essa realidade dificulta a difusão da robótica nos ambientes educacionais públicos, que tendem a sofrer mais com limitações orçamentárias (Chatterjee, Chaudhuri e Vrontis, 2021).

No contexto das escolas públicas brasileiras, essa percepção torna-se ainda mais evidente. Tartuce et al. (2018) apontam dificuldades que vão desde o desconhecimento do recurso em si até a baixa oferta no mercado nacional, afetando diretamente o acesso de estudantes e educadores à tecnologia no ensino médio. Além disso, muitos gestores escolares consideram os robôs produtos de difícil aquisição e, de maneira geral, indicam também desafios para sua utilização em ambientes escolares não adaptados para tal prática (Tartuce et al., 2018).

Com o objetivo de fornecer uma perspectiva científica para o uso da robótica educacional em um ambiente escolar desfavorecido, este trabalho propõe um conjunto de abordagens diferenciadas que favoreçam a utilização do robô em um ambiente amplo de ensino e aprendizagem. Para caracterizar que a robótica educacional e suas aplicações podem ser obtidas com custo acessível e proporcionar um ambiente com mais facilitadores de fixação de saberes, utilizou-se a arquitetura aberta de microcontroladores baseados em ATMega328P, com uso da interface Arduino. Além disso, foram introduzidos simuladores virtuais implementados por meio do ambiente de distribuição livre GeoGebra (Tamam e Dasari, 2021).

Para comparar os percentuais obtidos em pré-testes e pós-testes na aplicação das abordagens de aprendizagem utilizadas, considerou-se como referência o número de questões acertadas em diferentes tipos de testes conceituais. Para reforçar o viés computacional do experimento sobre esses resultados e, consequentemente, fortalecer a hipótese da vantagem de fixação de saberes com a robótica educacional, foram aplicados

algoritmos de mineração de dados. Foram utilizados regras e métodos para identificar padrões e criar modelos matemáticos que demonstrassem como os conhecimentos foram fixados, ou seja, como os estudantes aprenderam e/ou retiveram o conteúdo (Dol e Jawandhiya, 2023).

O uso dessas abordagens teve como propósito apresentar que o conjunto de atividades realizadas no ambiente escolar, utilizando a robótica educacional e o simulador GeoGebra, nas quais foram aplicadas as noções das razões trigonométricas no triângulo retângulo — além do Teorema de Pitágoras — e a análise dos resultados via mineração de dados, revelou uma visão positiva e eficaz sobre o uso desses elementos na fixação de saberes, antes considerados de difícil obtenção.

O objetivo foi desenvolver, em um grupo de estudantes do ensino médio regular de uma escola pública estadual do Rio de Janeiro, a capacidade de manipular de forma autônoma as atividades práticas sobre razões trigonométricas nos triângulos retângulos, visualizando na prática situações de uso de senos, cossenos, tangentes e do Teorema de Pitágoras.

Como parte da abordagem, também foi utilizada a metodologia ativa de Instrução pelos Pares (*Peer Instruction*, PI) (Mazur, 1999), que auxilia justamente na verificação do desempenho na fixação de saberes, sendo um método de ensino que promove a aprendizagem participativa, ativa e colaborativa, criando espaço para a interação entre estudantes e para o *feedback* formativo (Lima, 2024).

A PI é um método interativo centrado nos estudantes, que se utiliza de perguntas e respostas temáticas para determinar a compreensão do estudante, ou grupo, sobre um tópico específico, estabelecendo um ambiente de debate e discussão conduzida. As fases iniciais são compostas por um envolvimento prévio e pela aquisição do conhecimento básico sobre o conteúdo a ser abordado pelo grupo-alvo (Lima, 2024).

A unidade escolar em que foi realizado o experimento, devidamente autorizada pela direção, pela Secretaria de Educação, pelos estudantes e pelos seus responsáveis, foi o Colégio Estadual Olavo Bilac (CEOB), localizado no bairro de São Cristóvão, no Rio de Janeiro. O CEOB tem como entidade mantenedora a Diretoria Regional Metropolitana VI, vinculada à Secretaria de Estado de Educação (SEEDUC/RJ), subordinada ao governo do Estado do Rio de Janeiro.

Destaca-se que, embora houvesse um fator de reatividade ao contato inicial com a robótica, esse processo despertou nos estudantes um maior interesse em manipular e programar robôs, contribuindo, por consequência, para a fixação dos saberes de trigonometria. Muitos estudantes demonstraram interesse continuado na robótica, chegando a buscar seus próprios kits de prototipagem e dedicando-se a atividades extraclasse para aprofundar seus conhecimentos sobre ferramentas robóticas e sobre como essas tecnologias podem colaborar no processo de aprendizagem.

Essa abordagem está alinhada às pesquisas de Vasconcelos et al. (2022) e Nunes et al. (2023), que destacam como a teoria da forma, precursora da PI, pode ser utilizada para estimular estudantes, reduzir a resistência a novos aprendizados e fortalecer a capacidade de consolidação de saberes.

O protótipo robótico de arquitetura aberta, desenvolvido nesta pesquisa para o ensino de trigonometria, foi projetado para incentivar e melhorar o cenário educacional, criando oportunidades para que mais estudantes possam construir seus próprios robôs utilizando a interface Arduino no ambiente escolar. Além disso, a aplicação das análises de correlação e regressão linear ajudou a mensurar de forma precisa a influência dessas metodologias na consolidação do aprendizado de trigonometria, contribuindo para o aumento do desempenho acadêmico dos participantes.

Esta pesquisa também ofereceu aos estudantes a oportunidade de associar os conceitos matemáticos a diversas situações do cotidiano, possibilitando que eles dessem sua própria forma ao aprendizado. Como resultados buscados, foram analisadas as dificuldades e possibilidades do uso do *software* de matemática dinâmica GeoGebra e do protótipo robótico como instrumentos contributivos para o ensino e aprendizado de conceitos básicos de trigonometria no triângulo retângulo, aproximando a prática matemática à realidade em que os estudantes estão inseridos.

Ao longo desta dissertação, a metodologia de mineração de dados educacionais foi detalhada, assim como os resultados que evidenciam de que forma a integração dessas técnicas pode transformar a experiência educacional e contribuir para o desenvolvimento de um ensino mais direcionado e ajustável.

1.1- Motivação

No contexto das pesquisas em Ciência da Computação, uma das principais motivações deste trabalho reside na necessidade de explorar e ampliar as possibilidades de acesso à robótica educacional, especialmente para estudantes de escolas públicas em contextos de vulnerabilidade social. A limitação de recursos financeiros e estruturais frequentemente impede que essas instituições utilizem ferramentas tecnológicas que poderiam enriquecer os processos de ensino e aprendizagem.

A motivação central desta pesquisa, portanto, não é apenas tecnológica, mas também social e educacional: contribuir para a democratização do acesso a recursos inovadores, criando oportunidades para que estudantes do ensino médio possam interagir de forma prática com conceitos matemáticos, como as razões trigonométricas no triângulo retângulo, por meio do uso da robótica educacional.

Com essa perspectiva, buscou-se oferecer uma proposta acessível, baseada no desenvolvimento de um protótipo robótico de arquitetura livre, utilizando microcontroladores ATMega328P e a interface Arduino. Essa escolha permitiu que os materiais necessários fossem de custo acessível, viabilizando sua aplicação em unidades escolares públicas e garantindo que estudantes, educadores e especialistas de diferentes setores pudessem utilizar amplamente a ferramenta proposta.

Além disso, houve uma motivação explícita de cunho social: oferecer, por meio de uma experimentação prática, oportunidades de aprendizado que muitas vezes são restritas a instituições privadas. A aplicação desta pesquisa visou ser a mais inclusiva possível, englobando a comunidade escolar pública do bairro onde a unidade educacional está localizada e onde os experimentos foram conduzidos.

1.2- Objetivos

A partir da motivação apresentada, delineia-se o seguinte problema científico:

Como superar as dificuldades no ensino e aprendizado de trigonometria entre estudantes do ensino médio de escolas públicas, considerando as limitações financeiras e

estruturais dessas instituições, utilizando abordagens acessíveis e tecnológicas que favoreçam a aprendizagem prática e significativa?

1.2.1- Objetivo geral

Esta pesquisa teve como objetivo geral investigar o uso da robótica educacional e do *software* GeoGebra, aliados à metodologia ativa Instrução pelos Pares (PI), analisando os resultados por meio de técnicas estatísticas, para identificar padrões de aprendizagem e compreender o desempenho acadêmico de estudantes do ensino médio no conteúdo de trigonometria.

1.2.2- Objetivo específicos

Entre os objetivos específicos, destacam-se:

• Relacionar questões matemáticas do cotidiano à abordagem da robótica educacional, por meio da experimentação, estimulando uma aprendizagem contextualizada e prática, introduzindo os conhecimentos de trigonometria na construção do protótipo robótico;

• Construir o conceito das razões trigonométricas no triângulo retângulo por meio do desenvolvimento do protótipo robótico e do uso do *software* GeoGebra, permitindo identificar a lei de formação dessas relações e associar elementos pertinentes aos conceitos trabalhados;

• Investigar de que forma a metodologia ativa Instrução pelos pares, associada ao uso do *software* GeoGebra e da robótica educacional, contribuiu para o ensino e aprendizado de conceitos básicos de trigonometria no triângulo retângulo;

• Realizar uma análise correlacional para compreender quais perguntas (variáveis independentes) apresentaram maior impacto na pontuação total (variável dependente);

• Desenvolver um modelo de análise e formular uma equação que represente os dados correlacionados, utilizando técnicas de regressão linear.

1.3- Estrutura

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos. O capítulo 1 apresenta a introdução, incluindo a discussão preliminar sobre o domínio do problema, a motivação do estudo e os objetivos da pesquisa.

O capítulo 2 corresponde à fundamentação teórica, abordando os conceitos já consolidados sobre robótica educacional (RE), o uso do *software* GeoGebra, o estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo, o delineamento Quase Experimental (QE) e a metodologia ativa Instrução pelos Pares (PI). Além disso, são discutidas as contribuições da teoria de aprendizagem de Vygotsky em associação com a utilização da robótica educacional no contexto atual, bem como aspectos relacionados à mineração de dados e à mineração de dados educacionais, destacando sua relevância e aplicação para o estudo.

O capítulo 3 descreve a metodologia utilizada na pesquisa, caracterizando o contexto escolar e os sujeitos envolvidos. São detalhados o protótipo robótico, os simuladores empregados e os aspectos de implementação e produção da sequência didática trabalhada. Também são apresentados elementos da metodologia de análise de dados, incluindo as fases de compreensão do negócio e dos dados, preparação e pré-processamento, modelagem, regressão linear, avaliação e análise exploratória.

O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos e as análises estatísticas realizadas a partir dos experimentos conduzidos com os estudantes do ensino médio.

Por fim, o capítulo 5 traz as conclusões do trabalho, bem como sugestões para estudos futuros e oportunidades de continuidade da pesquisa.

2- Fundamentação teórica

Como fundamentação teórica, aplicando-se a técnica de revisão bibliográfica, foi realizada uma pesquisa por artigos científicos, dissertações e teses publicados entre 2015 e 2023. As buscas foram conduzidas nas plataformas *Scielo*, *Scopus*, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e *Google Scholar*.

As palavras-chave utilizadas foram: simuladores virtuais, robótica educacional, ensino de matemática, tecnologias digitais e trigonometria. As consultas ocorreram entre dezembro de 2021 e março de 2024, utilizando cada palavra separadamente e em combinações.

Os critérios utilizados para inclusão ou eliminação dos estudos foram a análise do título, do resumo, das palavras-chave e do texto completo. Após essa investigação, foi realizada a seleção dos estudos considerados relevantes. Ao todo, foram analisados quarenta e um trabalhos, divididos entre artigos e dissertações, conforme apresentado na Tabela 27, localizada no Apêndice D.

2.1- Base Curricular e a importância de novos recursos para o aprendizado

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a relação entre a organização do ensino e o desenvolvimento de habilidades essenciais em matemática. Conforme o documento:

> O desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (BRASIL, 2018, p. 266).

A BNCC traz avanços significativos ao valorizar o letramento matemático e o pensamento computacional, conectando a matemática à vida cotidiana. No entanto, a

abordagem ainda parece distante da realidade dos estudantes, muitas vezes priorizando conteúdos complexos apenas em etapas finais, como no nono ano, sem garantir uma base sólida nas fases anteriores.

Estudantes costumam apresentar grande dificuldade com a matemática, principalmente em função da forma como ela é apresentada (Rother, Welter e Griebeler, 2016, p. 1). Conforme a BNCC, o conteúdo de razões trigonométricas no triângulo retângulo é abordado no nono ano do ensino fundamental (habilidades EF09MA13 e EF09MA14) e, no ensino médio, pela habilidade EM13MAT306 (Brasil, 2018, p. 319, 536 e 544).

Nesse contexto, esta pesquisa buscou aproximar o estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo à realidade prática do estudante, induzindo-o a construir conceitos a partir de sua aplicabilidade, por meio do uso de simuladores virtuais e da robótica educacional. Corrobora com essa proposta a constatação de que:

O estudante terá uma clareza maior sobre o conteúdo, facilitando-o futuramente, já que esse conhecimento construído não precisará ser retomado, apenas relembrado; consequentemente, o domínio do conteúdo será feito de forma mais simples e duradoura (Rother, Welter e Griebeler, 2016, p. 6).

2.2- Trabalhos relacionados ao ensino de trigonometria

A trigonometria é tradicionalmente reconhecida como uma subdivisão da matemática que possibilita trabalhar a determinação de pontos no círculo trigonométrico, bem como as medidas dos lados e ângulos de triângulos (Neves, 2019).

Considera-se como o pai da trigonometria Hiparco de Niceia, um grego conhecido como Hipparkhos, cujos relatos históricos indicam que viveu entre 190 e 126 a.C. Devido à sua relevância como astrônomo na Grécia antiga, Hiparco fortaleceu grande parte de seus estudos nessa região (Bezerra et al., 2012; Oliveira, 2015).

Vale ressaltar que muitos conceitos trigonométricos foram posteriormente aprimorados por outros estudiosos, como Bhaskara, Nicolau Copérnico, Galileo Galilei, Johann Bernoulli e Leonard Euler, entre tantos outros.

Exemplos da aplicação da trigonometria dentro da matemática incluem seu uso no cálculo, na álgebra linear e na estatística. Já na engenharia, a trigonometria é amplamente empregada nas engenharias civil, cartográfica, naval, eletrônica e aeronáutica. Na física, ela aparece associada à óptica, à estática e à físico-química.

Entre as relações existentes em triângulos retângulos, destaca-se a descrição histórica e filosófica do Teorema de Pitágoras, que estabelece que, em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos (Iezzi et al., 2016).

No trabalho de Souza Neto (2015, p. 33), observa-se que o uso das razões trigonométricas para a determinação de distâncias inacessíveis está fortemente baseado no método da triangulação. Os cálculos essenciais para encontrar ângulos notáveis, como 30°, 45° e 60°, são de considerável relevância.

Lucena (2020) descreve, em sua pesquisa, as dificuldades apresentadas por estudantes na aprendizagem de conteúdos relacionados à trigonometria, destacando como as sequências didáticas ajudaram a minimizar a distância entre o ensino e a aprendizagem. Esses cenários, vistos nos trabalhos de Souza Neto (2015), Lucena (2020) e Iezzi et al. (2016), criam uma demanda por novas maneiras de ensinar esse conteúdo de forma acessível e que, sobretudo, faça com que o estudante perceba sua importância para a vida cotidiana.

Ainda no trabalho de Iezzi et al. (2016), são apresentados estudos sobre seno, cosseno e tangente, bem como suas relações métricas, incluindo diversas aplicações nos triângulos retângulos. O Teorema de Pitágoras, por sua vez, é amplamente utilizado pelos estudantes do ensino médio, sendo a forma mais comum de descrever e compreender outras relações trigonométricas (Calle, Breda e Font, 2023).

2.3- A metodologia ativa de Instrução pelos Pares (PI)

De acordo com Rachelli e Bisognin (2020), no Brasil há um número reduzido de pesquisas realizadas na área de educação matemática em associação com a metodologia ativa Instrução pelos pares para avaliar os efeitos na aprendizagem dos estudantes.

Contudo, as autoras reforçam que os trabalhos já publicados com essa associação fornecem evidências consistentes de melhoria no aprendizado.

Rother, Welter e Griebeler (2016) destacam a importância de planejar e executar exercícios ou atividades voltados à metodologia ativa, indicando que tanto o professor quanto o estudante enfrentarão desafios, e que será justamente a superação dessas barreiras que conduzirá os estudantes ao aprendizado.

A metodologia ativa descrita aqui compreende a modalidade *Peer Instruction*, traduzida livremente como Instrução pelos Pares (PI), inicialmente proposta pelo professor Eric Mazur, da Universidade de Harvard, em 1990. Essa abordagem pode impulsionar a aprendizagem e o progresso cognitivo do estudante. Um dos pontos centrais da aprendizagem entre colegas é o processamento cognitivo durante a interação.

Com isso, o material utilizado é mais bem explorado, podendo ser enriquecido com exemplos, explicações e analogias alternativas. Inclusive, é possível solicitar aos estudantes que desenvolvam novos pontos de vista a partir do material didático, permitindo observar um processamento mais profundo da informação, uma reestruturação do conhecimento prévio ou mesmo a evolução de estruturas cognitivas.

Em outro trabalho, Mazur (2015) buscou consolidar o entendimento por meio do diálogo entre estudantes, aplicando os conteúdos que lecionava. Nesses estudos, percebeu-se que a assimilação e o entendimento teórico constituem o primeiro movimento em direção à aquisição do conhecimento.

De acordo com Pinto et al. (2012), nessa proposta metodológica de IP, a etapa inicial para a aquisição do conhecimento, independentemente da área de atuação, ocorre por meio do entendimento e da apreensão conceitual. Os autores destacam a defesa da aplicabilidade dos conceitos e do bom entendimento do assunto. Pinto et al. (2012) reafirmam que, uma vez que os estudantes detenham o domínio conceitual, é recomendável que desenvolvam suas habilidades para aplicá-los nas mais diversas situações práticas.

A proposta metodológica de Mazur (2015) pressupõe o uso de tecnologia para atingir seus objetivos. A dinâmica exige que o educador apresente inicialmente o assunto, colocando perguntas importantes que servirão de suporte para a discussão posterior entre os estudantes. Por meio de cartões *Plickers*, os estudantes escolhem as respostas que julgam corretas, e essas respostas são coletadas pelo celular do educador e transmitidas online para a nuvem do *Plickers*.com, em tempo real.

A aplicação dessa metodologia pode ser vista na Figura 1, que apresenta um fluxograma cíclico de ensino-aprendizagem que combina avaliação diagnóstica, intervenção pedagógica e colaboração entre estudantes. Inspirada na *Peer Instruction* de Eric Mazur, mas com adaptações significativas, essa abordagem utiliza percentuais de acertos como indicadores para a tomada de decisão didática.

A sequência inicia com uma breve apresentação do tema a ser trabalhado.

Revisão conceitual (< 30% de acertos): Se a primeira votação apresentar menos de 30% de acertos, revela-se uma dificuldade generalizada, demandando revisão conceitual imediata pelo professor. Esse limiar indica a necessidade de reforço nos conceitos básicos.

Intervenção docente (30–40% de acertos): Após a explicação, uma melhora parcial, entre 30% e 40%, aponta que alguns conceitos foram assimilados, mas ainda persistem lacunas importantes. Esse patamar justifica a transição para atividades colaborativas, que configuram a essência da Instrução pelos pares.

Aprendizagem colaborativa (> 70% de acertos): A discussão entre pares demonstra eficácia quando os acertos superam 70%, mostrando que a interação entre estudantes consolida a aprendizagem. Esse resultado permite avançar para novos conteúdos.

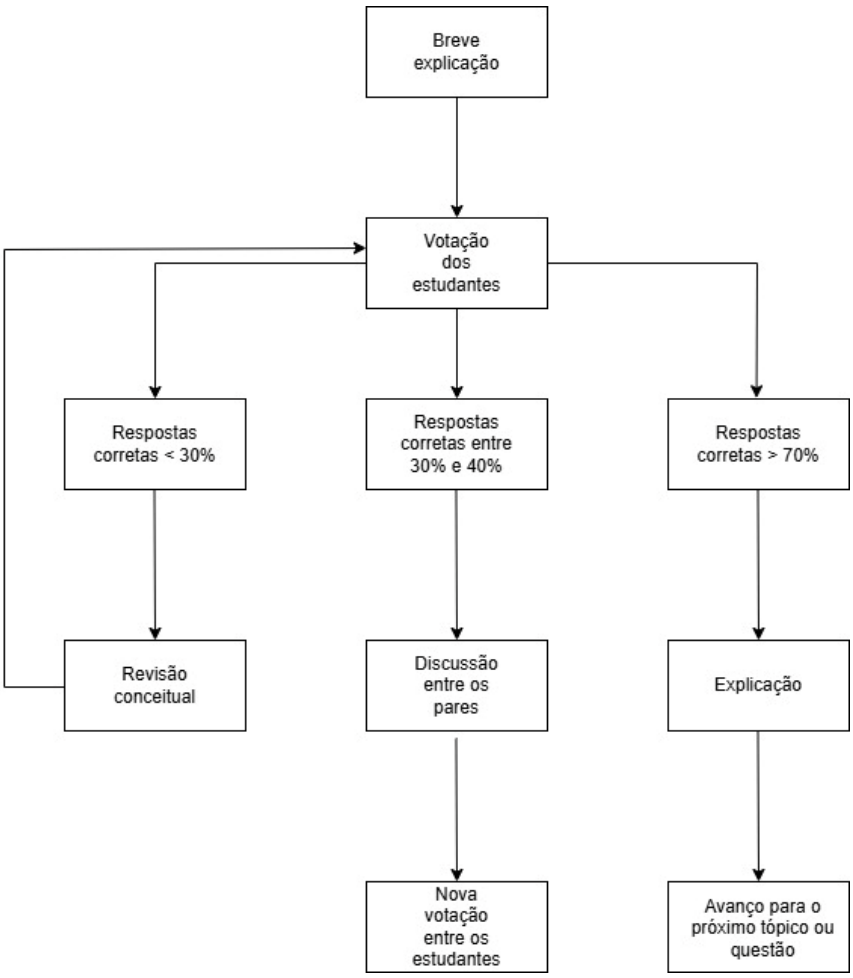


Figura 1 - Representação da metodologia proposta por Erick Mazur

Fonte: Mazur (2015)

De acordo com Araújo et al. (2017), a metodologia de Instrução pelos Pares (PI) foi aplicada em uma sequência didática no ensino de circuitos elétricos em sete turmas do ensino médio, examinando os dados com o ganho de Hake, utilizando dois testes idênticos aplicados antes e depois do método.

A metodologia IP utilizada em Araújo et al. (2017) separou os parâmetros em trabalhos nacionais e internacionais para a classificação de ganhos normalizados ou ganhos de Hake. O ganho de Hake observado em seis das sete turmas analisadas alcançou o valor de 86%, demonstrando a capacidade do método IP de melhorar os desempenhos acadêmicos em turmas de ensino médio por meio de testes padronizados. Nesta dissertação, serão utilizadas análises envolvendo testes não padronizados aplicados em momentos diferentes, antes e depois das intervenções.

2.4- O delineamento Quase Experimental (QE)

Investigações Quase Experimentais (QE) são assim qualificadas por não demandarem demasiados períodos de observação e coleta de dados (Araújo, Ribeiro, Souza e Dornelas, 2023). Dessa forma, representam uma classe cuja natureza é experimental.

Faltam ao delineamento QE duas características importantes existentes na experimentação pura: o caráter da aleatoriedade na seleção dos grupos e um controle completo sobre esses grupos (Araújo, Ribeiro, Souza e Dornelas, 2023).

Para efeitos de percepção da evolução da aplicação, deve-se considerar o *feedback* das respostas dos estudantes submetidos ao QE, durante e após as aulas. A ideia é que, por meio da resolução de problemas norteada pela modelagem matemática dos cenários propostos, os estudantes possam trazer para suas realidades os assuntos desenvolvidos e estudados, ressignificando, consequentemente, o entendimento acerca do conteúdo objeto de estudo (Araújo, Ribeiro, Souza e Dornelas, 2023).

Flannelly, Jankowski e Flannelly (2018) ratificam a sugestão de Campbell e Stanley (1966), acrescentando que o delineamento QE permite realizar uma análise comparativa seguindo determinados critérios, de modo a não invalidar a pesquisa. Isso é possível ao comparar grupos de controle e grupos experimentais, observando séries temporais e cronológicas, variáveis que ocorreram após o episódio e, por fim, aplicando testes antes e depois em um mesmo grupo de pesquisa.

O estudo QE tem sua validade interna fortemente associada à escolha da amostra ou grupo de incidência não aleatório. Dessa forma, não tem por objetivo produzir generalizações. No entanto, cabe ressaltar que um dos objetivos da validade neste tipo de estudo é a realização de testes de hipóteses com vistas a excluir variáveis, o que pode estimular grandes estudos no futuro (Araújo, Ribeiro, Souza e Dornelas, 2023).

O delineamento QE flexibiliza determinadas condições impostas por modelos do tipo experimental puro. Logo, a comparação entre condições de tratamento e não tratamento precisa ocorrer em grupos não equivalentes ou com os mesmos sujeitos antes do tratamento, justificando, assim, a escolha deste delineamento nesta dissertação (Araújo, Ribeiro, Souza e Dornelas, 2023).

Dessa maneira, os estudos QE são assim intitulados por não contemplarem todas as características existentes em um experimento verdadeiro. Algumas dessas características, como o controle experimental completo, nem sempre são viáveis de serem realizadas nesse tipo de estudo (Araújo, Ribeiro, Souza e Dornelas, 2023).

2.5- A teoria de aprendizagem de Vygotsky

A teoria de Vygotsky (1991) é central nesta pesquisa por destacar o papel das interações sociais e das ferramentas culturais no processo de aprendizagem. Para o autor, o desenvolvimento cognitivo não ocorre de forma isolada, mas é mediado pela linguagem, pela colaboração e por instrumentos socioculturais — como a robótica educacional e o *software* GeoGebra utilizados neste estudo. Seu conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) ilustra como a aprendizagem avança quando os estudantes resolvem problemas com o apoio de pares ou professores, transcendendo suas capacidades individuais.

Nesse contexto, a metodologia ativa Instrução pelos pares e as atividades em grupo com robótica materializam a ZDP, pois incentivam debates, explicações recíprocas e a construção coletiva do conhecimento, alinhando-se à visão vygotskyana de que a aprendizagem é um processo socialmente situado (Santos, 2017, p. 43).

Vygotsky enfatiza que ferramentas tecnológicas e simbólicas, como simuladores e protótipos robóticos, ampliam as possibilidades de representação e compreensão de conceitos abstratos. Na pesquisa, o uso do GeoGebra e do Arduino atua como mediador semiótico, transformando noções complexas de trigonometria em experiências tangíveis. Essa abordagem corrobora a ideia de que a internalização de conhecimentos é facilitada pela manipulação de artefatos e pela linguagem compartilhada durante as atividades, reforçando a premissa vygotskyana de que o pensamento se estrutura a partir da interação com o meio.

2.6- Robótica educacional (RE)

A robótica educacional (RE) tem surgido cada vez mais nas salas de aula das escolas brasileiras, sobretudo nas escolas particulares. Nas unidades escolares públicas, ela atua como elemento de inclusão digital ou como integrador social, sendo muitas vezes classificada como um componente curricular ou extracurricular.

De acordo com Santos e Silva (2020), a RE surgiu na década de 1960, idealizada por Seymour Papert, que iniciou seus estudos no Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), onde também desenvolveu o ambiente LOGO. As práticas que envolvem a construção mental usando RE, sobretudo as que partem de experiências reais, deveriam ocorrer em todos os níveis escolares, não permanecendo restritas a uma faixa específica (Santos e Silva, 2020).

Por meio do uso da RE, espera-se que o estudante perceba o funcionamento de motores, enxergue as ligações de fios, chaves e programação, entre outros aspectos de um protótipo robótico. Essa motivação conduz o estudante à criação de seu próprio modelo e, sobretudo, à fixação dos conceitos matemáticos elaborados nas atividades (Santos, 2017).

Segundo Júnior, Coelho e Santos (2017, p. 86):

> A robótica educacional, além de ser importante no processo de ensino-aprendizagem, também promove a interdisciplinaridade entre diferentes áreas do conhecimento, valoriza a coletividade e motiva a participação de alunos. A busca por soluções estimula o espírito investigativo, fortemente motivado pela curiosidade, e permite que o aluno extrapole os conhecimentos individuais de cada disciplina.

Alguns fatores que destacam a importância do uso da robótica e da robótica educacional foram discutidos anteriormente. Contudo, falta estabelecer afinal o que é robô e robótica. Segundo Batistela e Teixeira (2018), a robótica educacional é um ambiente de aprendizagem que tem por essência o uso da montagem de protótipos robóticos ou robôs, utilizando kits específicos ou materiais de custo acessível, sendo a programação uma maneira de estimular o desenvolvimento.

Embora muitos estudantes tenham enorme contato com tecnologias, não é difícil perceber que, na maioria dos casos, eles são meros participantes passivos. O engajamento se limita a pressionar botões ou baixar aplicativos, restringindo-se a atividades repetitivas.

De maneira geral, a utilização da robótica educacional nas redes de ensino tem se tornado cada vez mais frequente. Soto et al. (2006), por exemplo, utilizaram robôs móveis

em seus trabalhos e descreveram que esses dispositivos têm se mostrado ferramentas catalisadoras para aumentar a motivação dos estudantes em relação à tecnologia da informação e reforçar conteúdos do currículo de informática, como programação e inteligência artificial.

Dados estatísticos confirmam o impacto positivo na aprendizagem dos estudantes quando retornam de aulas envolvendo robótica educacional. O trabalho de Oliveira (2017, p. 53) considera a robótica educacional uma importante ferramenta de auxílio pedagógico nas aulas de matemática, uma vez que seu uso demonstrou ser altamente propício à aprendizagem dos conteúdos propostos.

Santos e Silva (2020) destacam que os estudantes desenvolvem ciclos e espirais de aprendizagem ao utilizar o computador como ferramenta para aprender, especialmente em contextos que envolvem programação. Esta pesquisa reforça que a robótica educacional promove ganhos que extrapolam o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Disciplinas como topografia, geografia, física e matemática podem se beneficiar do uso do robô como instrumento motivacional para os estudantes.

Determinados kits de robótica ou robôs ganham maior destaque dentro da comunidade escolar. O êxito de projetos de robótica educacional está associado à facilidade de utilização, tanto por parte dos estudantes quanto dos educadores. De acordo com a revisão publicada por Barbosa et al. (2018, p. 340), os trabalhos com RE têm se destacado em diferentes níveis de ensino, embora, mesmo com a presença de kits de robótica nas escolas, poucos educadores se aventurem a aplicar o que aprenderam em seus treinamentos.

Entre outros exemplos de uso da robótica educacional em diferentes ambientes de aprendizado, destacam-se os trabalhos de Vasconcelos et al. (2022), Silva et al. (2023) e Quadros et al. (2021).

2.7- *Softwares* de matemática dinâmica

Simuladores virtuais vão muito além de uma simples atividade. Um simulador reproduz as condições do entorno real de forma virtual e simplificada, funcionando como um sistema que imita as circunstâncias reais e representa esse entorno com diferentes

graus de realidade, reproduzindo total ou parcialmente os fenômenos de interesse do educador. Para Homa (2019), uma peculiaridade relevante dos simuladores está associada ao grau de realidade que eles representam.

Trabalhar cenários simulados em sala de aula é uma oportunidade valiosa para contribuir com o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, permitindo que os estudantes conheçam a robótica, a trigonometria e explorem coordenadas planas. Além disso, essa abordagem abre espaço para resolver problemas de engenharia diretamente em sala.

De acordo com Homa (2019), a utilização de simuladores virtuais é uma alternativa à robótica educacional, embora nesta dissertação estejam presentes ambos no processo de ensino-aprendizagem. Salienta-se ainda que os simuladores permitem a manipulação sem riscos inerentes ou uso inadequado.

O GeoGebra, mais que um simulador, é um *software* de matemática e geometria dinâmica útil para trabalhar diversas atividades em sala de aula. Os cenários simulados representam a oportunidade de integrar teoria e prática dentro de um ambiente virtual criado para esse fim. Outro ponto positivo é o "risco zero" para danos físicos em dispositivos.

Júnior e Bernardes (2016) relatam que o diferencial em utilizar um ambiente computacional reside na possibilidade de movimentação dos objetos virtualmente, enquanto os estudantes poderiam realizar as mesmas construções utilizando compasso e régua. Assim, a partir dessas oportunidades, os estudantes podem levantar hipóteses e explorar conceitos matemáticos.

De acordo com Homa (2021), a implementação de um protótipo robótico para a determinação de distâncias possui um custo real, embora baixo. A prototipação de dispositivos para medir distâncias inacessíveis envolve um aparato tecnológico detalhado e, consequentemente, problemas decorrentes da utilização incorreta do equipamento, sem mencionar as dificuldades relacionadas ao transporte. Por outro lado, os simuladores não precisam ser carregados fisicamente e, o mais importante, não quebram.

O *software* GeoGebra permite a elaboração de cenários simulados para representar projetos de integração entre matemática e engenharia, sendo altamente relevante para o ensino e aprendizagem. Homa (2019) reforça a importância da utilização de projetos envolvendo engenharia como estímulo para a aprendizagem de matemática, destacando

que o desenvolvimento de habilidades como foco e atenção são essenciais para responder ou resolver problemas de engenharia:

O desenvolvimento dos simuladores virtuais proporcionou oportunidades de se observar comportamentos semelhantes ao mundo real, contudo, em um ambiente virtualizado (Homa, 2019, p. 3).

O mesmo autor relata que, ao permitir que os estudantes participem do desenvolvimento de simuladores para resolver situações-problema, especialmente em contextos de engenharia, utilizando a aproximação entre robótica educacional, trigonometria, álgebra, vetores e coordenadas cartesianas, eles podem alcançar os objetivos propostos, considerando a coerência entre o conteúdo e o ano escolar.

Segundo a pesquisa de Azevedo e Alves (2019), o estudante pode se apropriar de conceitos matemáticos ao utilizar o computador e o *software* como meio para a conversão do virtual para o real. As simulações assumem papel de destaque no processo de ensino e aprendizagem da robótica, principalmente no que tange aos conceitos matemáticos. A viabilidade e a interação facilitada pelo uso das novas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), especialmente em ambientes computacionais de aprendizagem, como o GeoGebra, são elementos desejáveis que favorecem a compreensão de conceitos, particularmente os relacionados à trigonometria no triângulo retângulo.

2.8- A mineração de dados educacionais

A mineração de dados explora, trata e transforma grandes conjuntos de dados para descobrir padrões, tendências e informações valiosas. Mescla técnicas de estatística, matemática e aprendizado de máquina (Cândido, 2023).

Santos (2020) ressalta que a mineração de dados consiste na exploração e análise de grandes quantidades de dados para descobrir padrões significativos. Vivian (2022) define o processo como a descoberta de padrões em grandes volumes de dados. Quando aplicada ao contexto educacional, a mineração de dados educacionais busca utilizar essas técnicas para descobrir padrões úteis, tendências e informações relevantes em grandes volumes de dados oriundos da educação.

Santos (2020) define a mineração de dados educacionais como o uso de técnicas de mineração de dados com foco na análise de dados educacionais, ajudando a propor soluções para questões educacionais. Vivian (2022), por sua vez, aborda a interseção entre métodos de mineração de dados e a educação, com o objetivo de melhorar os processos de ensino e aprendizagem por meio da análise desses dados.

Em ambos os contextos, a mineração de dados segue etapas semelhantes: coleta de dados, pré-processamento, transformação, modelagem, avaliação e interpretação. No cenário educacional, esse processo ajuda a personalizar o ensino, prever o desempenho dos estudantes, identificar padrões de comportamento e até detectar fraudes (Cândido, 2023).

O principal benefício está na melhoria da tomada de decisões, permitindo a descoberta de novas oportunidades para um ensino mais personalizado e eficaz.

2.9- A CRISPDM

A metodologia CRISP-DM, também conhecida como modelo de referência CRISP-DM, é amplamente utilizada em projetos de mineração de dados devido à sua abordagem estruturada e flexível. Trata-se de um modelo de referência para a descoberta de conhecimentos, conforme a Figura 2. As contribuições de Chapman (2000) foram

fundamentais para a elaboração de um manual detalhado de procedimentos, oferecendo orientações práticas e específicas para cada etapa. Chapman organizou as seis etapas do processo, ressaltando a importância da flexibilidade, iteratividade e alinhamento dos objetivos da mineração de dados com os objetivos do negócio.

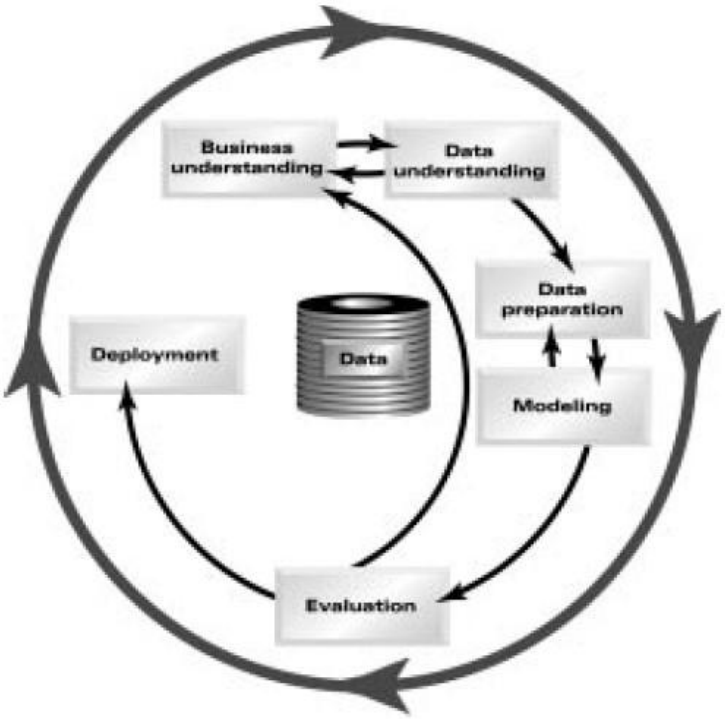


Figura 2 - Fases do CRISP-DM – modelo de referência

Fonte: Chapman (2000)

Nesta pesquisa, a metodologia adotada para a implementação da mineração de dados educacionais foi o modelo CRISP-DM (*Cross-Industry Standard Process for Data Mining*). Ele foi escolhido por ser amplamente utilizado na descoberta de conhecimento em bases de dados (DCBD) e por possuir etapas claras (Goldshmidt, Passos e Bezerra, 2015).

De acordo com os autores, as etapas compreendidas no CRISP-DM proporcionam um modelo eficiente quando implementado em ambientes reais. Assim, esta pesquisa adotou as seguintes etapas para o desenvolvimento da DCBD: Compreensão do negócio, compreensão dos dados, preparação dos dados, modelagem, avaliação, implementação.

Compreensão do negócio

Chapman (2000, p. 13) enfatiza que a etapa inicial busca compreender as metas e necessidades do projeto. A partir desse entendimento, sob o ponto de vista do negócio,

recomenda-se transformar as metas em uma definição clara do problema de mineração de dados e iniciar o planejamento para atingir os objetivos estabelecidos (Goldshmidt, Passos e Bezerra, 2015).

Compreensão dos dados

Segundo Chapman (2000, p. 14), essa etapa envolve uma análise exploratória preliminar das informações, com o intuito de identificar problemas e obter percepções iniciais sobre os dados. Isso possibilita identificar subconjuntos interessantes e formular hipóteses sobre informações ocultas (Goldshmidt, Passos e Bezerra, 2015).

Coeficiente de correlação de Pearson (r)

A equação 1 é o indicador estatístico mostra a intensidade e a direção de uma relação linear entre duas variáveis. Os valores de (r) variam de -1 a 1, onde -1 indica correlação negativa, 1 indica correlação positiva e 0 significa ausência de correlação (Larson e Farber, 2010).

$$r = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

Equação 1 - Coeficiente de correlação de Pearson (r)

Preparação e pré-processamento dos dados

Chapman (2000, p. 14) enfatiza que essa etapa envolve todas as ações necessárias para preparar a base de dados: seleção de tabelas, registros e atributos, além de transformação e limpeza, resultando no conjunto final de dados que será utilizado nas ferramentas de modelagem (Goldshmidt, Passos e Bezerra, 2015).

Modelagem e mineração de dados

Chapman (2000, p. 13) aponta que, geralmente, diversas técnicas de modelagem podem ser aplicadas ao mesmo problema de mineração de dados. É comum precisar utilizar várias delas e, recorrentemente, retornar à fase de preparação, uma vez que algumas técnicas têm requisitos específicos quanto ao formato dos dados.

Modelo de regressão linear

Essa técnica estatística modela a relação entre uma variável dependente e uma ou mais variáveis independentes, assumindo linearidade. A equação básica é conforme equação 2:

$$y = mx + b$$

Equação 2 - Reta de regressão

Onde:

- y é a variável dependente;
- x é a variável independente;
- m é a inclinação da reta;
- b é a interseção no eixo y.

Cálculo da inclinação (m) e da interseção (b)

A equação 3 é a inclinação (m) que representa a variação na variável dependente para cada unidade de variação na variável independente. A interseção b é o valor de y quando x = 0 representada pela equação 4 (Larson e Farber, 2010).

$$m = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Equação 3 - Cálculo da inclinação (m)

$$b = \frac{\sum y - m\sum x}{n}$$

Equação 4 - Cálculo da interseção (b)

Avaliação

A avaliação vai além das métricas numéricas: é preciso considerar se o modelo faz sentido para o cenário proposto, se suas previsões são interpretáveis e se atende às necessidades do contexto. Testes estatísticos, como o teste F e a análise dos p-valores dos coeficientes, ajudam a validar a significância do modelo e de suas variáveis preditoras.

Coeficiente de determinação (r^2)

O coeficiente de determinação indica a proporção da variabilidade dos dados que o modelo consegue explicar (Larson e Farber, 2010, p. 420) representada pela equação 5.

$$\mathrm{r}^2 = \frac{\text{Variação explicada}}{\text{Variação total}}$$

Equação 5 - Coeficiente de determinação (r^2)

Variação não explicada e total

A variação não explicada soma os quadrados das diferenças entre os valores observados e os previstos pelo modelo conforme equação 6. A variação total resulta da soma das variações explicada e não explicada conforme a equação 7 (Larson e Farber, 2010, p. 420).

$$Variação\ não\ explicada = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Equação 6 - Variação não explicada

$$Variação\ total = Variação\ explicada + Variação\ não\ explicada$$

Equação 7 - Variação total

P-valores dos coeficientes

De acordo com Miola e Miot (2021), os p-valores avaliam a significância estatística de cada variável independente no modelo, indicando se há relação relevante com a variável dependente. No entanto, alguns autores, como Filho e Silva (2022), defendem que os p-valores, isoladamente, não garantem evidências robustas sobre a validade de um modelo.

Teste F para comparação de variâncias

O teste F compara a variância explicada pelo modelo com a variância não explicada, sendo útil para verificar se um modelo linear contribui significativamente em relação a um modelo sem preditores (Larson e Farber, 2010, p. 461).

$$\frac{{\sigma_1}^2}{{\sigma_2}^2}.$$

Equação 8 - Teste F para comparação de variâncias

Raiz do erro médio quadrático (RMSE)

O RMSE, conforme equação 9, calcula a raiz quadrada da média dos quadrados dos erros, medindo a qualidade das previsões do modelo. Quanto menor o RMSE, melhor o ajuste do modelo (Larson e Farber, 2010, p. 421).

$$s = \sqrt{\sum \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

Equação 9 - RMSE

3- Metodologia

Neste capítulo, são apresentados os procedimentos e metodologia aplicados nesta pesquisa: a investigação, os objetivos, as preferências metodológicas, o retrato dos participantes, as tarefas escolhidas e desenvolvidas, os artefatos utilizados e, por fim, os procedimentos relacionados às coletas de dados.

Para otimizar e automatizar as análises de dados, optou-se pela utilização do RStudio, ferramenta amplamente reconhecida no meio acadêmico e profissional por sua eficiência no desenvolvimento de scripts em linguagem R. A escolha dessa plataforma foi estratégica, considerando sua capacidade de integrar, de forma dinâmica, a manipulação de dados, a geração de gráficos e a elaboração de relatórios completos.

Dentro do escopo desta dissertação, três turmas inteiras do mesmo nível de escolaridade foram selecionadas para participar dos grupos de pesquisa (QE). Essa tomada de decisão buscou mitigar a ameaça à validade interna do tipo seleção, uma vez que todos os estudantes participaram igualmente da pesquisa. Os estudantes não foram aleatoriamente selecionados para os grupos, sendo o grupo de controle também chamado de grupo de comparação.

Foi trabalhada a metodologia ativa (IP) em associação com a investigação (QE) para o ensino e aprendizagem de trigonometria com a RE e o *software* GeoGebra, aproximando uma abordagem dinâmica e proporcionando respostas em tempo real, além de facilitar os debates entre pares e a avaliação da eficácia da proposta.

Nessa dissertação, a metodologia envolveu a execução de pequenos experimentos por meio de cenários simulados com o GeoGebra ou de robótica educacional, sempre associando razões trigonométricas no triângulo retângulo e/ou o Teorema de Pitágoras. O mapeamento desses experimentos ocorreu por meio das execuções, debates e reflexões subsequentes.

3.1- Tipo de investigação

A base desta investigação foi a observação, a caracterização, a análise e a interpretação dos modos, jeitos, mecanismos e comportamentos dos estudantes, durante e quando submetidos à execução das atividades investigativas nos espaços da unidade escolar. Dessa forma, este contexto enquadra-se dentro daquilo que a definição estabelece como sendo uma investigação de natureza qualitativa, descritiva, exploratória e interpretativa (Crotty, 1998; Godoy, 1995; Calil, 2015).

Portanto, os dados foram obtidos em ambiente escolar, localização natural tanto para os estudantes quanto para o professor investigador, sendo este último o principal responsável pela coleta dos dados. A principal preocupação desta investigação foi caracterizar e posteriormente analisar os dados, dando ênfase ao processo em si. Ou seja, buscou-se analisar os processos em vez dos resultados, reforçando a importância do significado das coisas sob o ponto de vista dos participantes — o "por quê" e o "o quê".

3.2- O ambiente escolar e os indivíduos envolvidos na pesquisa

Anteriormente à realização desta pesquisa, foram entregues a cada estudante a documentação necessária, em duas vias, para participação. Para aqueles que retornaram com suas respectivas vias assinadas, foram organizadas as turmas participantes.

Foram explicados aos estudantes participantes como funcionaria a pesquisa, deixando claro que ocorreria dentro das aulas de Física do professor-pesquisador, no mesmo turno ao qual estavam inseridos. Estes estudantes ficaram cientes de que obteriam novos conhecimentos de Matemática e, sobretudo, conhecimentos associados à tecnologia da informação sob o viés da robótica educacional.

A cada estudante participante foi entregue a documentação exigida para pesquisas com humanos. Para estudantes menores de idade, foram entregues o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para assinatura do responsável; para estudantes maiores de idade, foi

entregue apenas o TCLE. Uma cópia assinada ficou sob responsabilidade do professor-pesquisador e a outra permaneceu com o estudante ou seu responsável.

A unidade escolar de educação básica Colégio Estadual Olavo Bilac (CEOB) é uma unidade de ensino médio regular que funciona em horário integral, conforme estabelecido pela Resolução SEEDUC nº 4842 de 03/12/2012.

O espaço físico organizado nesta unidade compreende uma área externa com escada de acesso, rampa e jardim com mastros para bandeiras. Internamente, há pátio, portão lateral, residência de zeladores, hall de entrada, salas da direção adjunta e coordenação, sala dos professores, auditório para 150 pessoas, sala *maker*, sala de mecanografia, laboratório de ciências, laboratório de informática, biblioteca, salão de oficinas, ginásio poliesportivo, refeitório, cozinha, entre outros.

Enquanto o novo modelo de ensino médio no Brasil traz inovações que podem ser positivas em termos de flexibilidade e especialização, também enfrenta desafios significativos relacionados à equidade, preparação para o ensino superior, formação integral dos estudantes e requisitos para implementação efetiva. É crucial que esses desafios sejam abordados para garantir que o modelo beneficie todos os estudantes, independentemente de sua localização ou contexto socioeconômico.

O novo ensino médio está alinhado à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e o colégio procurou traduzir as diretrizes nacionais em diretrizes operacionais, com foco na formação integral dos jovens.

De acordo com o Projeto Político Pedagógico (PPP) da unidade escolar, a proposta curricular deve ser adaptada ao desenvolvimento dos discentes, utilizando recursos adequados e sempre em consonância com o PPP. Além disso, são destacadas características fundamentais como criatividade, resolução de problemas, pensamento crítico e curiosidade investigativa, reforçando a importância de proporcionar experiências de aprendizagem que atendam a essas dimensões (PPP, 2017, p. 16-17).

Dessa forma, o cerne deste estudo foi ao encontro das necessidades da unidade escolar, buscando descrever uma conjuntura de experimentação e interdisciplinaridade. A tecnologia, sob a ótica da robótica educacional e do *software* GeoGebra, foi norteada pela aplicação da metodologia Instrução pelos Pares (PI).

A parte empírica da pesquisa foi realizada em três turmas do terceiro ano do ensino médio no CEOB. A Figura 3 mostra a fachada da unidade escolar, localizada no bairro de São Cristóvão, Rio de Janeiro, onde o mestrando é docente nas disciplinas de Matemática

e Física. Participaram 73 estudantes das três turmas envolvidas. As Figuras 4 e 5 ilustram o ambiente interno da sala *maker*.



Figura 3 – Colégio Estadual Olavo Bilac (CEOB)

Fonte: Dados da pesquisa (2023)



Figura 4 – Ambiente escolar onde a pesquisa foi realizada

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

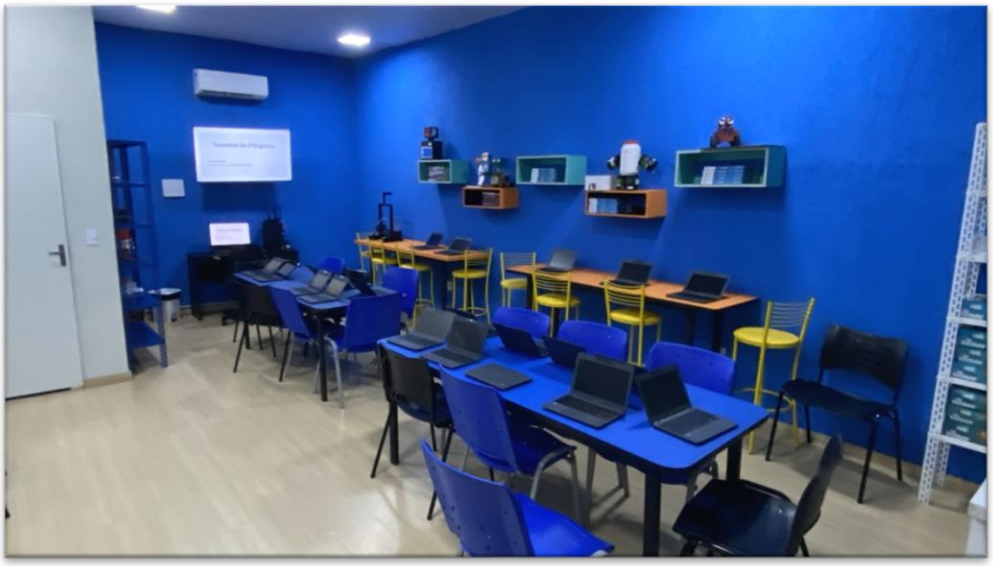


Figura 5 – Ambiente escolar onde as experimentações foram realizadas

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

O terceiro ano do ensino médio contribuiu com os estudantes participantes desta pesquisa, cuja participação só foi concedida mediante a apresentação da documentação necessária. Foram realizadas dez aulas. A unidade escolar dispõe de uma sala *maker*, inaugurada em 2021, para uso dos educadores e estudantes. Considerando que o turno possui seis tempos diários de quarenta minutos, a sequência didática ocorreu em todas as turmas deste experimento nos mesmos dias.

A metodologia utilizada foi a metodologia ativa Instrução pelos Pares (PI), em que os estudantes foram convidados a explorar o conceito de trigonometria, aprofundando-se nas razões trigonométricas no triângulo retângulo. No decorrer das dez aulas, foi conduzida uma aula introdutória para familiarizar os estudantes com a metodologia, seguida de aulas experimentais com o GeoGebra e, por fim, aulas experimentais com a robótica educacional. As atividades foram alternadas com pré-testes e pós-testes para avaliar a absorção do conteúdo, complementadas por observações feitas ao longo da sequência.

3.3- Plano de trabalho da sequência didática utilizada

O plano de trabalho da sequência didática foi desenvolvido entre abril e outubro de dois mil e vinte e três, distribuído em dez aulas cuidadosamente planejadas para integrar conceitos de matemática, trigonometria, tecnologia e robótica educacional. A proposta inicial precisou ser ajustada devido à dinâmica da unidade escolar, resultando em um reinício em agosto.

As atividades começaram com a aplicação de um questionário diagnóstico para mapear o nível dos participantes, utilizando ferramentas como cartões e o *software Plickers* para introduzir metodologias ativas. As aulas seguintes abordaram desde conceitos fundamentais, como o Teorema de Pitágoras e razões trigonométricas, até experimentações práticas no GeoGebra e com a robótica usando Arduino.

Os estudantes tiveram a oportunidade de construir protótipos, como uma trena sem fio e um protótipo robótico aplicado a uma maquete. A metodologia de Instrução pelos pares foi empregada em várias etapas, com pré-testes e pós-testes que avaliaram a aprendizagem progressiva.

A sequência se encerrou com *feedback* dos estudantes, confirmando o engajamento e a eficácia das estratégias utilizadas. Essa abordagem integradora buscou conectar teoria, prática e tecnologia de maneira significativa. O Quadro 2 apresenta o detalhamento da sequência didática com datas e horários.

Quadro 1 - Cronograma da sequência didática

Sequência	**Data**	**Carga Horária**	**Turmas**	**Estratégia Implementada**
1	25/04/2023	1 tempo de 60 minutos.	3010,3011,3012	Primeira aula votação em (IP) – Introdutórias (níveis 1 e 2), Introdução do conteúdo, apresentação da metodologia.
2	08/08/2023	1 tempo de 60 minutos.	3010,3011,3012	1ªExperimentação com *software* de

				simulação GeoGebra (Teorema de Pitágoras).
3	15/08/2023	1 tempo de 60 minutos.	3010,3011,3012	Teorema de Pitágoras (Teoria).
4	22/08/2023	1 tempo de 60 minutos.	3010,3011,3012	Segunda aula de votação em (IP) – Teorema de Pitágoras.
5	29/08/2023	1 tempo de 60 minutos.	3010,3011,3012	Razões métricas do triângulo retângulo (Teoria).
6	05/09/2023	1 tempo de 60 minutos.	3010,3011,3012	2ªExperimentação com *software* de simulação GeoGebra (Razões métricas do triângulo retângulo).
7	12/09/2023	1 tempo de 60 minutos.	3010,3011,3012	3ªExperimentação com Arduino (primeiros passos).
8	19/09/2023	1 tempo de 60 minutos.	3010,3011,3012	4ªExperimentação com Arduino (protótipo robótico).
9	17/10/2023	1 tempo de 60 minutos.	3010,3011,3012	Terceira aula de votação em (IP) – Robótica Educacional (Parte I).
10	31/10/2023	1 tempo de 60 minutos.	3010,3011,3012	Quarta aula de votação em (IP) – Robótica Educacional (Parte II) e avaliação final.

Total	10 Aulas	10 horas por turma	3 turmas	10 Etapas

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

3.4- Experimentação e a utilização da robótica educacional

Durante a primeira aula da sequência didática, foram abordados tópicos necessários para o diagnóstico antecipado do conteúdo de toda a sequência e que ajudaram nas aulas seguintes. Entre eles estavam noções básicas de geometria plana, incluindo conceitos de ponto, reta, plano, ângulo e triângulo, bem como a definição de hipotenusa e catetos de um triângulo retângulo.

Essa primeira aula também foi a aula inaugural, utilizada para passar instruções sobre a pesquisa. Os estudantes receberam orientações para formarem subgrupos de quatro participantes. Além disso, os cartões *Plickers* foram distribuídos, junto com as explicações sobre como utilizá-los em todas as aulas, conforme ilustrado na Figura 6.

Durante essa aula, os estudantes foram convidados a votar em testes conceituais para avaliar seu nível de conhecimento e familiaridade com a metodologia de Instrução pelos pares. Os cartões fornecidos pelo aplicativo *Plickers*.com tornaram o processo de votação e coleta de dados mais fácil e organizado. Cada estudante teve acesso a um cartão numerado para votar em cada teste conceitual.

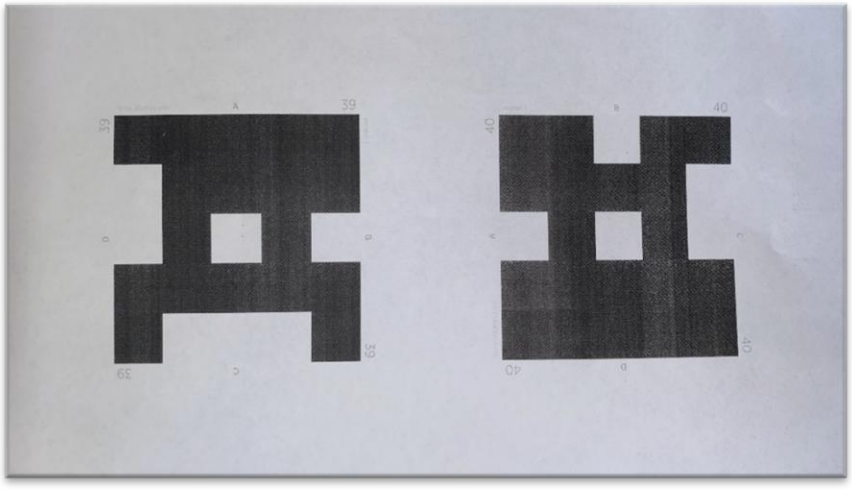


Figura 6 - Cartões *Plickers*

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Nesta introdução, os estudantes foram submetidos a testes conceituais para avaliar o nível de compreensão sobre o conteúdo que seria trabalhado ao longo da disciplina. Essa aplicação foi fundamental para que o professor-pesquisador identificasse quais pontos precisariam ser reforçados ou explicados de maneira mais clara durante as aulas seguintes.

Para familiarizá-los com os cartões e a metodologia adotada, os pós-testes foram realizados com as mesmas questões dos pré-testes, mas apenas nas perguntas em que a porcentagem de acertos variou entre 30% e 70%. Não foram desenvolvidos pós-testes diferentes nesta aplicação, pois o objetivo principal era o entendimento da metodologia. A Figura 7 mostra o primeiro contato dos estudantes com os cartões.



Figura 7 - Estudantes em seu primeiro contato com os cartões *Plickers*, bem como em votação em Instrução pelos pares

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

A segunda aula abordou tópicos necessários para o entendimento do Teorema de Pitágoras, que apareceriam nas aulas seguintes. Foram trabalhados o enunciado do teorema e sua importância, a aplicação para calcular medidas desconhecidas, a

identificação de triângulos retângulos e o uso prático do teorema em situações reais, como o cálculo de distâncias em mapas.

A terceira aula foi a primeira de experimentação com o *software* GeoGebra. Os estudantes foram encorajados a explorar o Teorema de Pitágoras por meio de experimentos em cenários simulados, determinando valores relacionados a distâncias ou alturas inacessíveis. A turma 3011 foi a primeira a participar, seguida pelas turmas 3012 e 3010.

Foram realizados cinco experimentos por turma, envolvendo quartetos diferentes de estudantes em cada evento, garantindo a participação do maior número possível. Durante todas as etapas, o professor-pesquisador esteve presente, fornecendo apoio e supervisão. A colaboração em equipe foi incentivada, permitindo que os estudantes trabalhassem juntos e depois compartilhassem seus resultados.

As figuras 8 e 9 ilustram o primeiro experimento no simulador virtual buscou fazer os estudantes entenderem o Teorema de Pitágoras e suas aplicações. As atividades incluíram uma demonstração do teorema e aplicações práticas, como determinar a altitude de um avião ou a altura de uma árvore. Cada grupo de quatro estudantes foi dividido em funções específicas: um para manipular o computador, dois para os cálculos e um para os registros fotográficos.

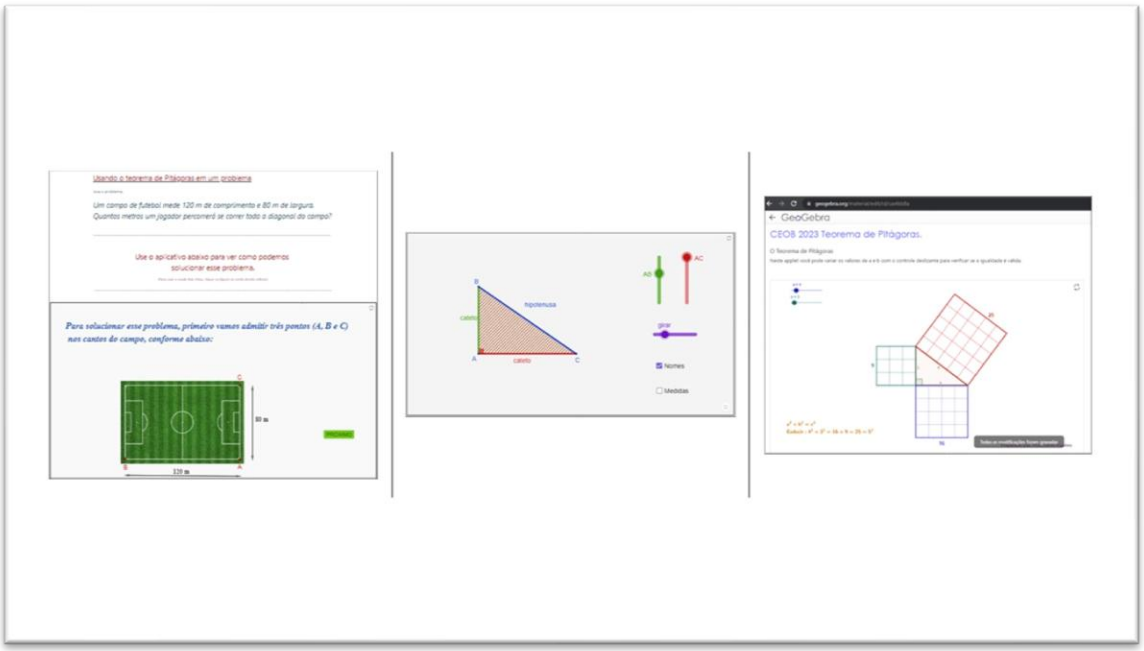


Figura 8 (a-d) - a) Aplicação do Teorema de Pitágoras no jogo b) Triângulo retângulo com controle deslizante c) Controle deslizante para verificar se a igualdade é válida

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

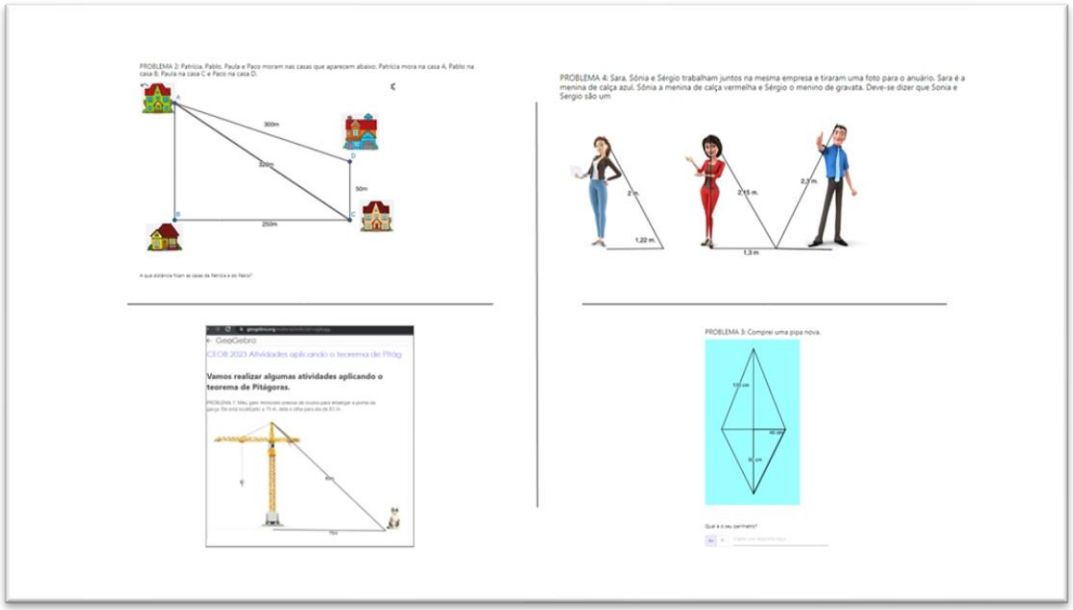


Figura 9 (a-d) - a) Aplicação do Teorema de Pitágoras para determinar distâncias entre casas b) Verificação da altura c) Aplicação do Teorema de Pitágoras d) Determinação do perímetro da pipa

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

A quarta aula trouxe a segunda aplicação da metodologia de instrução pelos pares, com foco em testes conceituais sobre o Teorema de Pitágoras. Foram dezessete questões diretas, com quatro opções de resposta, aplicadas usando os *Chromebooks*.

Na quinta aula, foi abordado o entendimento das razões trigonométricas no triângulo retângulo, revisando conceitos como seno, cosseno e tangente. Essa teoria serviu de base para as aulas seguintes, que envolveriam experimentações tanto no GeoGebra quanto com a robótica educacional. A Figura 10 ilustra essa etapa.

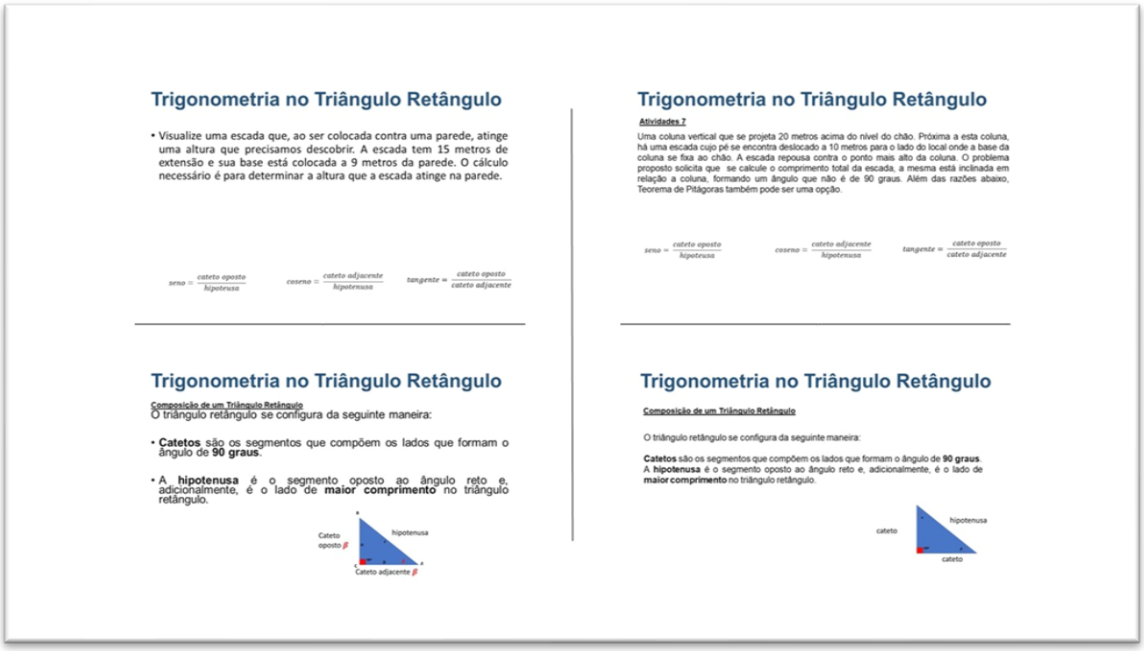


Figura 10 - Teoria sobre as razões trigonométricas no triângulo retângulo

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

A sexta aula, segunda de experimentação, buscou estimular o aprendizado prático das razões trigonométricas com o *software* Geogebra. Partiu de questionamentos do pesquisador e avançou para a consolidação do entendimento através da resolução de problemas conforme a figura 11.

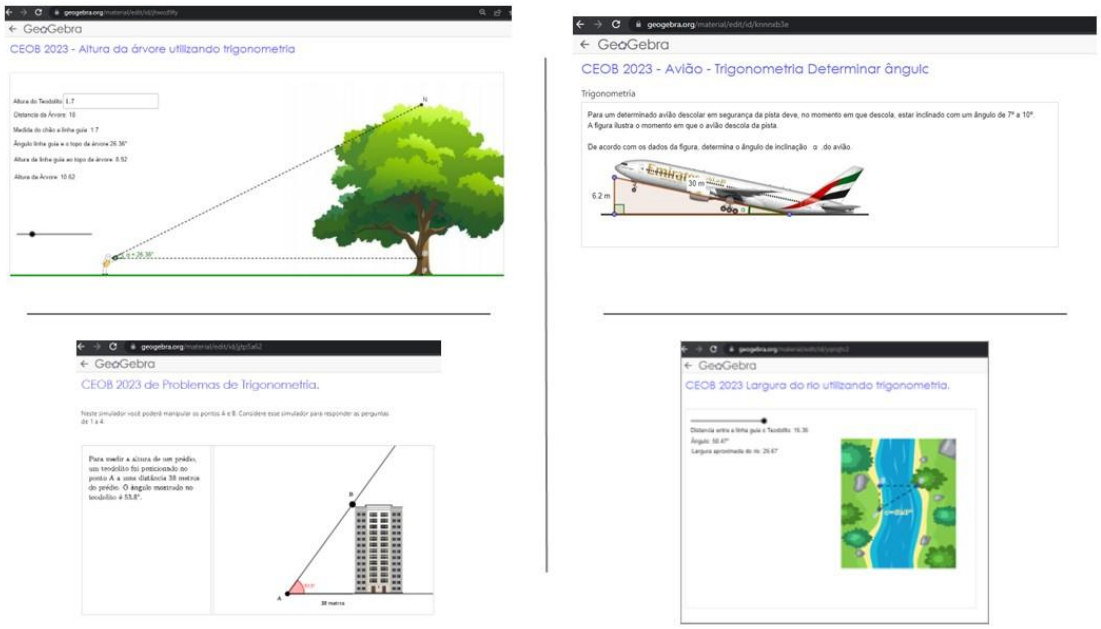


Figura 11 (a-d) - a) Determinação da altura da árvore b) Determinação do ângulo de inclinação do avião c) Determinação da altura do edifício d) Determinação da largura de um rio

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

A sétima aula, terceira de experimentação, iniciou a prototipação de um artefato robótico conforme os pass. Ela foi dividida em duas etapas para permitir mais tempo de fixação do conhecimento e desenvolvimento de habilidades que extrapolam os conceitos de trigonometria, incluindo práticas de robótica. A discussão sobre as tarefas ocorreu constantemente, com momentos reservados para debates e reflexões sobre a experiência.

Passo 1: Introdução teórica sobre robótica educacional e apresentação do Arduino uno e suas funcionalidades

Uma breve fala, com apoio de uma apresentação, conduziu a introdução teórica sobre robótica educacional. Esse campo de estudo ajuda no desenvolvimento de protótipos robóticos ou robôs, permitindo que a sequência didática desenvolvesse habilidades básicas nos estudantes, como a resolução de problemas e o conhecimento em robótica. A Figura 12 ilustra alguns tópicos trabalhados.

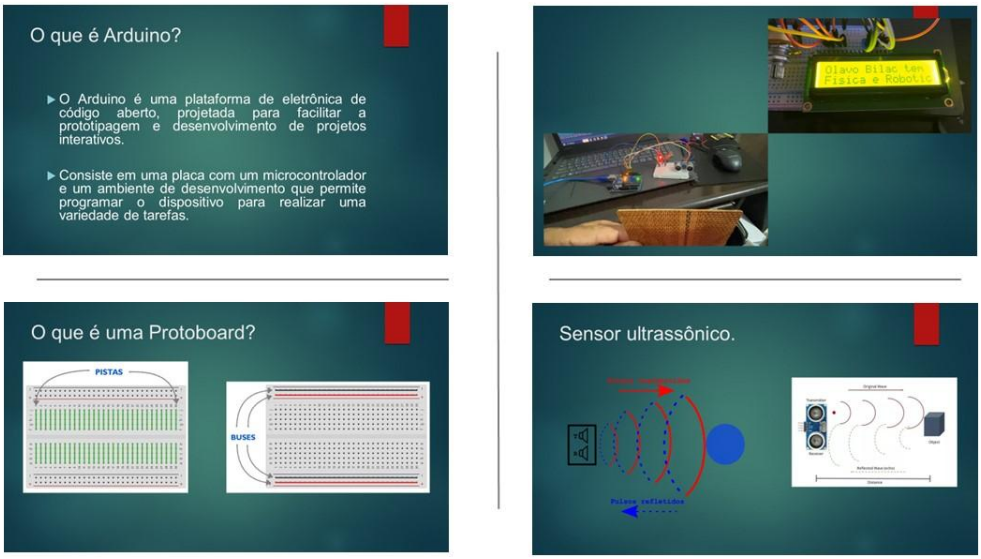


Figura 12 - Resumo da apresentação

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Primeiramente, foi explicado o conceito de robótica educacional e sua importância. Esse momento permitiu aos estudantes conhecerem o funcionamento do Arduino Uno, suas principais funcionalidades e exemplos de projetos que podem ser construídos com ele. Em seguida, foi apresentado o projeto que seria desenvolvido durante as aulas seguintes: um modelo trigonométrico para aprender a determinar distâncias inacessíveis.

Na terceira etapa, foram mostrados os componentes necessários para a construção do protótipo, como Arduino Uno, mini servo motor, *display* 16x2, sensor ultrassônico, mini *laser light diode*, potenciômetro, botão e *protoboard* com *jumpers*. Os estudantes puderam registrar e anotar informações importantes.

Lista de componentes utilizados: Um Arduino Uno, um mini servo motor, um *display* 16x2, um sensor ultrassônico, um mini *laser light diode, u*m potenciômetro, um botão.

Passo 2: Montagem do circuito

A montagem do circuito envolveu a construção física do sistema eletrônico com os componentes mencionados. Esse processo foi realizado manualmente, utilizando *protoboard* na sala *maker*, garantindo que todos os estudantes participassem ativamente.

As Figuras 13 e 14 ilustram a atividade, mostrando o uso dos materiais eletrônicos e, principalmente, a participação dos estudantes. Eles interagiram de forma colaborativa, explorando conceitos práticos por meio do manuseio de circuitos e protótipos montados com Arduino. O uso das maquetes associadas aos dispositivos tornou o aprendizado mais visual e concreto, ajudando na compreensão de conceitos que poderiam parecer abstratos apenas na teoria.

O envolvimento dos estudantes demonstrou entusiasmo e engajamento, essenciais para fortalecer a aprendizagem significativa. As imagens registraram não apenas a construção física dos modelos, mas também o contexto pedagógico, no qual os estudantes foram desafiados a refletir, construir e testar soluções, desenvolvendo habilidades de trabalho em equipe, resolução de problemas e aplicação prática do conhecimento.



Figura 13 - Estudantes durante o processo de montagem dos componentes eletrônicos

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

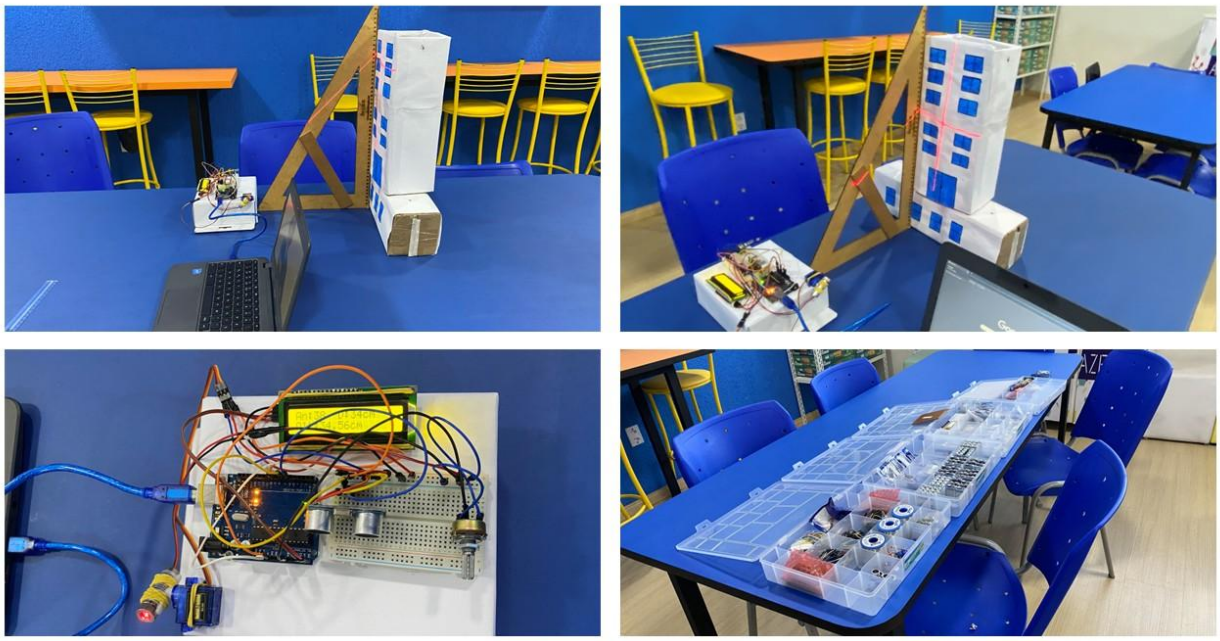


Figura 14 - Estudantes em processo de desenvolvimento do protótipo

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Passo 3: Teste e ajustes do programa

Foi realizado o teste do protótipo para verificar se o programa estava funcionando corretamente. O código foi disponibilizado antecipadamente no Git, e os estudantes puderam experimentar o processo prático de desenvolvimento, identificando possíveis erros ou falhas.

Os testes básicos incluíram verificar a funcionalidade de botões, entradas e saídas de dados. Os estudantes documentaram os testes e compararam os resultados entre os grupos. Embora não tenham realizado testes avançados, foi enfatizada a importância de testar regularmente, destacando que o desenvolvimento de *software* no mundo real é contínuo e iterativo.

3.5- O uso de *software* GeoGebra e da robótica educacional

Nesta pesquisa, foram utilizados cenários modelados para simular a aplicação das razões trigonométricas no triângulo retângulo, auxiliando no ensino e aprendizagem. Para muitos estudantes, foi o primeiro contato com o *software* GeoGebra, o Arduino e seus componentes.

O objetivo foi desenvolver conhecimentos em robótica e trigonometria, alinhados aos conteúdos previstos na Base Nacional Comum Curricular. Além disso, buscou-se discutir o uso de tecnologias, como simuladores para medir alturas ou distâncias inacessíveis, integrando a trigonometria em sala de aula.

O protótipo robótico desenvolvido utilizou ondas ultrassônicas e um servo motor para calcular ângulos. O Arduino, combinado ao sensor ultrassônico, permitiu discutir conteúdos de física relacionados a ondas. O sensor ultrassônico HC-SR04 da figura 15, por exemplo, emite e detecta ondas ultrassônicas, aproveitando o fenômeno da reflexão para medir distâncias.

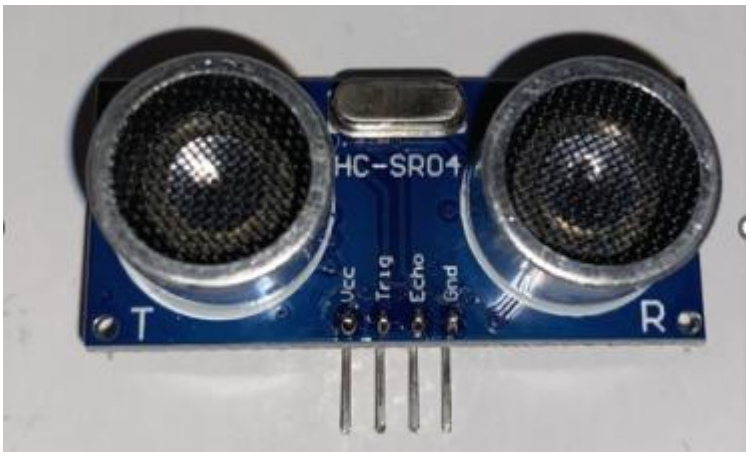


Figura 15 - Sensor ultrassônico HC-SR04

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

A montagem foi realizada na sala *maker*, que ofereceu espaço adequado, iluminação, temperatura controlada e equipamentos como *Chromebooks*. O Arduino, composto por *hardware* e *software*, permitiu montar o protótipo físico e programar as

ações desejadas no IDE. O IDE, compatível com *Linux*, *Windows* e Mac OS, foi utilizado para inserir a lógica que controlou o *hardware*, realizando leituras, cálculos e ações.

Com o circuito pronto e programado, foi possível criar um protótipo que calculava a velocidade do som e aplicava conceitos de trigonometria para determinar ângulos e distâncias, funcionando como uma trena sem fio, sensor de ré ou sensor de aproximação.

3.6- Abordagem metodológica para a identificação de conhecimento em bases de dados

Neste estudo, foram aplicados robótica educacional e GeoGebra, associados à metodologia ativa de Instrução pelos pares, para ensinar razões trigonométricas a estudantes do ensino médio. Entre os objetivos específicos, estavam:

a) Realizar uma análise correlacional para entender quais perguntas (variáveis independentes) impactam mais no *score* (variável dependente)

b) Desenvolver um modelo regressivo e formular uma equação representando os dados correlacionados, utilizando regressão linear

A análise exploratória dos dados considerou indicadores educacionais, como o *score* e o total de respostas corretas. As bases de dados continham informações variadas, como identificadores dos estudantes, nomes, gênero e respostas. Essas informações foram coletadas para identificar áreas que precisavam de reforço. As Tabelas 2, 3, 4 e 5 apresentam os indicadores e dados referentes à turma 3010.

Tabela 1 - Indicadores e dados contidos no dataframe 01 utilizado na análise (T. 3010 - 25/04/2023)

INDICADOR	**DADOS CONTIDOS NO *DATAFRAME* 1 T. 3010 - 25/04/2023**
Score	*Card Number*
Correct	*First Name*
	Last Name
	Genero
	Answer
	First name
	Last Name
	Score
	Genero
	Correct
	Answered
	O que é trigonometria?
	O que é um triângulo?
	O que é um ângulo?
	O que é uma hipotenusa?
	O que são catetos?
	Qual é a relação entre os catetos e a hipotenusa em um triângulo retângulo?
	O que é um triângulo retângulo?
	O que são catetos em um triângulo retângulo?
	O que é a hipotenusa em um triângulo retângulo?
	Qual é a relação entre a hipotenusa e os catetos em um triângulo retângulo?
	O que é a razão trigonométrica seno em um triângulo retângulo?
	O que é a razão trigonométrica tangente em um triângulo retângulo?

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Tabela 2 Indicadores e dados contidos no dataframe 02 utilizado na análise (T. 3010 - 01/08/2023)

INDICADOR	**DADOS CONTIDOS NO *DATAFRAME* 2 T. 3010 - 01/08/2023**
Score	Questão 01–pré-teste. O que é o teorema de Pitágoras?
Correct	Questão 01 – pós-teste. Qual é a definição do teorema de Pitágoras?
	Questão 02 – pré-teste. Qual é a fórmula do teorema de Pitágoras?
	Questão 03 – pré-teste. O que é a hipotenusa?
	Questão 04 – pré-teste. Você está planejando uma viagem de bicicleta. Se você pedala 30 quilômetros para o norte e depois 40 quilômetros para o leste. Qual é a distância total que você percorreu?
	Questão 05 – pré-teste. Em um triângulo retângulo. Qual é a relação entre os catetos e a hipotenusa?
	Questão 06 – pré-teste. Em seu projeto de robótica, você está montando uma base retangular para o robô se mover. O comprimento da base é de 15 centímetros e a largura é de 9 centímetros. Qual é o comprimento da diagonal da base?
	Questão 07 - pré-teste: Qual é o nome da figura geométrica para a qual o Teorema de Pitágoras é aplicado?
	Questão 8 - pré-teste: Qual é o comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos de 5 unidades de comprimento cada?
	Questão 09 - pré-teste: Qual é a relação entre os quadrados dos comprimentos dos catetos e o quadrado do comprimento da hipotenusa em um triângulo retângulo, de acordo com o Teorema de Pitágoras?
	Questão 09 - pós-teste: Qual é o valor de "a" no Teorema de Pitágoras quando "b" e "c" representam os catetos?"
	Questão 10 - pré-teste: Em um triângulo retângulo, se a hipotenusa mede 15 metros e um dos catetos mede 12 metros, qual é o comprimento do outro cateto?
	Questão 11 - pré-teste: Em um triângulo retângulo com catetos de 7 unidades de comprimento cada, qual é o comprimento da hipotenusa?
	Questão 12 - pré-teste: Ana está construindo um tabuleiro de jogo em forma de quadrado com peças quadradas menores. Cada lado do tabuleiro mede 20 centímetros. Qual é a medida da diagonal do tabuleiro?

	Questão 13 - pré-teste: Maria está subindo uma escada que faz um ângulo reto com o chão. Se a escada tem 5 metros de comprimento e está apoiada a 4 metros da parede, qual é a altura da parede que Maria está alcançando?
	Questão 13 - pós-teste: Você levou a pior em um cruzamento de pipas em um campo aberto e sua pipa está voando solta. O fio da pipa é esticado a uma altura de 30 metros do chão e você segura o fio a 50 metros de distância de onde está em linha reta. Qual é o comprimento total do fio da pipa?

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Tabela 3 - Indicadores e dados contidos no dataframe 03 utilizado na análise (T. 3010 - 16/10/2023)

INDICADOR	**DADOS CONTIDOS NO *DATAFRAME* 3 T. 3010 - 16/10/2023**
Score	*Card Number*
Correct	*First Name*
	Last Name
	Genero
	Answer
	First name
	Last Name
	Score
	Genero
	Correct
	Answered
	Questão 05 – pré-teste. Qual é a finalidade do *display* na construção de um robô?
	Questão 06 – pré-teste. Qual é a função do *ultrasonic sensor* em um robô?
	O que é trigonometria?
	O que é um triângulo?
	O que é um ângulo?
	O que é uma hipotenusa?
	O que são catetos?
	Qual é a relação entre os catetos e a hipotenusa em um triângulo retângulo?
	O que é um triângulo retângulo?
	O que são catetos em um triângulo retângulo?
	O que é a hipotenusa em um triângulo retângulo?

	O que é a razão trigonométrica seno em um triângulo retângulo?
	O que é a razão trigonométrica tangente em um triângulo retângulo?
	Questão 01 – pré-teste. Qual é o teorema utilizado para calcular a hipotenusa de um triângulo retângulo?
	Questão 02 – pré-teste. Como é possível utilizar o Arduino para controlar um robô?
	Questão 02 – pós-teste. De que maneira o Arduino pode ser empregado para gerenciar o movimento de um robô?
	Questão 03 – pré-teste. Quais são as ferramentas necessárias para soldar componentes eletrônicos em uma placa de circuito impresso?
	Questão 04 – pré-teste. O que é necessário para ligar um mini servo motor em uma *protoboard*?
	Questão 04 – pós-teste. Quais são os componentes necessários para conectar um mini servo motor a uma *protoboard*?
	Questão 08 – pré-teste. O que é uma maquete?
	Questão 07 – pós-teste. Qual é a definição correta de seno (sen) em trigonometria?

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Tabela 4 - Indicadores e dados contidos no dataframe 04 utilizado na análise (T. 3010 - 30/10/2023)

INDICADOR	**DADOS CONTIDOS NO *DATAFRAME* 4 T. 3010 - 30/10/2023**
Score	Questão 09 – pré-teste. Qual é a medida do ângulo interno de um triângulo equilátero?
Correct	Questão 10 – pré-teste. O que é o simulador virtual Geogebra?
	Questão 10 – pós-teste. O que é um simulador virtual Geogebra?
	Questão 11 – pré-teste. Como você pode usar um sensor de ultrassom para medir a distância entre um robô e um objeto em seu caminho?
	Questão 11 – pós-teste. Como um sensor de ultrassom pode ser utilizado para medir a distância entre um objeto e um robô em movimento?
	Questão 12 – pré-teste. O que é um servo motor?
	Questão 12 – pós-teste. Qual é a função de um servo motor?
	Questão 13 – pré-teste. Qual é a relação trigonométrica entre seno e cosseno?
	Questão 13 – pós-teste. Qual é a definição de tangente em trigonometria?
	Questão 15 – pré-teste. Um observador está a 20 metros de distância de uma torre e observa um ângulo de elevação de 30 graus em relação à base da torre. Qual é a altura da torre?
	Questão 15 – pós-teste. Qual é a altura de um prédio se um observador, a uma distância de 30 metros, mede um ângulo de elevação de 60 graus em relação à base do prédio?
	Questão 18 – pré-teste. Um poste de luz de 6 metros de altura está quebrado em um ponto a 2 metros do chão. Se você quiser consertar o poste, a que altura você deve colocar a escada para que ela forme um ângulo de 60 graus com o chão?
	Questão 18 – pós-teste. Um poste de luz de 8 metros de altura está quebrado em um ponto a 3 metros do chão. Se você quiser consertar o poste, a que altura você deve colocar a escada para que ela forme um ângulo de 45 graus com o chão?
	Questão 19 – pré-teste. Qual é a fórmula do teorema de Pitágoras?
	Questão 20 – pré-teste. Qual é o comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo com lados de 3cm e 4cm?

	Questão 20 – pós-teste. Qual é a medida do lado restante de um triângulo retângulo com lados de 6 unidades e 8 unidades?

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Preparação dos dados

Na etapa de preparação, os dados foram carregados no RStudio, onde foi realizada a limpeza inicial. As variáveis foram verificadas para garantir que estivessem no formato esperado e, em seguida, normalizadas, convertendo todas as respostas para um formato numérico padronizado. Essa padronização facilitou a análise estatística posterior.

Os dados analisados foram extraídos dos pré-testes e pós-testes aplicados às turmas participantes e armazenados na plataforma *Plickers*. Inicialmente, foram removidas linhas com respostas incompletas, garantindo um conjunto de dados consistente para as análises subsequentes.

Modelagem e análise de dados

Para a modelagem, optou-se por análises de correlação e regressão linear. Segundo Larson e Farber (2010), a correlação entre duas variáveis envolve a relação entre pares ordenados, em que a variável independente é representada por x e a dependente por y. Nesta pesquisa, o indicador *score* foi considerado a variável dependente, enquanto as demais colunas foram tratadas como variáveis independentes.

Foi desenvolvido um modelo de regressão linear para prever o desempenho dos estudantes nas avaliações de trigonometria, considerando sua participação nas atividades práticas de robótica. Durante a construção do modelo, foram utilizados indicadores como o coeficiente de determinação (r^2) e a raiz do erro médio quadrático (RMSE), que ajudaram a avaliar a precisão das previsões feitas.

Para validar o modelo, compararam-se as notas previstas com as notas reais obtidas pelos estudantes. O valor do RMSE, expresso em percentual, indicou se o modelo apresentava uma precisão razoável em relação ao desempenho observado.

Resultados e interpretações

As análises revelaram uma forte relação entre o engajamento nas atividades de robótica e a melhora significativa das notas em trigonometria. Esse resultado destaca o impacto positivo da combinação entre a metodologia ativa de Instrução pelos pares e a robótica educacional, não apenas no estímulo ao interesse dos estudantes, mas também em sua capacidade de compreender conceitos matemáticos complexos.

Os pré-testes e pós-testes conceituais foram essenciais para identificar os pontos que necessitavam de reforço. Quando os resultados não atingiam percentuais satisfatórios, eram feitas intervenções pedagógicas para promover o debate entre os estudantes, seguidas por novos testes para avaliar a evolução.

Durante os experimentos, os estudantes frequentemente expressavam curiosidade sobre cada etapa, demonstrando envolvimento genuíno. Muitos desses relatos foram registrados e associados ao aprendizado de estruturas matemáticas fundamentais, como seno, cosseno, tangente e o Teorema de Pitágoras.

Todos os dados coletados com os cartões *Plickers*, em conjunto com as perguntas elaboradas na plataforma web, foram analisados utilizando a linguagem R. Esse processo permitiu uma visão detalhada do desempenho dos estudantes e forneceu subsídios para reflexões sobre as práticas pedagógicas adotadas.

4- Apresentação dos resultados e análise

Este capítulo apresenta os resultados obtidos a partir das análises conduzidas com os dados coletados durante a aplicação da sequência didática. O objetivo é verificar como as abordagens propostas – especialmente o uso da metodologia Instrução pelos Pares (PI), dos simuladores virtuais (GeoGebra) e da robótica educacional – contribuíram para a compreensão e o desempenho dos estudantes em conceitos básicos de trigonometria.

A análise foi realizada considerando os dados provenientes das turmas participantes, sempre respeitando as premissas do delineamento quase experimental (QE). Segundo Flannelly, Jankowski e Flannelly (2018), o delineamento QE ajuda a manter sob controle ameaças como efeitos de testes, regressão à média, maturação e mortalidade. Assim, os testes conceituais foram cuidadosamente planejados para minimizar influências externas nas reavaliações, seguindo diretrizes clássicas como as de Campbell e Stanley (1966), que defendem a inclusão de perguntas adicionais e observações para reduzir reatividade. A observação discreta do comportamento dos estudantes pelo professor-pesquisador também foi considerada uma medida não reativa, fortalecendo a robustez do estudo.

Além disso, foram aplicados pré-testes e pós-testes, considerando as faixas de acertos conforme previsto no fluxograma metodológico: abaixo de 30%, entre 30% e 70%, e acima de 70%, reforçando a validade das intervenções feitas ao longo do experimento. A Tabela 5 tem a equação de regressão aplicada aos *datasets*.

Tabela 5 - Fórmula de regressão linear aplicada ao conjunto de dados

Fórmula geral	**Descrição**
***Score*=m × conceito + b**	Onde *Score* é a pontuação do estudante, m é a inclinação da reta (coeficiente angular), b é a interseção com o eixo y, e conceito refere-se à questão ou coluna analisada.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

4.1- Resultados das análises para o *dataset* 1.

Em todos os casos foi utilizado o critério de correlação superior a |0,30| em módulo para selecionar as variáveis conforme a Tabela 6 para o *dataset* 1. Assim, a análise do primeiro conjunto de dados revelou padrões importantes sobre a relação entre o conhecimento prévio em geometria e o desempenho final dos estudantes. Como apresentado na Tabela 11, a questão "O que é um triângulo?" destacou-se com o maior impacto no *score* final, apresentando uma inclinação de 0,326 e poder explicativo de 39,5% (r^2 = 0,395). Esse achado sugere que a compreensão de conceitos básicos de geometria exerce uma forte influência no desempenho geral em trigonometria.

A análise dos resíduos (figura 16) demonstrou uma distribuição equilibrada, com a presença de alguns *outliers* pontuais, mas sem comprometimento significativo da qualidade do modelo, como detalhado nas tabelas complementares e nos Apêndices E e F.

Os modelos de regressão aplicados às diferentes questões apresentaram variações no poder explicativo conforme as Tabelas 8,9 e 10. Enquanto "O que é um triângulo?" alcançou o melhor ajuste (r^2 = 0,395), as questões relacionadas a elementos específicos do triângulo retângulo – como "O que são catetos?" e "O que é a hipotenusa?" – apresentaram valores menores, com r^2 entre 0,16 e 0,19. Essa diferença possivelmente reflete a complexidade dos conceitos ou até mesmo a forma como foram explorados no questionário, sendo aspectos que serão retomados na discussão final.

Tabela 6 – Variáveis selecionadas para regressão (com base em correlações significativas)

Variável analisada	**Correlação**
O que é trigonometria?	0,603751
O que é um triângulo?	0,628887
O que são catetos?	0,403750
O que é a hipotenusa em um triângulo retângulo?	0,437863

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Esses resultados reforçam a importância do domínio conceitual básico para o sucesso acadêmico. Por exemplo, cada ponto de melhora na compreensão sobre "O que é um triângulo?" resultou em um aumento médio de 0,326 pontos no desempenho final. Em contraste, outras perguntas analisadas, apesar de relevantes, mostraram um impacto mais limitado, conforme destacado na Tabela 11.

4.1.1- Correlações significativas e a regressão linear

Os modelos apresentaram consistência na variação total SST = 0,500720 e erro aceitável RMSE < 0,5, indicando bom ajuste geral. Especificamente, a questão sobre trigonometria, a Tabela 7 mostrou relação positiva moderada com m = 0,260; r^2 = 0,365, explicando 36,5% da variação no *score*. Já a questão sobre triângulos, evidenciada na Tabela 9, demonstrou impacto ainda maior, com cada aumento unitário na compreensão elevando o *score* em 0,326 pontos r^2 = 0,395. As demais questões, embora com menor poder explicativo r^2 entre 0,16 e 0,19, mantiveram padrões consistentes de precisão.

Tabela 7 - Resultados da regressão linear para a questão o que é trigonometria

O que é trigonometria?	
Equação da reta:	*Score* = 0,26 × "**O que é trigonometria?**" + 0,28
Inclinação (m):	0,260
Interseção (b):	0,280
Coeficiente de determinação (r^2):	0,364515
Variação explicada (SSE):	0,318200
Variação total (SST) :	0,500720

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Tabela 8 - Resultados da regressão linear para a questão o que é um triângulo

O que é um triângulo?	
Equação da reta:	*Score* = 0,325714 × "**O que é um triângulo?**" + 0,21
Inclinação (m):	0,325714
Interseção (b):	0,210
Coeficiente de determinação (r^2):	0,395499
Variação explicada (SSE):	0,302686
Variação total (SST) :	0,500720

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Tabela 9 - Resultados da regressão para “o que são catetos”

O que são catetos?	
Equação da reta:	*Score* = 0,117955× “**O que são catetos?**” + 0,4275
Inclinação (m):	0,117955
Interseção (b):	0,4275
Coeficiente de determinação (r^2):	0,163014
Variação explicada (SSE):	0,419095
Variação total (SST) :	0,500720

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Tabela 10 - Resultados da regressão linear para a questão o que é a hipotenusa em um triângulo retângulo.

O que é a hipotenusa em um triângulo retângulo?	
Equação da reta:	*Score* = 0,120× **O que é a hipotenusa em um triângulo retângulo?** + 0,4275
Inclinação (m):	0,120
Interseção (b):	0,4275
Coeficiente de determinação (r^2):	0,191724
Variação explicada (SSE):	0,404720
Variação total (SST) :	0,500720

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Conforme a Tabela 11, a questão “O que é um triângulo?” apresentou o maior impacto no *score* (m = 0,326, r^2 = 0,395, RMSE = 0,45), seguida por “O que é trigonometria?” (r^2 = 0,365, RMSE = 0,48). As demais variáveis tiveram contribuição marginal (r^2 < 0,2, RMSE > 0,5), indicando menor precisão preditiva.

4.1.2- Gráficos de dispersão com regressão ajustada

Os gráficos de dispersão (Apêndice F) confirmam as correlações positivas moderadas a fortes (r = 0,40 a 0,63) entre o conhecimento prévio e o *score*. A precisão dos modelos é evidenciada pela estreita faixa de confiança em (c) e (d), especialmente para “O que é um triângulo?” (r = 0,629).

4.1.3- Valores do erro quadrático médio (RMSE)

Os valores de erro quadrático médio (Tabela 11) demonstram que todos os modelos possuem precisão aceitável (RMSE < 0,12). Destaca-se a questão “O que é um triângulo?” com o menor erro (RMSE = 0,100447), enquanto “O que são catetos?” apresentou maior variabilidade (RMSE = 0,118194), porém dentro dos limites esperados para estudos educacionais.

4.1.4- Resultados comparativos das regressões

Os resultados demonstraram hierarquia clara: (a) conceitos básicos (triângulos, trigonometria) tiveram maior impacto no *score* $r^2 > 0,36$; $p < 0,001$; (b) elementos técnicos (catetos, hipotenusa) explicaram menos variância $r^2 \approx 0,16$-$0,19$, sugerindo maior dificuldade dos estudantes; e (c) a análise de resíduos, conforme Tabela 11, validou a qualidade dos modelos, com exceção de *outliers* pontuais.

Tabela 11 - Resultados das regressões lineares (Dataset 1)

Questão	Intercepto (b)	Inclinação (m)	p-valor	r^2	r^2ajustado	Erro padrão	F-statistic
Trigonometria	0,28000	0,26000	<0,001	0,3645	0,3418	0,1066	16,06
Triângulo	0,21000	0,32571	<0,001	**0,3955**	0,3739	0,1040	18,32
Catetos	0,42750	0,11795	0,0269	0,1630	0,1331	0,1223	5,453
Hipotenusa	0,43400	0,12000	0,0155	0,1917	0,1629	0,1202	6,642

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A análise dos coeficientes, conforme a Tabela 11 confirma a superioridade do modelo para "O que é um triângulo?", com *F-statistic* = 18,32 ($p < 0,001$), indicando robustez estatística. Em contraste, as questões sobre catetos e hipotenusa, embora significativas ($p < 0,05$), apresentaram menor poder explicativo $r^2 < 0,2$.

4.1.5- Análise dos *boxplots* de resíduos

A análise dos resíduos (Gráfico 1) revelou distribuição equilibrada na maioria dos modelos, com medianas próximas de zero e simetria nos quartis ($Q1 \approx -0,05$; $Q3 \approx 0,05$). Apesar da presença de alguns *outliers* pontuais - dois na questão sobre hipotenusa ($\approx \pm 0,3$) e um ou dois nas demais questões ($\approx \pm 0,2$) - a qualidade geral do ajuste mantém-se adequada, conforme evidenciado pela simetria das distribuições e amplitude controlada (Tabela 12). Esses resultados corroboram a validade dos modelos de regressão aplicados.

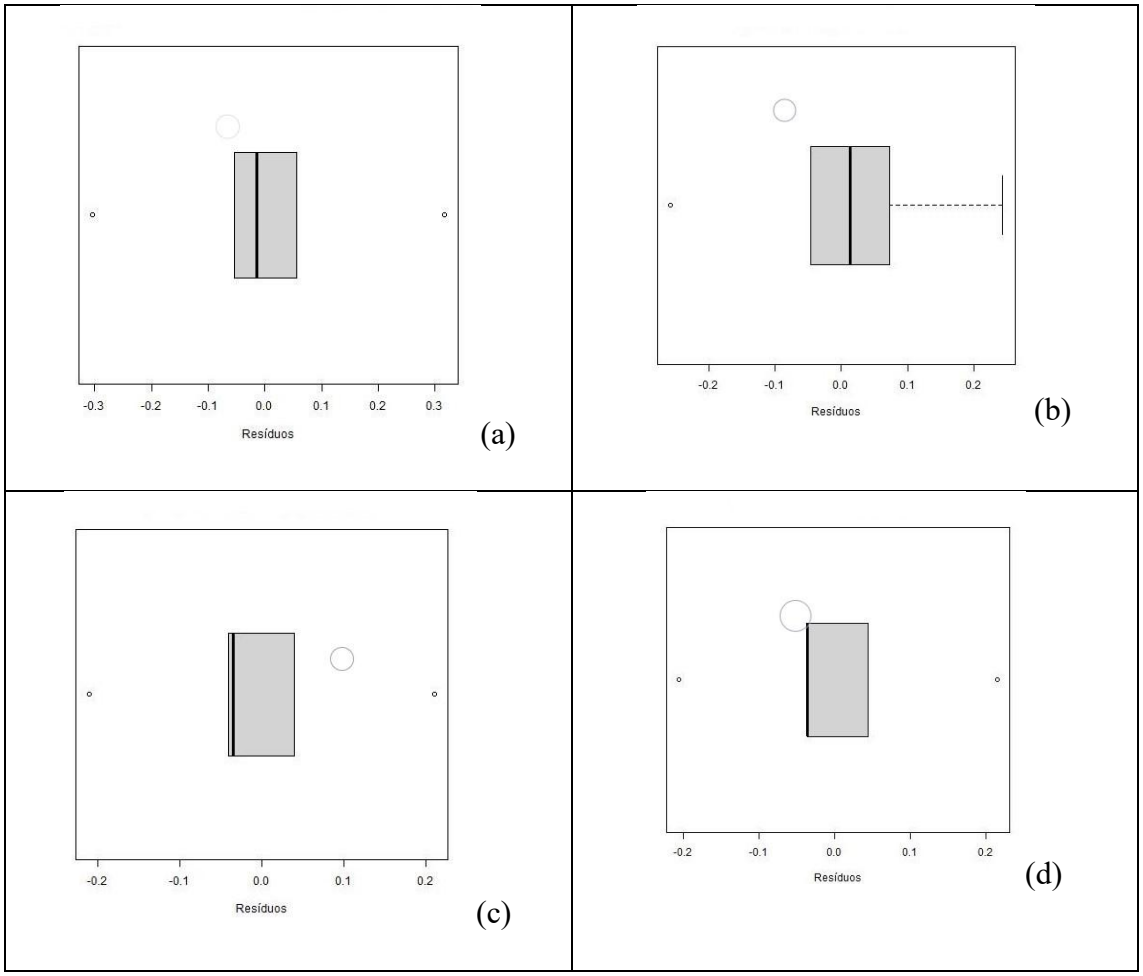
Conforme a Tabela 12, todas as questões apresentaram medianas próximas de zero, mas a questão que envolve a hipotenusa destacou-se pela maior amplitude ($\pm 0,3$). Todos os modelos apresentaram 1-2 *outliers*, sem padrão sistemático.

Tabela 12 – Comparação dos resíduos por questão (Dataset 1)

Questão	**Mediana**	**Amplitude**	***Outliers***
Hipotenusa	0,00	±0,3	2
Catetos	0,00	±0,2	1
Trigonometria	0,02	±0,2	2
Triângulo	0,00	±0,3	2

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Gráfico 1 - Distribuição dos resíduos por questão: (a) Hipotenusa; (b) Catetos; (c) Trigonometria; (d) Triângulo. Escala: eixo Y (-0,3 a 0,3); eixo X (categorias)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

4.2- Resultados das análises para o *dataset* 2.

Conforme detalhado na seção 4.1, as análises do *dataset* 2 seguiram a mesma metodologia estatística e visual, com foco nas questões relacionadas ao Teorema de Pitágoras em pré-teste e pós-teste. Esta seção apresenta os resultados específicos desse conjunto, destacando diferenças nos coeficientes, padrões gráficos e particularidades das variáveis. Para evitar redundância, remete-se à seção 4.1 quanto aos procedimentos técnicos, como cálculo de RMSE e construção de modelos de regressão linear.

4.2.1- Correlações significativas e a regressão linear

A análise do dataset 2 revelou que a questão Q01, aplicada no pós-teste, apresentou o maior impacto no score final ($m = 0,428$; $r^2 = 0,430$), classificando-se como de forte correlação. Em seguida, a questão Q03 do pré-teste também demonstrou contribuição relevante ($m = 0,272$; $r^2 = 0,272$), com correlação moderada. Os resultados consolidados na Tabela 14 evidenciam que as questões conceituais tiveram maior poder explicativo ($r^2 > 0,25$), enquanto as operacionais apresentaram correlações mais discretas. Destaca-se ainda a ausência de outliers significativos nos gráficos de resíduos, o que reforça a consistência dos dados modelados.

A interpretação da magnitude das correlações (Tabela 13) baseia-se em critérios consagrados por Cohen (1988), com adaptações para contextos educacionais (FIELD, 2017). Destacam-se:

1. **Q08 e Q01**: Correlações fortes ($r > 0,6$), indicando que habilidades de cálculo e domínio conceitual são preditores robustos de desempenho

2. **Q05**: Correlação negativa moderada, sugerindo que dificuldades na relação cateto-hipotenusa impactam negativamente o *score*

3. **Questões com r < 0,3**: Foram excluídas por não atenderem ao critério mínimo de significância prática (PESTANA; GAGEIRO, 2014)

Tabela 13 - Correlações significativas para regressão linear (*Dataset* 2)

Questão	Descrição	Coeficiente de Correlação (r)	Classificação*
Q08 (pré-teste)	Cálculo da hipotenusa	0,775	Forte
Q01 (pós-teste)	Definição do Teorema	0,656	Forte
Q06 (pré-teste)	Aplicação em robótica	0,615	Moderada
Q03 (pré-teste)	Conceito de hipotenusa	0,522	Moderada
Q05 (pré-teste)	Relação catetos/hipotenusa	-0,500	Moderada negativa

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Conforme a metodologia da seção 4.1, analisamos as relações entre as respostas do *dataset* 2 e os *scores* finais. A Tabela 14 consolida os parâmetros completos das regressões lineares:

Tabela 14 - Resultados da regressão linear (Dataset 2)

Questão	Coeficiente (m)	r^2	Variação Explicada	p-valor	Classificação
Q01 (pós-teste)	0,428	0,430	42,98%	<0,001	Forte
Q03 (pré-teste)	0,272	0,272	27,20%	0,003	Moderada
Q04 (pré-teste)	0,170	0,170	17,04%	0,012	Moderada
Q02 (pré-teste)	0,145	0,145	14,48%	0,021	Fraca
Q05 (pré-teste)	-0,050	0,005	0,50%	0,782	Não significativa

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Classificação baseada em Cohen (1988): Forte ($r^2 \geq 0,25$); Moderada ($0,09 \leq r^2 < 0,25$); Fraca ($r^2 < 0,09$)

Principais achados:

1. Q01 (pós-teste): Maior poder explicativo ($r^2 = 0,430$; $p < 0,001$)

2. Q05-Q08: Excluídas por $p > 0,05$ ou $r^2 < 0,01$

3. Relações negativas: Q01 (pré-teste) sugere dificuldades iniciais

Para equações completas e intervalos de confiança, ver Apêndice E.

4.2.2- Análise dos resíduos

Os gráficos de resíduos (Apêndice F) foram analisados conforme metodologia da seção 4.1, com destaque para três padrões principais na Tabela 15.

Os resultados demonstraram padrões distintos na distribuição dos resíduos conforme a natureza das questões avaliadas. Para as questões conceituais (Q01, Q03), observou-se excelente ajuste dos modelos, com resíduos próximos de zero ($|\text{mediana}| \leq 0,1$) e baixa dispersão ($IQR < 0,3$), corroborando a eficácia das estratégias de ensino teórico adotadas. Este padrão foi consistente com a literatura de referência (Field, 2017), que classifica como baixa dispersão valores de $IQR \leq 0,3$.

Contrastando com esses resultados, as questões de aplicação prática (Q04, Q06) apresentaram maior variabilidade ($IQR > 0,4$), indicando a necessidade de reforço nas abordagens didáticas para estes conteúdos. Identificaram-se ainda casos atípicos isolados (≤3 *outliers*) nestas questões, justificáveis pela maior complexidade inerente aos problemas aplicados.

Tabela 15 - Distribuição dos resíduos por questão

Questão	Tendência Central	Dispersão	*Outliers*	Interpretação
Q01 (pós-teste)	0,0 (±0,1)	Baixa (IQR=0,15)	0	Ajuste excelente
Q03 (pré-teste)	0,1 (±0,2)	Moderada (IQR=0,25)	1	Boa compreensão conceitual
Q04 (pré-teste)	-0,2 (±0,3)	Alta (IQR=0,40)	2	Subestimação em aplicações práticas
Q06 (pré-teste)	0,1 (±0,4)	Muito alta (IQR=0,55)	3	Dificuldades em contextos de robótica

IQR: Intervalo interquartil; Fonte: Dados da pesquisa (2023).

4.2.3- Análise dos gráficos de dispersão com regressão ajustada

Os gráficos de dispersão (Apêndice F) e os parâmetros de regressão (Tabela 14) revelam padrões claros de aprendizagem. Na Tabela 16 a questão Q03 (hipotenusa) mostra forte correlação positiva ($\beta = 0,38$), com pontos concentrados ao longo da linha de tendência, confirmando que o domínio conceitual básico é determinante para o desempenho geral. Já a Q04 (aplicação prática) apresenta maior dispersão gráfica, correspondendo ao intervalo de confiança amplo [0,12, 0,46], o que indica variação significativa na capacidade de aplicação.

O caso mais relevante é a Q01 (pós-teste), onde tanto a inclinação negativa no gráfico quanto o coeficiente $\beta = -0,22$ sugerem que o domínio teórico isolado não se traduz em melhor desempenho aplicado. Por outro lado, a Q06 (robótica) evidencia os desafios da transposição para contextos tecnológicos, com ampla variação nos dados

(IC95%: 0,05-0,31) e 25% dos casos abaixo da linha de regressão. Todos os gráficos seguem escala padronizada (eixo Y: 0-100; eixo X: 0-5) para comparação direta.

Tabela 16 - Relações entre questões específicas e score geral

Questão	Tendência	Coeficiente (β)	IC95%	r	Interpretação
Q01 (pós-teste)	Descendente	-0,22	-0,34, -0,10	-0,41	Efeito inverso inesperado
Q03 (pré-teste)	Crescente	0,38	0,25, 0,51	0,52	Forte relação conceitual
Q04 (pré-teste)	Crescente	0,29	0,12, 0,46	0,41	Aplicação prática relevante
Q06 (pré-teste)	Crescente	0,18	0,05, 0,31	0,33	Dificuldades em robótica

IC95%: Intervalo de confiança; Fonte: Dados da pesquisa (2023)

4.2.4- Valores do erro quadrático médio (RMSE)

Os resultados da Tabela 17 revelam três padrões claros na precisão dos modelos. O menor RMSE (0,093) na Q01 pós-teste confirma a eficácia da intervenção didática, demonstrando maior consistência nas respostas após o ensino. Em contraste, as questões Q05 a Q08 apresentaram os maiores erros (RMSE > 0,123), destacando dificuldades específicas: na Q05 (relação cateto-hipotenusa) a imprecisão sugere lacunas no entendimento teórico, enquanto na Q06 (robótica) reflete os desafios da aplicação prática. A Q03 manteve desempenho intermediário (RMSE = 0,105), indicando que o conceito de hipotenusa foi consistentemente compreendido, embora com variações menores entre os estudantes. A metodologia detalhada de cálculo e interpretação do RMSE encontra-se na seção 4.1.

Tabela 17 - Valores do RMSE por questão.

Questão	RMSE	Classificação
Q01 (pós-teste)	0,093	Alta precisão
Q03 (hipotenusa)	0,105	
Q01 (pré-teste)	0,114	Boa precisão
Q02 (fórmula)	0,114	
Q04 (viagem)	0,112	
Q05 (relação)	0,123	
Q06 (robótica)	0,124	Baixa precisão
Q07 (figura geom.)	0,123	
Q08 (cálculo)	0,124	

4.2.5- Interpretação dos resultados de regressão

A análise dos modelos revelou um gradiente de poder explicativo entre as questões avaliadas. Na Tabela 18 a Q01 (pós-teste) destacou-se como principal preditor, explicando 42,98% da variabilidade do desempenho (**p** < 0,001), com alta precisão (erro padrão = 0,097), evidenciando o sucesso da intervenção pedagógica. As questões Q03 (hipotenusa) e Q04 (aplicação prática) apresentaram contribuição intermediária (17-27% de explicação, p < 0,05), sendo que a subestimação do modelo na Q03 (mediana residual = -0,041) sugere que os alunos dominaram este conceito além do esperado. Em contraste, as questões Q05-Q08 mostraram contribuição insignificante (r^2 < 1%, p > 0,05), particularmente em relações abstratas (Q05) e aplicações tecnológicas (Q06), indicando áreas críticas para desenvolvimento didático.

Tabela 18 - Síntese dos modelos significativos

Questão	r^2(%)	p-valor	Erro padrão	Interpretação
Q01 (pós)	42,98	<0,001	0,097	Máxima eficácia pedagógica
Q03	<0,010	0,105	0,105	Domínio conceitual superior
Q04	0,026	0,112	0,112	Aplicação prática relevante

Nota: Modelos validados quanto à normalidade (Seção 4.1). Q05-Q08 excluídos por insignificância estatística. Fonte: Dados da pesquisa (2023).

4.2.6- Análise dos *boxplots* de resíduos

A análise dos resíduos revelou três padrões distintos na qualidade dos modelos. Na Tabela 19 as questões Q01 (pós-teste) e Q04 destacaram-se pelo melhor ajuste, com medianas próximas de zero (0,02 e 0,00 respectivamente) e distribuição simétrica (IQR = 0,15 e 0,22), indicando modelos bem calibrados. Em contraste, as questões Q01/Q03 (pré-teste) apresentaram medianas negativas (-0,05 e -0,07), revelando uma tendência de superestimação pelo modelo, enquanto a Q06 (robótica) mostrou o padrão inverso (mediana = 0,04), sugerindo subestimação em contextos tecnológicos.

Os *outliers* concentraram-se em questões específicas: um valor extremo (-0,45) na Q05 (relação cateto-hipotenusa) e dois *outliers* negativos (-0,38) na Q07 (figura geométrica), apontando para dificuldades pontuais nestes tópicos. Esses padrões corroboram os achados anteriores, confirmando que as aplicações práticas e relações teóricas complexas representam os maiores desafios na aprendizagem do Teorema de Pitágoras.

Tabela 19 - Síntese dos padrões de resíduos

Categoria	Questões	Mediana	IQR	*Outliers*	Interpretação
Melhor ajuste	Q01, Q04	0,00-0,02	0,15-0,22	0	Modelos precisos
Superestimação	Q01/Q03 pré	-0,07 a -0,05	0,25	1-2	Dificuldade inicial
Subestimação	Q06	0,04	0,30	1	Complexidade tecnológica

Metodologia completa na seção 4.1. Fonte: Dados da pesquisa (2023).

4.3- Resultados das análises para o *dataset* 3

Seguindo o mesmo protocolo metodológico adotado nas análises anteriores, o *dataset* 3 foi avaliado com base nas correlações entre conhecimento prévio e desempenho final, utilizando os critérios estatísticos definidos na seção 4.1. Neste conjunto, buscou-se compreender como diferentes atividades envolvendo a robótica educacional impactaram o aprendizado dos estudantes em trigonometria. A Tabela 20 apresenta os principais coeficientes de correlação e inclinação das variáveis analisadas, revelando padrões complementares aos encontrados nos *datasets* 1 e 2.

Foram mantidas as técnicas de regressão linear simples e análise dos resíduos para avaliar a qualidade dos modelos preditivos. Os gráficos correspondentes, bem como os histogramas de resíduos e dispersão com linha de tendência, estão detalhados nos Apêndices E e F. Ainda que algumas correlações se apresentem mais discretas neste conjunto, os resultados reforçam a consistência da proposta pedagógica, indicando contribuições positivas da robótica e da mediação entre pares no desenvolvimento conceitual em trigonometria.

4.3.1- Correlações significativas e a regressão linear

Conforme descrito na Seção 4.1, o procedimento metodológico adotado para a análise de regressão linear no *Dataset* 3 manteve-se consistente, assegurando comparabilidade entre os resultados. As variáveis selecionadas para a regressão foram aquelas que apresentaram correlações significativas com o *score* (Tabela 20).

A seguir, destacam-se os resultados específicos das regressões lineares para cada questão, com ênfase nos seguintes aspectos:

Coeficientes de determinação (r^2) – Indicam a proporção da variação no *score* explicada pela variável independente.

Inclinações e interseções – Refletem a magnitude e direção da relação entre as variáveis.

Tabela 20 - Colunas selecionadas para regressão linear com base em correlações significativas.

Questão	**Correlação (r)**	r^2	**Variação Explicada**
O que é trigonometria?	0,587990	0,3457	34,57%
Qual é a relação entre catetos e hipotenusa em um triângulo retângulo?	0,404918	0,1640	16,40%
Q.03 – Pré-teste. Ferramentas necessárias para soldar componentes eletrônicos.	0,522978	0,2735	27,35%
Q.04 – Pós-teste. Componentes necessários para conectar um mini servo motor a uma *protoboard*.	0,375849	0,1413	14,13%

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Análise dos resultados e conclusão

A análise de regressão linear do *Dataset* 3 identificou relações significativas entre questões específicas e o desempenho discente. A questão "O que é trigonometria?" destacou-se com a maior correlação (r=0,588) e poder explicativo (r^2 =0,3457), responsável por 34,57% da variação nos *scores*, evidenciando a importância deste conceito teórico. Em seguida, a questão sobre ferramentas para soldagem apresentou correlação relevante (r=0,523; r^2 =0,2735), reforçando o valor das habilidades práticas.

As demais questões analisadas - sobre relação cateto-hipotenusa e componentes para servo motores - mostraram influência mais limitada (r^2 =0,1640 e 0,1413, respectivamente), embora estatisticamente significativas.

Conclui-se que os resultados apontam para a necessidade de priorizar no processo de ensino tanto os conceitos fundamentais (como trigonometria) quanto habilidades práticas relevantes, visando otimizar o desempenho discente. A parcela não explicada da variação sugere a atuação de outros fatores, indicando caminhos para pesquisas futuras que possam incorporar variáveis adicionais ao modelo analítico.

4.3.2- Gráfico de barras de resíduos

A análise dos gráficos barras de resíduos, realizada conforme metodologia padronizada (Seção 4.1), permitiu avaliar a qualidade do ajuste dos modelos de regressão linear. Para a questão sobre a relação entre catetos e hipotenusa, observou-se boa concentração de resíduos próximos a zero, indicando ajuste adequado, embora com possíveis *outliers*. Os componentes para conexão de servo motores apresentaram distribuição centralizada, mas com dispersão residual significativa. A questão acerca das ferramentas de soldagem demonstrou precisão nas previsões médias, porém com variação não explicada. Já a questão conceitual sobre trigonometria mostrou distribuição simétrica, mas com resíduos afastados, sugerindo necessidade de aprimoramento do modelo.

Estes resultados indicam que, embora os modelos apresentem adequação geral, a presença de dispersão residual e *outliers* revela limitações na explicação completa da variabilidade dos dados. Fatores não considerados, como características individuais dos alunos ou variáveis contextuais, podem estar influenciando esses padrões. Para detalhes metodológicos completos, remete-se à seção 4.1 deste trabalho.

4.3.3- Análise dos gráficos de dispersão com regressão ajustada

Os gráficos de dispersão, elaborados conforme metodologia padronizada (Seção 4.1), evidenciaram relações significativas entre o domínio de conceitos específicos e o desempenho acadêmico. A questão "O que é trigonometria?" apresentou a correlação mais expressiva ($r = 0,588$), demonstrando que estudantes com melhor compreensão deste conceito tenderam a alcançar *score*s mais elevados. A análise da relação entre catetos e hipotenusa revelou associação positiva moderada ($r = 0,405$), corroborando a importância deste conhecimento geométrico para o desempenho geral.

No âmbito das habilidades práticas, a questão sobre ferramentas para soldagem igualmente mostrou correlação positiva, indicando que o domínio técnico contribui para melhores resultados acadêmicos. Esses achados estão alinhados com as tendências identificadas nas análises anteriores (Seção 4.1), reforçando a relevância tanto de conceitos teóricos fundamentais quanto de competências práticas para o sucesso discente.

Os gráficos demonstraram padrões claros de relação linear, validando a adequação do modelo de regressão utilizado. Contudo, a dispersão observada em torno da linha de tendência sugere que outros fatores, não contemplados no modelo atual, podem influenciar o desempenho. Esta constatação reforça a necessidade de estudos complementares que incorporem variáveis adicionais para melhor compreensão dos determinantes do rendimento acadêmico.

4.3.4- Análise do erro quadrático médio (RMSE)

A análise dos valores de RMSE (*Root Mean Square Error*) para o terceiro conjunto de dados demonstrou variações na precisão dos modelos de regressão entre as diferentes questões avaliadas. Na Tabela 21, a questão "O que é trigonometria?" apresentou o menor valor de RMSE (0,054408), indicando maior precisão nas previsões do modelo. Os resultados para as questões sobre a relação entre catetos e hipotenusa (RMSE = 0,061504) e ferramentas necessárias para soldagem (RMSE = 0,057333) mostraram boa precisão, embora ligeiramente inferior. A questão sobre componentes para conectar mini servo motor registrou o maior RMSE (0,062333), sugerindo maior variabilidade nas previsões.

Tabela 21 – Valores de RMSE para as questões analisadas

Questão	**RMSE**
O que é trigonometria?	0,054408
Qual é a relação entre os catetos e a hipotenusa em um triângulo retângulo?	0,061504
Ferramentas necessárias para soldar componentes eletrônicos	0,057333
Componentes necessários para conectar um mini servo motor	0,062333

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Estes resultados seguem o padrão observado em análises anteriores (Tabela 11, seção 4.1.3), confirmando a consistência metodológica do estudo. As variações nos valores de RMSE refletem diferenças na capacidade regressiva dos modelos para cada tipo de questão, sendo mais precisos para conceitos teóricos fundamentais e apresentando maior margem de erro para questões de natureza prática. Esta análise reforça a importância de considerar a natureza específica de cada tópico na avaliação do desempenho dos modelos regressivos.

4.3.5- Resultados da regressão linear

Os resultados das análises de regressão linear aplicadas ao *dataset* 3 demonstraram padrões consistentes com as análises anteriores. Na Tabela 22 para a questão "O que é trigonometria?", o modelo apresentou um coeficiente de determinação (r^2) de 34,57%, com estatística F significativa (F=13,21; p<0,01), indicando bom poder explicativo e ajuste adequado, evidenciado pelos resíduos centrados em zero. A questão sobre ferramentas para soldagem mostrou r^2 de 27,35% (F=9,412; p<0,01), confirmando sua relevância estatística, embora com menor poder explicativo que a primeira.

Tabela 22 - Resultados das regressões lineares para o dataset 3

Questão	**r^2 (%)**	**Estatística F**	**Significância (p)**	**Padrão dos Resíduos**
O que é trigonometria?	34,57	13,21	< 0,01	Centrados em zero, bom ajuste
Ferramentas necessárias para soldar componentes eletrônicos	27,35	9,412	< 0,01	Mediana próxima de zero
Relação entre catetos e hipotenusa em um triângulo retângulo	16,40	4,903	< 0,05	Equilibrados, leve dispersão
Componentes necessários para conectar um mini servo motor	14,13	4,113	< 0,01	Equilibrados, maior variabilidade

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

As demais questões apresentaram resultados mais modestos: a relação entre catetos e hipotenusa obteve r^2 de 16,4% (F=4,903; p<0,05), com resíduos equilibrados, porém com maior dispersão, enquanto os componentes para conexão de mini servo motor registraram r^2 de 14,13% (F=4,113; p<0,01), mostrando maior variabilidade residual. Esses achados reforçam a consistência metodológica do estudo e corroboram as tendências identificadas nas seções anteriores, destacando a importância de considerar tanto aspectos teóricos quanto práticos na análise do desempenho acadêmico. A significância estatística de todos os modelos valida as relações identificadas, embora com diferentes graus de poder explicativo.

4.3.6- Análise dos *boxplots* de resíduos

A análise dos *boxplots* de resíduos (método detalhado na Seção 4.1) atestou a qualidade dos modelos. Para "O que é trigonometria?" e "Ferramentas para soldar", observou-se mediana centrada em zero, simetria perfeita e nenhum outlier, indicando ajuste ideal. Já a questão sobre catetos e hipotenusa apresentou mediana ligeiramente acima de zero (subestimação mínima), mas sem prejuízo à validade do modelo. Por fim, "Componentes para servo motor" manteve resíduos simétricos e sem anomalias. Esses achados reforçam a consistência metodológica e a confiabilidade das relações identificadas.

4.4- Resultados das análises para o *dataset* 4

4.4.1- Correlações significativas e regressão linear

A análise do *dataset* 4 revelou padrões consistentes entre o domínio de conceitos específicos e o desempenho acadêmico. Como resumido na Tabela 23, os resultados demonstraram que questões fundamentais de matemática apresentaram as correlações mais significativas, destacando-se o cálculo de ângulos em triângulos equiláteros (41,5% de variação explicada) e o Teorema de Pitágoras (23,8%). O conhecimento sobre ferramentas digitais, como o simulador Geogebra, também mostrou forte associação positiva (35,4%), reforçando o valor pedagógico de tecnologias educacionais.

Em contraste, tópicos aplicados como o uso de sensores ultrassônicos apresentaram comportamento distinto: relação inversa no pré-teste (-0,133) que se converteu em correlação positiva no pós-teste (0,119), sugerindo uma curva de aprendizagem acentuada para conceitos práticos. Questões sobre componentes eletrônicos e aplicações de trigonometria mantiveram correlações moderadas (14,2% a 18,3%), indicando que, embora relevantes, exigem abordagens didáticas específicas para maior efetividade.

Estes achados corroboram a importância de uma base teórica sólida, enquanto destacam a necessidade de estratégias diferenciadas para o ensino de conteúdos aplicados. A consistência com resultados anteriores valida a robustez da metodologia empregada e reforça a relação entre domínio conceitual e desempenho acadêmico.

Tabela 23 – Resumo das correlações significativas

Questão	Inclinação (m)	Variação explicada (r^2)
Q09 – Ângulo interno (triângulo equilátero)	0,215	41.5%
Q10 – Simulador Geogebra	0,171	35.4%
Q11 (Pré-teste) – Sensor ultrassônico	-0,133	-
Q11 (Pós-teste) – Sensor ultrassônico (robô em movimento)	0,119	11.9%
Q12 – Servo motor	0,104	14.2%
Q15 – Cálculo de altura (ângulo de elevação)	0,128	18.3%
Q19 – Teorema de Pitágoras	0,146	23.8%

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

4.4.2- Análise dos histogramas de resíduos

A avaliação dos histogramas de resíduos para o *dataset* 4, seguindo a metodologia estabelecida (Seção 4.1), revelou padrões interessantes na qualidade dos ajustes dos modelos. A questão que versa sobre a relação entre catetos e hipotenusa apresentou a maioria dos resíduos próximos de zero, indicando bom ajuste, embora com possíveis *outliers*. Destacam-se dois comportamentos distintos: as questões conceituais básicas (como o Teorema de Pitágoras e ângulos em triângulos) mostraram concentração central satisfatória, porém com dispersão moderada que sugere oportunidades de refinamento.

Por outro lado, as questões aplicadas apresentaram variações significativas. Enquanto na questão que versa sobre o uso de sensores ultrassônicos no pré-teste demonstrou excelente ajuste (resíduos fortemente concentrados em zero), sua versão no pós-teste revelou dispersão negativa notável, possivelmente indicando a presença de

outliers ou situações específicas não capturadas pelo modelo. Na questão que versa sobre o cálculo de altura do prédio mostrou a maior dispersão (-0,2 a 0,2), evidenciando a complexidade inerente a problemas de aplicação prática.

Os resultados confirmam a adequação geral dos modelos, com destaque para a precisão nas questões fundamentais. Contudo, a variabilidade observada em tópicos aplicados reforça a necessidade de considerar fatores adicionais em análises futuras, particularmente para conteúdo que envolvem maior abstração ou contextualização prática. Esta conclusão mantém consistência com os achados das seções anteriores, sustentando a robustez da abordagem metodológica adotada.

4.4.3- Análise dos gráficos de dispersão com regressão ajustada

Os gráficos de dispersão do *Dataset* 4 revelaram padrões distintos nas relações entre as questões avaliadas e o desempenho dos estudantes. As questões conceituais básicas apresentaram os resultados mais consistentes: as questões que versam sobre a medida do ângulo interno de um triângulo equilátero (Q09) e o Teorema de Pitágoras (Q19) mostraram correlações positivas moderadas, embora com dispersão considerável que indica variação na compreensão dos conceitos entre os alunos.

Os resultados para a questão que versa sobre as ferramentas tecnológicas e aplicações práticas foram mais complexos. O conhecimento sobre o simulador Geogebra (Q10) apresentou correlação positiva, mas com maior dispersão, sugerindo influências adicionais não contempladas no modelo. O caso mais notável foi a questão que versa sobre o dos sensores ultrassônicos, que passou de uma correlação negativa no pré-teste (Q11 pré) para positiva no pós-teste (Q11 pós), demonstrando claramente o impacto da intervenção pedagógica.

Resultados atípicos merecem atenção especial: a questão sobre cálculo de altura (Q15) apresentou correlação negativa inesperada, enquanto a questão que versa sobre a definição de servo motor (Q12) mostrou associação positiva fraca. Ambos os casos, marcados por alta dispersão, sugerem que fatores contextuais ou diferenças individuais podem estar influenciando significativamente o desempenho nestes tópicos específicos.

Estes achados reforçam a importância de considerar tanto a natureza do conteúdo (teórico x aplicado) quanto o momento de avaliação (pré x pós-intervenção) na análise do desempenho discente. A variabilidade observada nos dados ressalta a complexidade dos processos de aprendizagem, particularmente em tópicos que exigem maior abstração ou aplicação prática.

4.4.4- Análise do Erro Quadrático Médio (RMSE)

A avaliação dos valores de RMSE para o *dataset* 4 revelou diferenças significativas na precisão dos modelos de regressão entre as diversas questões analisadas. A questão sobre ângulos em triângulos equiláteros (Q09) apresentou o menor erro (RMSE = 0,103817), indicando maior precisão nas previsões, seguida pelo conhecimento sobre o simulador Geogebra (Q10, RMSE = 0,109104), ambos demonstrando bom desempenho dos modelos. Assim, destacamos aqui apenas as particularidades observadas para cada questão (Tabela 24).

Os resultados mais desafiadores apareceram nas questões aplicadas: o uso de sensores ultrassônicos no pré-teste (Q11) registrou o maior RMSE (0,126421), sugerindo dificuldades tanto no modelo quanto na compreensão inicial dos estudantes. Nota-se, porém, melhora significativa no pós-teste (RMSE = 0,121945), evidenciando avanço na aprendizagem. Padrão similar ocorreu com a definição de servo motor (Q12, RMSE = 0,125751) e o cálculo de altura (Q15, RMSE = 0,122696), que apresentaram erros elevados, indicando a complexidade destes tópicos.

Na questão sobre o Teorema de Pitágoras (Q19) mostrou precisão intermediária (RMSE = 0,118444), reforçando sua posição como conceito fundamental, mas com variações na compreensão. Estes resultados corroboram os padrões identificados nas análises anteriores, destacando que as questões conceituais básicas tendem a ter menor erro de previsão assim como tópicos aplicados apresentam maior variabilidade e exigem refinamentos metodológicos ao passo que a intervenção pedagógica mostra efeito positivo na redução de erros (comparação pré/pós-teste)

Tabela 24 - Valores de RMSE por questão

Questão	Descrição	RMSE	Classificação de Precisão
Q09	Ângulo interno (triângulo equilátero)	0,103817	Mais preciso
Q10	Simulador Geogebra	0,109104	Precisão razoável
Q11	Pré - Sensor ultrassom	0,126421	Menos preciso
Q11	Pós - Sensor ultrassom	0,121945	Melhora significativa
Q12	Servo motor	0,125751	Menos preciso
Q15	Cálculo de altura	0,122696	Precisão intermediária
Q19	Teorema de Pitágoras	0,118444	Precisão razoável

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

4.4.5- Resultados da regressão linear

A análise de regressão linear para o *dataset* 4 revelou padrões distintos na capacidade explicativa dos modelos para cada questão avaliada. Os resultados demonstram variações significativas tanto no poder regressivo quanto na precisão dos ajustes, conforme detalhado na Tabela 25.

Tabela 25 - Resultados completos das regressões lineares

Questão	Amplitude dos Resíduos	Mediana	r^2(%)	r^2Ajustado (%)	Significância (p)	Teste F	Conclusão
Q09 (Ângulo triângulo)	-0,175 a 0,200	-0,015	41,49	38,83	< 0,001	Forte	Melhor modelo
Q10 (Geogebra)	-0,188 a 0,163	-0,028	35,38	32,44	< 0,001	Forte	Bom ajuste
Q11 Pós (Sensor ultrassom)	-0,243 a 0,198	0,008	13,24	9,29	< 0,05	Moderado	Baixa explicação
Q12 (Servo motor)	-0,286 a 0,280	-0,014	10,25	10,25	< 0,05	Moderado	Poder explicativo limitado
Q15 (Cálculo altura)	-0,258 a 0,182	-0,008	14,56	14,56	> 0,05	Fraco	Não conclusivo
Q19 (Teorema Pitágoras)	-0,263 a 0,177	-0,013	20,38	20,38	< 0,001	Forte	Modelo razoável

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Os modelos de regressão linear aplicados revelaram desempenhos distintos conforme a natureza dos conteúdos avaliados. Destacam-se os excelentes resultados obtidos para questões conceituais fundamentais, particularmente no cálculo de ângulos em triângulos (r^2=41,49%, p<0,001) e no conhecimento do *software* Geogebra (r^2=35,38%), demonstrando a sólida relação destes tópicos com o desempenho acadêmico.

Em contrapartida, os modelos para conteúdos técnicos e aplicados apresentaram limitações significativas. Questões envolvendo sensores ultrassônicos e servo motores alcançaram poder explicativo reduzido (r^2<15%), enquanto a questão que versa sobre o

cálculo de altura com trigonometria não atingiu significância estatística (p>0,05). O Teorema de Pitágoras, como esperado, manteve desempenho intermediário (r^2=23,84%), corroborando expectativas teóricas.

Estes achados evidenciam a importância de estratégias pedagógicas diferenciadas, com ênfase especial no desenvolvimento de abordagens mais eficazes para o ensino de conteúdos técnicos e aplicados, que se mostraram particularmente desafiadores. A consistência metodológica foi confirmada pela qualidade dos ajustes (resíduos equilibrados), embora se identifiquem oportunidades para refinamentos futuros, especialmente na modelagem de habilidades práticas e aplicações tecnológicas no contexto educacional.

4.4.6- Análise dos *boxplots* de resíduos

A avaliação dos boxplots de resíduos permitiu verificar a qualidade dos ajustes dos modelos de regressão, conforme apresentado na Tabela 26:

Tabela 26 - Distribuição dos resíduos por questão

Questão	**Mediana**	**Simetria**	**Intervalo Interquartil**	***Outliers***	**Qualidade do ajuste**
Q09 (Ângulo triângulo)	Próxima de zero	Simétrica	-	Nenhum	Excelente
Q10 (Geogebra)	Centralizada	Simétrica	0,197	Nenhum	Bom, com dispersão moderada
Q11 Pré (Sensor ultrassom)	Próxima de zero - Simétrica	Simétrica	0,204	1 abaixo de -0,2	Regular, com outlier
Q11 Pós (Sensor ultrassom)	Próxima de zero - Simétrica	Simétrica	0,137	Nenhum	Bom, maior precisão
Q12 (Servo motor)	Próxima de zero - Simétrica	Simétrica	0,175	Nenhum	Bom
Q15 (Cálculo altura)	Centralizada	Simétrica	0,188	Nenhum	Bom, dispersão moderada
Q19 (Teorema Pitágoras)	Centralizada	Simétrica	0,188	Nenhum	Bom

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A avaliação dos modelos de regressão revelou um padrão satisfatório de ajuste, com a maioria das questões apresentando distribuição simétrica de resíduos e medianas próximas de zero, indicando boa adequação dos modelos. Particularmente, o modelo para a questão que versa sobre o cálculo de ângulos em triângulos (Q09) destacou-se pelo excelente ajuste, ao passo que a questão sobre sensores ultrassônicos no pós-teste (Q11 Pós) mostrou maior precisão, com menor dispersão dos resíduos.

A consistência metodológica foi confirmada pela simetria dos resíduos, ausência de *outliers* na maioria dos casos e dispersão moderada, compatível com a natureza dos dados analisados. Esses resultados validam a abordagem analítica empregada, ao mesmo tempo que apontam para oportunidades de refinamento, especialmente no tratamento de questões práticas e aplicadas, que demonstraram maior complexidade na modelagem.

Os achados complementam as análises anteriores, reforçando a robustez geral dos modelos enquanto destacam áreas específicas para aprimoramento futuro, particularmente no desenvolvimento de estratégias mais eficazes para conteúdos de natureza técnica e aplicada.

5- As considerações finais

O problema inicialmente colocado nesta dissertação — verificar de que forma ferramentas computacionais, como a robótica educacional e o *software* GeoGebra, aliados à metodologia ativa instrução pelos pares, podem contribuir para o ensino e a aprendizagem das razões trigonométricas no triângulo retângulo — foi plenamente abordado. A investigação não apenas demonstrou a viabilidade dessas abordagens, mas também evidenciou, com dados concretos, como a integração de tecnologia fortalece os processos de compreensão conceitual e aplicação prática no contexto do ensino médio.

Embora este trabalho dialogue fortemente com práticas pedagógicas e estratégias educacionais, ele se insere no campo da Ciência da Computação pela natureza das ferramentas utilizadas, pelo desenvolvimento de protótipos computacionais, pela integração de *software*s dinâmicos e, principalmente, pela aplicação de técnicas de mineração de dados para análise de padrões e regressão de desempenho acadêmico. A dissertação contribui diretamente para a área ao propor soluções computacionais aplicadas à educação, mostrando que a computação tem papel central no desenvolvimento de novas metodologias e no aprimoramento do ensino.

As contribuições da mineração de dados educacionais foram especialmente relevantes ao permitir a identificação de padrões de aprendizado e áreas de dificuldade entre os estudantes. A partir da análise de múltiplos *dataset*s, foi possível entender como diferentes intervenções — como o uso de robôs, simuladores e atividades práticas — impactaram os resultados. Além disso, os modelos de regressão linear aplicados mostraram capacidade regressiva significativa, reforçando que a análise computacional não só acompanha o processo pedagógico, mas também gera *insights* valiosos para intervenções futuras.

Muito além dos resultados quantitativos, este estudo valorizou os processos, os significados atribuídos pelos estudantes e a riqueza das interações em sala de aula. A diversidade de contextos entre os participantes — em termos de renda, experiência social, trajetória escolar e interesses individuais — foi respeitada, demonstrando que a aplicação da tecnologia precisa considerar essas nuances para alcançar seu potencial máximo. Assim, acredita-se que a sequência didática proposta cumpriu seu objetivo principal: oferecer uma experiência de aprendizado enriquecedora e eficaz.

Naturalmente, reconhecem-se limitações, como a amostra restrita a três turmas e o escopo delimitado às razões trigonométricas. Pesquisas futuras poderiam expandir o modelo, aplicar a abordagem a outros conteúdos e incorporar variáveis adicionais nos modelos analíticos, refinando ainda mais a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem mediados pela tecnologia.

Espera-se que esta dissertação sirva não apenas como um registro acadêmico, mas como um ponto de partida inspirador para educadores, estudantes e pesquisadores que desejam explorar as interfaces entre Computação e Educação, abrindo caminhos para novas abordagens metodológicas e para o avanço do conhecimento científico na área.

6- Referências:

ARAUJO, A. V. R. de; SILVA, E. S.; JESUS, V. L. B. de; OLIVEIRA, A. L. de. Uma associação do método *Peer Instruction* com circuitos elétricos em contextos de aprendizagem ativa. **Rev. Bras. Ensino Fís.**, v. 39, n. 2, 2017.

ARAÚJO, M. V. M. de; RIBEIRO, T. de S.; SOUZA, K. R. R. de; DORNELAS, J. S. Uma Investigação Quasi-Experimental sobre a Adoção e o Uso da Notação BPMN. **Revista Ciências Administrativas**, [S. l.], v. 29, 2023. DOI: 10.5020/2318-0722.2023.29.e12177.

AZEVEDO, I. F.; ALVES, F. R. V. Trigonometria e suas aplicações no GeoGebra: aulas experimentais com alunos do ensino médio. **Tangram – Revista de Educação Matemática**, Dourados, MS, v. 2, n. 2, p. 102-115, 2019.

BARBOSA, F. C.; SOUZA, C. F.; JUNIOR, A. J. S. Mapeamento das pesquisas sobre robótica educacional no ensino fundamental. **Texto Livre – Linguagem e Tecnologia**, Belo Horizonte, v. 11, n. 3, p. 331-352, set.-dez. 2018. DOI: 10.17851/1983-3652.11.3.331-352.

BATISTELA, F.; TEIXEIRA, A. C. Pesquisa programação de computadores e processos auxiliares da aprendizagem: O caso da escola de hackers. **ETD – Educação Temática Digital**, Campinas, SP, v. 20, n. 3, p. 844-861, jul./set. 2018.

BEZERRA, A. S.; ARAÚJO, A. G. P.; ARAÚJO, A. I. S. O ensino da trigonometria subsidiado por novos recursos, tecnologias da informação e comunicação e educação matemática (TICEM) – GT 06. In: **VII EPBEM – Trabalhando Matemática: percepções contemporâneas**, 2012. p. 8.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 14 jan. 2021.

CALLE, Eulalia; BREDA, Adriana; FONT, Vicenç. Significados parciales del Teorema de Pitágoras usados por docentes en la creación de tareas en el marco de un programa de formación continua. **Uniciencia**, Heredia, v. 37, n. 1, p. 1-23, 2023. Disponível em: http://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2215-34702023000100001&lng=en&nrm=iso. Acesso em: out. 2023. DOI: http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.1.

CALIL, A. M. A ação dos professores em salas de informática nas escolas municipais de Juiz de Fora/MG. 2015. 145 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.

CAMPBELL, D. T.; STANLEY, J. C. **Experimental and quasi-experimental designs for research**. Chicago: Rand McNally & Company, 1963.

CHAPMAN, P.; CLINTON, J.; KERBER, R.; KHABAZA, T.; REINARTZ, T.; SHEARER, C.; WIRTH, R. CRISP-DM 1.0: Step-by-step data mining guide. 2000.

CHATTERJEE, S.; CHAUDHURI, R.; VRONTIS, D. Usage Intention of Social Robots for Domestic Purpose: From Security, Privacy, and Legal Perspectives. **Information Systems Frontiers**, 2021. DOI: 10.1007/s10796-021-10197-7.

COHEN, J. Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences. 2. ed. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1988.

COLPANI, R. Mineração de Dados Educacionais: um Estudo da Evasão no Ensino Médio com Base nos Indicadores do Censo Escolar. **Informática na Educação: teoria & prática**, Porto Alegre, v. 21, n. 3, p. 109-123, set./dez. 2018.

CONT, V. D. Francis Galton: eugenia e hereditariedade. **Scientiae Studia**, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 201-218, 2008.

CROTTY, M. **The foundations of social research: Meaning and perspective in the research process.** London: Sage, 1998.

DIONÍZIO, F. Q.; BRANDT, C. F. Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. In: **X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE**, PUC-PR, 2011. p. 14.

DO, S. M.; JAWANDHIYA, P. M. A Review of Data Mining in Education Sector. **Journal of Engineering Education Transformations**, v. 36, n. Special Issue 2, p. 13-22, 2023. DOI: 10.16920/jeet/2023/v36is2/23003.

DUTRA, H. S.; REIS, V. N. Desenhos de estudos experimentais e quase experimentais: definições e desafios na pesquisa em enfermagem. **Revista Enfermagem UFPE on line**, Recife, v. 10, n. 6, p. 2230-2241, jun. 2016. DOI: 10.5205/reuol.9199-80250-1-SM1006201639.

FIELD, A. Discovering Statistics Using R. London: Sage, 2017.

FLANNELLY, K.; JANKOWSKI, K. R. B.; FLANNELLY, L. T. Threats to the Internal Validity of Experimental and Quasi-Experimental Research in Healthcare. **Journal of Health Care Chaplaincy**, p. 1-24, 2018.

FOUCAULT, M. **A arqueologia do saber**. 3. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1987.

FOUCAULT, M. **As palavras e as coisas: uma arqueologia das ciências humanas.** São Paulo: Martins Fontes, 1999.

GALVÃO, M. E.; SOUZA, V. H.; MIASHIRO, V. M. The Transition from Ratios to Trigonometric Functions. **Bolema**, n. 30, v. 56, 2016. DOI: 10.1590/1980-4415v30n56a15.

GOLDSHMIDT, R.; PASSOS, E.; BEZERRA, E. **Data Mining: conceitos, técnicas, algoritmos**, orientações e aplicações. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.

HAKE, R. R. Interactive-engagement versus traditional methods: A six thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. **American Journal of Physics**, v. 66, n. 1, p. 64-74, 1998.

HAKE, R. R. Relationship of Individual Student Normalized Learning Gains in Mechanics with Gender, High-School Physics, and Pretest *Score*s on Mathematics and Spatial Visualization. 2002. Disponível em: http://www.physics.indiana.edu/~hake. Acesso em: 2021.

HOMA, A. I. R. Robotics Simulators in STEM Education. **Revista de Ensino de Ciências e Matemátic**a, Canoas, RS, v. 21, n. 5, p. 178-191, set. 2019. DOI: 10.17648/acta.scientiae.5417.

HONORATO, M. M. et al. A IMPORTÂNCIA DA ANÁLISE DE SOBREVIDA PARA OS ESTUDOS EPIDEMIOLÓGICOS E DE SAÚDE. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 10, n. 4, p. 1880-1888, 2024. DOI: 10.51891/rease.v10i4.13697.

IEZZI, G. et al. **Matemática: ciência e aplicações.** 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar 1: Conjuntos, funções**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

JÚNIOR, C. R. S.; COELHO, J. D.; SANTOS, L. S. Robótica nas aulas de matemática do ensino médio: uma proposta educacional e de custo acessível. **Experiências em Ensino de Ciências**, v. 12, n. 5, 2017.

JUNIOR, R. O. R.; BERNARDES, E. D. Ensino e aprendizagem da trigonometria com o auxílio do *software* GeoGebra. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 7, n. 3, 2016.

LIMA, E. L. **Meu Professor de Matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

LIMA, M. F. de et al. A METODOLOGIA ATIVA *PEER INSTRUCTION*: ORIGEM, APLICAÇÃO E OS BENEFÍCIOS PARA A PRÁTICA DOCENTE. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 10, n. 7, p. 52-66, 2024. DOI: 10.51891/rease.v10i7.14748.

LOPES, C.; MEIRELLES, E. O Desenvolvimento da Probabilidade e da Estatística. In: **XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática**, LEM/IMECC/UNICAMP, 2005. p. 8.

LUCENA, L. A. S. **Trigonometria no triângulo retângulo: Uma proposta de sequência didática no ensino básico.** 2020. 73 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Maranhão, 2020.

LUCIANO, K. M. F. O uso de material concreto no ensino e aprendizagem da matemática. **Cadernos do IME – Série Matemática**, n. 11, 2017. DOI: 10.12957/cadmat.2017.23230.

MALIUK, K. D. Robótica educacional como cenário investigativo nas aulas de matemática. 2009. 91 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

MAZUR, E. ***Peer Instruction*: A revolução da aprendizagem ativa**. Tradução: Anatólio Laschuk. Porto Alegre: Penso, 2015.

MAZUR, E. *Peer Instruction*: A User's Manual. **American Journal of Physics**, v. 67, p. 359, 1999. DOI: 10.1119/1.19265.

MIOLA, A. C.; MIOT, H. A. P-valor e dimensão do efeito em estudos clínicos e experimentais. **Jornal Vascular Brasileiro**, v. 20, e20210038, 2021. DOI: 10.1590/1677-5449.210038.

NEVES, R. B. Uma introdução ao estudo das funções trigonométricas com recursos artísticos e seminários sobre a história da matemática no 2º ano do ensino médio. 2019. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2019.

OLIVEIRA, A. D. Robótica nas aulas de matemática: uma perspectiva tecnológica associada ao ensino de funções. 2017. 80 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

OLIVEIRA, E. Uma abordagem da trigonometria no ensino fundamental, tendo a história como recurso didático. 2015. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015.

PESTANA, M. H.; GAGEIRO, J. N. Análise de Dados para Ciências Sociais. 6. ed. Lisboa: Sílabo, 2014.

PICH, S. Adolphe Quetelet e a biopolítica como teologia secularizada. **Scientiae Studia**, São Paulo, v. 20, n. 3, p. 849-864, jul.-set. 2013.

PINTO, A. S. S.; BUENO, M. R. P.; SILVA, M. A. F. A.; SELLMANN, M. Z.; KOEHLER, S. M. F. Inovação didática – Projeto de reflexão e aplicação de aprendizagem no Ensino Superior: uma experiência com "*Peer Instruction*". **Janus**, Lorena, ano 6, n. 1, p. 1-12, jan.-jul. 2012.

QUADROS, J. R. T. de; MONSORES, J. F.; QUADROS, L. C. de T.; ALMEIDA, T. R.; CIDADE, I. de A. Ações de extensão com uso do gestaltismo e tecnologia: desenvolvimento de ferramentas robóticas voltadas para o público externo à instituição. **Revista Conexão UEPG**, Ponta Grossa, v. 17, e2117734, p. 1-17, 2021. Disponível em: https://www.revistas2.uepg.br/index.php/conexao/article/view/17734. Acesso em: 2021.

RACHELLI, J.; BISOGNIN, V. *Peer Instruction*: Uma experiência no ensino de cálculo com base em metodologias ativas de aprendizagem. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT**, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 1-21, 2020. DOI: 10.5007/1981-1322.2020.e66341.

ROCHA, J. S. Estudo de Congruência e Semelhança de Triângulos: Uma Proposta Para o Ensino Básico. 2019. 73 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2019.

ROTHER, F.; WELTER, M. P.; GRIEBELER, L. C. Metodologias ativas aplicadas no processo de ensino aprendizagem da matemática. 2016. Apresentação de Trabalho/Comunicação. Disponível em: http://eventos.seifai.edu.br/eventosfai_dados/artigos/semic2016/448.pdf. Acesso em: 21 fev. 2022.

SANTOS, G. A. S. **Evolvedtree: um sistema de mineração de dados educacionais baseado em árvore de decisão e algoritmo genético para classificar evasão no ensino superior.** 2020. 97 f. Dissertação (Mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2020.

SANTOS, I. Contribuição da robótica como ferramenta pedagógica no ensino de matemática no terceiro ano do ensino fundamental. 2017. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação e Novas Tecnologias) – Centro Universitário Internacional, Curitiba, 2017.

SANTOS, R. C.; SILVA, M. D. F. A robótica educacional: entendendo conceitos. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologias**, Ponta Grossa, v. 13, n. 3, p. 345-366, set./dez. 2020.

SOTO, A.; ESPINACE, P.; MITNIK, R. A Mobile Robotics Course for Undergraduate Students in Computer Science. In: **IEEE Latin American Robotics Symposium**, Santiago, Chile, 2006. p. 187-192.

SOUZA, J. **Multiversos Matemática: Sequências e trigonometria: Ensino Médio**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020.

SOUZA NETO, F. R. **O cálculo de distâncias entre pontos inacessíveis**. 2015. 86 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.

SILVA, L. C. D.; NUNES, A. L.; ANSELMO, J. E. M.; FILIPPO, G. D. S.; QUADROS, J. R. de T. Platform Based on Robotics to Aid the Pedagogy of Students with Dyslexia. In: **18th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI)**, Aveiro, Portugal, 2023. p. 1-7. DOI: 10.23919/CISTI58278.2023.10211648.

TABACHNICK, B. G.; FIDELL, L. S. Using Multivariate Statistics. 7th ed. Boston: Pearson, 2019.

TAMAM, B.; DASARI, D. The use of Geogebra *software* in teaching mathematics. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 1882, p. 012042, 2021. DOI: 10.1088/1742-6596/1882/1/012042.

TARTUCE, G. L. B. P.; MORICON, G. M.; DAVIS, C. L. F.; NUNES, M. M. R. Desafios do ensino médio no Brasil: iniciativas das secretarias de educação. **Cadernos de Pesquisa**, v. 48, n. 168, p. 478-504, abr./jun. 2018. DOI: 10.1590/198053144896.

TESSARO, G. N.; SILVA, A. G. S.; SANTOS, R. P.; SENA, D. R. de. Avaliação da metodologia *Peer Instruction* no aprendizado de termodinâmica na graduação em Química. **Química Nova na Escola**, São Paulo, v. XX, n. YY, p. 1-11, 2024.

VALENTE, W. R. "Matemática? Eu trabalho primeiro no concreto": elementos para a história do senso comum pedagógico. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 23, n. 3, p. 597-611, 2017. DOI: 10.1590/1516-731320170030004.

VASCONCELOS, A. C. T. de; SILVEIRA, A. S.; OLIVEIRA, R. M. de; SILVA, L. T. da; MESIARA, G. M.; QUADROS, J. R. de T. Utilizing Educational Robotics for Learning About Sustainability Issues. In: **19º Simpósio Brasileiro de Robótica e Simpósio Latino Americano de Robótica (SBR/LARS)**, São Bernardo do Campo, SP, 2022. p. 384-388.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: desenvolvimento dos processos mentais superiores**. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, L. S. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2010.

WITTEN, I. H.; FRANK, E**. Data mining: practical machine learning tools and techniques with Java implementations**. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2000.

7- Apêndice

7.1- APÊNDICE A – Quadro com os links dos cenários modelados com o *software* GeoGebra e que foram trabalhados com as turmas

Este apêndice apresenta os links dos cenários virtuais criados e utilizados no desenvolvimento das atividades didáticas propostas durante a pesquisa. Esses materiais foram modelados no *software* GeoGebra e aplicados junto às turmas participantes, permitindo uma exploração visual e interativa dos conceitos trabalhados.

Link: https://www.geogebra.org/material/edit/id/caxtkb8a

Link: https://www.geogebra.org/material/edit/id/rcagkygg
Link: https://www.geogebra.org/m/jb36w45q

Link: https://www.geogebra.org/material/edit/id/yqnzjtc2

Link: https://www.geogebra.org/material/edit/id/knnnxb3e
Link: https://www.geogebra.org/material/edit/id/jhwcd9fy
Link: https://www.geogebra.org/material/edit/id/jjtp5a62

Acesso em 22/12/2023

7.2- APÊNDICE B – Questões trabalhadas nos questionários de pré-testes e pós-teste conceituais

Neste apêndice encontram-se as questões aplicadas nos questionários de pré-testes e pós-testes conceituais, organizadas por temas e níveis de complexidade. As perguntas foram elaboradas com o objetivo de avaliar os conhecimentos prévios e os avanços na aprendizagem dos estudantes ao longo das intervenções pedagógicas, considerando tópicos de trigonometria e robótica educacional.

Questões introdutórias (Nível 1) sobre trigonometria que foram utilizadas em (IP) e com os cartões *Plickers*, na primeira aula ou aula de introdução

Questão 1) O que é trigonometria? a) O estudo de formas geométricas tridimensionais b) O estudo de ângulos e relações entre comprimentos de lados em triângulos c) O estudo de funções matemáticas complexas d) O estudo de cálculos envolvendo derivadas e integrais
Questão 2) O que é um triângulo? a) Uma figura geométrica com quatro lados b) Uma figura geométrica com três lados e três ângulos c) Uma figura geométrica com cinco lados d) Uma figura geométrica com seis lados
Questão 3) O que é um ângulo? a) A distância entre dois pontos b) A medida da curvatura de uma linha c) A medida da rotação de duas linhas ao redor de um ponto comum d) A medida da área de uma forma geométrica
Questão 4) O que é uma hipotenusa?

a) O lado oposto ao ângulo reto em um triângulo retângulo

b) O lado adjacente ao ângulo reto em um triângulo retângulo

c) O lado oposto ao ângulo agudo em um triângulo retângulo

d) O lado adjacente ao ângulo agudo em um triângulo retângulo

Questão 5) O que são catetos?

a) Os dois lados adjacentes ao ângulo reto em um triângulo retângulo

b) Os dois lados opostos ao ângulo reto em um triângulo retângulo

c) Os dois lados adjacentes ao ângulo agudo em um triângulo retângulo

d) Os dois lados opostos ao ângulo agudo em um triângulo retângulo

Questão 6) Qual é a relação entre os catetos e a hipotenusa em um triângulo retângulo?

a) Os catetos são sempre maiores que a hipotenusa.

b) Os catetos podem ser maiores ou menores que a hipotenusa, dependendo do triângulo.

c) Os catetos são sempre menores que a hipotenusa.

d) Os catetos são sempre iguais à hipotenusa.

Questões introdutórias (Nível 2) sobre trigonometria que foram utilizadas em (IP) e com os cartões *Plickers*, na primeira aula ou aula de introdução.

Questão 7) O que é um triângulo retângulo?

a) Um triângulo que possui todos os lados iguais.

b) Um triângulo que possui um ângulo interno de 90 graus.

c) Um triângulo que possui dois ângulos internos agudos.

d) Um triângulo que possui um ângulo interno obtuso.

Questão 8) O que são catetos em um triângulo retângulo?

a) Os lados opostos ao ângulo reto.

b) Os lados adjacentes ao ângulo reto.

c) O lado oposto à hipotenusa.

d) O lado que possui o maior comprimento.

Questão 9) O que é a hipotenusa em um triângulo retângulo?

a) A soma dos comprimentos dos catetos.

b) A média dos comprimentos dos catetos.

c) O lado oposto ao ângulo reto.

d) O lado que possui o menor comprimento.

Questão 10) Qual é a relação entre a hipotenusa e os catetos em um triângulo retângulo?

a) A hipotenusa é igual à soma dos catetos.

b) A hipotenusa é igual à diferença dos catetos.

c) A hipotenusa é sempre maior que os catetos.

d) A hipotenusa é sempre menor que os catetos.

Questão 11) O que é a razão trigonométrica seno em um triângulo retângulo?

a) A razão entre o cateto oposto ao ângulo e a hipotenusa.

b) A razão entre o cateto adjacente ao ângulo e a hipotenusa.

c) A razão entre a hipotenusa e o cateto oposto ao ângulo.

d) A razão entre a hipotenusa e o cateto adjacente ao ângulo.

Questão 12) O que é a razão trigonométrica tangente em um triângulo retângulo?

a) A razão entre o cateto oposto ao ângulo e a hipotenusa.

b) A razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.

c) A razão entre a hipotenusa e o cateto oposto ao ângulo.

d) A razão entre a hipotenusa e o cateto adjacente ao ângulo.

GABARITO

1) B

2) B

3) C

4) A 5) A 6) C 7) B 8) B 9) C 10) C 11) A 12) B

Questões sobre Teorema de Pitágoras que foram utilizadas em (IP) e com os cartões *Plickers*, na segunda aula em (IP).

Questão 01 – pré-teste. O que é o Teorema de Pitágoras? a) Uma equação matemática complexa. b) Uma fórmula para calcular a área de um triângulo. c) Uma relação matemática entre os lados de um triângulo retângulo. d) Um Teorema sobre a geometria das circunferências.
Questão 01 – pós-teste. Qual é a definição do Teorema de Pitágoras? a) Um postulado da geometria euclidiana. b) Uma fórmula para calcular a área de um quadrado. c) Uma relação matemática entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo. d) Um princípio fundamental da trigonometria.
Questão 02 – pré-teste. Qual é a fórmula do Teorema de Pitágoras? a) $a^2 + b^2 = c^2$ b) $a^2 - b^2 = c^2$ c) $a + b + c = 180°$ d) $a/b = c/d$

Questão 02 – pós-teste. Qual das opções abaixo é a fórmula correta do Teorema de Pitágoras?

a) $a^2 + b^2 = c^2$

b) $a^2 - b^2 = c^2$

c) a + b + c = 180°

d) a/b = c/d

Questão 03 – pré-teste. O que é a hipotenusa?

a) O lado oposto ao ângulo reto em um triângulo retângulo.

b) O lado adjacente ao ângulo reto em um triângulo retângulo.

c) A média dos catetos em um triângulo retângulo.

d) A altura em um triângulo equilátero.

Questão 03 – pós-teste. Qual a definição de hipotenusa em um triângulo retângulo?

a) O lado oposto ao ângulo reto em um triângulo retângulo.

b) O lado adjacente ao ângulo reto em um triângulo retângulo.

c) A média dos catetos em um triângulo retângulo.

d) A altura em um triângulo equilátero.

Questão 04 – pré-teste. Você está planejando uma viagem de bicicleta. Se você pedala 30 quilômetros para o norte e depois 40 quilômetros para o leste, qual é a distância total que você percorreu?

a) 30 km

b) 40 km

c) 50 km

d) 50.94 km

Questão 04 – pós-teste. Em um experimento de química, você está montando um aparato de destilação. A altura do destilador é de 25 centímetros e a base tem 12 centímetros. Qual é o comprimento do tubo de vidro que conecta o destilador ao condensador?

a) 7,73 cm

b) 13,73 cm

c) 15,73 cm

d) 27,73 cm

Questão 05 – pré-teste. Em um triângulo retângulo, qual é a relação entre os catetos e a hipotenusa?

a) $a^2 + b^2 = c^2$

b) $b^2 = a^2 + c^2$

c) $c^2 = a^2 + b^2$

d) a + b + c = 180°

Questão 05 – pós-teste. Qual é a fórmula matemática que relaciona os ângulos internos de um triângulo?

a) $a^2 = b^2 + c^2$

b) $b^2 = a^2 + c^2$

c) a + b + c = 180°

d) $\sin \alpha = a/c$

Questão 06 – pré-teste. Em seu projeto de robótica, você está montando uma base retangular para o robô se mover. O comprimento da base é de 15 centímetros e a largura é de 9 centímetros. Qual é o comprimento da diagonal da base?

a) 12,29 cm

b) 15,39 cm

c) 17,49 cm

d) 21,79 cm

Questão 06 – pós-teste. Qual é o valor do cateto oposto em um triângulo retângulo, se o cateto adjacente mede 8 e a hipotenusa mede 17?

a) 9

b) 10

c) 15

d) 12

Questão 07 – pré-teste. Qual é o nome da figura geométrica para a qual o Teorema de Pitágoras é aplicado?

a) Triângulo equilátero.

b) Triângulo isósceles.

c) Triângulo retângulo.

d) Triângulo escaleno.

Questão 07 – pós-teste. Se os catetos de um triângulo retângulo medem 3 cm e 4 cm, qual é o comprimento da hipotenusa?

a) 5 cm

b) 6 cm

c) 7 cm

d) 8 cm

Questão 08 – pré-teste. Qual é o comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos de 5 unidades de comprimento cada?

a) 7 unidades

b) 8 unidades

c) 9 unidades

d) 10 unidades

Questão 08 – pós-teste. Se a hipotenusa de um triângulo retângulo mede 10 cm e um dos catetos mede 6 cm, qual é o comprimento do outro cateto?

a) 4 cm

b) 5 cm

c) 9 cm

d) 8 cm

Questão 09 – pré-teste. Qual é a relação entre os quadrados dos comprimentos dos catetos e o quadrado do comprimento da hipotenusa em um triângulo retângulo, de acordo com o Teorema de Pitágoras?

a) $a^2 = b^2 + c^2$

b) $a^2 = b^2 - c^2$

c) $a^2 = b * c$

d) $a^2 = b * c^2$

Questão 09 – pós-teste. Qual é o valor de "a" no Teorema de Pitágoras quando "b" e "c" representam os catetos?

a) O valor de "a" é igual a "b".

b) O valor de "a" é igual a "c".

c) O valor de "a" é a hipotenusa.

d) O valor de "a" não é relevante no Teorema de Pitágoras.

Questão 10 – pré-teste. Em um triângulo retângulo, se a hipotenusa mede 15 metros e um dos catetos mede 12 metros, qual é o comprimento do outro cateto?

a) 7 metros

b) 8 metros

c) 9 metros

d) 10 metros

Questão 10 – pós-teste. Qual é o tipo de triângulo em que o Teorema de Pitágoras é mais comumente aplicado?

a) Triângulo equilátero

b) Triângulo isósceles

c) Triângulo escaleno

d) Triângulo retângulo

Questão 11 – pré-teste. Em um triângulo retângulo com catetos de 7 unidades de comprimento cada, qual é o comprimento da hipotenusa?

a) 7,89 unidades

b) 9,89 unidades

c) 10 unidades

d) 49 unidades

Questão 11 – pós-teste. Você está construindo uma estante em forma de triângulo retângulo para seu quarto. Se a altura da estante é de 120 centímetros e um dos lados mede 80 centímetros, qual será o comprimento do terceiro lado, que é a prateleira?

a) 40,22 cm

b) 100,22 cm

c) 144,22 cm

d) 160,22 cm

Questão 12 – pré-teste. Ana está construindo um tabuleiro de jogo em forma de quadrado com peças quadradas menores. Cada lado do tabuleiro mede 20 centímetros. Qual é a medida da diagonal do tabuleiro?

a) 20 cm

b) 28.28 cm

c) 40 cm

d) 50 cm

Questão 12 – pós-teste. Você está cortando um retângulo de grama em forma de triângulo retângulo. Um lado do retângulo mede 12 metros e o outro lado mede 9 metros. Qual é o comprimento da diagonal da área de grama que você está cortando?

a) 18 metros

b) 15 metros

c) 21 metros

d) 27 metros

Questão 13 – pré-teste. Maria está subindo uma escada que faz um ângulo reto com o chão. Se a escada tem 5 metros de comprimento e está apoiada a 4 metros da parede, qual é a altura da parede que Maria está alcançando?

a) 3 metros

b) 4 metros

c) 5 metros

d) 6 metros

Questão 13 – pós-teste. Você levou a pior em um cruzamento de pipas em um campo aberto. O fio da pipa é esticado a uma altura de 30 metros do chão e você segura o fio a 50 metros de distância de onde está em linha reta. Qual é o comprimento total do fio da pipa?

a) 48,31 metros

b) 48 metros

c) 58,31 metros

d) 58 metros

GABARITO

1) C

1) C

2) A

2) A

3) A

3) A

4) C

4) A

5) C

6) C

6) C

7) C

7) A

8) A

8) D

9) A

9) C

10) C

10) D 11) B 11) C 12) B 12) B 13) A 13) C

Questões sobre robótica educacional que foram utilizadas em (IP) e com os cartões *Plickers*, na terceira aula em (IP).

Questão 1 - O que é trigonometria? a) O estudo de formas geométricas tridimensionais b) O estudo de ângulos e relações entre comprimentos de lados em triângulos c) O estudo de funções matemáticas complexas d) O estudo de cálculos envolvendo derivadas e integrais
Questão 2 - O que é um triângulo? a) Uma figura geométrica com quatro lados b) Uma figura geométrica com três lados e três ângulos c) Uma figura geométrica com cinco lados d) Uma figura geométrica com seis lados
Questão 3 - O que é um ângulo? a) A distância entre dois pontos b) A medida da curvatura de uma linha c) A medida da rotação de duas linhas ao redor de um ponto comum d) A medida da área de uma forma geométrica
Questão 4 - O que é uma hipotenusa?

a) O lado oposto ao ângulo reto em um triângulo retângulo

b) O lado adjacente ao ângulo reto em um triângulo retângulo

c) O lado oposto ao ângulo agudo em um triângulo retângulo

d) O lado adjacente ao ângulo agudo em um triângulo retângulo

Questão 5 - O que são catetos?

a) Os dois lados adjacentes ao ângulo reto em um triângulo retângulo

b) Os dois lados opostos ao ângulo reto em um triângulo retângulo

c) Os dois lados adjacentes ao ângulo agudo em um triângulo retângulo

d) Os dois lados opostos ao ângulo agudo em um triângulo retângulo

Questão 6 - Qual é a relação entre os catetos e a hipotenusa em um triângulo retângulo?

a) Os catetos são sempre maiores que a hipotenusa.

b) Os catetos podem ser maiores ou menores que a hipotenusa, dependendo do triângulo.

c) Os catetos são sempre menores que a hipotenusa.

d) Os catetos são sempre iguais à hipotenusa.

Questão 7 - O que é um triângulo retângulo?

a) Um triângulo que possui todos os lados iguais.

b) Um triângulo que possui um ângulo interno de 90 graus.

c) Um triângulo que possui dois ângulos internos agudos.

d) Um triângulo que possui um ângulo interno obtuso.

Questão 8 - O que são catetos em um triângulo retângulo?

a) Os lados opostos ao ângulo reto.

b) Os lados adjacentes ao ângulo reto.

c) O lado oposto à hipotenusa.

d) O lado que possui o maior comprimento.

Questão 9 - O que é a hipotenusa em um triângulo retângulo?

a) A soma dos comprimentos dos catetos.

b) A média dos comprimentos dos catetos.

c) O lado oposto ao ângulo reto.

d) O lado que possui o menor comprimento.

Questão 10 - Qual é a relação entre a hipotenusa e os catetos em um triângulo retângulo?

a) A hipotenusa é igual à soma dos catetos.

b) A hipotenusa é igual à diferença dos catetos.

c) A hipotenusa é sempre maior que os catetos.

d) A hipotenusa é sempre menor que os catetos.

Questão 11 - O que é a razão trigonométrica seno em um triângulo retângulo?

a) A razão entre o cateto oposto ao ângulo e a hipotenusa.

b) A razão entre o cateto adjacente ao ângulo e a hipotenusa.

c) A razão entre a hipotenusa e o cateto oposto ao ângulo.

d) A razão entre a hipotenusa e o cateto adjacente ao ângulo.

Questão 13 - O que é a razão trigonométrica tangente em um triângulo retângulo?

a) A razão entre o cateto adjacente ao ângulo e a hipotenusa.

b) A razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.

c) A razão entre a hipotenusa e o cateto oposto ao ângulo.

d) A razão entre a hipotenusa e o cateto adjacente ao ângulo.

Questão 14 - O que é a hipotenusa em um triângulo retângulo?

a) A soma dos comprimentos dos catetos.

b) A média dos comprimentos dos catetos.

c) O lado oposto ao ângulo reto.

d) O lado que possui o menor comprimento.

Questão 15 Qual é a relação entre a hipotenusa e os catetos em um triângulo retângulo?

a) A hipotenusa é igual à soma dos catetos.

b) A hipotenusa é igual à diferença dos catetos.

c) A hipotenusa é sempre maior que os catetos.

d) A hipotenusa é sempre menor que os catetos.

GABARITO:

1) A

2) B

3) C

4) A

5) A

6) C

7) B

8) B

9) C

10) C

11) A

12) B

13) B

14) C

15) C

Questão 01 – pré-teste. Qual é o Teorema utilizado para calcular a hipotenusa de um triângulo retângulo?

a) Teorema de Pitágoras

b) Lei dos Senos

c) Lei dos Cossenos

d) Teorema de Tales

Questão 01 – pós-teste. Qual é o Teorema que permite determinar o comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo?

a) Teorema de Pitágoras

b) Teorema de Tales c) Lei dos Cossenos d) Lei dos Senos
Questão 02 – pré-teste. Como é possível utilizar o Arduino para controlar um robô? a) Utilizando sensores b) Utilizando servo motor c) Utilizando placas de circuito impresso d) Utilizando baterias
Questão 02 – pós-teste. De que maneira o Arduino pode ser empregado para gerenciar o movimento de um robô? a) Utilizando sensores b) Utilizando servo motor c) Utilizando placas de circuito integrado d) Utilizando baterias
Questão 03 – pré-teste. Quais são as ferramentas necessárias para soldar componentes eletrônicos em uma placa de circuito impresso? a) Alicate, chave de fenda, martelo b) Lápis, régua, borracha c) Ferro de solda, solda, suporte para ferro de solda, pinça d) Multímetro, osciloscópio, gerador de sinais
Questão 03 – pós-teste. O que é necessário para realizar a conexão de um sensor de temperatura em uma placa Arduino? a) Um cabo HDMI b) Um resistor c) Um módulo Bluetooth d) Um jumper
Questão 04 – pré-teste. O que é necessário para ligar um mini servo motor em uma *protoboard*?

a) Um jumper b) Uma bateria c) Um resistor d) Um cabo de conexão
Questão 04 – pós-teste. Quais são os componentes necessários para conectar um mini servo motor a uma *protoboard*? a) Um cabo USB b) Uma bateria de 9V c) Um capacitor d) Um jumper
Questão 05 – pré-teste. Qual é a finalidade do *display* na construção de um robô? a) Para exibir informações visuais b) Para captar informações sonoras c) Para enviar informações para outros dispositivos d) Para armazenar informações em memória
Questão 05 – pós-teste. Qual é a função de um sensor de ultrassom em um projeto de robótica? a) Para exibir informações visuais b) Para captar informações sonoras c) Para enviar informações para outros dispositivos d) Para armazenar informações em memória
Questão 06 – pré-teste. Qual é a função do *ultrasonic* sensor em um robô? a) Para detectar objetos à distância b) Para detectar a temperatura do ambiente c) Para medir a velocidade do robô d) Para medir a altitude do robô
Questão 06 – pós-teste. Qual é o propósito do sensor ultrassônico em um robô? a) Detectar objetos a uma distância determinada

b) Medir a temperatura ambiente

c) Medir a velocidade do robô

d) Medir a altitude do robô

Questão 07 – pré-teste. Uma escada de 12 metros de comprimento é apoiada em um prédio de 9 metros de altura. A escada faz um ângulo de 60 graus com a parede do prédio. Qual é a distância da base da escada até a parede?

a) 3 metros

b) 6 metros

c) 9 metros

d) 10 metros

Questão 07 – pós-teste. Qual é a definição correta de seno (seno) em trigonometria?

a) O seno é a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente em um triângulo retângulo.

b) O seno é a razão entre a hipotenusa o cateto oposto em um triângulo retângulo.

c) O seno é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa em um triângulo retângulo.

d) O seno é a razão entre a hipotenusa cateto adjacente em um triângulo retângulo.

Questão 08 – pré-teste. O que é uma maquete?

a) Uma maquete é um tipo de artesanato que envolve a criação de joias.

b) Uma maquete é um modelo em escala de um edifício ou objeto, frequentemente usado em arquitetura e design.

c) Uma maquete é uma forma de pintura a óleo em tela.

d) Uma maquete é uma dança tradicional de um país específico.

Questão 08 – pós-teste. O que é uma maquete?

a) Uma maquete é um dispositivo eletrônico usado para medir distâncias.

b) Uma maquete é uma representação tridimensional em miniatura de um objeto ou lugar.

c) Uma maquete é uma técnica de pintura em tela.

d) Uma maquete é uma forma de poesia.

Questão 09 – pré-teste. Qual é a medida do ângulo interno de um triângulo equilátero?

a) 45 graus. b) 50 graus. c) 60 graus. d) 75 graus.
Questão 09 – pós-teste. Qual é a medida do ângulo externo de um triângulo equilátero? a) 45 graus b) 60 graus c) 90 graus d) 120 graus
Questão 10– pré-teste. O que é o simulador virtual GeoGebra? a) O GeoGebra é um programa de edição de imagens. b) O GeoGebra é um simulador virtual usado para criar jogos de computador? c) O GeoGebra é um *software* educacional que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos e cálculos. d) O GeoGebra é um sistema de navegação por satélite.
Questão 10– pós-teste. O que é o um simulador virtual GeoGebra? a) Um programa de edição de vídeo. b) Um *software* de modelagem 3D. c) Uma plataforma de matemática interativa para visualização e resolução de problemas. d) Um aplicativo de redes sociais.
Questão 11 – pré-teste. Como você pode usar um sensor de ultrassom para medir a distância entre um robô e um objeto em seu caminho? a) Através da emissão de um sinal sonoro que é refletido no objeto e retorna para o sensor b) Através da emissão de uma onda de rádio que é refletida no objeto e retorna para o sensor c) Através da emissão de um sinal de luz que é refletido no objeto e retorna para o sensor

d) Através da emissão de um sinal magnético que é refletido no objeto e retorna para o sensor
Questão 11 – pós-teste. Como um sensor de ultrassom pode ser utilizado para medir a distância entre um objeto e um robô em movimento? a) Emissão de um sinal luminoso que é refletido no objeto e retorna para o sensor b) Emissão de um sinal magnético que é refletido no objeto e retorna para o sensor c) Emissão de uma onda sonora que é refletida no objeto e retorna para o sensor d) Emissão de um sinal de rádio que é refletido no objeto e retorna para o sensor
Questão 12 – pré-teste. O que é um servo motor? a) Um motor elétrico simples que gira continuamente em uma direção b) Um motor elétrico que gira em ambas as direções c) Um motor elétrico com um sensor de posição que pode ser controlado para girar para uma posição específica d) Um motor elétrico que não gira
Questão 12 – pós-teste. Qual é a função de um servo motor? a) Controlar a velocidade de um motor elétrico b) Converter energia elétrica em energia mecânica c) Controlar a posição de um eixo com alta precisão d) Gerar eletricidade a partir da energia cinética
Questão 13 – pré-teste. Qual é a relação trigonométrica entre seno e cosseno? a) São inversamente proporcionais b) São complementares c) São iguais d) São opostos
Questão 13 – pós-teste. Qual é a definição de tangente em trigonometria? a) A tangente é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa b) A tangente é a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa c) A tangente é a razão entre a hipotenusa e o cateto oposto

d) A tangente é a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente
Questão 15 – pré-teste. Um observador está a 20 metros de distância de uma torre e observa um ângulo de elevação de 30 graus em relação à base da torre. Qual é a altura da torre? a) 5,55 metros b) 11,55 metros c) 15,55 metros d) 20,55 metros
Questão 15 – pós-teste. Qual é a altura de um prédio se um observador, a uma distância de 30 metros, mede um ângulo de elevação de 60 graus em relação à base do prédio? a) 10,96 metros b) 51,96 metros c) 20 metros d) 25,96 metros
Questão 18 – pré-teste. Um poste de luz de 6 metros de altura está quebrado em um ponto a 2 metros do chão. Se você quiser consertar o poste, a que altura você deve colocar a escada para que ela forme um ângulo de 60 graus com o chão? a) 1462 metros b) 1463 metros c) 1464 metros d) 1465 metros
Questão 18 – pós-teste. Um poste de luz de 8 metros de altura está quebrado em um ponto a 3 metros do chão. Se você quiser consertar o poste, a que altura você deve colocar a escada para que ela forme um ângulo de 45 graus com o chão? a) 3 metros b) 4 metros c) 5 metros d) 6 metros

Questão 19 – pré-teste.

Qual é a fórmula do Teorema de Pitágoras?

a) $a^2 = b^2 + c^2$

b) $a^2 = b^2 - c^2$

c) $a^2 = b^2 * c^2$

d) $a^2 = {}^{b^2}/_{c^2}$

Questão 19 – pré-teste.

Qual é a fórmula do Teorema de Pitágoras?

a) $a^2 = b^2 + c^2$

b) $a^2 = b^2 - c^2$

c) $a^2 = b^2 * c^2$

d) $a^2 = {}^{b^2}/_{c^2}$

Questão 20 – pré-teste. Qual é o comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo com lados de 3cm e 4cm?

a) 5cm

b) 6cm

c) 7cm

d) 8cm

Questão 20 – pós-teste. Qual é a medida do lado restante de um triângulo retângulo com lados de 6 unidades e 8 unidades?

a) 10 unidades

b) 12 unidades

c) 14 unidades

d) 16 unidades

GABARITO

1) A

1) A

2) B

2) B

3) C

3) D

4) D

4) D

5) A

5) B

6) A

6) A

7) B

7) C

8) B

8) B

9) C

9) D

10) C

10) C

11) A

11) C

12) C

12) C

13) B

13) D

15) B

15) B

18) C

18) C

19) A

19) A

20) A

20) A

7.3- APÊNDICE C – Termo de assentimento ou consentimento, termo de assentimento livre e esclarecido

Este apêndice reúne os modelos de documentos utilizados para assegurar o consentimento livre e esclarecido dos participantes e de seus responsáveis legais. Esses termos garantiram que todos estivessem cientes dos objetivos, procedimentos, riscos e benefícios da pesquisa, respeitando os princípios éticos de proteção aos participantes.

Você está sendo convidado(a) para participar da pesquisa **O USO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL LIVRE E DE SIMULADORES ASSOCIADOS A METODOLOGIA ATIVA DE INSTRUÇÃO PELOS PARES:** aplicações das razões trigonométricas no triângulo retângulo no ensino médio. Queremos saber e analisar de que forma o uso da robótica e dos simuladores virtuais associados a metodologia ativa de Instrução pelos Pares (PI), pode contribuir para aprendizagem de trigonometria do triângulo retângulo dos educandos do ensino médio.

As pessoas que irão participar desta pesquisa têm de 6 a 17 anos de idade. A pesquisa será feita no **Colégio Estadual Olavo Bilac**. Durante a pesquisa, você irá **responder a questionários, participar de oficinas, participar de rodas de conversa.** Para isso, serão usados questionários. O uso de questionários é considerado seguro, mas é possível você se sentir tímido, envergonhado, acanhado em uma ou mais atividades. Caso aconteça algo errado, você pode procurar o(a) pesquisador(a) ANDRÉ LUÍS NUNES pelo telefone 21 988313430. Mas há coisas boas que podem acontecer, pois essa pesquisa pode contribuir para tornar o processo ensino-aprendizagem da trigonometria algo prazeroso e possível aos que gostam e aos que não gostam da matemática, além de dar a possibilidade de construir protótipos robóticos alternativos de medição, trabalhando os conceitos de mudança de unidade e trigonometria.

Você não precisa participar desta pesquisa se não quiser. Ninguém ficará irritado ou chateado com você se você disser “não”: a escolha é sua. Você pode pensar nisto e falar depois se você quiser. Você pode dizer “sim” agora e mudar de ideia depois e tudo continuará bem. É importante que você converse com seus responsáveis sobre a sua decisão. Saiba o que eles acham, fale a eles o que pretende fazer, se quer ou não participar. Você tem o tempo que precisar para isso. Também pode discutir com o pesquisador,

quando quiser. Vamos responder todas as suas dúvidas, em qualquer momento. Estamos aqui para fazer a pesquisa juntos.

Você não receberá nenhum dinheiro nem terá que pagar nada para participar da pesquisa. Ninguém saberá que você está participando da pesquisa, não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar as pessoas que participaram da pesquisa.

==========

ASSENTIMENTO

Eu _____ aceito participar da pesquisa **O USO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL LIVRE E DE SIMULADORES ASSOCIADOS A METODOLOGIA ATIVA DE INSTRUÇÃO PELOS PARES:** aplicações das razões trigonométricas no triângulo retângulo no ensino médio. Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer. Entendi que posso dizer "sim" e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer "não" e desistir e que ninguém vai ficar furioso. O(a) pesquisador(a) tirou minhas dúvidas e conversou com os meus responsáveis. Recebi uma via deste termo de assentimento. Li este termo e concordo em participar da pesquisa.

Nome do Participante	Assinatura	Data: ___/___/_____
Nome do Pesquisador Responsável **ANDRÉ LUÍS NUNES**	Assinatura	Data: ___/___/_____

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) responsável/representante legal:

Gostaríamos de solicitar o seu consentimento para o(a) menor _____ participar como voluntário(a) da pesquisa denominada **O USO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL LIVRE E DE SIMULADORES ASSOCIADOS A METODOLOGIA ATIVA DE INSTRUÇÃO PELOS PARES:** aplicações das razões trigonométricas no triângulo retângulo no ensino médio, realizada no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ e que diz respeito a um mestrado em Ciência da Computação.

OBJETIVO: O objetivo do estudo é saber e analisar de que forma o uso da robótica e dos simuladores virtuais associados a metodologia ativa de Instrução pelos Pares (PI), pode contribuir para aprendizagem de trigonometria do triângulo retângulo dos educandos do ensino médio.

PROCEDIMENTOS: a forma de participação do(a) menor consistirá em**: responder a questionários, participar de oficinas, participar de rodas de conversa. Por ocasião das atividades os registros poderão ser feitos por gravação em áudio, registro em fotografia, registro em vídeo.**

POTENCIAIS RISCOS E BENEFÍCIOS: Toda pesquisa oferece algum tipo de risco. Nesta pesquisa, o risco pode ser avaliado como **baixo**, isto é, o participante poderá se sentir tímido, envergonhado, acanhado. Objetivando conter e sanar esses riscos, o participante tem a possibilidade de interromper o procedimento procurando o pesquisador ANDRÉ LUÍS NUNES**.** Por outro lado, são esperados os seguintes benefícios da participação na pesquisa: possibilidade de contribuir para tornar o processo ensino-aprendizagem da trigonometria algo prazeroso e possível aos que gostam e aos que não gostam da matemática, além de dar a possibilidade de construir instrumentos alternativos de medição, trabalhando os conceitos de mudança de unidade e trigonometria.

GARANTIA DE SIGILO: os dados da pesquisa serão publicados/divulgados em livros e revistas científicas. Asseguramos que a privacidade do(a) menor será respeitada e o nome dele(a) ou qualquer informação que possa, de alguma forma, o(a) identificar, será mantida em sigilo.

LIBERDADE DE RECUSA: a participação do(a) menor neste estudo é voluntária e não é obrigatória. Você poderá se recusar a permitir que ele(a) participe do estudo, ou retirar seu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar. Se desejar que o(a) menor saia da pesquisa ele(a) não sofrerá qualquer prejuízo.

CUSTOS, REMUNERAÇÃO E INDENIZAÇÃO: a participação neste estudo não terá custos adicionais para você. Também não haverá qualquer tipo de pagamento devido à participação do(a) menor no estudo. Fica garantida indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

ESCLARECIMENTOS ADICIONAIS, CRÍTICAS, SUGESTÕES E RECLAMAÇÕES: os pesquisadores garantem a você livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências. Você poderá ter acesso ao(a) pesquisador(a) ANDRÉ LUÍS NUNES pelo telefone 21 988313430.

Se você decidir autorizar a participação do(a) menor nesta pesquisa, será necessário um consentimento por escrito.

CONSENTIMENTO

Acredito ter sido suficientemente esclarecido(a) a respeito das informações sobre o estudo acima citado que li ou que foram lidas para mim. Ficaram claros para mim quais são os objetivos do estudo, os procedimentos a serem realizados, seus desconfortos e riscos, as garantias de confidencialidade e de esclarecimentos permanentes. Ficou claro também que a participação no estudo é isenta de despesas e/ou remuneração. Minhas dúvidas foram devidamente esclarecidas pelos pesquisadores responsáveis. Estou ciente de que a participação do(a) menor _____ neste estudo é voluntária e que posso me recusar a autorizar a sua participação ou retirar a minha autorização a qualquer momento, sem penalidade ou perda dos benefícios aos quais o(a) menor tenha direito. Concordo que os resultados do estudo podem ser comunicados à comunidade acadêmica e publicados em periódicos científicos, sendo mantidas em sigilo informações que identifiquem o(a) menor. Autorizo comitês de ética, autoridades regulatórias locais ou estrangeiras, a examinarem, se assim o desejarem, estes registros para confirmação das informações coletadas. Concordo voluntariamente em permitir que o(a) menor participe deste estudo. Eu receberei uma via deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e a outra ficará com os pesquisadores responsáveis por esta pesquisa. Além disso, estou ciente de que eu e os pesquisadores responsáveis devemos rubricar todas as folhas desse TCLE e assinar na última folha.

Nome do Participante(ou responsável legal)	Assinatura	Data: ___/___/_____
Nome do Pesquisador Responsável **ANDRÉ LUÍS NUNES**	Assinatura	Data: ___/___/_____

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) para participar da pesquisa **O USO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL LIVRE E DE SIMULADORES ASSOCIADOS A METODOLOGIA ATIVA DE INSTRUÇÃO PELOS PARES:** aplicações das razões trigonométricas no triângulo retângulo no ensino médio. Queremos saber e analisar de que forma o uso da robótica e dos simuladores virtuais associados a metodologia ativa de Instrução pelos Pares (PI), pode contribuir para aprendizagem de trigonometria do triângulo retângulo dos educandos do ensino médio.

As pessoas que irão participar desta pesquisa têm de 6 a 17 anos de idade. A pesquisa será feita no **Colégio Estadual Olavo Bilac**. Durante a pesquisa, você irá **responder a questionários, participar de oficinas, participar de rodas de conversa.** Para isso, serão usados questionários. O uso de questionários é considerado seguro, mas é possível você se sentir tímido, envergonhado, acanhado em uma ou mais atividades. Caso aconteça algo errado, você pode procurar o(a) pesquisador(a) ANDRÉ LUÍS NUNES pelo telefone 21 988313430. Mas há coisas boas que podem acontecer, pois essa pesquisa pode contribuir para tornar o processo ensino-aprendizagem da trigonometria algo prazeroso e possível aos que gostam e aos que não gostam da matemática, além de dar a possibilidade de construir protótipos robóticos alternativos de medição, trabalhando os conceitos de mudança de unidade e trigonometria.

Você não precisa participar desta pesquisa se não quiser. Ninguém ficará irritado ou chateado com você se você disser “não”: a escolha é sua. Você pode pensar nisto e falar depois se você quiser. Você pode dizer “sim” agora e mudar de ideia depois e tudo continuará bem. É importante que você converse com seus responsáveis sobre a sua decisão. Saiba o que eles acham, fale a eles o que pretende fazer, se quer ou não participar. Você tem o tempo que precisar para isso. Também pode discutir com o pesquisador, quando quiser. Vamos responder todas as suas dúvidas, em qualquer momento. Estamos aqui para fazer a pesquisa juntos.

Você não receberá nenhum dinheiro nem terá que pagar nada para participar da pesquisa. Ninguém saberá que você está participando da pesquisa, não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar as pessoas que participaram da pesquisa.

==========

ASSENTIMENTO

Eu _____ aceito participar da pesquisa **O USO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL LIVRE E DE SIMULADORES ASSOCIADOS A METODOLOGIA ATIVA DE INSTRUÇÃO PELOS PARES:** aplicações das razões trigonométricas no triângulo retângulo no ensino médio. Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer. Entendi que posso dizer "sim" e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer "não" e desistir e que ninguém vai ficar furioso. O(a) pesquisador(a) tirou minhas dúvidas e conversou com os meus responsáveis. Recebi uma via deste termo de assentimento. Li este termo e concordo em participar da pesquisa.

Nome do Participante	Assinatura	Data: ___/___/_____
Nome do Pesquisador Responsável **ANDRÉ LUÍS NUNES**	Assinatura	Data: ___/___/_____

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) a participar como voluntário(a) da pesquisa denominada **O USO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL LIVRE E DE SIMULADORES ASSOCIADOS A METODOLOGIA ATIVA DE INSTRUÇÃO PELOS PARES:** aplicações das razões trigonométricas no triângulo retângulo no ensino médio, realizada no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ e que diz respeito a um mestrado em Ciência da Computação.

OBJETIVO: O objetivo do estudo é saber e analisar de que forma o uso da robótica e dos simuladores virtuais associados a metodologia ativa de Instrução pelos Pares (PI), pode contribuir para aprendizagem de trigonometria do triângulo retângulo dos educandos do ensino médio.

PROCEDIMENTOS: a sua participação consistirá em**: responder a questionários, participar de oficinas, participar de rodas de conversa. Por ocasião das atividades os registros poderão ser feitos por gravação em áudio, registro em fotografia, registro em vídeo.**

POTENCIAIS RISCOS E BENEFÍCIOS: Toda pesquisa oferece algum tipo de risco. Nesta pesquisa, o risco pode ser avaliado como **baixo**, isto é, o participante pode se sentir tímido, envergonhado, acanhado. Objetivando conter e sanar esses riscos, o participante tem a possibilidade de interromper o procedimento procurando o pesquisador ANDRÉ LUÍS NUNES. Por outro lado, são esperados os seguintes benefícios da participação na pesquisa: possibilidade de contribuir para tornar o processo ensino-aprendizagem da trigonometria algo prazeroso e possível aos que gostam e aos que não gostam da matemática, além de dar a possibilidade de construir.

7.4- APÊNDICE D – Tabela 27 trabalhos selecionados

Neste apêndice é apresentada uma tabela com os principais trabalhos acadêmicos e artigos científicos selecionados durante a revisão bibliográfica. A tabela sintetiza informações essenciais, como título, palavras-chave, resumo e ano de publicação, destacando as contribuições relevantes para o embasamento teórico e metodológico deste estudo.

Tabela 27 - principais trabalhos acadêmicos e artigos científicos selecionados

TRABALHO	TÍTULO DO TRABALHO	PALAVRAS-CHAVE	SÍNTESE DO RESUMO	ANO DA PUBLICAÇÃO
Dissertação	A Ação dos Professores em Salas de Informática nas Escolas Municipais de Juiz de Fora, MG	Educação Matemática, Tecnologias Educacionais, Formação de Professores, Informática Educacional	A dissertação explora como os professores de matemática em Juiz de Fora utilizam as salas de informática em suas práticas pedagógicas. O estudo identifica os desafios enfrentados pelos professores, como a falta de treinamento adequado e a necessidade de uma integração	Alessandro Calil

			mais eficaz entre as tecnologias educacionais e o currículo de matemática.	
Dissertação	A INFLUÊNCIA DE MÍDIAS MULTISSENSORIAIS NA APRENDIZAGEM DE CRIANÇAS COM DISLEXIA	Dislexia, Multimídia, Educação	O estudo investiga o impacto de mídias multissensoriais na aprendizagem de crianças com dislexia, sugerindo que o uso dessas tecnologias pode melhorar significativamente o desempenho acadêmico dessas crianças.	Ellen Paixão Silva
Artigo	Access to information through translation: a case of multilingual OER robotics project at a South African university	Acesso à Informação, OER, Robótica, Língua Indígena, Tradução	O artigo examina o uso da tradução em línguas indígenas para promover o acesso à informação em um projeto de robótica OER (Recursos Educacionais Abertos) em uma universidade sul-africana. A pesquisa enfatiza a importância da tradução para aumentar a acessibilidade de termos técnicos de robótica em idiomas indígenas e sugere que o desenvolvimento de terminologias adequadas é crucial para a educação em	Napjadi Letsoalo, Delvah Mabaso, Patricia Gouws

			contextos multilíngues(Access to information t…).	
Dissertação	AMBIENTE BASEADO EM FERRAMENTA ROBÓTICA PARA AUXÍLIO EDUCACIONAL DE ALUNOS COM DISLEXIA	Robótica, Dislexia, Educação	A dissertação apresenta um ambiente robótico voltado para auxiliar o processo educacional de alunos com dislexia, tanto na leitura quanto na alfabetização. O ambiente é inclusivo, permitindo seu uso por alunos com ou sem dislexia. Ele é composto por um robô, um tabuleiro e um aplicativo, enfatizando o aprendizado através de métodos tridimensionais e perceptivos, adequado para escolas com recursos limitados, como públicas.	Jomar Ferreira Monsores
Artigo	Aplicação da Robótica Educacional no Ensino das Relações Métricas do Triângulo Retângulo	Robótica Educacional, Aprendizagem Matemática, Relações Métricas, Alinhamento Construtivo	O estudo avalia o potencial da Robótica Educacional no desenvolvimento de habilidades matemáticas entre estudantes do Ensino Básico, focando nas relações métricas do triângulo retângulo. A pesquisa demonstrou que a robótica é mais eficaz no desenvolvimento	Marden Eufrasio dos Santos, Andréa Pereira Mendonça

			de habilidades de identificação geométrica do que na resolução de equações algébricas.	
Artigo	As tecnologias digitais da informação e comunicação como um recurso didático no currículo de matemática	Tecnologias Digitais, Educação Matemática, Currículo	Investigação sobre a integração de tecnologias digitais no ensino de matemática para adaptar às novas demandas educacionais.	Iaqchan Ryokiti Homa-Agostinho, Claudia Lisete Oliveira–Groenwald
Artigo	As Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação como um recurso didático no Currículo de Matemática	Educação Matemática, Tecnologias Digitais, Estratégias Educativas, STEM, Simuladores de Robótica	O artigo apresenta os resultados de um projeto de pesquisa que explora o potencial pedagógico das tecnologias digitais na educação matemática. O estudo envolve o uso de simuladores de robótica e outras ferramentas digitais para melhorar a compreensão dos alunos em temas matemáticos, destacando a importância de integrar essas tecnologias tanto na educação básica quanto na formação de professores. Os resultados indicam que o uso de recursos digitais pode ser altamente eficaz no ensino de matemática,	Iaqchan Ryokiti Homa-Agostinho, Claudia Lisete Oliveira-Groenwald

			proporcionando novas maneiras de aprender e ensinar	
Artigo	Assessing Consumers Co-production and Future Participation On Value Co-creation and Business Benefit: an F-P-C-B Model Perspective	Co-criação de Valor, Participação do Consumidor, Benefício de Negócio, Modelo F-P-C-B	O artigo apresenta um modelo de F-P-C-B (Função, Participação, Criação de Valor e Benefício) para avaliar como a coprodução e a futura participação dos consumidores influenciam a criação de valor e os benefícios empresariais. A pesquisa destaca a importância da participação ativa dos consumidores na co-criação de valor e como isso impacta positivamente os resultados empresariais (Ching_Yu_2023_Education…).	Sheshadri Chatterjee & Nripendra P. Rana & Yogesh K. Dwiv
Artigo	Coding and Childhood Between Play and Learning: Research on the Impact of Coding in the Learning of 4-Year-Olds	Coding, Educação Infantil, Robótica Educacional, Desenvolvimento Cognitivo	Este artigo investiga o impacto do coding (programação) e da robótica educacional no desenvolvimento cognitivo e socio-relacional de crianças de 4 anos. A pesquisa mostra que o uso de coding, tanto unplugged quanto plugged, melhora habilidades como resolução de problemas, armazenamento de	Federica Pelizzari, Michele Marangi, Pier Cesare Rivoltella, Giulia Peretti, Davide

			informações e colaboração entre as crianças, especialmente quando usado em um ambiente de aprendizado lúdico e estruturado	Massaro, Daniela Villani
Artigo	Construção de um Guia para o Uso do Instagram no Contexto do Ensino Remoto: Empatia Durante a Pandemia da Covid-19	Ensino Remoto, Redes Sociais, Educação na Pandemia, Letramento Digital	Este artigo apresenta a construção de um guia para o uso do Instagram como ferramenta educativa no ensino remoto, focado no 5º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa sugere que o uso do Instagram pode promover a interação entre professores e alunos, além de trabalhar competências descritas na Base Nacional Comum Curricular. O guia foi desenvolvido com o objetivo de auxiliar professores a utilizar o Instagram de maneira pedagógica durante a pandemia (Construção de um Guia p…).	Amanda C. D. Tavares, Ednny K. A. Sales, Ely T. S. Ramos, Israel D. S. Júnior, Ivone M. Oliveira, Maria C. M. Silva, Patricia R. V. V. Andrade, Soraya R. S. Medeiros
Artigo	Contexto Formativo de Invenção Robótico-Matemática: Pensamento	Matemática Crítica; Jogos Digitais; Robótica;	O artigo busca identificar e compreender as características do contexto formativo em matemática quando estudantes produzem jogos digitais e	Greiton Toledo de Azevedo, Marcus Vinicius Maltempi,

	Computacional e Matemática Crítica	Formação Matemática	dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson. O estudo analisa o desenvolvimento científico-tecnológico, colaborativo-argumentativo e inventivo-criativo dos estudantes em ambientes experimentais, além de destacar a importância de uma aprendizagem centrada na compreensão, investigação e invenção. A pesquisa propõe que a formação matemática deve promover a exploração de problemas abertos e inéditos, descentralizando a formalização excessiva de conceitos matemáticos	Arthur Belford Powell
Dissertação	Criação de um plano de razões e um teodolito com o uso do Arduino: uma proposta para o ensino de razões trigonométricas no triângulo retângulo	Razões Trigonométricas, Tecnologia, Aplicativo, Arduino	O trabalho apresenta duas ferramentas educacionais desenvolvidas com o uso do Arduino para auxiliar no ensino de razões trigonométricas no triângulo retângulo. A pesquisa foi realizada com alunos do nono ano e incluiu a construção	Ronaldo da Silva

			de um teodolito para medir ângulos e alturas, com resultados mostrando melhora no aprendizado e na motivação dos alunos.	
Artigo	Decentralized Multi-Robot Formation Control Using Reinforcement Learning	Controle de Formação, Robótica Multi-Robô, Aprendizado por Reforço, Redes Neurais Profundas	O artigo apresenta um controle de formação descentralizado de múltiplos robôs baseado em aprendizado por reforço, utilizando a abordagem leader-follower. O estudo demonstra que o uso de Double Deep Q-Networks (DDQN) para controle de formação em robôs educacionais Sphero pode alcançar e manter formações estáveis sem a necessidade de modelos matemáticos complexos(DecentralizedMulti-Robo…).	Juraj Obradović, Marko Križmančić, Stjepan Bogdan
Artigo	Desenhos de estudos experimentais e quase-experimentais: definições e desafios na pesquisa em enfermagem	Ensaio clínico, Pesquisa em Enfermagem, Análise Quantitativa, Métodos	O artigo discute os desenhos de estudos experimentais e quase-experimentais, suas características principais, semelhanças e diferenças, além das estratégias utilizadas para a obtenção de dados aplicáveis à	Herica Silva Dutra, Valesca Nunes dos Reis

			prática clínica. Conclui ressaltando a importância do desenvolvimento desses estudos na Enfermagem para a construção de um conhecimento fundamentado em evidências sólidas.	
Artigo	Desenvolvimento de uma Trena Digital de Baixo Custo utilizando Arduino e Sensor Ultrassônico	Trena Digital, Arduino, Sensor Ultrassônico, Cálculo de Área e Perímetro	O artigo detalha o desenvolvimento de um protótipo de trena digital de baixo custo utilizando Arduino e sensor ultrassônico. Destaca-se a viabilidade econômica e a simplicidade do circuito, tornando-o acessível para projetos educacionais e outros que necessitem de medições precisas, com funcionalidades como cálculo de área e perímetro(Desenvolvimento de uma …).	Ramon de C. Silva, Gabriel Sá B. Alves, Wanderson B. da Silva, Idelvando Cerqueira de Souza, Beatriz S. de Santana, Franklin Lázaro S. de Oliveira
Artigo	Designing *Maker* Initiatives for Educational Inclusion	*Maker* Movement, Inclusão Educacional, STEM, Equidade,	O artigo explora a inclusão educacional no contexto do movimento "*Maker*", destacando como essas iniciativas podem ser usadas para promover a equidade. A pesquisa foi	Simon N. Leonard, Manuela Repetto, JohnPaul Kennedy, Enza

		Student attitude survey	realizada com estudantes australianos de uma região socioeconomicamente desfavorecida. O estudo encontrou impactos positivos, mas os resultados variaram dependendo das atitudes iniciais dos alunos em relação ao STEM, sugerindo que é necessário um desenho cuidadoso das experiências "*Maker*" para garantir a inclusão (Leonard_Simon_2022_Desi…).	Tudini, Samuel Fowler
Artigo	Didactic–Mathematical–Computational Knowledge of Future Teachers When Solving and Designing Robotics Problems	Computational thinking; early childhood education; mathematical thinking; robotics problems; teachers in training; ontosemiotic approach (OSA)	O artigo aborda como futuros professores lidam com problemas de robótica, conectando o conhecimento didático-matemático-computacional na resolução e design de problemas educacionais.	Gemma Sala-Sebastià, Adriana Breda, María José Seckel , Danyal Farsani and Àngel Alsina
Artigo	Education 4.0: Integration of	Educação 4.0, STEM, Robótica	O artigo propõe um modelo para a implementação de dispositivos	Daniel Restrepo-

	Educational Robotics and Smart Mobile Devices as a Didactic Strategy for the Training of Engineers in STEM	Educacional, Dispositivos Móveis	móveis em robótica educacional para áreas STEM. Demonstra como celulares podem ser usados para criar robôs funcionais em contextos educacionais com baixo custo, integrando sensores e sistemas móveis com o ensino de engenharia(Education 4.0 integrati…).	Echeverri, Jovani Alberto Jiménez-Builes, John Willian Branch-Bedoya
Artigo	Educational Robotics for Developing Computational Thinking in Young Learners: A Systematic Review	Robótica Educacional, Pensamento Computacional, Aprendizagem Ativa, Educação Infantil	Este artigo sistemático revisa estudos sobre o uso da robótica educacional para desenvolver o pensamento computacional em crianças pequenas. A pesquisa destaca os benefícios de promover habilidades como resolução de problemas, criatividade e pensamento crítico por meio da robótica, além de explorar como essas ferramentas podem ser integradas de forma eficaz em currículos educacionais (Celestino_Magalhães_202…).	Yu-Hui Ching· Yu-Chang Hsu

Artigo	Educational Robotics for Developing Computational Thinking in Young Learners: A Systematic Review	Robótica Educacional, Pensamento Computacional, Educação Infantil, Aprendizagem Ativa	Este artigo revisa sistematicamente 22 estudos empíricos sobre o uso da robótica educacional para desenvolver o pensamento computacional em alunos do ensino fundamental. A pesquisa identifica as habilidades de pensamento computacional mais frequentemente desenvolvidas, como Sequencing, Condicionais, Loops, Debugging e Pensamento Algorítmico, destacando as abordagens pedagógicas mais eficazes, como aprendizagem colaborativa e aprendizagem baseada em projetos (Ching_Yu_2023_Education…).	Ching Yu, Hsu, Yu-Chang
Artigo	Engajamento docente no Programa de Robótica na Escola da Prefeitura do Recife	Prática docente, Robótica educacional, Perfil profissional do professor	Analisa o engajamento docente em projetos de robótica educacional, destacando a colaboração com a aprendizagem, satisfação, e o incentivo ao protagonismo estudantil(Engajamento docente no …).	Flavia Barbosa Ferreira de Santana, Priscilla da Silva Dutra, Maria Auxiliadora Soares Padilha

Artigo	Ensino e Aprendizagem da Trigonometria com o Auxílio do *Software* GeoGebra	TIC. Sequência Didática. Trigonometria. GeoGebra. Registros de Representação	O estudo investiga o uso do *software* GeoGebra como ferramenta auxiliar no ensino e aprendizagem da trigonometria. A pesquisa foi realizada com alunos do ensino médio, e os resultados indicam que o uso do GeoGebra facilita a visualização e compreensão dos conceitos trigonométricos, contribuindo para um aprendizado mais significativo.	Reinaldo Oliveira Reis Júnior, Eduardo Delcides Bernardes
Artigo	Evaluation of emotional dynamics in social media conversations: an approach based on structures of opposition and set-theoretic measures	Emotional dynamics, Fuzzy sets, Social media conversations	O artigo apresenta a utilização de uma estrutura teórica baseada em medidas teóricas de conjunto para analisar dinâmicas emocionais em conversas de mídias sociais, focando na tendência de empatia ou desordem emocional.	Angelo Gaeta
Artigo	How do elementary school teachers learn coding and robotics? A case study of mediations and conflicts	Coding, Robótica, Teoria da Atividade, Formação de Professores,	O estudo de caso qualitativo examina como professores do ensino fundamental aprendem codificação e robótica em um curso de formação profissional. Focando na Teoria da Atividade, o estudo revela mediações,	Tugba Boz, Martha Allexsaht-Snider

		Conflitos Pedagógicos	conflitos e práticas eficazes que facilitaram ou dificultaram a aprendizagem dos professores. O estudo conclui que a colaboração entre professores, plataformas de codificação utilizadas e abordagens instrucionais foram elementos chave na mediação do aprendizado (Boz_Tugba_2022_How do e…).	
Livro	Inovações Educativas V. 5 e Ensino Virtual - Equipes Capacitadas, Práticas Compartilhadas	Educação a distância, Inovações Educativas, Gestão de conhecimento	O livro apresenta práticas inovadoras na educação aberta e a distância, com foco no uso da tecnologia para otimizar o processo de ensino e aprendizagem. Discute experiências significativas aplicadas em diferentes níveis educacionais, promovendo a inovação pedagógica em diversas áreas(INOVAÇÕES EDUCATIVAS V.…).	Eliane de Fátima Rauski, Fernanda Bassani, Maria Luzia Fernandes Bertholino dos Santos
Artigo	Mapeamento das Pesquisas sobre	Robótica educacional, Ensino	O estudo apresenta um mapeamento das produções acadêmicas sobre robótica	Fernando da Costa Barbosa, Crhistiane da

	Robótica Educacional no Ensino Fundamental	fundamental, Estado da arte	educacional no Brasil, com foco no ensino fundamental. O levantamento revelou o uso de materiais livres e proprietários, destacando o desenvolvimento de projetos investigativos na área(MAPEAMENTO DAS PESQUISA…).	Fonseca Souza, Arlindo José de Souza Junior, Deive Barbosa Alves
Artigo	Metodologias Ativas na Matemática na Modalidade a Distância	Educação a Distância, Metodologias Ativas, Matemática	O estudo investiga como as metodologias ativas estão sendo utilizadas no ensino de Matemática a distância, destacando as dificuldades e os sucessos na implementação dessas práticas no ensino superior e técnico.	Elisa Netto Zanette, Natalia da Silva Jeronimo, Volmar Madeira, Paulo Cesar Antunes Lourenço Inácio, Michele Domingos Schneider
Artigo	Nivel de percepción de la robótica educativa en una universidad peruana	Robótica educacional, Competências digitais, TIC	O estudo analisa a percepção dos professores sobre robótica educativa em uma universidade peruana. A pesquisa destaca a baixa compreensão dos docentes sobre os fundamentos	Vidal Guerrero Támara, Rudecindo Albino Penadillo Lirio, Úrsula Lezameta Blas

			conceituais e pedagógicos da robótica.	
Artigo	O ensino de robótica em centros de recondicionamento de computadores: construções discursivas de desobediência tecnológica	Robótica educacional, Robótica livre, Análise do discurso, Pesquisa qualitativa	Explora como a robótica educacional e as tecnologias digitais são usadas em centros de recondicionamento de computadores no Brasil. O estudo foca na construção de práticas contra-hegemônicas e o conceito de desobediência tecnológica.	Jaqueline Ferreira Freitas Cortes de Oliveira, Alexandre Guilherme Motta Sarmento
Artigo	O *software* Atlas.ti como recurso para a análise de conteúdo: analisando a robótica no Ensino de Ciências em teses brasileiras	*Software* Atlas.ti, Análise de conteúdo, Robótica educacional, Ensino de ciências	O artigo discute a utilização do *software* Atlas.ti para análise qualitativa de teses sobre robótica educacional no ensino de ciências no Brasil. A pesquisa destaca tendências e lacunas na produção acadêmica nacional, usando a Análise de Conteúdo de Bardin para investigar epistemologias, metodologias e o público-alvo.	Silva Junior, L.A., Leão, M.B.C.
Artigo	O Uso das Novas Tecnologias na Educação Infantil para Favorecer as	Educação Infantil, Tecnologias Digitais,	Este artigo investiga o uso de Tecnologias Digitais como uma estratégia pedagógica na Educação Infantil, destacando	Biaggi, Lopes, Silva, Conrado, Oliveira

	Habilidades de Professores e Alunos Nesse Novo Tempo Digital	Protagonismo Infantil, Prática Pedagógica	como essas ferramentas podem estimular o desenvolvimento de habilidades tecnológicas em crianças e melhorar as práticas docentes.	

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

7.5- APÊNDICE E – Gráficos de barras de resíduos da regressão

Este apêndice traz os histogramas de resíduos obtidos nas análises de regressão realizadas com os dados coletados. Os gráficos permitem avaliar visualmente a distribuição dos resíduos e a qualidade dos ajustes dos modelos, sendo uma etapa importante para validar as interpretações estatísticas apresentadas nos resultados.

7.5.1- Gráfico de barras de resíduos

Os histogramas de resíduos (Figura 21) avaliam visualmente a qualidade dos modelos de regressão, representando a distribuição das diferenças entre valores observados e preditos (resíduos).

Principais achados: a amplitude dos resíduos varia entre -0,3 e 0,3 em todos os modelos. A distribuição na forma de sino centrada em zero, sugerindo normalidade (ausência de *outliers* significativos).

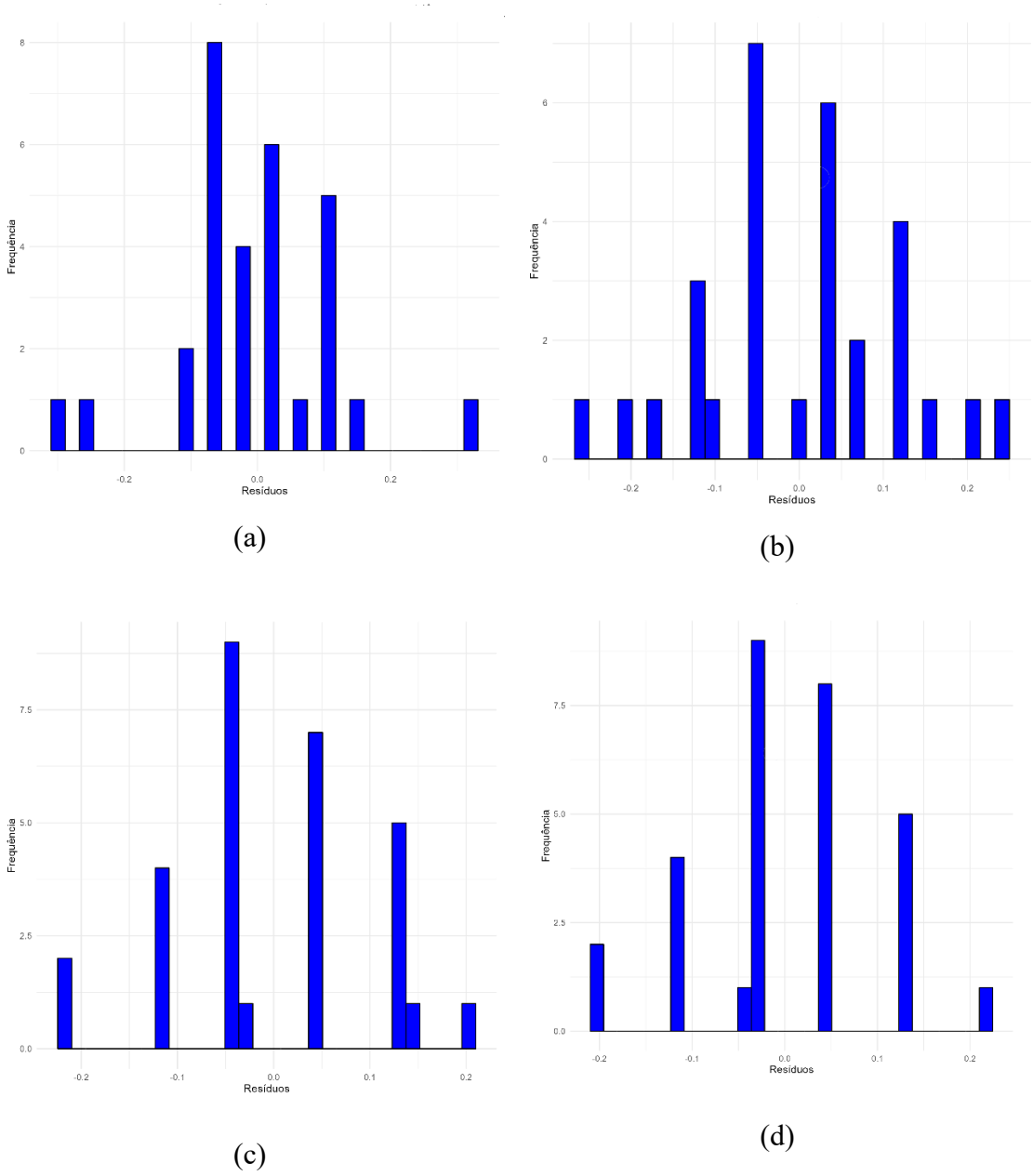


Figura 16 – Gráfico de resíduos (Dataset 1). (a) Hipotenusa (b) Catetos (c)Trigonometria (d) Triângulo

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

7.6- APÊNDICE F – Gráficos de dispersão com regressão ajustada (*Dataset* 1)

Aqui são apresentados os gráficos de dispersão com regressão ajustada para o *Dataset* 1, ilustrando as relações entre as variáveis analisadas. As figuras destacam as tendências lineares, intervalos de confiança e dispersão dos dados, oferecendo uma visualização complementar às análises numéricas descritas nos capítulos anteriores.

7.6.1- Análise geral

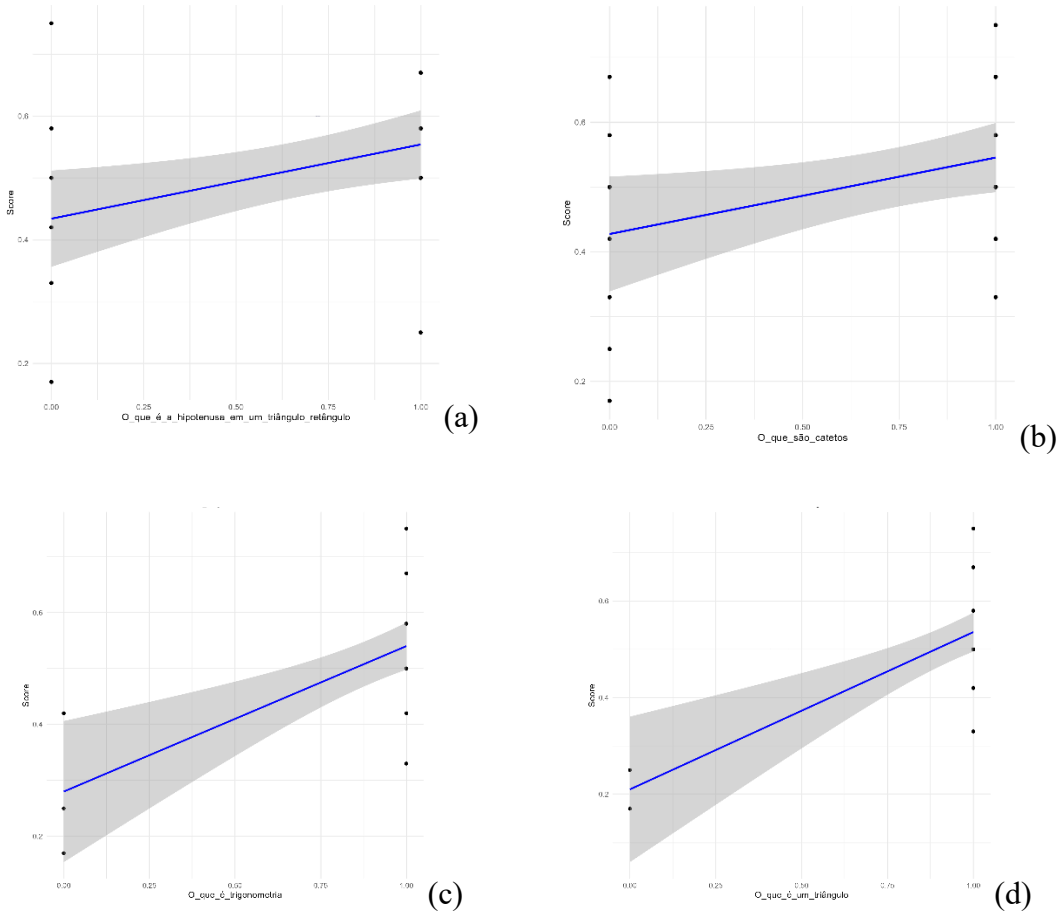
Os gráficos de dispersão (Gráfico 2) ilustram a relação positiva entre o conhecimento prévio dos estudantes e o *score*, com:

Linha azul: Tendência linear (equação no canto de cada gráfico).

Área cinza: Intervalo de confiança de 95%. Quanto mais estreita, maior a precisão.

Pontos dispersos: Ajuste do modelo aos dados observados.

Gráfico 2 - Gráficos de dispersão para o Dataset 1 (a) Hipotenusa (r = 0.437) (b) Catetos (r = 0.404) (c) Trigonometria (r = 0.604) (d) Triângulo (r = 0.629



Fonte: Dados da pesquisa (2023).