CEFET/RJ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

ANÁLISE COMPARATIVA DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE POR REJEIÇÃO ATIVA DE DISTÚRBIOS NA ESTABILIZAÇÃO DE UM MECANISMO *BALL-AND-WHEEL*

Lúcio Mascarenhas Fernandes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre.

Orientadores:
Josiel Alves Gouvêa, D.Sc.
Alessandro Rosa Lopes Zachi, D.Sc.

Rio de Janeiro,

Novembro de 2025

ANÁLISE COMPARATIVA DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE POR REJEIÇÃO ATIVA DE DISTÚRBIOS NA ESTABILIZAÇÃO DE UM MECANISMO *BALL-AND-WHEEL*

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre.

Lúcio Mascarenhas Fernandes

Aprovada por:

Documento assinado digitalmente
gov.br
JOSIEL ALVES GOUVEA
Data: 05/11/2025 16:13:56-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Presidente, Prof. Josiel Alves Gouvêa, D.Sc. (CEFET/RJ, Orientador)

Documento assinado digitalmente
gov.br
ALESSANDRO ROSA LOPES ZACHI
Data: 06/11/2025 18:19:53-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Alessandro Rosa Lopes Zachi, D.Sc. (CEFET/RJ, Coorientador)

Documento assinado digitalmente
gov.br
LEANDRO MARQUES SAMYN
Data: 06/11/2025 18:32:18-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Leandro Samyn, D.Sc. (CEFET/RJ)

Documento assinado digitalmente
ICP-Edu
Antonio Carlos Valdiero
Data: 08/11/2025 09:36:30-0300
CPF: ***.227.377-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Prof. Antonio Carlos Valdiero, D.Sc. (UFSC)

Rio de Janeiro,

Novembro de 2025

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

F363 Fernandes, Lúcio Mascarenhas
Analise comparativa de estratégias de controle por rejeição ativa de distúrbios na estabilização de um mecanismo ball-and-wheel / Lúcio Mascarenhas Fernandes. — 2025.
112f. : il. color. , enc.

Dissertação (Mestrado) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2025.
Bibliografia : f. 107-112
Orientador: Josiel Alves Gouvea
Coorientador: Alessandro Rosa Lopes Zachi

1. Sistemas de controle inteligente. 2. Programação orientada a objetos (Computação). 3. Controle automático. 4. Sistemas lineares de controle. I. Gouvêa, Josiel Alves. (Orient.). II. Zachi, Alessandro Rosa Lopes. (Coorient.). III. Título.

CDD 006.33

Elaborada pela bibliotecária Tania Mello – CRB/7 nº 5507/04

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha esposa Karen Suelen, pela dedicação, suporte e carinho durante esta trajetória e ao meu filho José Luiz, que com sua alegria contagiante me deu forças para concluir este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço à Deus por ter me dado uma família, que sempre me apoiou, me incetivou e me guiou para sempre trilhar o caminho do bem. Agradeço à minha mãe, Edicléa Mascarenhas, pelo carinho e por sempre me motivar a estudar e buscar conhecimento. Agradeço ao meu pai, José Fernandes, pelos exemplos de dedicação, força e fé. Agradeço aos meus avós, Cléa e Edson, por terem dedicado seu tempo e energia na minha educação durante a minha infância e adolescência. Agradeço à minha esposa, Karen Suelen, pela compreensão e apoio durante esta trajetória, ao meu filho José Luiz, que com sua alegria contagiante, deixou meus dias mais alegres e me deu força para continuar neste caminho.

Agradeço aos meus orientadores, Josue Gouvêa e Alessandro Zachi, que além das orientações técnicas para esta pesquisa, foram compreensíveis nos momentos desafiadores. Por último, agradeço à Instituição CEFET/RJ pela excelência de ensino e por ser um baluarte da ciência do nosso país. Assim seja.

RESUMO

ANÁLISE COMPARATIVA DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE POR REJEIÇÃO ATIVA DE DISTÚRBIOS NA ESTABILIZAÇÃO DE UM MECANISMO *BALL-AND-WHEEL*

Lúcio Mascarenhas Fernandes

Orientadores:

Josiel Alves Gouvêa, D.Sc.
Alessandro Rosa Lopes Zachi, D.Sc.

Resumo da Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca CEFET/RJ como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de mestre.

Neste trabalho é discutida a aplicação do método de Controle com Rejeição Ativa de Distúrbios, *Active Disturbance Rejection Control (ADRC)*, em um sistema não linear *ball-and-wheel*. O método proposto possui como principal característica o uso de um Observador de Estado Estendido, *Extended State Observer (ESO)*, para estimar as variáveis não mensuráveis da planta. Contudo, a aplicação da metodologia ADRC padrão necessita conhecer o valor exato do ganho de controle do sistema, que é difícil de mensurar em casos de incertezas paramétricas. Serão apresentadas duas estratégias derivadas do método convencional, conhecidas como MP-ADRC e ADRC Variante, as quais possuem como proposta principal serem mais flexíveis ao valor do ganho de controle. Deste modo, serão demonstradas aplicações desses dois métodos no sistema *ball-and-wheel* e proposta uma estratégia híbrida que combina ambas as abordagens. Serão avaliados índices de performance de controle dos métodos propostos e realizadas comparações entre eles por meio de simulações realizadas no ambiente computacional *Simulink* do *software* MATLAB. Por fim, resultados experimentais serão discutidos através de dados coletados em um protótipo desenvolvido em laboratório.

Palavras-chave:
Método ADRC, controle robusto, estabilização dinâmica.

Rio de Janeiro,

Novembro de 2025

ABSTRACT

ANÁLISE COMPARATIVA DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE POR REJEIÇÃO ATIVA DE DISTÚRBIOS NA ESTABILIZAÇÃO DE UM MECANISMO *BALL-AND-WHEEL*

Lúcio Mascarenhas Fernandes

Advisors:

Josiel Alves Gouvêa, D.Sc.
Alessandro Rosa Lopes Zachi, D.Sc.

Abstract of dissertation submitted to Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca CEFET/RJ, as partial fulfillment of the requirements for the degree of master.

This work discusses the application of the Active Disturbance Rejection Control (ADRC) method to a nonlinear ball-and-wheel system. The proposed methodology is characterized primarily by the use of an Extended State Observer (ESO) to estimate the non-measurable variables of the plant. However, the implementation of the standard ADRC methodology requires knowledge of the exact control gain value, which is difficult to determine in the presence of parametric uncertainties. Two strategies derived from the conventional method are presented, namely MP-ADRC and Variant ADRC, which are designed to provide greater flexibility regarding the control gain value. Thus, the application of these two methods to the ball-and-wheel system is demonstrated, and a hybrid strategy combining both approaches is proposed. Control performance indices of the proposed methods are evaluated, and comparative analyses are conducted through computational simulations in the MATLAB/Simulink environment. Finally, experimental results obtained from data collected using a laboratory prototype are discussed.

Key-words:
ADRC method, robust control, dynamic stabilization.

Rio de Janeiro,

Novembro de 2025

Sumário

I Introdução **1**

1 Motivação 2

2 Formulação do problema 2

3 Objetivo do trabalho 2

4 Metodologia 3

5 Organização do texto 3

6 Revisão Bibliográfica 4

II O método ADRC **7**

1 O método ADRC padrão 7

1.1 Análise de estabilidade e convergência 10

2 O método MP-ADRC 12

2.1 Análise de estabilidade e convergência 14

3 O método ADRC Variante 19

3.1 Análise de estabilidade e convergência 20

4 Proposta e formulação da combinação entre as estratégias ADRC-MP e ADRC Variante 25

III Aplicação do método ADRC em um sistema mecânico do tipo *ball and wheel* **33**

1 Modelagem matemática 33

2 Aplicação dos métodos ADRC 37

2.1 Implementação do método ADRC MP 37

2.2 Implementação do método ADRC Variante 42

2.3 Implementação do método ADRC Híbrido 44

IV Resultados de simulação e ensaios experimentais **51**

1 Escolha das constantes de projeto 51

2 Simulação Computacional 55

2.1 Análise da robustez em relação a variação no ganho de controle 59

2.2 Análise da robustez em relação a presença de ruídos 77

V Resultados Experimentais **87**

1 Discretização do sistema 87

2 Componentes do mecanismo 93

3 Processamento do controle - *software* 97

4 Resultados experimentais e discussões 97

VI Conclusões e Trabalhos Futuros **104**

1 Sugestões para Trabalhos Futuros 106

Referências Bibliográficas 107

Lista de Figuras

I.1 Estrutura ADCR três componentes - TD, NLSEF e ESO 5

II.1 Diagrama do método MP-ADRC 13
II.2 Diagrama de blocos MP-ADRC, com equação de $\dot{u}$ em função do erro e 17
II.3 Diagrama de blocos das funções de y^* e g 18
II.4 Diagrama de blocos da proposta ADRC Variante 20
II.5 Diagrama de Blocos ADRC Híbrido 26
II.6 Estrutura do *ESO* ADRC Híbrido 30
II.7 Diagrama de Blocos ADRC Híbrido II 30
II.8 Diagrama de Blocos ADRC Híbrido III 31

III.1 Sistema *Ball and Wheel* 34
III.2 Dinâmica completa do sistema *Ball and wheel* 36
III.3 Dinâmica do ângulo da bola detalhada 37
III.4 Diagrama de blocos da implementação **ADRC MP** 38
III.5 Diagrama de blocos da implementação ESO-Controlador **ADRC MP** 40
III.6 Diagrama de blocos do sistema em malha fechada **ADRC MP** 41
III.7 Diagrama de blocos da implementação do **ADRC Variante** 42
III.8 Diagrama de blocos da implementação ESO-Controlador **ADRC Variante** 43
III.9 Diagrama de blocos do sistema em malha fechada **ADRC Variante** 44
III.10 Diagrama de blocos da implementação do **ADRC Híbrido** 45
III.11 Diagrama de blocos da implementação ESO-Controlador **ADRC Híbrido** 46
III.12 Diagrama de blocos do sistema em malha fechada **ADRC Híbrido** 47
III.13 Diagrama de blocos da implementação ESO-Controlador **ADRC Híbrido II** 48
III.14 Diagrama de blocos do sistema em malha fechada **ADRC Híbrido II** 49
III.15 Diagrama de blocos da implementação ESO-Controlador **ADRC Híbrido III** 49
III.16 Diagrama de blocos do sistema em malha fechada **ADRC Híbrido III** 50

IV.1 Diagrama de blocos do sistema em malha fechada 51
IV.2 Diagrama de blocos com as funções $P(s)$ e $Q(s)$ 52

IV.3 Método ADRC MP **(a)** Gráfico do lugar das raízes de $Q(s)$ **(b)** Curva de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$. 53
IV.4 Método ADRC Variante **(a)** Gráfico do lugar das raízes de $Q(s)$ **(b)** Curva de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$. 53
IV.5 Método ADRC Híbrido **(a)** Gráfico do lugar das raízes de $Q(s)$ **(b)** Curva de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$. 54
IV.6 Método ADRC Híbrido II **(a)** Gráfico do lugar das raízes de $Q(s)$ **(b)** Curva de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$. 54
IV.7 Método ADRC Híbrido III **(a)** Gráfico do lugar das raízes de $Q(s)$ **(b)** Curva de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$. 54
IV.8 Comparação entre as curvas obtidas do ângulo da bola θ_1 para os métodos ADRC 57
IV.9 Comparação da tensão de controle gerada pelos métodos ADRC 58

IV.10Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,4b$. 61
IV.11Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,6b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,6b$. 61
IV.12Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,8b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,8b$. 62
IV.13Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 2b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 2b$. 62
IV.14Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 3b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 3b$. 62
IV.15Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 4b$. 63
IV.16Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,4b$ 64
IV.17Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,6b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,6b$ 65
IV.18Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,8b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,8b$ 65
IV.19Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 2b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 2b$ 65
IV.20Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 3b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 3b$ 66
IV.21Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 4b$ 66
IV.22Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,4b$ 68
IV.23Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,6b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,6b$ 68
IV.24Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,8b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,8b$ 68
IV.25Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 2b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 2b$ 69
IV.26Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 3b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 3b$ 69
IV.27Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 4b$ 69
IV.28Método ADRC Híbrido II **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,4b$ 71

IV.41Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-2} para o método ADRC MP **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 79
IV.42Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-2} para o método ADRC Variante **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 79
IV.43Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-2} para o método ADRC Híbrido **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 79
IV.44Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-2} para o método ADRC Híbrido II **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 80
IV.45Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-2} para o método ADRC Híbrido III **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 80
IV.46Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-1} para o método ADRC MP **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 81
IV.47Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-1} para o método ADRC Variante **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 81
IV.48Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-1} para o método ADRC Híbrido **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 81
IV.49Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-1} para o método ADRC Híbrido II **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 82
IV.50Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-1} para o método ADRC Híbrido III **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 82
IV.51Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{0} para o método ADRC MP **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 83
IV.52Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{0} para o método ADRC Variante **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 84
IV.53Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{0} para o método ADRC Híbrido **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 84
IV.54Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{0} para o método ADRC Híbrido II **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 84
IV.55Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{0} para o método ADRC Híbrido III **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 85

V.1 Protótipo experimental do mecanismo *ball and wheel* 87

V.2 Comparação entre as respostas contínuas e discretas do ADRC MP **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 92
V.3 Comparação entre as respostas contínuas e discretas do ADRC Variante **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 92
V.4 Comparação entre as respostas contínuas e discretas do ADRC Híbrido **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 92
V.5 Comparação entre as respostas contínuas e discretas do ADRC Híbrido II **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 93
V.6 Comparação entre as respostas contínuas e discretas do ADRC Híbrido III **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m 93
V.7 Diagrama dos componentes do sistema 94
V.8 Câmera para aquisição de imagem 95
V.9 Rastreamento do ângulo realizado pelo pacote de visão computacional do Processing 95
V.10 *Driver* para o controle da velocidade e do sentido de rotação do motor 96
V.11 Microcontrolador ESP 8266 para o processamento e envio do sinal de controle 96
V.12 Esquema do fluxo de sinais entre os componentes do sistema 97
V.13 Resultado Experimental ADRC MP, taxa de amostragem de 1 ms 98
V.14 Resultado Experimental ADRC MP, taxa de amostragem de 17 ms 99
V.15 Resultado Experimental ADRC Variante, taxa de amostragem de 17 ms 99
V.16 Resultado Experimental ADRC Híbrido, taxa de amostragem de 17 ms 100
V.17 Resultado Experimental ADRC Híbrido II, taxa de amostragem de 17 ms 100
V.18 Resultado Experimental ADRC Híbrido III, taxa de amostragem de 17 ms 101
V.19 Comparação entre resultado contínuo e discreto, para uma taxa de amostragem de 17 ms 103

Lista de Tabelas

IV.1 Constantes físicas do sistema Ball and Wheel 56

IV.2 Valores das constantes do sistema *Ball and Wheel* 56

IV.3 Parâmetros dos métodos ADRC 57

IV.4 Critérios de desempenho dos controladores ADRC para θ_1 58

IV.5 Critérios de desempenho dos controladores ADRC para V_m 58

IV.6 Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC MP para θ_1 63

IV.7 Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC MP para V_m 64

IV.8 Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Variante para θ_1 67

IV.9 Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Variante para V_m 67

IV.10 Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle ADRC Híbrido para θ_1 70

IV.11 Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Híbrido para V_m 70

IV.12 Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Híbrido II para θ_1 73

IV.13 Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Híbrido II para V_m 73

IV.14 Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Híbrido III para θ_1 76

IV.15 Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Híbrido III para V_m 76

IV.16 Índices de desempenho baseados no erro sem a presença de ruído 78

IV.17 Índices de desempenho baseados no erro com a presença de ruído com fator de 10^{-1} 82

IV.18 Variação dos valores dos índices de desempenho para os métodos ADRC comparados com a condição sem ruído 83

IV.19Variação dos valores dos índices de desempenho para os métodos ADRC comparados com a condição sem ruído 85
IV.20Variação dos valores dos índices de desempenho para os métodos ADRC comparados com a condição sem ruído 85

V.1 Comparação dos métodos ADRC 101
V.2 Análise estatística dos métodos ADRC 102

Lista de Abreviações

ADRC	Active Disturbance Rejection Control	1
BIBO	Boundary Input Boundary Output	88
DC	Direct Current	97
ESO	Extended State Observer	3
FPS	Frame Per Second	98
IAE	Integral Of Absolute Error	77
ISE	Integral Of Squared Error	77
ITAE	Integral Of Time-weighted Absolute Error	77
ITSE	Integral Of Time-weighted Squared Error	77
LADRC	Linear Active Disturbance Rejection Control	7
MP ADRC	Modified Plant Active Disturbance Rejection Control	2
NLSEF	Nonlinear State Error Feedback	5
PWM	Pulse Width Modulation	94
SLD	Semiplano Lateral Direito	4
TD	Tracking Differentiator	5

Capítulo I Introdução

A ocorrência de incertezas paramétricas na modelagem de sistemas dinâmicos é um desafio nos projetos de controle. Quando o controlador é executado com poucas informações sobre o modelo matemático da planta, é necessário haver uma garantia acerca da robustez, para que não haja perda de estabilidade em malha fechada. O método de Controle com Rejeição Ativa de Distúrbios (*Active Disturbance Rejection Control - Active Disturbance Rejection Control (ADRC))*, proposto por Han [Han, 1998], apresenta uma solução interessante para o problema de controle de sistemas com modelo matemático incerto. Sua implementação é simples do ponto de vista estrutural, pois é formado por um estimador de estados (ou observador de estados) estendido, que alimenta uma lei de controle por realimentação de estados parametrizada na forma padrão. Suas propriedades de robustez e de convergência em malha fechada já foram demonstradas em diversos trabalhos [Zhang and Li, 2022; Madoński et al., 2015; Huang and Zheng, 2016; Zachi et al., 2019; Teixeira et al., 2021].

O método ADRC tem sido aplicado como uma solução de controle promissora em muitos campos, como estabilização de giroscópios MEMS [Zheng et al., 2009], controle de veículos subatuados para rastreamento de trajetória [Xia et al., 2016], levitação magnética [Wei et al., 2019], controle de desacoplamento de distúrbios [Zheng et al., 2009], estabilização de nível em um problema de quatro tanques conectados [Huang et al., 2017], controle de freio ABS [Teixeira et al., 2021] e controle de sistemas robóticos [Xiang et al., 2018]. Além disso, existem exemplos da aplicação do método ADRC no contexto industrial, por exemplo no trabalho de [Zheng et al., 2011], cuja variante do método é aplicada no controle de um motor de indução, em [Madoński et al., 2015], onde é utilizada uma solução de otimização combinada com o método ADRC para determinar o valor aproximado para o ganho de controle do sistema e em [Wu et al., 2017], que mostra a aplicação do método ADRC junto com um algoritmo de controle preditivo generalizado para lidar com sistemas dinâmicos com atraso.

Conforme mencionado anteriormente, além de ser uma solução para compensar as incertezas paramétricas do sistema, a técnica ADRC também possui a capacidade de lidar com dinâmicas não modeladas e distúrbios externos. Neste contexto, muitas estratégias de variantes ADRC têm sido abordadas na literatura para resolver este problema, com garantia de estabilidade e propriedades de convergência em malha fechada [Gao et al., 2001; Madoński et al., 2015; Zuo et al., 2018; Wu

et al., 2018; Xia et al., 2018; Meng et al., 2019; Wei et al., 2019; Patelski and Dutkiewicz, 2020].

1 Motivação

No caso do sistema *Ball-and-Wheel*, alguns trabalhos utilizam o método de linearização por realimentação [Ho et al., 2009; Yazdi Mirmokhalesouni and Yazdanpanah, 2015; Pezhman et al., 2020],que mostra-se bastante preciso quando o modelo matemático do sistema e os valores dos seus parâmetros dinâmicos são perfeitamente conhecidos. Contudo, quando ocorrem incertezas paramétricas e erros na modelagem, o desempenho em malha fechada pode ser afetado de forma negativa, podendo levar até à instabilidade. Em [Neves et al., 2020], os autores aplicam o método de controle por modos deslizantes por se tratar de uma técnica robusta a erros na modelagem. Contudo, o esquema proposto pelos autores envolve uma implementação complexa envolvendo a combinação de outras estratégias, como linearização por realimentação, adaptação de parâmetros e controle PD.

Para atingir o objetivo de controle formulado, este trabalho descreve o projeto de uma lei de controle utilizando as extensões do método ADRC, conhecidos como (Modified Plant Active Disturbance Rejection Control (MP ADRC)) [Zachi et al., 2019] e ADRC variante [Gouvêa et al., 2023]. Além disso, é proposto um terceiro método que combina os dois anteriores. Os métodos são comparados entre si através dos resultados de simulações numéricas considerando índices de desempenho, como o tempo de estabilização, esforço do sinal de controle, rejeição de distúrbios e robustez às incertezas dos parâmetros do sistema.

2 Formulação do problema

Nesta dissertação, considera-se o problema de controle e estabilização de um mecanismo conhecido como bola-sobre-roda, ou *ball-and-wheel* do termo em inglês como é mais conhecido [Pezhman et al., 2020]. O sistema é constituído por uma roda giratória que mantém contato com uma bola, a qual se desloca livremente sobre a circunferência da roda. O centro da roda é conectado ao eixo de um motor de corrente contínua, responsável por girar a mesma e equilibrar a bola sobre a roda. O objetivo da estabilização consiste em manter a bola na posição vertical, com o centro alinhado com o centro da roda.

3 Objetivo do trabalho

O objetivo geral desta dissertação é propor uma combinação entre as estratégia MP-ADRC e Variante ADRC, apresentadas em Zachi et al. [2019] e Gouvêa et al. [2023], respectivamente. Serão analisados a robustez em relação aos parâmetros incertos do sistema e aos distúrbios externos,

através de simulações numéricas. Para atender ao objetivo geral, são propostos os seguintes objetivos específicos:

• Apresentar as equações dinâmicas do sistema *ball and wheel*;

• Descrever os procedimentos de projeto e análise dos métodos MP-ADRC e Variante ADRC e, posteriormente, a combinação entre eles;

• Realizar simulações numéricas, comparando os desempenhos individuais do MP-ADRC e Variante ADRC com a combinação poposta.

4 Metodologia

A metodologia utilizada nesta dissertação consistiu no estudo da estabilidade e comparação de desempenho entre diferentes estratégias de controladores com rejeição ativa de distúrbios. Cada método foi analisado separadamente quanto à formulação matemática, estrutura e estabilidade. Posteriormente, realizaram-se simulações computacionais no *software* SIMULINK/MATLAB, aplicando-se uma pertubação de 0,08 *rad* no sistema e avaliando-se o tempo de acomodação, valor máximo e variância. Para garantir a justa comparação, os parâmetros foram ajustados para gerar esforços semelhantes em todos os métodos. Para avaliar a robustez às incertezas internas e distúrbios externos, simulou-se para cada método variações no ganho de controle e inclusão de um ruído branco na entrada do sistema, respectivamente. Elaborou-se um modelo discreto para cada controlador com a finalidade de implementação do controle em um mecanismo experimental, com o intuito de obter resultados experimentais para cada estratégia. Utilizou-se o microcontrolador ESP8266 para a execução da lógica de controle e o ângulo da bola em relação à roda foi medido através de uma ferramenta de visão computacional do *software Processing* com o auxílio de uma câmera para aquisição de imagem.

5 Organização do texto

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica dos métodos de controle estudados, que são ADRC padrão, MP-ADRC, ADRC Variante e da combinação entre os dois últimos, denominada como método Híbrido. Como base para a fundamentação teórica foram abordados a formulação matemática, a estrutura do Observador de Estado Estendido (Extended State Observer (ESO)) e a análise de estabilidade de cada método ADRC estudado. Posteriormente o Capítulo 3 desenvolve as equações dinâmicas do sistema *Ball-and-Wheel* e realiza a aplicação dos métodos ADRC neste modelo. Em sequência o Capítulo 4 reporta as simulações computacionais realizadas para comparar a performance dos métodos propostos, incluindo a análise de robustez às variações dos parâmetros internos e aos distúrbios externos de cada estratégia. O Capítulo 5 detalha os componentes que constituem o modelo experimental do mecanismo *Ball-and-Wheel* e o processo de discretização

do modelo contínuo para aplicação no microcontrolador e apresenta os resultados experimentais obtidos. Finalizando o Capítulo 6 apresenta as conclusões geradas pela pesquisa e propõe sugestões para trabalhos futuros.

6 Revisão Bibliográfica

Foram revisados diversos trabalhos publicados entre os anos de 2020 e 2023 para a construção desta revisão bibliográfica, com o intuito de mostrar a relevância do método ADRC no meio acadêmico e os recentes estudos sobre este tema. O ponto em comum entre esses trabalhos é a vantagem da aplicação do método ADRC no controle de sistemas dinâmicos devido à robustez às incertezas internas, como, por exemplo, erros nos parâmetros, modelo dinâmico estruturado incorretamente e distúrbios externos. A ideia do ADRC é englobar todas as incertezas e distúrbios externos em um termo variante no tempo, denominado distúrbio generalizado, que é estimado por um Observador de Ordem Estendida (ESO)[He et al., 2019] e utilizado em uma lei de controle estabilizante. Além disso, alguns desses trabalhos propõem modificações no método [He et al., 2019; Li et al., 2023], bem como a sua combinação com outras estratégias de controle Qu et al. [2020]; Faraji et al. [2020]; Du et al. [2021]. Em [He et al., 2019] são apresentados alguns métodos de ajuste dos parâmetros do controle ADRC, salientando que o método de parametrização por largura de banda proposto por [Gao, 2003] representou um grande avanço, pois reduziu de seis para três parâmetros no sistema de segunda ordem, conforme explicado por He et al. [2019], em um sistema de segunda de ordem os seis parâmetros são representados por três ganhos do observador, o ganho de controle e dois parâmetros do controle realimentado, a parametrização proposta por [Gao, 2003] coloca os ganhos do observador em função da largura de banda do ESO e os parâmetros do sistema de controle realimentado em função da largura de banda do sistema em malha fechada. Em [Qu et al., 2020] é proposta uma combinação do método ADRC com o controle por modos deslizantes, da sigla em inglês (SMC), no controle de um motor síncrono de ímã permanente, cujo objetivo era alcançar uma resposta dinâmica rápida, através de um bom desempenho do rastreamento de corrente e uma melhor robustez à distúrbios internos do sistema. Os resultados deste trabalho mostraram que a combinação proposta apresentou resultados melhores do que os métodos convencionais, como por exemplo controle proporcional-integrativo. Em [Li et al., 2023] é proposta uma técnica que permite a aplicação do método ADRC em sistemas de fase não mínima, que são sistemas que possuem zeros da função de transferência no semiplano lateral direito (Semiplano Lateral Direito (SLD)). A maior dificuldade no controle desses sistemas é devido ao atraso de fase provocado pelo zero no SLD, que pode instabilizar o sistema em malha fechada, conforme explicado em [Mascarenhas et al., 2023]. Esta técnica consiste numa combinação do controle ADRC com um sistema de controle com aproximação dos erros de fase zero da planta controlada, que é aplicado

numa malha interna ao ADRC, reduzindo o efeito de cancelamento zero-polo, que pode levar a instabilização do sistema. A relevância do método ADRC foi atestada pela grande variedade de áreas que este método pode ser aplicado. Em [Anwar et al., 2022], o método é aplicado no controle de um motor de indução com parâmetros variáveis; em [Zrigan et al., 2023], o ADRC é aplicado em controle de uma turbina; em [Sun et al., 2021] o método é usado no controle de um sistema *pan-tilt* para os sensores de um veículo autonômo, em [Wiśniewska et al., 2023], o ADRC é utilizado na estabilização de um dispositivo conhecido como foguetes sondas (*sounding-rockets*), cujo objetivo é realizar medições em áreas da atmosfera, onde balões meteorológicos e satélites não são aplicáveis. Devido às imprecisões inerentes à montagem desses equipamentos, o método ADCR é usado para compensar as incertezas na modelagem deste sistema. Finalmente em [Faraji et al., 2020] a estratégia ADRC é usado no sistema de controle do tratamento da doença de Parkinson, mostrando a relevância deste método em áreas como medicina e bioengenharia. Segundo este trabalho, a aplicação do método ADRC reduziu os efeitos colaterais do tratamento por estimulação cerebral através de campos elétricos, que consistem em ansiedade, agressividade, apatia, contrações musculares, entre outros. Além disto, neste trabalho o método ADRC é aplicado junto com um modelo de aprendizagem de máquina, mostrando a versatilidade da proposta. Nos trabalhos [Faraji et al., 2020; Li et al., 2023] é mostrado a estrutura do controle ADRC dividida em três componentes: *tracking differentiator* (Tracking Differentiator (TD)), *extended state observer* (ESO) e *nonlinear state error feedback* (Nonlinear State Error Feedback (NLSEF)), conforme pode ser visto na figura I.1.

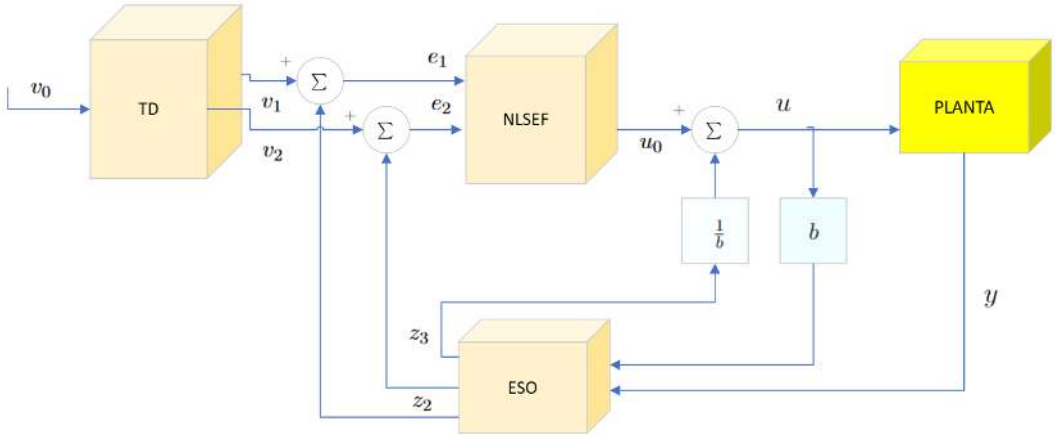


Figura I.1: Estrutura ADCR três componentes - TD, NLSEF e ESO

Conforme descrito em [Faraji et al., 2020], o componente TD é projetado para remover os ruídos do sinal de entrada, o ESO é a parte principal do ADRC, usado para estimar os distúrbios do sistema e possui como entradas a saída da planta y e a variável de controle u, os detalhes da estrutura e as

equações do ESO serão abordadas no capítulo 2 deste trabalho, o NLSEF realiza uma combinação dos erros das entradas do sistema com os valores estimados pelo ESO através de uma função não-linear para criar a variável de controle u_0. A estrutura do ADRC apresentado na figura I.1 mostra a necessidade do conhecimento do ganho de controle b, que será descrito no Capítulo 2. Entretanto, esta necessidade evidencia um diferencial entre as publicações recentes, usadas como referências na revisão bibliográfica e o presente trabalho, cujo um dos pontos de avaliação é a robustez do sistema proposto à variação do ganho de controle b, tema pouco abordado na literatura atual, porém de extrema importância, pois exemplifica uma situação real em que o ganho de controle é incerto devido a variação dos parâmetros internos dos sistemas.

Capítulo II O método ADRC

Este capítulo apresenta a análise de três métodos ADRC distintos. Primeiramente, será demonstrado o ADCR padrão, também conhecido como ADRC linear (Linear Active Disturbance Rejection Control (LADRC)), que representa a base conceitual do método. Posteriormente, serão apresentados os métodos MP-ADRC e o ADRC Variante, estas duas estratégias compõem o foco principal desta dissertação de mestrado. Os pontos de análise dos três métodos serão fundamentados na formulação matemática, na estrutura do *ESO* e na análise de estabilidade.

1 O método ADRC padrão

Em [Zachi et al., 2019], é mostrado a estrutura do método ADRC padrão, para uma classe geral de sistemas dinâmicos de ordem n, descritos por:

$$\begin{aligned} y^{(n)} &= f(Y, d(t), h(t)) + bu(t), \\ Y(t) &= [y, \dot{y}, ..., y^{(n-1)}]^T, \end{aligned} \tag{II.1}$$

sendo $y(t) \in \mathbb{R}$ a variável de saída, $u(t) \in \mathbb{R}$ a variável de entrada, $d(t) \in \mathbb{R}$ os distúrbios externos, $Y \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estados do sistema, $b \in \mathbb{R}$ uma constante, denominada *ganho de controle*, $h(t) \in \mathbb{R}$ as não-linearidades do sistema e $y^{(n)}$ a derivada de ordem n, em função do tempo, de $y(t)$. A função $f(Y, d(t), h(t))$ em (II.1) é denominada na literatura como *distúrbio total*. Com o intuito de simplificar, será representada como $f(t)$.

O objetivo é projetar um controlador em malha fechada que garanta que a saída $y(t)$ rastreie uma trajetória limitada e desejada $y(t)^*$. Representando o erro de rastreamento como

$$e(t) = y(t) - y^*(t) \tag{II.2}$$

e assumindo que todos os sinais e coefiecientes da planta estão acessíveis e $f(t)$ conhecido, uma lei

de controle por realimentação de estados que resolve o problema de rastreamento é:

$$\begin{aligned} &u(t) = u^*(t) = \tfrac{1}{b}[-\lambda^T \sigma_p + y^{*^{(n)}}], \\ &\lambda = [1, \lambda_{n-1}, ..., \lambda_0]^T, \\ &\sigma_p = [f(t), e^{(n-1)}, ..., \dot{e}, e]^T \,, \end{aligned} \tag{II.3}$$

na qual as constantes reais $\lambda_{n-1}, ..., \lambda_0$ são coefiecientes do polinômio estável descrito por:

$$(s+q)^n = s^n + \lambda_{n-1} s^{(n-1)} + ... + \lambda_0 \,, \tag{II.4}$$

sendo $q > 0$. Portanto, na situação ideal de $f(t)$ conhecido, a dinâmica da malha fechada seria exponencialmente estável e governada por:

$$e^n + \sum_{k=0}^{(n-1)} \lambda_k e^{(k)} = 0. \tag{II.5}$$

Entretanto, em aplicações gerais, o termo distúrbio total $f(t)$ pode conter coeficientes incertos, distúrbios externos, sinais não-mensuráveis ou dinâmicas não-modeladas da planta. Nesses casos, a lei de controle (II.3) não pode ser computada diretamente. Portanto, na estratégia ADRC é proposta a utilização de um observador de estados extendido (ESO) para estimar o termo $f(t)$. O procedimento básico para definir o vetor espaço de estados da planta é incluir $f(t)$ como uma variável de estado:

$$X(t) = \begin{bmatrix} Y(t) \\ f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \\ f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \\ X_{n+1} \end{bmatrix} . \tag{II.6}$$

$$- \bar{k}_{12} \frac{K_m^2}{R_a} \dot{\theta}_2 + \bar{k}_{11} sen(\theta_1) \tag{II.7}$$

Assumindo que $f(t)$ é diferenciável, a representação da planta no espaço de estado pode ser descrita

por

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{A} X + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\Gamma} \dot{f}(t), \\ y &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{C} X.\end{aligned} \tag{II.8}$$

Relembrando a condição para observabilidade [Ogata et al., 2010], uma representação (A, C) será observável se e somente se a sua matriz de observabilidade descrita por

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C^T & \vdots & A^T C^T & \vdots & \dots & \vdots & (A^T)^{n-1} C^T \end{bmatrix} \tag{II.9}$$

for não singular. Portanto, avaliando as matrizes A e C da representação no espaço de estados em (II.8), independente da ordem do sistema, verifica-se que a matriz de observabilidade será sempre idêntica à matriz identidade, caracterizada por elementos unitários na diagonal principal e zeros nos demais elementos. Esta característica assegura que a matriz de observabilidade possua o posto máximo (igual à ordem do sistema) e que todas as colunas sejam linearmente independentes entre si, garantindo assim a observabilidade. Assim, todas as variáveis de estado podem ser estimadas, incluindo o distúrbio total $f(t)$.

Assumindo que o ganho de controle b é conhecido, é possível estruturar o ESO de ordem completa, para a representação (II.8), como

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} = A\hat{X} + Bu + \bar{L}e_y \\ \hat{y} = C\hat{X}, \end{cases} \tag{II.10}$$

onde $\hat{X} \in \mathbb{R}^{(n+1)}$ representa a estimação do vetor de estados X, $e_y = (y - \hat{y})$ é o erro de estimação da saída e $\bar{L} = [\bar{L}_1, \bar{L}_2, ..., \bar{L}_{n+1}] \in \mathbb{R}$ é o vetor dos ganhos ajustáveis do observador, que podem ser calculados por

$$\det\left[sI - (A - \bar{L}C)\right] = (s + \omega_0)^{(n+1)}, \tag{II.11}$$

onde ω_0 é um parâmetro de projeto do ESO. Este método de projeto do vetor $\bar{L}$ através do polinômio $(s + \omega_0)^n$ é descrito em Gao [2003], onde o valor para ω_0 é um termo de compromisso entre uma resposta mais rápida do observador e o nível de ruído.

Portanto, uma versão realizável da lei de controle de realimentação de estados da equação (II.3)

pode ser implementada utilizando as variáveis de estados estimadas:

$$\begin{aligned} &u(t) = \left(\tfrac{1}{b}\right)\left[-\lambda^T\hat{\sigma} + y^{*^{(n)}}\right], \\ &\lambda = [1, \lambda_{(n-1)}, \ldots, \lambda_0], \\ &\hat{\sigma} = [\hat{X}_{n+1}, (\hat{X}_n - y^{*^{(n)}}), \ldots, (\hat{X}_1 - y^*)]^T . \end{aligned} \tag{II.12}$$

1.1 Análise de estabilidade e convergência

Conforme descrito em [Zachi et al., 2019], a avaliação da estabilidade e convergência do ESO é estruturada definindo, primeiramente, o vetor de estados do erro de estimação como

$$e_x = \begin{bmatrix} e_{x1} \\ e_{x2} \\ \vdots \\ e_{x(n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y - \hat{X}_1 \\ \dot{y} - \hat{X}_2 \\ \vdots \\ f(t) - \hat{X}_{(n+1)} \end{bmatrix} . \tag{II.13}$$

Através das equações (II.8) e (II.10), a dinâmica em malha fechada do erro de estimação é representada por

$$\begin{aligned} &\dot{e}_x = \underbrace{(A - LC)}_{\bar{A}} e_x + \bar{B}\dot{f}(t), \\ &e_y = \bar{C}e_x, \\ &\bar{B} = \begin{bmatrix} 0, & \ldots, & 0, & 1 \end{bmatrix}^T . \end{aligned} \tag{II.14}$$

A dinâmica do erro de rastreamento é obtida substituindo a lei de controle (II.12) no sistema (II.1) e manipulando $\hat{X}$ da equação (II.12), obtendo

$$e^n + \sum_{k=0}^{(n-1)} \lambda_k e^{(k)} = \lambda^T e_x \,, \tag{II.15}$$

que, no espaço de estados, pode ser representada por

$$\dot{e}_p = A_e e_p + \lambda^T e_x \,, \tag{II.16}$$

onde $e_p = [e, \dot{e}, \ddot{e}, ..., e^{(n)}]^T$ e

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & \ldots & -\lambda_{(n-1)} \end{bmatrix} . \tag{II.17}$$

Na referência [Zheng et al., 2008], são apresentadas as provas da convergência do ESO, onde é demonstrado que, para $\dot{f}$ limitado e para um instante de tempo finito $T_i > 0$, as variáveis de estados do erro de estimação e_{xi} tendem a um valor residual η_i, ou seja,

$$e_{xi}(t) \leq \eta_i, \forall t \geq T_1\,, \tag{II.18}$$

na qual

$$\eta_i = \left(\frac{l}{\omega_0^l}\right), i = 1, \ldots, (n+1) \tag{II.19}$$

com l sendo um inteiro positivo. Portanto, o conjunto residual η_i pode ser reduzido aleatoriamente aumentando-se o pólo do estimador ω_0. A demonstração completa das equações (II.18) e (II.19) é apresentada na referência [Zheng et al., 2008].

Com relação ao erro de ratreamento, note, através da equação (II.16), que a função de transferência de $\lambda^T e_x$ para $e(t)$ pode ser calculada utilizando a bem conhecida equação

$$e(s) = \left\{ \left[\begin{array}{cccc} 1, & 0, & \ldots, & 0 \end{array} \right] (sI - A_e)^{-1} \bar{B} \right\} \lambda^T e_x(s), \tag{II.20}$$

que resulta em

$$e(s) = \left[\frac{1}{(s+q)^n}\right] \lambda^T e_x(s)\,. \tag{II.21}$$

Portanto, a dinâmica do erro de saída $e(t)$ da planta (II.16) é descrita, no domínio da frequência, pelo filtro linear (II.21). Assim, utilizando a norma H_∞, o erro de saída pode ser dado por

$$\begin{array}{rl} ||e(t)||_\infty \leq & \left|\frac{1}{(s+q)^n}\right| ||\lambda^T e_x(t)||_\infty, \\ \leq & \left|\frac{1}{q^n}\right| |\lambda_0| \eta_i, \end{array} \tag{II.22}$$

pois, analisando (II.4), conclui-se que $q^n = \lambda_0$. Portanto, para um tempo finito T_2, onde $T_2 > T_1$, o estado em regime permanente do erro $e(t)$ pode ser descrito como

$$||e(t)||_\infty \leq \eta_i, \forall t \geq T_2\,, \tag{II.23}$$

que, segundo (II.18) e (II.18), pode ser reduzido à um conjunto residual de ordem $\mathcal{O}(1/\omega_0^l)$. Entretanto, conforme mostrado em [Zheng et al., 2008], o aumento na constante w_0 tende aumentar a sensibilidade ao nível de ruído do sistema, ou seja, o valor de w_0 é um termo de compromisso entre desempenho de rastreabilidade e tolerância ao ruído.

2 O método MP-ADRC

Conforme mencionado no trabalho de [Zachi et al., 2019], a estrutura do ESO, conforme as equações (II.8) e (II.11), é dependente do valor do ganho de controle b. A proposta do método ADRC *Modified Plant*, conhecido como MP-ADRC, é permitir que o controle seja independente deste valor a priori. O desenvolvimento deste método é apresentado nos trabalhos de [Zachi et al., 2019; Teixeira et al., 2021].

O termo $f(t)$, representado em (II.1), será desmembrado para facilitar a análise, como descrito por

$$y^{(n)} = \underbrace{a^T Y + g(t)}_{f(t)} + bu(t)\,, \tag{II.24}$$

na qual

$$\begin{aligned} a &= [-a_0, -a_1, \ldots, -a_{(n-1)}]^T, \\ Y(t) &= [y, \dot{y}, \ldots, y^{(n-1)}]^T, \\ g(t) &= d(t) + h(t)\,, \end{aligned} \tag{II.25}$$

$d(t)$ é o distúrbio externos e $h(t)$ engloba a dinâmica não modelada e não linearidades do sistema. Note que o vetor $a \in \mathbb{R}^n$ representa os parâmetros constantes do sistema, que podem ser positivos, negativos e nulos.

Em [Zachi et al., 2019] são consideradas três hipóteses para estruturar o método:

Hipótese 1. *O sinal de distúrbio $d(t)$ e a função não-linear $h(t)$ são limitadas e possuem a primeira derivada limitada para $\forall t$:*

$$H > |h(t)|,\ D > |d(t)|,\ \bar{H} > |\dot{h}(t)|,\ \bar{D} > |\dot{d}(t)|\,, \tag{II.26}$$

onde H, D, $\bar{H}$ e $\bar{D}$ são constantes.

Hipótese 2. *Os parâmetros da planta $a_0, a_1, ..., a_{n+1}$ são incertos, entretanto são limitados por um valor positivo $a_M > 0 \in \mathbb{R}$:*

$$a_M > |a_i|,\ i = 0, \ldots, n-1\,. \tag{II.27}$$

Hipótese 3. *O ganho de controle b é incerto, porém possui um sinal conhecido e seu módulo é limitado inferiormente por uma constante $b_m > 0$:*

$$b_m < |b|, b_m > 0 \in \mathbb{R}\,. \tag{II.28}$$

Hipótese 4. *A trajetória de referência $y^*(t)$ e as suas derivadas são funções limitadas $\forall t$.*

A principal ideia proposta pelo método MP-ADRC é realizar uma mudança estrutural no sis-

tema original. Esta mudança consiste em incluir, em série com a saída da planta, uma constante de valor ajustável β e, em paralelo, um filtro estável

$$Q_0(s) = \frac{s}{(s+\gamma)^n}\,, \tag{II.29}$$

como mostrado na Figura II.1. A constante $\gamma \in \mathbb{R}$ é escolhida de tal modo que o polinômio

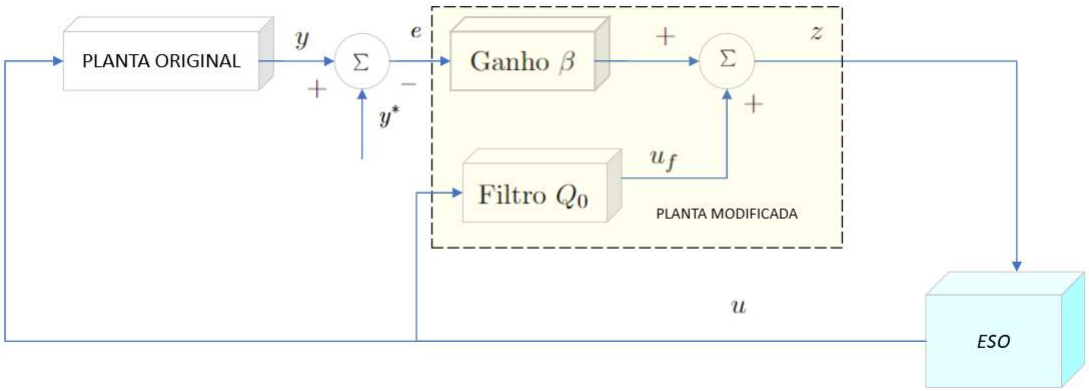


Figura II.1: Diagrama do método MP-ADRC

$(s+\gamma)^n = s^n + a_{(n-1)}s^{(n-1)} + ... + a_0$ seja estável. À partir da Figura II.1, pode-se concluir que:

$$z(t) = \beta e(t) + u_f(t)\,, \tag{II.30}$$

$$e(t) = y(t) - y^*(t)\,, \tag{II.31}$$

$$u_f^n = -\alpha^T \sigma_u + \dot{u}\,, \tag{II.32}$$

nas quais

$$\alpha = [\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_{(n-1)}]^T\,, \tag{II.33}$$

$$\sigma_u = [u_f, \dot{u_f}, \ldots, u_f^{(n-1)}]\,. \tag{II.34}$$

Diferenciando (II.30) n vezes, a dinâmica da nova saída $z(t)$, definindo $b_p = \beta b$, será dada por

$$z^{(n)} = \beta \underbrace{[\alpha^T Y + g(t) + bu(t) - y^{(n^*)}]}_{e^{(n)}} + u_f^{(n)}\,, \tag{II.35}$$

$$z^{(n)} = \beta[\alpha^T Y + g(t) + bu(t) - y^{(n^*)}] + \beta\alpha^T e_p + b_p u(t) + \dot{u}(t)\,. \tag{II.36}$$

Diferenciando u_f em (II.30),

$$u_f^{(i)} = z^{(i)} - \beta e^{(i)}, (i = 1, \ldots, n)\,. \tag{II.37}$$

Portanto, substituindo (II.37) em (II.36) e utilizando (II.15) e (II.33), as seguintes equações são obtidas:

$$z^{(n)} + \alpha^T Z(t) = \beta[\alpha^T Y + g(t) - y^{(n^*)}] + \beta\alpha^T e_p + b_p u(t) + \dot{u}(t)\,, \tag{II.38}$$

$$Z(t) = [z, \dot{z}, \ldots, z^{(n-1)}]^T\,. \tag{II.39}$$

Utilizando o formalismo do ADRC na planta modificada (II.38), uma nova função de distúrbio generalizado $\Omega(t)$ é definida:

$$\Omega(t) = \beta[\alpha^T Y + g(t) - y^{(n)^*}] + \beta\alpha^T e_p + b_p u(t)\,. \tag{II.40}$$

Substituindo (II.40) em (II.38), obtém-se

$$z^{(n)} + \alpha^T Z(t) = \Omega(t) + \dot{u}(t)\,. \tag{II.41}$$

Comporando (II.41) com (II.1), a dinâmica foi redefinida em função da nova saída $z(t)$. O ponto mais importante nesta mudança de estrutura é que a nova entrada do controle $\dot{u}$ possui coeficiente unitário, ou seja, durante o projeto do ESO, o valor conhecido do ganho de controle b não será mais essencial, proporcionando uma vantagem comparativa do método MP-ADRC sobre o método padrão.

2.1 Análise de estabilidade e convergência

Para a análise de estabilidade e convergência, é definido um novo vetor de estados

$$\zeta(t) = [\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_{(n+1)}]^T = [z(t), \dot{z}(t), \ldots, \Omega(t)]^T\,. \tag{II.42}$$

Assumindo que $\Omega(t)$ é diferenciável, então a representação da planta no espaço de estados é

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= A_m\zeta + B_\zeta\dot{u} + \Gamma\dot{\Omega}(t), \\ z(t) &= C\zeta\,, \end{aligned} \tag{II.43}$$

na qual

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & \dots & -\alpha_{(n-1)} & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{II.44}$$

$$B_\zeta = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Assim, como assumido para (II.6), o par (A_m, C) em (II.43) é observável. Portanto, um ESO de ordem completa pode ser desenvolvido:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\zeta}} = A_m\hat{\zeta} + B_\zeta\dot{u} + Le_y \\ \hat{z} = C\hat{\zeta}\,, \end{cases} \tag{II.45}$$

onde $\hat{\zeta}(t) \in \mathbb{R}^{(n+1)}$ representa vetor de espaços estimados, $e_z = (z - \hat{z})$ é definido como o erro de estimação da saída e $L = [L_1, L_2, ..., L_{(n+1)}]^T \in \mathbb{R}^{(n+1)}$ é o vetor dos ganhos do observador, calculado usando

$$det[sI - (A_m - LC)] = (s + \omega_0)^{(n+1)}\,. \tag{II.46}$$

Definindo o erro de estimação no espaços de estado como $e_\zeta = \zeta - \hat{\zeta}$ e utilizando (II.43) e (II.45), a dinâmica do erro de estimação resultará em:

$$\begin{cases} \dot{e}_\zeta = \underbrace{(A_m - LC)}_{\bar{A_m}} e_\zeta + \Gamma\dot{\Omega}(t), \\ e_z = Ce_\zeta. \end{cases} \tag{II.47}$$

Segundo (II.41), cuja a parte homogênea ($\Omega(t) + \dot{u} \equiv 0$) é estável, se o objetivo de estimar o novo termo de distúrbio $\Omega(t)$ for alcançado, pode-se propor a lei de controle

$$\dot{u} = -\hat{\zeta}_{(n+1)}\,. \tag{II.48}$$

O foco da análise de estabilidade do método MP-ADRC em **[Zachi et al., 2019]** foi na relação entre os termos: distúrbio generalizado $\Omega(t)$, erro de estimação de estados $e_{\zeta(n+1)}$ e a frequência de banda w_0 do ESO. Considere então a equação

$$z^{(n)} + \alpha^T Z(t) = \Omega(t) - \hat{\zeta}_{n+1} = e_{\zeta_{n+1}}\,, \tag{II.49}$$

que foi obtida através da lei de controle (II.48). Considerando que a parte esquerda da equação é uma função ordinária, invariante no tempo e estável, o erro de estimação $e_{\zeta(n+1)}$ resultará numa saída $z(t)$ limitada. Portanto, as propriedades de convergência e limitação dos sinais em malha fechada serão dependentes do erro de estimação $e_{\zeta(n+1)}$. A função de transferência

$$G(s) = C_\Omega (sI - \bar{A}_m)^{-1}\Gamma\,, \tag{II.50}$$

de $\Omega(t)$ para $e_{\zeta(n+1)}$, será utilizada para verificar a influência do termo de distúrbio generalizado $\Omega(t)$ na amplitude da estimação do erro do observador. Considerando que $C_\Omega = [0, ..., 0, 1]$ para um ESO de ordem $(n+1)$, para uma planta de ordem $n = 1$, a função de transferência $G(s)$ é calculada por

$$G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (s+\gamma+L_1) & -1 \\ L_2 & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{II.51}$$

$$s^2 + (\gamma + L_1)s + L_2 = s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2, \tag{II.52}$$

obtida através das equações (II.46) e (II.50), resultando em

$$G(s) = \left[1 - \left(\frac{\omega_0^2}{(s+\omega_0)^2}\right)\right]. \tag{II.53}$$

Para uma planta de ordem $n = 2$:

$$G(s) = \left[1 - \left(\frac{\omega_0^3}{(s+\omega_0)^3}\right)\right]. \tag{II.54}$$

Portanto, é esperado que, para uma planta geral de ordem n, a função de transferência de $\Omega(t)$ para $e_{\zeta(n+1)}$ assuma a forma

$$e_{\zeta_{n+1}} = \left[1 - \left(\frac{\omega_0^{n+1}}{(s+\omega_0)^{n+1}}\right)\right]\Omega(t)\,. \tag{II.55}$$

Um ponto importante a ser mencionado é que, através da equação (II.55), o erro de estimação $e_{\zeta_{n+1}}$ pode ser reduzido aumentando-se a largura de banda w_0, que resultará no mesmo efeito de fazer o ganho equivalente de entrada/saída de $G(s)$ para próximo de zero.

À partir de (II.55), pode-se obter a função de transferência entre o termo de distúrbio generalizado $\Omega(t)$ e o espaço estimado $\hat{\zeta}_{n+1}$:

$$\hat{\zeta}_{n+1} = \underbrace{\left[\left(\frac{\omega_0}{(s+\omega_0)}\right)^{(n+1)}\right]}_{M(s)}\Omega(t)\,. \tag{II.56}$$

Seguindo o desenvolvimento de [Zachi et al., 2019], uma constante c_0 é adicionada na equação (II.56) com objetivo de analisar a estabilidade, sendo $c_0 \in]0;1[$. Então,

$$\dot{u} = -\hat{\zeta}_{(n+1)} = c_0 \Omega(t)\,. \tag{II.57}$$

De acordo com as equações (II.38), (II.40), a equação (II.57) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\dot{u} = -c_0 \beta b u(t) - c_0 \beta [a^T Y + g(t) - y^{(n)^*}] - c_0 \beta a^T e_p\,. \tag{II.58}$$

Considerando a Hipótese 3, que considera que o ganho de controle b é incerto e possui valor limitado, a estabilidade interna de (II.58) é assegurada se β for escolhido como:

$$\beta = K_0 sign(b),\ K_0 > 0 \in \mathbb{R}\,. \tag{II.59}$$

Segundo [Zachi et al., 2019], uma forma mais adequada para avaliar a estabilidade do método é representar (II.57) utilizando as equações (II.35),(II.38) e (II.40), resultando em

$$\dot{u} = -c_0 \beta (e^{(n)} + a^T e_p)\,. \tag{II.60}$$

A lei de controle (II.60) é mostrada no diagrama de blocos, representado na Figura II.2. Reformulando o diagrama com o objetivo de destacar o sinal y como saída e os sinais y^* e g como entradas, e obtido o diagrama mostrado na Figura II.3. O polinômio $P(s)$ que aparece em ambas as funções

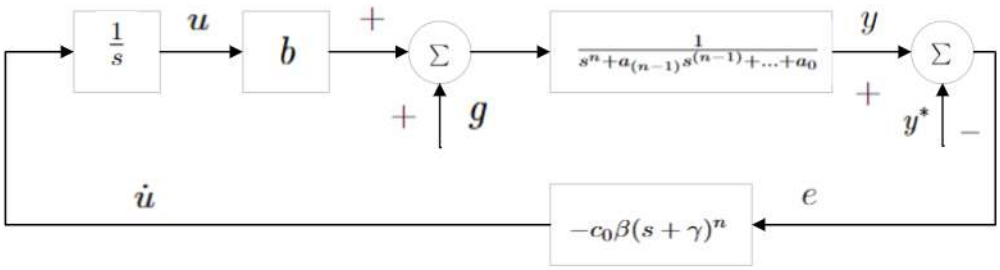


Figura II.2: Diagrama de blocos MP-ADRC, com equação de $\dot{u}$ em função do erro e

de transferência é dada por

$$P(s) = s(s^n + a_{(n-1)}s^{(n-1)} + \cdots + a_0) + c_0 \beta b (s+\gamma)^n. \tag{II.61}$$

Note que $P(s)$ possui coeficientes que são a combinação linear dos parâmetros incertos da planta

orginal a_i e dos coeficientes conhecidos γ_i do filtro Q_0, com $i = 0, ..., (n-1)$. Com o intuito de garantir a estabilidade de $P(s)$ na presença de parâmetros incertos, o termo β será escolhido conforme

$$\beta = K_0 sign(b) = \left(\frac{l_0 a_M}{b_M}\right) sign(b)\,, \tag{II.62}$$

onde $l_0 > 1$ é uma constante projetada e respeitando-se os limites de borda superior e inferior a_M e b_M, definidos nas hipóteses 2 e 3, respectivamente. Aplicando (II.62) em alguns coeficientes de $P(s)$, são obtidas as seguintes expressões:

$$c_0 \beta b + a_{(n-1)} = \left(\frac{c_0 l_0 a_M |b|}{b_m}\right) + a_{(n-1)}\,, \tag{II.63}$$

$$c_0 \beta b a_{(n-1)} + a_{(n-2)} = \left[\left(\frac{c_0 l_0 a_M |b|}{b_m}\right) a_{(n-1)}\right] + a_{(n-2)}\,, \tag{II.64}$$

$$c_0 \beta b a_0 = \left(\frac{c_0 l_0 a_M |b|}{b_m}\right) a_0. \tag{II.65}$$

Analisando (II.63), (II.64) e (II.65), os seguintes pontos são definidos:

1. o termo $b/|b_m|$ é maior que 1;
2. o termo $(a_M|b|)/b_m$ é maior que qualquer termo a_i;
3. escolhendo l_0 grande o suficiente, os produtos $c_0 \beta b \gamma_i, (i = 1, ..., (n-1))$ podem ser grandes o suficiente para sobrepor os parâmetros incertos a_i, portanto, assumindo este ponto, o polinômio $P(s)$ poderá ser reduzido à expressão

$$P(s) \simeq s^{(n+1)} + c_0 \beta b (s + \gamma)^n\,. \tag{II.66}$$

Portanto, segundo a análise de estabilidade apresentada em [Zachi et al., 2019], o método MP-ADRC é estável se a condição $c_0 \beta b >> \gamma$ for verdadeira, mostrando que é sempre possível definir um valor l_0 baseado nos limites superiores e inferiores dos parâmetros, com o objetivo de garantir

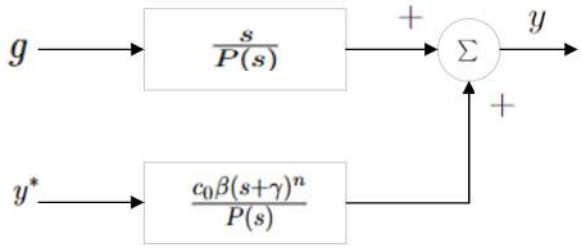


Figura II.3: Diagrama de blocos das funções de y^* e g

a estabilidade do sistema. Além disso, conforme mencionado anteriormente, a variável c_0 não interfere na estabilidade do sistema se o seu valor estiver dentro do intervalo $]0; 1[$.

3 O método ADRC Variante

O método ADRC Variante foi estruturado e desenvolvido em [Gouvêa et al., 2023]. A proposta consiste em modificar o modelo do ESO definindo o sinal de entrada como uma variável de estado adicional da planta. A principal ideia em adotar esta modificação é forçar que a lei de controle desejável seja gerada diretamente pela estimação do ESO. Segundo [Gouvêa et al., 2023], os maiores benefícios desta proposta são:

1. o ganho de controle da planta não é requisitado no projeto do ESO, logo pode ser eliminado da equação dinâmicado do estimador;

2. dado que a estimação do ESO é independente do ganho de controle da planta, a dinâmica em malha fechada tem boa robustez aos erros de modelagem e incertezas paramétrica.

Assim como abordado no MP-ADRC, as incertezas no valor do ganho de controle b podem afetar fortemente o desempenho em malha fechada dependendo da estratégia de controle utilizada. Isso pode ser um problema em certas aplicações, particularmente no controle de plantas em que o valor de b depende de constantes físicas e geométricas, como massa e momento de inércia. Portanto, o desenvolvimento de métodos de controle que são robustos às incertezas no valor de b representam um grande avanço na aplicação em sistemas reais.

No processo de estruturação do método ADRC Variante, primeiramente é feito uma mudança de variável na lei de controle u:

$$u = \left(\frac{\beta}{b}\right) v\,, \tag{II.67}$$

sendo β uma constante positiva e v uma nova variável de controle. A equação dinâmica do erro, nesta nova configuração, é descrita por

$$\ddot{e} + \lambda\dot{e} + \lambda_0 e = g + \beta v\,. \tag{II.68}$$

Adotando o procedimento padrão para a definicão do vetor de estados, as equações (II.69) a (II.73) mostram as etapas do desenvolvimento do ESO. A Figura II.4 representa o diagrama de blocos da proposta do ADRC Variante.

$$Z = [z_1, z_2, z_3]^T = [e, \dot{e}, v]^T \tag{II.69}$$

$$Z = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_m} Z + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\bar{\Lambda}} g + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\Lambda} \dot{v} \tag{II.70}$$

$$e = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C_1} \tag{II.71}$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{Z}} = A_m \hat{Z} + \Lambda \dot{v} + L \underbrace{(e - \hat{e})}_{\tilde{e}}, \\ \tilde{e} = C_1 \hat{Z} \end{cases} \tag{II.72}$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{Z}} = \underbrace{(A_m - LC_1)}_{\bar{A}_m} \tilde{Z} + \bar{\Lambda} g, \\ \tilde{e} = C_1 \tilde{Z} \end{cases} \tag{II.73}$$

Dois pontos a se destacar nas equações (II.72) e (II.73):

1. a presença do termo distúrbio g, ao invés da sua derivada $\dot{g}$;

2. o ganho de controle b não faz parte da dinâmica do estimador.

3.1 Análise de estabilidade e convergência

No trabalho apresentado em [Gouvêa et al., 2023], é realizada uma análise das características da planta do controlador e do ESO. Através da equação (II.73) são geradas as funções de transferência $M_1(s)$ e $M_3(s)$, que representam, respectivamente, as funções de transferência entre os termos distúrbio g e $\tilde{z}_1$ e g e $\tilde{z}_3$:

$$\tilde{z}_1 = M_1(s) g, \quad \tilde{z}_3 = M_3(s) g, \tag{II.74}$$

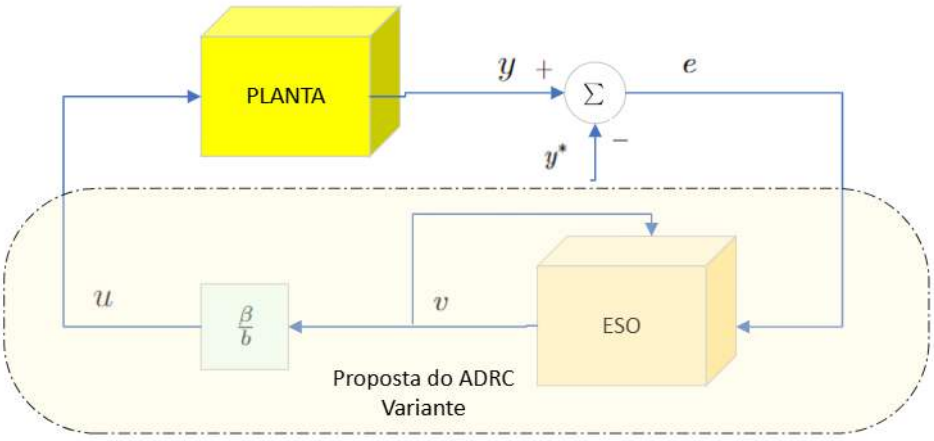


Figura II.4: Diagrama de blocos da proposta ADRC Variante

sendo

$$M_j(s) = C_j(sI - \bar{A}_m)^{-1}\overline{\Lambda}, \quad (j = 1, 3), \tag{II.75}$$

com

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{II.76}$$

Portanto, calculando $M_1(s)$ e $M_3(s)$, tem-se

$$M_1(s) = \frac{s}{D_c(s)}, \;\; M_3(s) = \frac{-L_3}{D_c(s)}\,, \tag{II.77}$$

nas quais

$$D_c(s) = \det\left[sI - \bar{A}_m\right] = s^3 + (\lambda_1 + L_1)s^2 + (\lambda_1 L_1 + \lambda_0 + L_2)s + \beta L_3\,. \tag{II.78}$$

Com base no trabalho desenvolvido por Gao [2003], o polinômio $D_c(s)$ pode ser igualado a um polinômio estável

$$(s + \omega_0)^3 = s^3 + 3\omega_0 s^2 + 3\omega_0^2 s + \omega_0^3\,. \tag{II.79}$$

Com isso, os ganhos do observador L_1, L_2 e L_3 podem ser calculados conforme as expressões

$$3\omega_0 = \lambda_1 + L_1, \;\; 3\omega_0^2 = \lambda_1 L_1 + L_2 + \lambda_0, \;\; \omega_0^3 = \beta L_3\,. \tag{II.80}$$

Através da definição do erro de estimação $\tilde{z}_3 = z_3 - \hat{z}_3 = v - \hat{v}$, conclui-se que

$$\hat{v} = v - M_3(s)g. \tag{II.81}$$

Diferenciando a equação (II.81) em função do tempo, a seguinte expressão é obtida:

$$\dot{\hat{v}} = \dot{v} - M_3(s)\dot{g}(t). \tag{II.82}$$

Expandindo o ESO presente na Equação (II.73), as equaçãoes referentes aos espaços de estado do observador $\hat{z_1}$, $\hat{z_2}$ e $\hat{z_3}$ são representadas pelas seguintes expressões:

$$\dot{\hat{z}}_1 = \hat{z}_2 + L_1\tilde{e}, \tag{II.83}$$

$$\dot{\hat{z}}_2 = -\lambda_0\hat{z}_1 - \lambda_1\hat{z}_2 + \beta\hat{z}_3 + L_2\tilde{e}, \tag{II.84}$$

$$\dot{\hat{z}}_3 = \dot{v} + L_1\tilde{e}, \tag{II.85}$$

$$\tilde{e} = z_1 - \hat{z}_1\,. \tag{II.86}$$

Através das equações (II.82) e (II.85), é obtida uma nova expressão, que relaciona a função de transferência $M_3(s)$, a derivada do termo de distúrbio $\dot{g}(t)$, o ganho do observador L_3 e o erro de estimação $\tilde{e}$. Esta expressão é representada por

$$M_3(s)\dot{g}(t) = -L_3\tilde{e}. \tag{II.87}$$

Para o cálculo do ganho DC da função de transferência $M_3(s)$, representada na equação (II.77), considera-se frequências baixas, com o termo s próximo de zero, resultando em

$$M_3(s) \approx \frac{-L_3}{\omega_0^3} = \frac{-L_3}{\beta L_3} = \frac{-1}{\beta}. \tag{II.88}$$

Utilizando a equação (II.88) na equação (II.81), obtem-se a expressão

$$v - \hat{v} \approx -\left(\frac{1}{\beta}\right) g. \tag{II.89}$$

A equação (II.89) só é válida se os termos β e L_3 forem escolhidos, ao ponto em que a maior frequência do termo de distúrbio generalizado g estiver dentro do intervalo da frequência de largura de banda da função de transferência $M_3(s)$.

Considerando a equação (II.89), caso o termo $\hat{v}$ seja nulo, a expressão se resume a $v = -\left(\frac{1}{\beta}\right) g$, que representa a lei de controle ideal. Portanto, para obte-la, o termo $\hat{v}$ deve convergir para zero. Com isso, segue-se uma proposta de controle, onde

$$\dot{v} = -K\hat{v} - L_3\tilde{e}, \quad K > 0, \tag{II.90}$$

sendo $K \in \mathbb{R}$ uma constante arbitrária de projeto. Utilizando a equação (II.90) na expressão $\dot{\hat{v}} = \dot{v} + L_3\tilde{e}$, obtém-se

$$\dot{\hat{v}} = -K\hat{v}, \tag{II.91}$$

que garante a convergência exponencial do termo $\hat{v}$ para zero e também a limitação de $\hat{v}\,\forall t$. Segundo a equação (II.72), z_3 é igual ao termo $\hat{v}$, logo a expressão $\dot{\hat{z_3}} = -K\hat{z_3}$ também convergirá o espaço de estado z_3 para zero. Portanto, desde que $\hat{z_3}$ seja configurado para zero pelo projeto, as equações (II.81) a (II.88) podem ser representadas de forma simplificada, como

$$v = M_3(s)g \approx -\left(\frac{1}{\beta}\right) g, \tag{II.92}$$

que se aproxima muito da lei de controle ideal.

Conclui-se em [Gouvêa et al., 2023], que para um equação diferencial representada em (II.1), com uma lei de controle $u = \left(\frac{\beta}{b}\right) v$ e com um ESO representado pelas equações (II.83) a (II.87).

Se as seguintes condições forem satisfeitas:

1. O termo distúrbio generalizado g é limitado.
2. O termo $K > 0$.
3. As constantes $\lambda_1, \lambda_0 > 0$ são escolhidas para satisfazer a estabilidade do polinômio $(s+\gamma)^2$.
4. β e L_3 são escolhidos para que ω_0 seja suficientemente maior frequência ω do distúrbio generalizado g.

Portanto, o sistema em malha fechada será estável, com sinais uniformemente limitados e o limite do $e(t)$ tendendo ao infinito alcançará uma região suficientemente pequena em torno de 0.

Em seguinda, [Gouvêa et al., 2023] realiza uma análise da robustez do sistema em malha fechada, em relação à incerteza na constante de controle b. Através da relação $u = \left(\frac{\beta}{b}\right) v$, nota-se que para todo valor de β, existe $\beta = \bar{c}b$, sendo $\bar{c}$ uma constante positiva. Esta situação representa o erro na constante de controle b, definido como δb. Com isso, o estimador de espaço de estados pode ser descrito como

$$\dot{\hat{Z}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & \beta_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{Z} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\bar{\Lambda}} \dot{v} + L\tilde{e}, \tag{II.93}$$

com $\beta_1 = \bar{c}b_1$ e $b_1 = b + \delta b$. Em seguida, é definida a matriz δA_m como

$$\delta A_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta\beta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{II.94}$$

Onde, $\delta\beta = \bar{c}\delta b$, tem-se que

$$\dot{\hat{Z}} = (A_m - Lc_1 + \delta A_m)\hat{Z} + \Lambda\dot{v} + Le. \tag{II.95}$$

Segundo a descrição da matriz A_m, mostrada na equação (II.70).A equação característica do estimador pode ser determinada como

$$\alpha_e = det(sI - (A_m - LC_1 + \delta A_m)). \tag{II.96}$$

Logo, tem-se que

$$\alpha_e(s) = s^3 + (L_1 + \lambda_1)s^2 + (L_2 + \lambda_0 + L_1\lambda_1)s + L_3\beta_1 = (s + \omega_0)^3, \tag{II.97}$$

$$\begin{cases} L_1 = 3\omega_0 - \lambda_1, L_2 = 3\omega_0^2 - L_1\lambda_1 - \lambda_0, \\ L_3 = \dfrac{\omega_0^3}{\beta_1} \end{cases} \tag{II.98}$$

A partir da subtração da equação (II.70) pela equação (II.95) é obtida a expressão em espaço de estados do erro do estimador, dada por

$$\dot{\tilde{Z}} = (A_m - LC_1 + \delta A_m)\tilde{Z} - \delta A_m Z + \bar{\Lambda} g, \tag{II.99}$$

ou sabendo que $\delta A_m Z = [0, \delta\beta, 0]^T v$, por

$$\dot{\tilde{Z}} = (A_m - LC_1 + \delta A_m)\tilde{Z} - \delta\bar{\Lambda}\beta v + \bar{\Lambda} g. \tag{II.100}$$

Observa-se que a lei de controle, representada pela equação (II.90), pode ser reescrita por

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -[0, 0, K]\hat{Z} + L_3 C_1 \hat{Z} - L_3 C_1 Z, \\ \dot{v} &= -[-L_3, 0, K]\hat{Z} - L_3 C_1 Z \end{aligned} . \tag{II.101}$$

Pela relação $\tilde{Z} = Z - \hat{Z}$, é possível reescrever a equação (II.101) como:

$$\dot{v} = -\underbrace{[0, 0, K]}_{\bar{K}} Z - \underbrace{[L_3, 0, -K]}_{\bar{K_1}} \tilde{Z}. \tag{II.102}$$

Revisando a equação do ESO, mostrada em (II.99) e substituindo a lei de controle (II.102) na equação (II.70). O sistema em malha fechada será descrito como

$$\begin{bmatrix} \dot{Z} \\ \dot{\tilde{Z}} \end{bmatrix} = \tilde{A}_{mb} \begin{bmatrix} Z \\ \tilde{Z} \end{bmatrix} + \bar{\Lambda}_b g, \tag{II.103}$$

$$\tilde{A}_{mb} = \begin{bmatrix} A_m - \Lambda\bar{K} & -\Lambda\bar{K}_1 \\ -\delta A_m & A_m - LC_1 + \delta A_m \end{bmatrix}, \bar{\Lambda}_b = \begin{bmatrix} \bar{\Lambda} \\ \bar{\Lambda} \end{bmatrix}. \tag{II.104}$$

Consequentemente, a função de transferência de $g \to e$ pode ser calculada por

$$e = \bar{C}_1 (sI - \bar{A}_{mb})^{-1} \bar{\Lambda}_b, \tag{II.105}$$

com $C_1 = [1, 0, 0, 0, 0, 0]$, logo tem-se que

$$e = \underbrace{\left[\frac{(s+\omega_0)^3 - L_3\beta_1}{(s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)[(s+\omega_0)^3 - L_3\delta\beta]}\right]}_{\bar{V}_b} g. \tag{II.106}$$

Entretanto, pelas equações (II.68) e (II.3), obtem-se

$$g = [\zeta(s)]e - d_1(t), \tag{II.107}$$

onde, pode-se definir

$$d_1(t) = \ddot{y}_r + a_1\dot{y}_r + a_0 y_r + d, \tag{II.108}$$

$$\zeta(s) = (\lambda_1 - a_1)s + (\lambda_0 - a_0). \tag{II.109}$$

Assim sendo, utilizando a equação (II.107) na equação (II.106), e substituindo $L_3\beta_1$ por ω_0^3, pode-se concluir que

$$\begin{aligned} e &= -\left[\frac{\bar{V}_b}{1 - \bar{V}_b(s)\zeta(s)}\right] d_1(t), \\ e &= -\underbrace{\left[\frac{(s+\omega_0)^3 - \omega_0^3}{(s+\omega_0)^3(\alpha_\gamma - \zeta) + \omega_0^3\zeta - \alpha_\gamma L_3\delta\beta}\right]}_{C_2(s)} d_1(t). \end{aligned} \tag{II.110}$$

Onde, $\alpha_\gamma(s) = (s+\gamma_1)(s+\gamma_2) = s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0$. Logo, o sistema em malha fechada só será estável se e somente se as raízes do polinômio $\bar{\alpha}(s) = (s+\omega_0)^3(\alpha_\gamma(s) - \zeta(s)) + \omega^3\zeta(s) - \alpha_\gamma L_3\bar{c}\delta b$ estiverem no semi-plano esquerdo. Definindo os ganhos do estimador para esta nova configuração como $\bar{L_1}(s)$, $\bar{L_2}(s)$ e $\bar{L_3}(s)$, tem-se que

$$\begin{aligned} \bar{L}_1(s) &= (s+\omega_0)^3(\alpha_\gamma(s) - \zeta(s)) + \omega_0^3\zeta(s), \\ \bar{L}_2(s) &= -[(s+\omega_0)^3 - \omega_0^3], \\ \bar{L}_3(s) &= -sign(\delta b)\bar{c}L_3\alpha_\gamma. \end{aligned} \tag{II.111}$$

Portanto, utilizando $|\delta b|$ como o ganho da função de transferência em malha aberta, é possível determinar o maior valor admissível de $|\delta b|$ para manter o sistema em malha fechada estável. Logo, se o limite de $|\delta b|$ é conhecido, então $\bar{c}$, γ e ω_0 podem ser escolhidos para alcançar a estabilidade do sistema em malha fechada.

4 Proposta e formulação da combinação entre as estratégias ADRC-MP e ADRC Variante

Um dos objetivos desta dissertação é desenvolver uma combinação entre o método ADRC-MP e o método ADRC Variante. A proposta desta junção consistirá em utilizar o termo Q_0, que filtra a entrada u gerando u_f, juntamente com o termo $K_0 sign(\lambda_0)$, chamado ganho β, que multiplica a saída y gerando a saída modificada z. O qual consiste a ideia do método ADRC-MP, cuja estrutura modifica a planta para obter um resultado desejado. A entrada u do sistema será uma variável de

estado assim como propõe o método ADRC Variante. Esta proposta de combinação será chamada de método ADRC Híbrido, cujo diagrama de blocos é apresentado na Figura II.5.

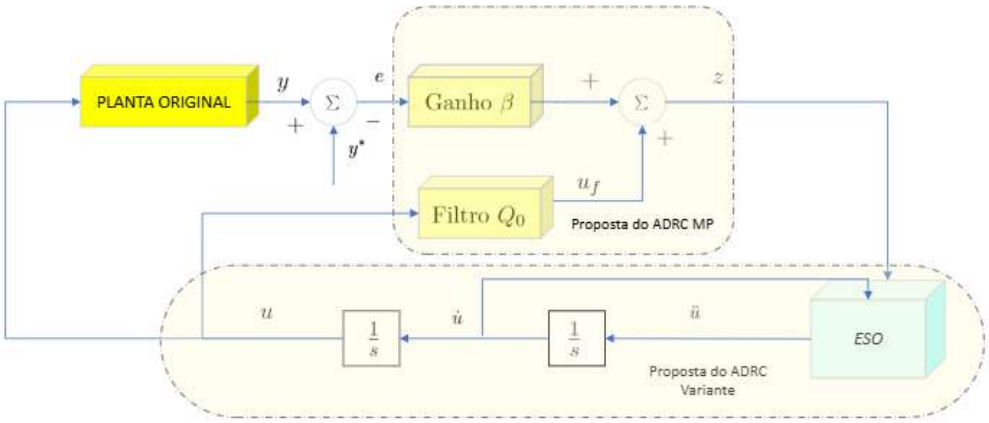


Figura II.5: Diagrama de Blocos ADRC Híbrido

Assim como demonstrado no desenvolvimento do ADRC-MP, a saída $z(t)$ gerada é descrita como

$$z(t) = \beta e(t) + u_f(t). \tag{II.112}$$

O erro $e(t)$ é a diferença entre a saída da planta original $y(t)$ e uma referência $y^*(t)$, conforme representado por

$$e(t) = y(t) - y^*(t). \tag{II.113}$$

O ESO será estruturado através do desenvolvimento da equação (II.113). Admitindo que Q_0 é um filtro de segunda ordem, dado por $Q_0 = \frac{s}{(s+\alpha)^2}$. Sendo $(s+\alpha)^2$ um polinômio estável e passando as equações (II.112) e (II.113) para o domínio da frequência, obtem-se

$$Z(s) = \beta E(s) + \frac{s}{(s+\alpha)^2} U(s). \tag{II.114}$$

Com o objetivo de encontrar uma expressão para $\ddot{e}(t)$, multiplica-se os dois lados da equação (II.114) por $(s+\alpha)^2$ e posteriormente converte-se para o domínio do tempo, obtendo a expressão

$$\ddot{z}(t) + 2\alpha\dot{z}(t) + \alpha^2 z(t) = \beta\ddot{e}(t) + 2\alpha\beta\dot{e}(t) + \alpha^2\beta e(t) + \dot{u}(t). \tag{II.115}$$

Descrevendo a equação (II.115) conforme a equação (II.41), encontra-se uma expressão para o distúrbio generalizado $\Omega(t)$, dado por

$$\Omega(t) = \beta\ddot{e}(t) + 2\alpha\beta\dot{e}(t) + \alpha^2\beta e(t), \tag{II.116}$$

possibilitando que a equação (II.115),possa ser descrita como

$$\ddot{z}(t) + 2\alpha\dot{z}(t) + \alpha^2 z(t) = \Omega(t) + \dot{u}(t). \tag{II.117}$$

Prosseguindo com a proposta de combinação entre os dois métodos. O ESO será estruturado, conforme a estratégia do método ADRC Variante, portanto o vetor de espaço extendido x, pode ser definido como

$$x = [z(t), \dot{z}(t), \dot{u}(t)]^T. \tag{II.118}$$

Representando a equação (II.117) na forma canônica controlável, obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\alpha^2 & -2\alpha & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_m} X + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\bar{\Lambda}} \Omega + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\Lambda} \ddot{u}, \\ z &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C_1} X. \end{aligned} \tag{II.119}$$

A configuração do ESO, é representado como

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} = A_m\hat{X} + \Lambda\ddot{u} + L\underbrace{(e - \hat{e})}_{\tilde{e}}, \\ \hat{e} = C_1\hat{X}. \end{cases} \tag{II.120}$$

Consequentemente, a partir das equações (II.119) e (II.120) é possível obter o erro dinâmico de estimação, representado como

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}} = \underbrace{(A_m - LC_1)}_{\bar{A}_m}\tilde{X} + \bar{\Lambda}\Omega, \\ \tilde{e} = C_1\tilde{X} \end{cases} \tag{II.121}$$

Assim como no método ADRC Variante, a equação dinâmica do erro de estimação (II.121) é independente da constante de controle b e da derivada do termo de distúrbio $\Omega(t)$. Assim como realizado na seção 3, o desenvolvimento da estrutura do ESO será feito para obter as equações dos ganhos do observador $[L_1, L_2, L_3]^T$ e dos termos do vetor $\hat{X}$, que é o estimador de X. Através da equação (II.121) será obtida a representação da função de transferência, que relaciona o erro de estimação $\tilde{X}$ com o distúrbio Ω, dado por

$$\tilde{X} = \underbrace{(sI - \bar{A}_m)^{-1}\bar{\Lambda}}_{M(s)}\Omega, \tag{II.122}$$

sendo $D_c(s)$, o determinante da matriz $M(s)$, logo $M(s)$ pode ser representada em função de $D_c(s)$, como

$$M(s) = \left[\begin{array}{ccc} \frac{s}{D_c(s)} & \frac{s(s+L_1)}{D_c(s)} & \frac{-L_3}{D_c(s)}. \end{array} \right] \tag{II.123}$$

O termo Dc(s) é dado por

$$D_c(s) = s^3 + (L_1 - 2\alpha)s^2 + (L_2 + \alpha^2 - 2\alpha L_1)s + L_3, \tag{II.124}$$

igualando este termo com o polinômio estável $(s + \omega_0)^3$, serão obtidas as relações entre os ganhos do observador,a frequência de banda ω_0 e o termo α, descritas por

$$\begin{cases} 3\omega_0 &= -2\alpha + L_1, \\ 3\omega_0^2 &= -2\alpha L_1 + L_2 + \alpha^2, \\ \omega_0^3 &= L_3. \end{cases} \tag{II.125}$$

Expandindo a equação do ESO (II.120), obtem-se os termos do estimador, definidos como

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + L_1\tilde{e}, \\ \dot{\hat{x}}_2 &= -\alpha^2\hat{x}_1 - 2\alpha\tilde{x}_2 + \tilde{x}_3 + L_2\tilde{e}, \\ \dot{\hat{x}}_3 &= \ddot{u} + L_3\tilde{e}, \\ \tilde{e} &= x_1 - \hat{x}_1 \end{cases} \tag{II.126}$$

As condições de estabilidade do sistema serão avaliadas conforme demonstrado no desenvolvimento dos métodos ADRC-MP e ADRC Variante. O objetivo é encontrar uma lei de controle conveniente, similar do método tradicional.Logo, a partir da equação (II.125), tem -se que $\dot{u}(t) \approx \Omega(t), \quad se \quad e(t) \to 0$. Pela equação (II.123), que relaciona o erro de estimação com o distúrbio generalizado, avaliando o termo $\tilde{x}_3$, tem-se

$$\begin{aligned} \tilde{x}_3 = x_3 - \hat{x}_3 = \ & \frac{-L_3}{(s+\omega_0)^3}\ \Omega, \\ \dot{u} - \hat{\dot{u}} = \ & \frac{-L_3}{(s+\omega_0)^3}\ \Omega. \end{aligned} \tag{II.127}$$

Para o cálculo do ganho em corrente contínua da expressão (II.127), considera-se um ganho em baixa frequência, com o termo $s \approx 0$. Com isso equação(II.127) fica $\dot{u} - \hat{\dot{u}} = -\Omega$. Entretanto, esta equação só será válida se o termo L_3 for escolhido de forma que a frequência mais alta da pertubação generalizada Ω esteja dentro da largura de banda da função de transferência $M_3(s)$. Assumindo que

$$\dot{\hat{x}}_3 = -K\hat{x}_3, \ K > 0, \tag{II.128}$$

o termo $\dot{\hat{x}}_3 = \ddot{u} + L_3\tilde{e}$ da equação (II.126), pode ser representado por

$$\dot{x}_3 = -K\hat{x}_3 - L_3\tilde{e}. \tag{II.129}$$

Considerando que $\dot{\hat{x}}_3 = -K\hat{x}_3$, o termo $\hat{x}_3$ convergirá exponencialmente para zero. Portanto, o ESO pode ser implementado com ordem reduzida, simplesmente anulando o espaço de estado estimado $\hat{x}_3$. Consequentemente, tendo em vista um ganho de corrente contínua, a (II.127) pode ser representada por

$$\dot{u} = \Omega, \tag{II.130}$$

que é similar a definição ideal da lei de controle, representada na equação (II.12). Logo, o sinal de controle u pode ser descrito por

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_3 &= \ddot{u} + L_3\tilde{e}, \\ \ddot{u} &= -L_3\tilde{e}, \\ u &= -L_3 \iint \tilde{e}dt. \end{aligned} \tag{II.131}$$

Segundo a análise realizada em [Gouvêa et al., 2023], se as seguintes condições forem verdadeiras:

1. O termo distúrbio generalizado Ω é limitado.
2. $K > 0$.
3. A constante $\alpha > 0$ é escolhida para satisfazer o polinômio estável $(s + \alpha)^2$.
4. L_3 é escolhido para que ω_0 seje suficientemente maior que a frequência mais alta ω do distúrbio generalizado Ω;

Então, o sistema em malha fechada será estável, com sinais uniformemente limitados e o $\lim_{t\to\infty} e(t)$ alcançará uma região suficientemente pequena próximo de zero. A figura II.6 mostra a estrutura do ESO para a proposta do método ADRC Híbrido. A parte destacada indica o espaço de estado estimado $\hat{x}_3$, que pode ser removido da estrutura, caso a equação (II.129) seja verdadeira.

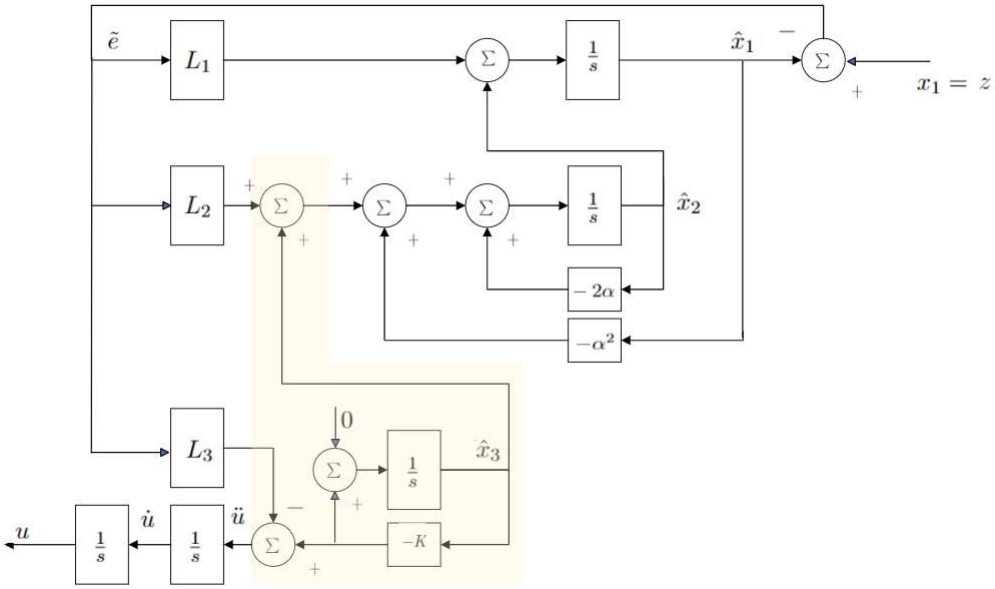


Figura II.6: Estrutura do *ESO* ADRC Híbrido

Além da proposta de desenvolvimento do método ADRC Híbrido, serão formuladas duas variantes para este método, que serão denominadas ADRC Híbrido II e ADRC Híbrido III. Nessas variantes, as saídas u do ESO serão modificadas por uma variável σ. Primeiramente, será apresentada a proposta do ADRC Híbrido II. A figura II.7 mostra a estrutura do ESO. A equação que

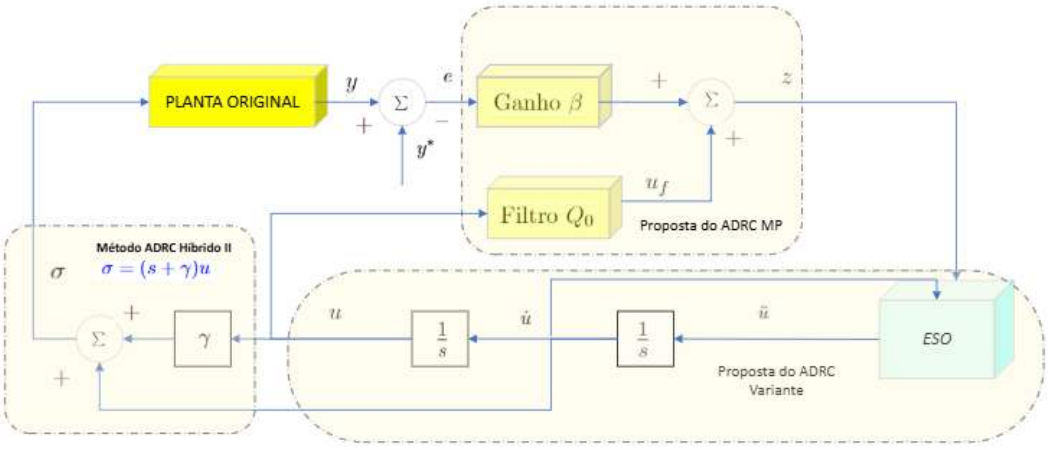


Figura II.7: Diagrama de Blocos ADRC Híbrido II

relaciona a saída u com variável σ, é dada por

$$\sigma = (s + \gamma)u, \tag{II.132}$$

sendo γ uma constante escolhida por projeto. Aplicando a equação (II.132) na equação (II.127) é

obtida a relação entre a variável σ e o termo de distúrbio generalizado Ω, representada por

$$\dot{\sigma} = \frac{-L_3(s+\gamma)}{(s+\omega_0)^3}\,\Omega \tag{II.133}$$

Em sequência a proposta de desenvolvimento dos métodos derivados do ADRC Híbrido. A figura II.8 mostra o diagrama de blocos do método ADRC Híbrido III. A equação que relaciona a saída

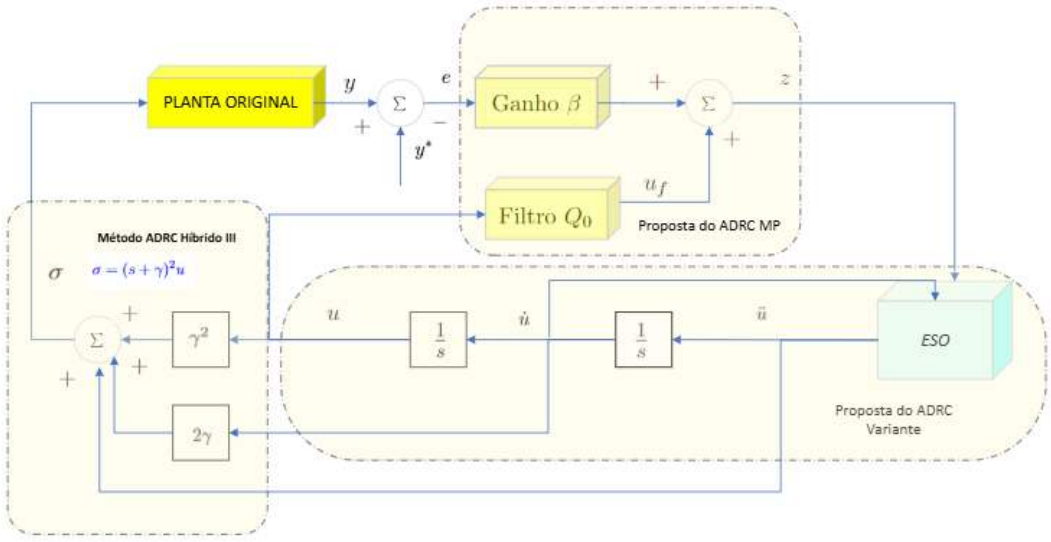


Figura II.8: Diagrama de Blocos ADRC Híbrido III

modificada σ com a saída u do ESO, é dada por

$$\dot{\sigma} = (s+\gamma)^2 u, \tag{II.134}$$

a função de transferência que relaciona a saída modificada σ com o distúrbio generalizado Ω para o método ADRC Híbrido III, pode ser definida como

$$\dot{\sigma} = \frac{-L_3(s+\gamma)^2}{(s+\omega_0)^3}\,\Omega \tag{II.135}$$

De acordo com as equações (II.133) e (II.135), observa-se que a diferença entre elas é a presença de zeros na função de transferência. O ADRC Híbrido conterá um zero em $s = -\gamma$ e o ADRC Híbrido III conterá dois zeros no mesmo ponto. Segundo [Ogata et al., 2010], a inclusão de zeros na função de transferência proporcionam alguns impactos na dinâmica do sistema, os quais podem ser citados:

1. Quando o zero está localizado no semiplano esquerdo, ou seja parte real negativa, pode melhorar a resposta transiente, aumentando a margem de fase e proporcionando que a dinâmica seja mais rápida e estável. Entretanto, quando localizado no semiplano direito, parte real positiva, a margem de fase diminui, podendo desestabilizar o sistema e possivelmente causar

um sobrepasso maior, deixando o sistema instável.

2. Dependendo do tipo de sistema, adição de zeros numa função de transferência podem reduzir ou eliminar o erro em regime permanente.

3. Caso o zero incluído possua o mesmo valor de um pólo, ele cancela os efeitos desse pólo na dinâmica do sistema.

De acordo com a observação 1 e com a dificuldade no controle de sistemas de fase não-mínima com o método ADRC, apresentado em Gouvêa et al. [2020]. A constante de projeto γ dos métodos ADRC Híbridos II e III será definida como $\gamma \in \mathbb{R} > 0$, para que os zeros adicionados na função de transferência se localizem no semiplano esquerdo. Conforme mencionado anteriormente, a presença da constante γ modifica a saída u do ESO, proporcionando um meio de ajuste no projeto para alcançar um saída desejável.

Capítulo III Aplicação do método ADRC em um sistema mecânico do tipo *ball and wheel*

Neste capítulo será apresentado o desenvolvimento do modelo matemático do sistema bola sobre rodas, mais conhecido na literuatura pelo o termo inglês *ball and wheel* Pezhman et al. [2020]. Também será demonstrado a aplicação dos métodos ADRC na estabilização deste sistema, cujo os quais são o método ADRC-MP, ADRC Variante, ADRC Híbrido e suas variações, Híbrido II e Híbrido III.

O sistema *ball and wheel* consiste em uma bola de raio r_B em contato com uma roda giratória de raio r_R, cujo eixo está acoplado a um motor de corrente contínua, com a função de girar a mesma e equilibrar a bola que se desloca livremente pela roda. Conforme ilustrado na Figura III.1, os termos O_R representa a origem do sistema de coordenadas fixo da roda, m_B representa a massa da bola, cujo valor é em quilos $[Kg]$, θ_1 representa o ângulo de deslocamento do eixo da bola em relação ao eixo Y, cujo valor é dado em radianos $[rad]$, θ_2 representa o ângulo de rotação da roda em relação ao eixo Y, cujo valor também é dado em radianos$[rad]$ e a constante g, que é a aceleração da gravidade dada em $[m/s^2]$. O objetivo do controle é atuar na variável θ_2 Pezhman et al. [2020]; Mascarenhas et al. [2022], por meio do motor de corrente contínua e alcançar a estabilidade assintótica. Segundo [Pezhman et al., 2020], a estabilidade assintótica significa atingir um equilíbrio estável e próximo de zero conforme o tempo tende ao infinito $t \to \infty$. No caso do sistema *ball and wheel* é estabilizar a bola na posição vertical $\dot{\theta}_1 = \theta_1 = 0$.

1 Modelagem matemática

De acordo com o desenvolvimento feito em [Pezhman et al., 2020] e [Ho et al., 2009], as equações dinâmicas do sistema *ball-and-wheel* são obtidas com o auxílio do formalismo de Lagrange-Euler. A equação básica é estruturada por

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right] - \frac{\partial L}{\partial q} = Q, \tag{III.1}$$

sendo $L \in \mathbb{R}$ a função de Lagrange, $q = [\theta_1; \theta_2]$ o vetor de coordenadas generalizadas do sistema e $Q = [0; \tau]^T$ o vetor de torques e forças generalizadas. A função L é definida como $L = T - V$, sendo $T \in \mathbb{R}$ a energia cinética total (Bola + Roda) e $V \in \mathbb{R}$ a energia potencial total (Bola + Roda) do

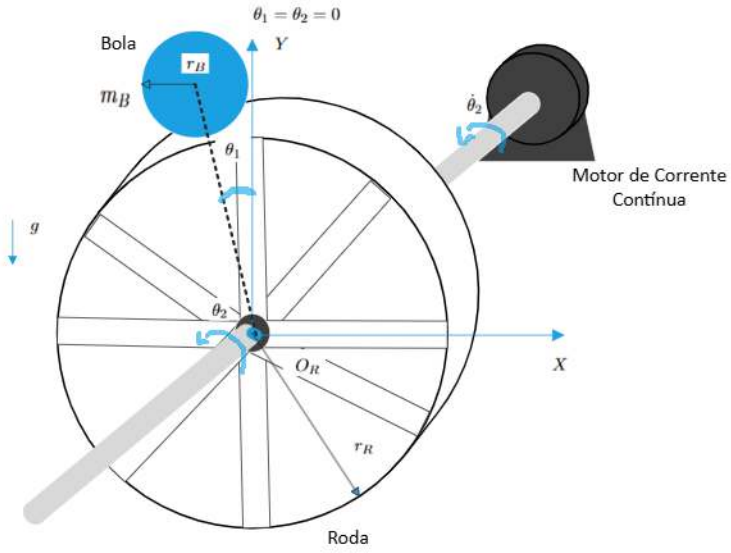


Figura III.1: Sistema *Ball and Wheel*

sistema. A partir destas definições, obtém-se as expressões

$$\begin{aligned} T_R &= \frac{1}{2} I_R \dot{\theta}_2, \\ T_B &= \frac{1}{2} m_B (r_R + r_B)^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} I_B \dot{\theta}_2^2, \\ T &= T_R + T_B, \\ V &= m_B g (r_B + r_R) cos(\theta_1). \end{aligned} \tag{III.2}$$

Os índices B e R foram usados para designar as variáveis referentes a bola e a roda respectivamente. As constantes escalares I_B e I_R representam os momentos de inércia da bola e da roda. Por meio das expressões representadas em (III.2), pode-se calcular a função L, que será dada por

$$\begin{aligned} L &= T - V, \\ L &= \frac{1}{2} I_R \dot{\theta}_2 + \frac{1}{2} m_B (r_R + r_B)^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{5} m_B (r_R \dot{\theta}_2 - r_R \dot{\theta}_1 - r_B \dot{\theta}_1)^2 - m_B g (r_B + r_R) cos(\theta_1). \end{aligned} \tag{III.3}$$

Aplicando a expressão (III.3) na equação básica de Lagrange (III.1), tem como resultado as sequintes equações dinâmicas:

$$\begin{aligned} 7(r_B + r_R)\ddot{\theta}_1 - 2 r_R \ddot{\theta}_2 - 5 g sen(\theta_1) &= 0, \\ -\frac{2}{5} r_R m_B (r_R + r_B)\ddot{\theta}_1 + \left(I_R + \frac{2}{5} r_R^2 m_B \right) \ddot{\theta}_2 &= \tau. \end{aligned} \tag{III.4}$$

O termo τ representa o torque gerado pelo motor elétrico acoplado no eixo da roda, cuja rotação equilibra a bola sobre a roda. Segundo [Pezhman et al., 2020],a relação entre o torque gerado

pelo motor elétrico $\tau \in \mathbb{R}[Nm]$ e a tensão elétrica $V_m[Volts]$ aplicada em seus terminais, pode ser representada como

$$\tau = \frac{K_m}{R_a} V_m - \frac{K_m^2}{R_a} \dot{\theta}_2, \tag{III.5}$$

cujo termo $K_m > 0 \in \mathbb{R}$ é a constante mecânica do motor e $R_a > 0 \in \mathbb{R}$ é a resistência elétrica da armadura do motor. Com o intuito de simplificar o desenvolvimento, as constantes do sistema presentes na equação (III.4) serão agrupadas conforme a seguir:

$$\begin{aligned} k_{11} &= 7(r_B + r_R) \\ k_{12} &= -2r_R \\ k_{21} &= -\frac{2}{5} r_R m_B (r_R + r_B) \\ k_{22} &= \left(I_R + \frac{2}{5} r_R^2 m_B \right) \end{aligned} \tag{III.6}$$

Portanto, utilizando os termos da equação (III.6), a equação (III.4) será reescrita como

$$\begin{aligned} k_{11}\ddot{\theta}_1 + k_{12}\ddot{\theta}_2 &= 5gsen(\theta_1), \\ k_{21}\ddot{\theta}_1 + k_{22}\ddot{\theta}_2 &= \tau. \end{aligned} \tag{III.7}$$

Convertendo a equação (III.7) em formato matricial,obtém-se

$$K\ddot{q} = h(q) + b\tau, \quad K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}, \quad \ddot{q} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad h(q) = \begin{bmatrix} 5gsen(\theta_1) \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{III.8}$$

O vetor $\ddot{q}$, que representa as acelerações angulares da bola e da roda. Com o objetivo de isolá-lo para obter as equações dinâmicas do movimento, que regem o sistema, primeiramente é necessário verificar se a matriz K (III.8) é inversível. Para isso, o determinante da matriz deve ser diferente de zero, cuja expressão é dada por

$$k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21} = [2(r_R^2 m_B) + 7I_R](r_R + r_B). \tag{III.9}$$

Os valores dos parâmetros do determinante da matriz K serão sempre positivos. Portanto, o valor númerico do determinante será sempre positivo e diferente de zero. Conclui-se que a partir da equação (III.9) a matriz K é inversível, logo pode ser obtida uma expressão em função de $\ddot{q}$ através da equação (III.8), que é representada por

$$\ddot{q} = K^{-1}h(q) + K^{-1}b\tau, \tag{III.10}$$

sendo

$$K^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} k_{22} & -k_{12} \\ -k_{21} & k_{11} \end{bmatrix}}{k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}}. \tag{III.11}$$

A partir da equação (III.10), obtém-se as equações dinâmicas:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= \underbrace{5g\left(\frac{k_{22}}{k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}}\right)}_{\bar{k}_{11}} sen(\theta_1) + \underbrace{\left(\frac{-k_{12}}{k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}}\right)}_{\bar{k}_{12}} \tau, \\ \ddot{\theta}_2 &= \underbrace{5g\left(\frac{-k_{21}}{k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}}\right)}_{\bar{k}_{21}} sen(\theta_1) + \underbrace{\left(\frac{k_{11}}{k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}}\right)}_{\bar{k}_{22}} \tau. \end{aligned} \tag{III.12}$$

Substituindo a expressão do torque τ, apresentada na equação (III.5), na equação (III.12), obtém-se

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= \bar{k}_{11} sen(\theta_1) + \bar{k}_{12}\left(\frac{K_m}{R_a}\right) V_m - \bar{k}_{12}\left(\frac{K_m^2}{R_a}\right)\dot{\theta}_2, \\ \ddot{\theta}_2 &= \bar{k}_{21} sen(\theta_1) + \bar{k}_{22}\left(\frac{K_m}{R_a}\right) V_m - \bar{k}_{22}\left(\frac{K_m^2}{R_a}\right)\dot{\theta}_2. \end{aligned} \tag{III.13}$$

Conforme detalhado em [Mascarenhas et al., 2022], por meio das expressões dinâmicas representadas na equação (III.13), é estruturado um diagrama de blocos, mostrado na Figura III.2.

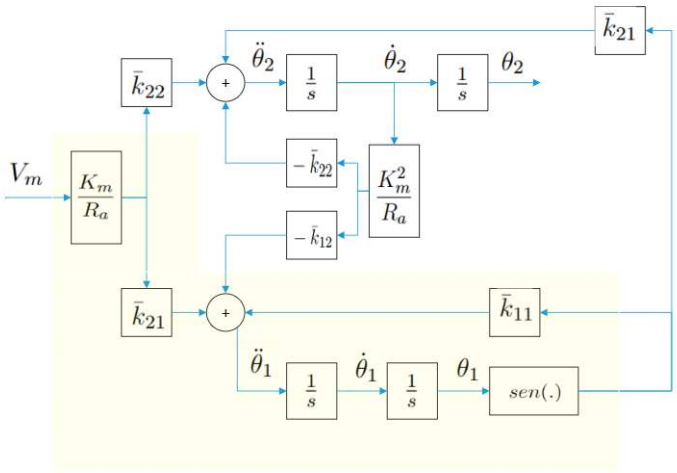


Figura III.2: Dinâmica completa do sistema *Ball and wheel*

O sinal de controle V_m, que representa a tensão aplicada no motor, precisa ter uma lei de formação adequada para forçar θ_1 a convergir para zero. O ângulo θ_2 e a velocidade angular $\dot{\theta}_2$ da roda podem assumir quaisquer valores, logo nesta situação os termos dinâmicos de θ_2 que influenciam θ_1 podem ser considerados distúrbios de entrada. Conforme ilustrado no Diagrama III.3.

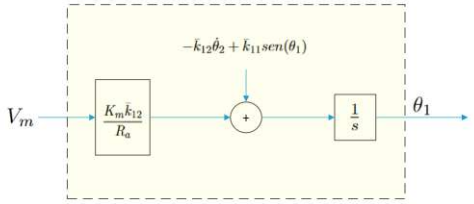


Figura III.3: Dinâmica do ângulo da bola detalhada

2 Aplicação dos métodos ADRC

Nesta seção os métodos ADRC, descritos no capítulo II, serão aplicados no sistema *ball and wheel*. Com o objetivo de atingir o equilíbrio da bola sobre a roda, que consiste na condição em que o ângulo θ_1 é igual a zero. A equação diferencial da dinâmica do movimento da bola é dada por

$$\ddot{\theta}_1 = \phi_2\dot{\theta}_2 + \phi_1 sen(\theta_1) + \phi_0 V_m, \tag{III.14}$$

os coeficientes constantes ϕ_0, ϕ_1 e ϕ_2, são definidos como

$$\phi_0 = \bar{k}_{12}\frac{K_m}{R_a} < 0, \quad \phi_1 = \bar{k}_{11} > 0, \quad \phi_2 = -\phi_0 K_m > 0. \tag{III.15}$$

Para utilização do método ADRC, conforme descrito em [Han, 1998], o termo com a derivada de maior ordem deve ser isolado dos demais termos. Nesta configuração todos os termos que não estão ligados à constante de controle, serão agrupados em um função genérica $F(t)$, denominada distúrbio generalizado. Aplicando esta configuração na equação (III.14), obtém-se

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 & = F(t) + \phi_0 V_m, \\ F(t) & = \phi_2\dot{\theta}_2 + \phi_1 sen(\theta_1). \end{cases} \tag{III.16}$$

Segundo a equação (III.16), o termo não linear $sen(\theta_1)$ está inserido na função $F(t)$, a estratégia ADRC tende a rejeitá-lo, através da estimação do ESO. Portanto, de acordo com este conceito não é necessário linearizar este termo. A constante de controle do sistema é representada por ϕ_0, pois é o termo que multiplica a entrada do sistema, que no caso é a tensão contínua V_m.

2.1 Implementação do método ADRC MP

A Figura III.4 ilustra a implementação do método ADRC-MP no sistema *ball and wheel*. A solução adotada nesta dissertação, se baseia na referência [Mascarenhas et al., 2022], que consiste no sistema ESO e controlador decomposto em dois blocos distintos. Estes dois blocos são conectados

em forma de cascata, com um deles comnposto por uma função de transferência de primeira ordem, própria e realizável, e o outro pelo ESO de ordem 2. De acordo com a condição de equilíbrio

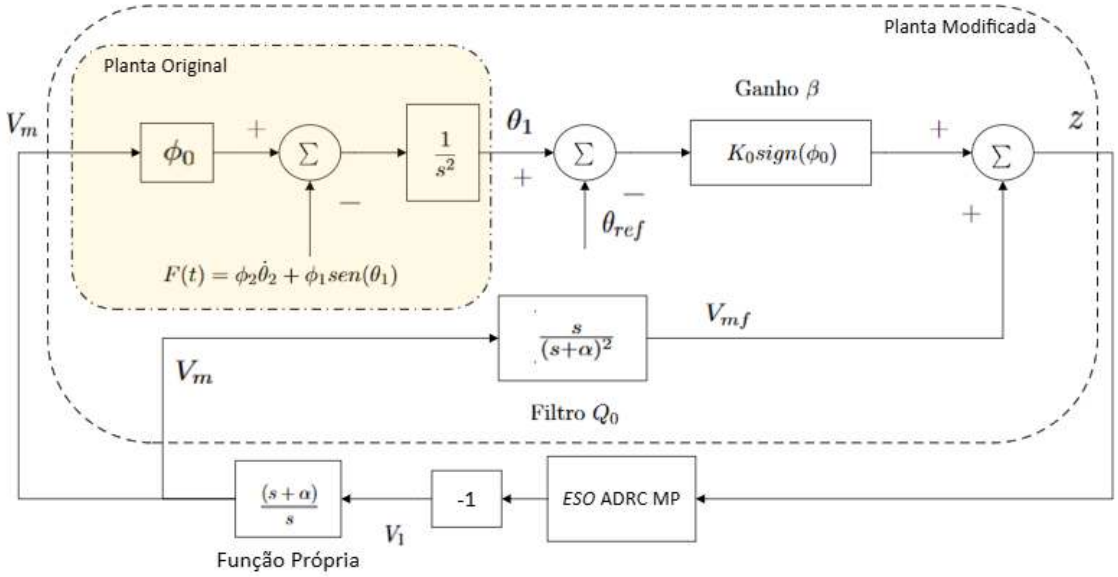


Figura III.4: Diagrama de blocos da implementação **ADRC MP**

$dot\theta_1 = \theta_1 = 0, \forall t$, que busca ser atingida. O termo θ_{ref} será igual a zero e o erro da saída da planta será o próprio θ_1. Portanto, por meio da análise da Figura III.4 é possível descrever as seguintes equações:

$$z = \beta\theta_1 + V_{mf}, \quad \ddot{V}_{mf} = -\alpha\dot{V}_{mf} - \alpha V_{mf} + \dot{V}_m, \quad \beta = K_0 sign(\phi_0)\,, \tag{III.17}$$

sendo $z \in \mathbf{R}$ o erro de saída da planta modificada, $K_0 > 0 \in \mathbf{R}$ uma constante de projeto, $V_{mf} \in \mathbf{R}$ a versão filtrada do sinal de controle V_m, e α a raíz dupla do polinômio estável $(s+\alpha)^2$. Para manter a estabilidade do sistema, a condição $\alpha > 0$ tem que ser mantida, para garantir que os pólos do filtro Q_0 fiquem no semi plano esquerdo. Representando a equação (III.17) no domínio da frequência, tem-se

$$\begin{aligned} Z(s) &= \beta\Theta_1(s) + V_{mf}(s) = \quad \beta\Theta_1(s) + \left(\tfrac{s}{(s+\alpha)^2}\right) V_m(s), \\ Z(s)(s+\alpha) &= \underbrace{\beta\Theta_1(s)(s+\alpha)}_{\Lambda(s)} + \underbrace{\left(\frac{s}{(s+\alpha)}\right) V_m(s)}_{V_1(s)}. \end{aligned} \tag{III.18}$$

O sinal de controle auxiliar é definido como $V_1(s)$, e o novo distúrbio generalizado como $\Lambda(s)$. A equação (III.18) no domínio do tempo é dada por

$$\dot{z} + \alpha z = \lambda(t) + v_1(t). \tag{III.19}$$

O ESO será estruturado a partir da equação (III.19). Escolhendo o vetor estados estendido como $Z = [z, \Lambda]^T = [Z_1, Z_2]^T$, a dinâmica da planta e do ESO na forma de matrizes de estados, serão dadas por

$$\dot{Z} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\alpha & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A} Z + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} v_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\Gamma} \dot{\Lambda}, \tag{III.20}$$

$$\dot{\hat{Z}} = \begin{bmatrix} -\alpha & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{Z} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}}_{L} e_y. \tag{III.21}$$

A equações (III.20) e (III.21) representam a planta e o ESO respectivamente. Os elementos do vetor de ganhos L serão definidos, por meio do determinante da matriz $(sI - (A - LC)$, dada por

$$[sI - (A - LC)] = \begin{bmatrix} s + \alpha + L_1 & -1 \\ L_2 & s \end{bmatrix}. \tag{III.22}$$

O determinante da matriz, representado por $D_c(s)$, será igualado a um polinômio estável, $(s+\omega_0)^2$, cuja expressão é dada por

$$\begin{aligned} D_c(s) = det[sI - (A - LC)] = s^2 + (L_1 + \alpha)s + L_2, \\ s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2 = s^2 + (L_1 + \alpha)s + L_2. \end{aligned} \tag{III.23}$$

Portanto, por meio da equação (III.23), a relação dos componentes do vetor de ganhos L com as constantes de projeto α e ω_0, é dada por

$$\begin{aligned} L_1 &= 2\omega_0 - \alpha, \\ L_2 &= \omega_0^2. \end{aligned} \tag{III.24}$$

O diagrama de blocos que inclui a planta modificada e o ESO, estruturado a partir das equações (III.21) e (III.23), é ilustrado na Figura III.5. As relações entre V_m e V_1 e entre $\hat{Z}_2$ e V_1, são descritas por

$$V_1(s) = \frac{s}{(s + \alpha)} V_m(s), \quad \hat{Z}_2 = -V_1. \tag{III.25}$$

A função de transferência entre $\Theta_1(s)$ e $V_m(s)$ pode ser desenvolvida, por meio da equação (III.25) e da análise do diagrama de blocos, ilustrado na Figura III.5. O desenvolvimento pode ser descrito como

$$e_y = z - \hat{z}_1, \tag{III.26}$$

$$\hat{Z}_2(s) = \frac{L_2}{s} E_y(s), \tag{III.27}$$

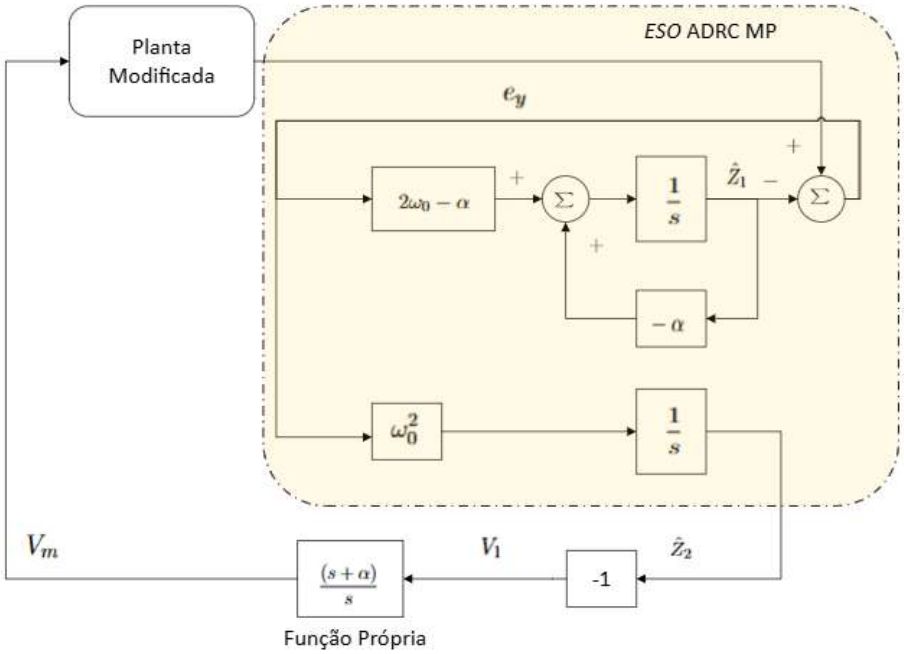


Figura III.5: Diagrama de blocos da implementação ESO-Controlador **ADRC MP**

sendo $L_2 = w_0^2$, tem-se

$$\hat{Z}_2(s) = \frac{\omega_0^2}{s} E_y(s). \tag{III.28}$$

Utilizando a equação (III.25) na equação (III.28), obtém-se

$$E_y(s) = -\frac{s^2}{\omega_0^2(s+\alpha)} V_m(s). \tag{III.29}$$

A partir da dinâmica do ESO, representada pelas matrizes de estados na equação (III.21). A relação entre $\hat{z}_1$ e $\hat{z}_2$, pode ser descrita como

$$\dot{\hat{z}}_1 = -\alpha\hat{z}_1 + \hat{z}_2 + v_1 + L_1 e_y. \tag{III.30}$$

Utilizando as equações (III.24), (III.25) e (III.29) na expressão (III.30), e convertendo posteriormente para o domínio da frequência, obtém-se o resultado

$$\hat{Z}_1(s) = -\frac{(2\omega_0 - \alpha)s^2}{\omega_0^2(s+\alpha)^2} V_m(s). \tag{III.31}$$

Retornando à equação (III.26) e aplicando as equações (III.17),(III.29) e (III.31). A função de transferência entre $\Theta_1(s)$ e $V_m(s)$, pode ser descrita por

$$\frac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = \frac{-\beta\omega_0^2(s+\alpha)^2}{s(s+\omega_0)^2}. \tag{III.32}$$

A função de transferência definida na equação (III.32), representa o ESO e o controlador do sistema

com o método ADRC-MP. O diagrama de blocos da Figura III.6 ilustra o sistema completo em malha fechada.

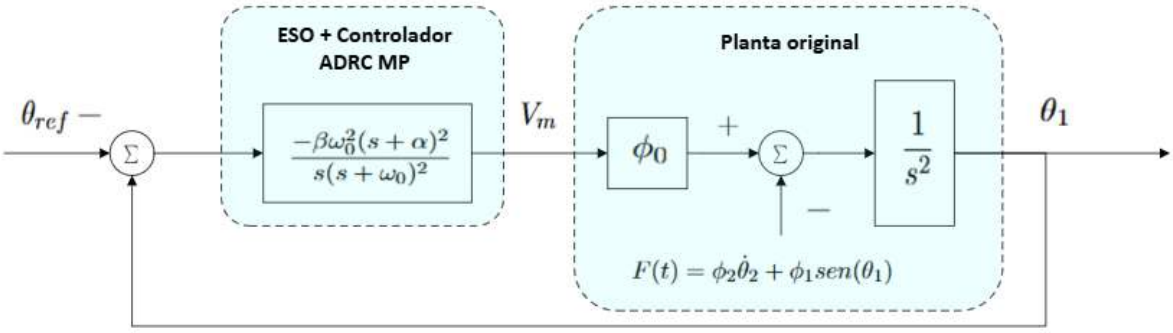


Figura III.6: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada **ADRC MP**

2.2 Implementação do método ADRC Variante

A Figura III.7 exibe a implementação do método ADRC Variante no sistema *ball and wheel*. Assim como realizado para o método ADRC MP, o ESO será estruturado com os parâmetros do sistema. Posteriormente, a função de transferência, que relaciona a tensão de entrada no motor de corrente contínua V_m e o ângulo da bola Θ_1, será calculada por meio da aplicação do método. A

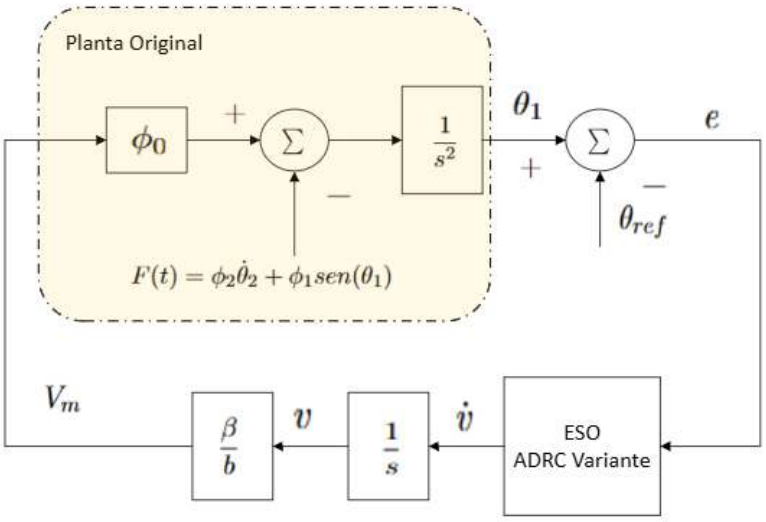


Figura III.7: Diagrama de blocos da implementação do **ADRC Variante**

partir das equações (II.68) e (II.70), a dinâmica do ESO é dada por

$$\begin{cases} \dot{\hat{Z}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{Z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{v} + L(\theta_1 - \hat{e}), \\ \hat{e} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{Z}. \end{cases} \tag{III.33}$$

Com base no desenvolvimento da dinâmica do ESO do método ADRC Variante, mostrado na seção 3 do capítulo II, e nas equações do vetor de ganho L, apresentadas em (II.83), (II.84), (II.85) e (II.87). é possível obter a estrutura interna do ESO. Esta estrutura é mostrada na Figura III.8. Utilizando o conceito apresentado nas equações (II.91) e (II.93), que caso $\dot{\hat{z}}_3 = -K\hat{z}_3$, o estado $\hat{z}_3$ convergirá para zero. Pode-se eliminar este estado do ESO. As equações dinâmicas dos estados $\hat{z}_1$ e $\hat{z}_2$ são representadas por

$$\dot{\hat{z}}_1 = \hat{z}_2 + L_1\tilde{e}, \tag{III.34}$$

$$\dot{\hat{z}}_2 = -\lambda_1\hat{z}_2 - \lambda_0\hat{z}_1 + L_2\tilde{e}. \tag{III.35}$$

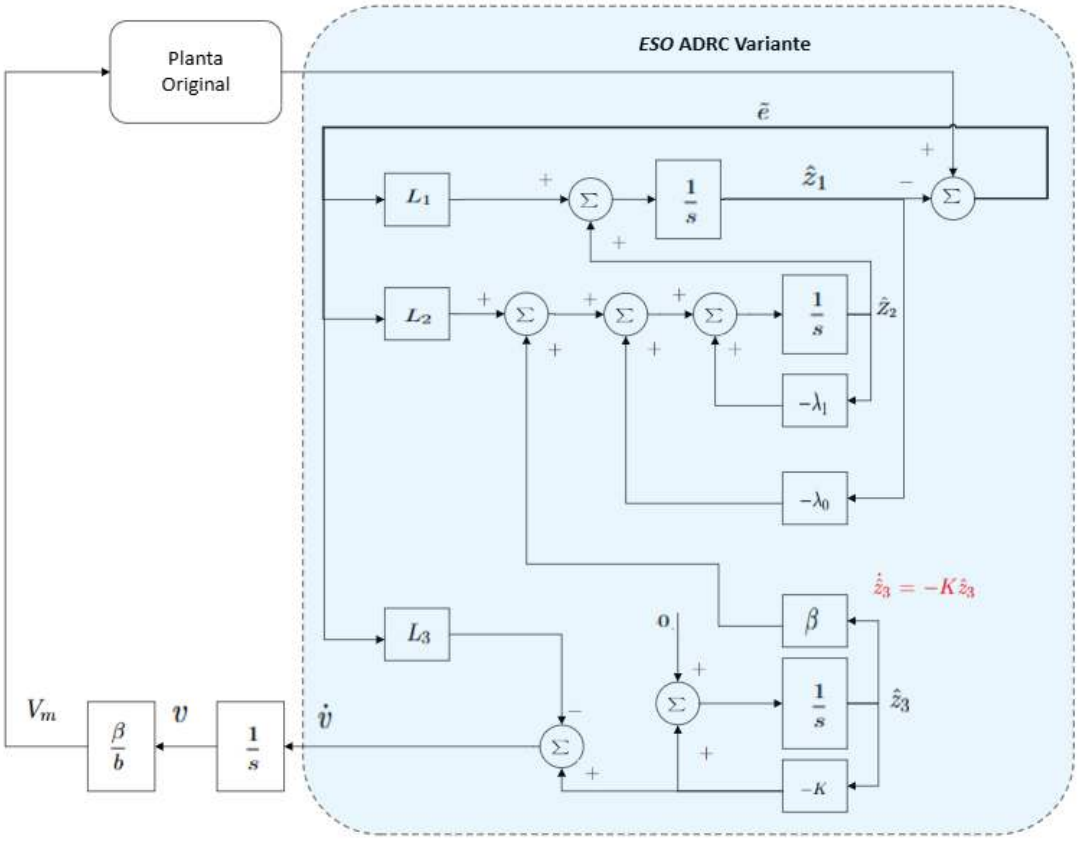


Figura III.8: Diagrama de blocos da implementação ESO-Controlador **ADRC Variante**

A equação que define o erro $\tilde{e}$, pode ser calculada analisando o ESO, representado na Figura III.8. Observa-se que o $\tilde{e}$ é a diferença entre a entrada do ESO, que é o ângulo θ_1, e o estado $\hat{z}_1$, que pode ser descrita por

$$\tilde{e} = \theta_1 - \hat{z}_1 \tag{III.36}$$

Por meio da equação (III.36) e do desenvolvimento a seguir será possível encontrar a função de transferência, que relaciona a tensão de entrada V_m com o ângulo θ_1. Primeiramente, a partir da estrutura do ESO é possível obter uma relação entre $V_m(s)$ e $\tilde{E}(s)$, que representam respectivamente a tensão de entrada e o erro no domínio da frequência, esta relação é dada por

$$V_m(s) = -\frac{\left(\frac{\beta}{b}\right) L_3 \tilde{E}(s)}{s}. \tag{III.37}$$

Em seguida, convertendo a equação (III.35) para o domínio da frequência, e aplicando a na equação (III.34), é obtida a expressão

$$\hat{Z}_1(s) = \frac{(L_1 s + \lambda_1 L_1 + L_2)\tilde{E}(s)}{(s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)}, \tag{III.38}$$

que relaciona $\hat{Z}_1(s)$ com $\tilde{E}(s)$. Na sequência, convertendo a equação (III.36) para o domínio da frequência e usando a na equação (III.38), encontra-se a expressão

$$\tilde{E}(s) = \left(\frac{s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0}{s^2 + (\lambda_1 + L_1)s + (\lambda_0 + \lambda_1 L_1 + L_2)} \right) \Theta_1(s). \tag{III.39}$$

Finalmente, aplica-se a equação (III.39) na expressão (III.37), resultando em

$$\frac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = \frac{-\left(\frac{\beta}{b}\right) L_3(s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)}{s(s^2 + (\lambda_1 + L_1)s + (\lambda_0 + \lambda_1 L_1 + L_2))}, \tag{III.40}$$

que representa a função de transferência do ESO para o método ADRC Variante. Ajustando a equação (III.40) e substituindo os ganhos do vetor L pelas expressões que contém as constantes ω_0, λ_0, λ_1 e β, definidas em (II.80). Obtém-se a expressão

$$\frac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = \frac{-\left(\frac{\omega_0^3}{b}\right)(s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)}{s^3 + 3\omega_0 s^2 + 3\omega_0^2 s}. \tag{III.41}$$

A Figura III.9 ilustra o diagrama de blocos em malha fechada da implementação do método ADRC Variante no sistema *ball and wheel*.

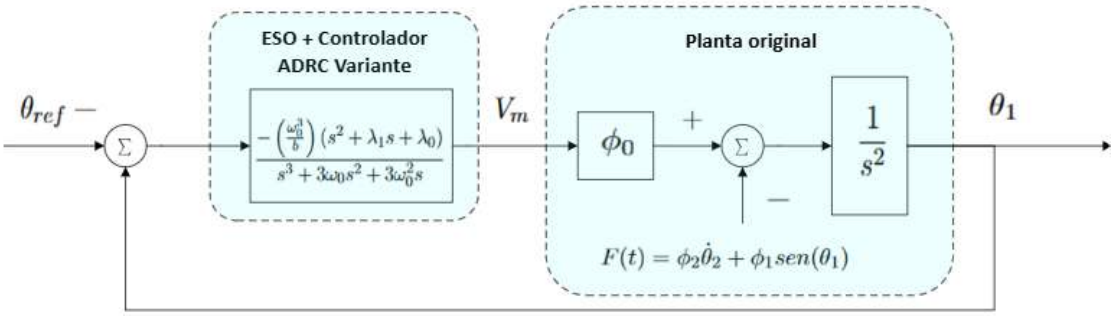


Figura III.9: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada **ADRC Variante**

2.3 Implementação do método ADRC Híbrido

As etapas do processo de implementação do método ADRC Híbrido no sistema *ball and wheel* serão semelhantes às etapas apresentadas anteriormente para os métodos ADRC-MP e Variante.Assim como feito para os outros dois métodos, será estruturado o ESO e a função de transferência que relaciona a tensão V_m com o ângulo da bola θ_1 será calculada. A Figura III.10 demonstra a aplicação do método ADRC Híbrido na dinâmica do sistema. A partir da Figura III.10, pode ser obtida a

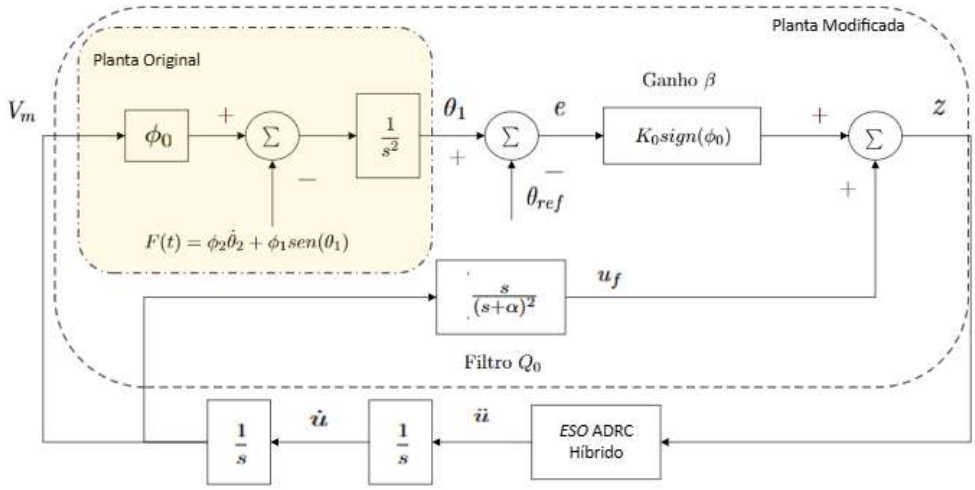


Figura III.10: Diagrama de blocos da implementação do **ADRC Híbrido**

expressão

$$z(t) = \beta\theta_1(t) + u_f(t), \tag{III.42}$$

que relaciona a saída da planta modificada, representada por $z(t)$, com o termo $u_f(t)$ e com a saída da planta $\theta_1(t)$ multiplicado pelo ganho. Esta relação com o ângulo θ_1 é possível, pois o objetivo da estabilização é igualar θ_1 a zero, logo θ_{ref} será igual a zero e erro $e(t)$ será igual ao ângulo θ_1. A estrutura do ESO é ilustrada na Figura III.11. A expressão da dinâmica do ESO é representada por

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\alpha^2 & -2\alpha & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{Z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{u} + L\underbrace{(z - \hat{z})}_{\tilde{e}} \\ \hat{z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{X}. \end{cases} \tag{III.43}$$

Para obter a função de transferência, que relaciona a tensão V_m com o ângulo da bola θ_1, são realizadas as seguintes etapas. Primeiramente a equação (III.42) é convertida para o domínio da frequência, resultando em

$$Z(s) = \beta\Theta_1(s) + \frac{s}{(s+\alpha)^2}U(s). \tag{III.44}$$

A convergência do estado $\hat{x}_3$ para zero, possibilita a eliminação deste estado. Logo, as seguintes relações podem ser estabelecidas:

$$\hat{X}_1(s) = \frac{\hat{X}_2(s)}{s} + \frac{L_1\tilde{E}(s)}{s}, \tag{III.45}$$

$$\hat{X}_2(s) = \frac{-\alpha^2\hat{X}_1(s)}{(s+2\alpha)} + \frac{L_2\tilde{E}(s)}{(s+2\alpha)}, \tag{III.46}$$

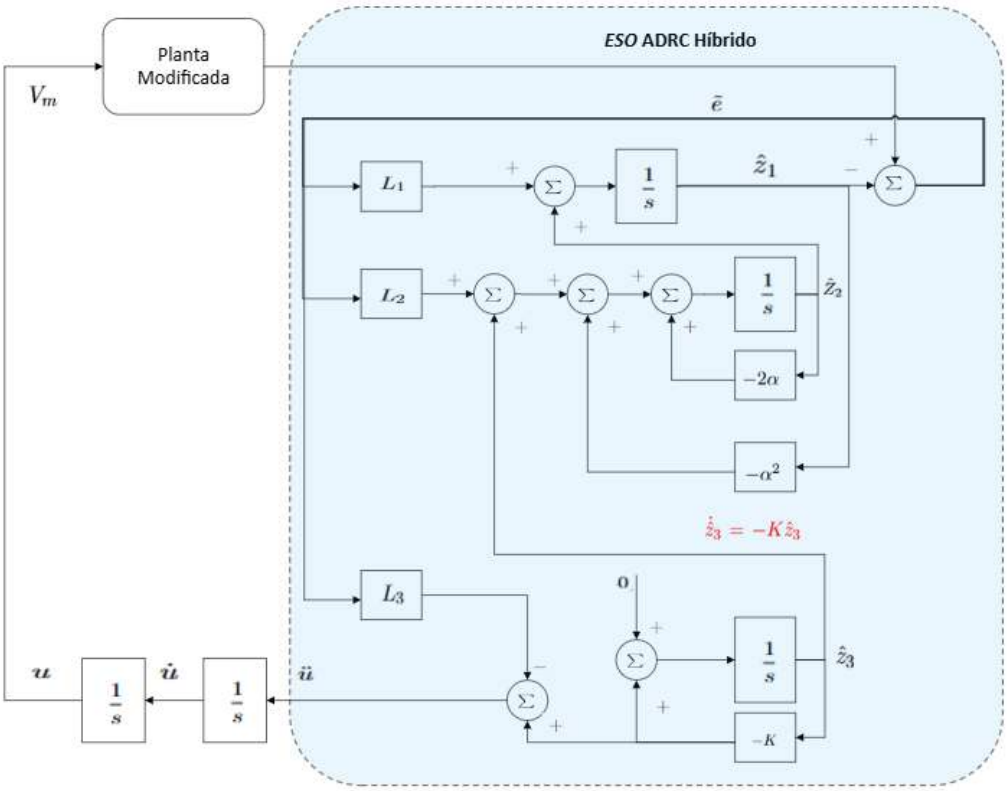


Figura III.11: Diagrama de blocos da implementação ESO-Controlador **ADRC Híbrido**

$$\tilde{E}(s) = -\frac{U(s)s^2}{L_3}, \tag{III.47}$$

$$\tilde{E}(s) = Z(s) - \hat{X}_1(s). \tag{III.48}$$

Aplicando a equação (III.46) na equação (III.47), obtém-se

$$\begin{aligned} \hat{X}_1(s) &= \frac{-\alpha^2\hat{X}_1(s)}{s(s+2\alpha)} + \frac{L_2\tilde{E}(s)}{s(s+2\alpha)} + \frac{L_1\tilde{E}(s)}{s} \\ \hat{X}_1(s) &= \frac{(L_2 + L_1(s+2\alpha))\tilde{E}(s)}{(s+\alpha)^2} \end{aligned} \tag{III.49}$$

Usando a equação (III.49) na equação (III.48) e posteriormente aplicando o resultado na (III.47), encontra-se

$$Z(s) = -\frac{s^2[(s+\alpha)^2 + L_2 + L_1(s+2\alpha)]U(s)}{L_3(s+\alpha)^2}, \tag{III.50}$$

que é a relação entre $Z(s)$ e $U(s)$. Concluindo, aplica-se a equação (III.50) na equação (III.44), cujo o resultado é

$$\frac{U(s)}{\Theta_1(s)} = -\frac{\beta L_3(s+\alpha)^2}{s^2(s+\alpha)^2 + L_2s^2 + L_1s^2(s+2\alpha) + L_3s}, \tag{III.51}$$

que representa a função de transferência entre $U(s)$ e $\Theta_1(s)$. Aplicando a relação entre o vetor de ganhos L e as constantes α e ω_0, apresentada na equação (II.125), na expressão III.51, tem-se

$$\frac{U(s)}{\Theta_1(s)} = -\frac{\beta\omega_0^3(s+\alpha)^2}{s^4 + (3\omega_0 + 4\alpha)s^3 + (3\omega_0^2 + 12\omega_0\alpha + 7\alpha^2 + \alpha)s^2 + \omega_0^3 s} \tag{III.52}$$

Por meio da equação (III.52) serão encontradas as funções de transferência do ESO mais o controlador para os métodos ADRC Hibrído, ADRC Híbrido II e ADRC Híbrido III. Conforme a relação entre $U(s)$ e $V_m(s)$. Para o método ADRC Híbrido, $V_m(s)$ é igual $U(s)$. Portanto, a função de transferência é estruturada da seguinte forma:

$$\frac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = -\frac{\beta\omega_0^3(s+\alpha)^2}{s^4 + (3\omega_0 + 4\alpha)s^3 + (3\omega_0^2 + 12\omega_0\alpha + 7\alpha^2 + \alpha)s^2 + \omega_0^3 s} \tag{III.53}$$

O diagrama de blocos ,que representa o sistema em malha fechada da aplicação do ADCR Híbrido, é ilustrado na Figura III.12.

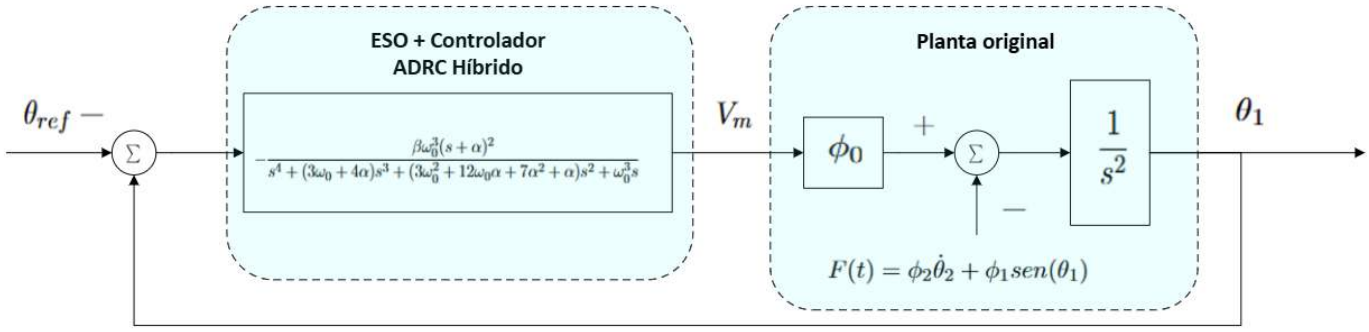


Figura III.12: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada **ADRC Híbrido**

A Figura III.13 ilustra a saída modificada do ESO do método ADRC Híbrido II. Observa-se na

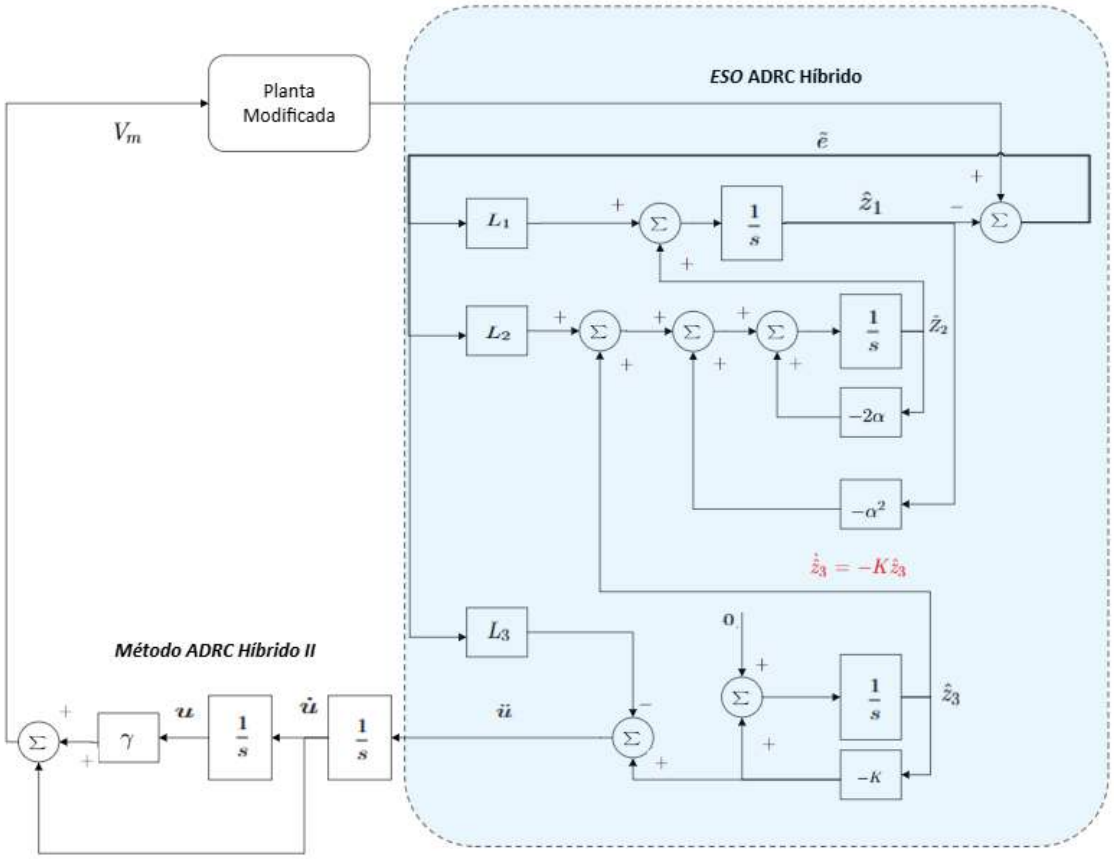


Figura III.13: Diagrama de blocos da implementação ESO-Controlador **ADRC Híbrido II**

Figura III.13, que a relação entre $V_m(s)$ e $U(s)$ é dada por

$$V_m(s) = (s+\gamma)U(s). \tag{III.54}$$

Portanto, colocando a equação (III.52) em função de $V_m(s)$, tem-se

$$\frac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = -\frac{\beta\omega_0^3(s+\alpha)^2(s+\gamma)}{s^4 + (3\omega_0 + 4\alpha)s^3 + (3\omega_0^2 + 12\omega_0\alpha + 7\alpha^2 + \alpha)s^2 + \omega_0^3 s}, \tag{III.55}$$

que representa a função de transferência entre $V_m(s)$ e $\Theta_1(s)$ para o método ADRC Híbrido II. A Figura III.14 mostra o diagrama de blocos do sistema em malha fechada para o método ADRC Híbrido II.

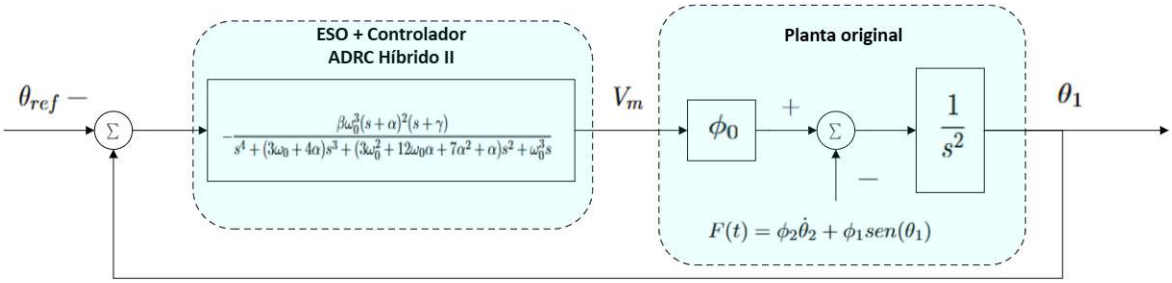


Figura III.14: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada **ADRC Híbrido II**

Por fim, a Figura III.15 representa a saída modificada do ESO para o método ADRC Híbrido III.

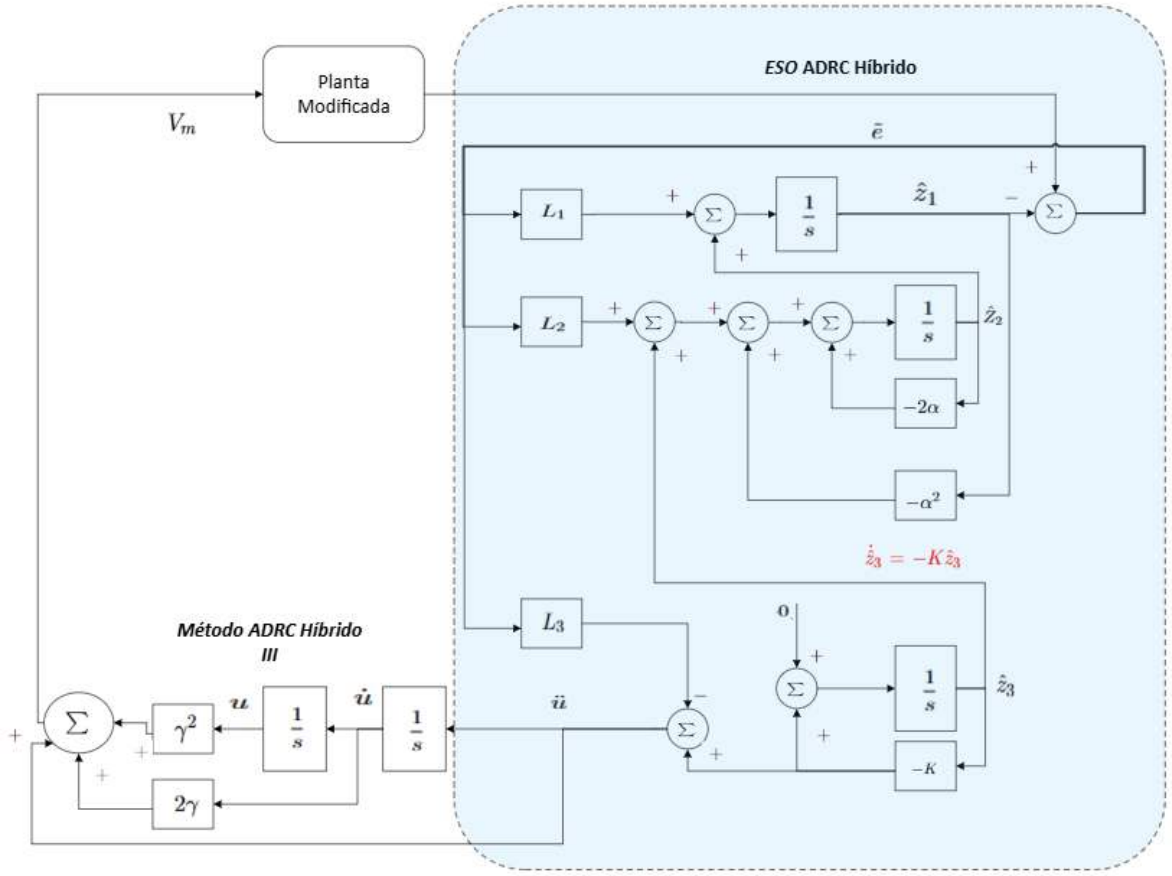


Figura III.15: Diagrama de blocos da implementação ESO-Controlador **ADRC Híbrido III**

A relação entre $V_m(s)$ e $U(s)$ é dada por

$$V_m(s) = (s+\gamma)^2 U(s). \tag{III.56}$$

Utilizando a equação (III.56) na equação (III.52), obtém-se

$$\frac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = -\frac{\beta\omega_0^3(s+\alpha)^2(s+\gamma)^2}{s^4 + (3\omega_0 + 4\alpha)s^3 + (3\omega_0^2 + 12\omega_0\alpha + 7\alpha^2 + \alpha)s^2 + \omega_0^3 s}, \tag{III.57}$$

que representa a função de transferência entre $V_m(s)$ e $\Theta_1(s)$ para o método ADRC Híbrido III. A Figura III.16 mostra o diagrama de blocos do sistema em malha fechada para o método ADRC Híbrido III.

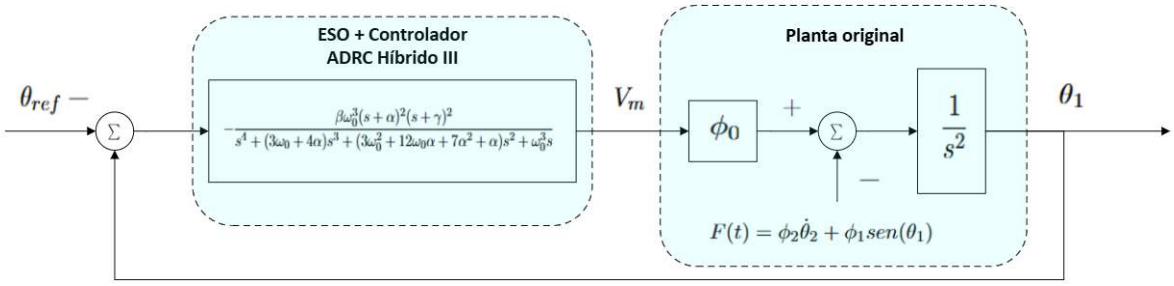


Figura III.16: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada **ADRC Híbrido III**

A diferença entre as funções de transferência do ESO mais o controlador para as propostas do método ADRC Híbrido é a presença de zeros em $s = -\gamma$.

Capítulo IV Resultados de simulação e ensaios experimentais

1 Escolha das constantes de projeto

No capítulo III foram desenvolvidas as equações das funções de transferências dos métodos ADRC. As equações continham as expressões do *ESO* e do controlador de cada método. A estrutura comum do diagrama de blocos em malha fechada pode ser representada na Figura IV.1.

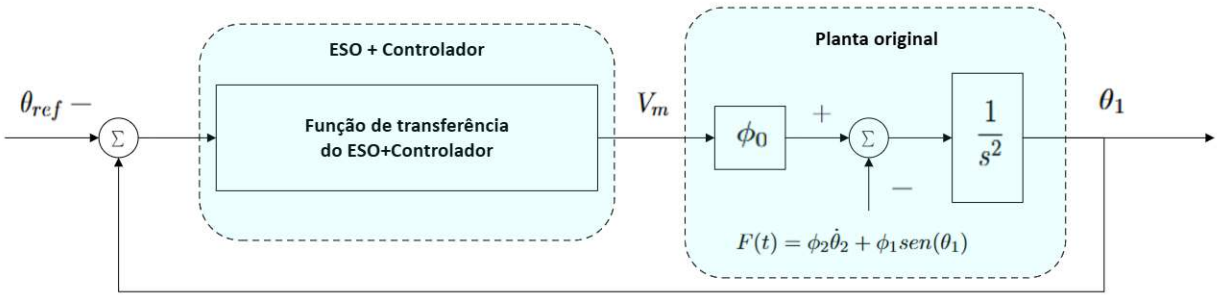


Figura IV.1: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada

Conforme demonstrado na referência Fernandes et al. [2022], o procedimento de escolha das constantes de projeto consiste na análise das funções $N(s)$ e $P(s)$. A Figura IV.2 ilustra o diagrama de blocos, cuja estas duas funções estão inseridas.

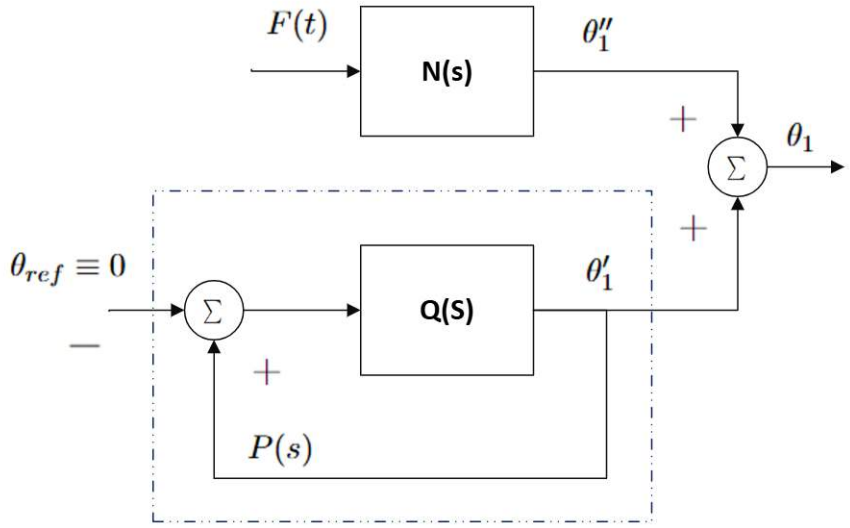


Figura IV.2: Diagrama de blocos com as funções $P(s)$ e $Q(s)$

No diagrama da Figura IV.2, a função $Q(s)$ representa a função de transferência em malha aberta, cujas as expressões para cada método ADRC são definidas por

$$Q_{ADRC-MP}(s) = \frac{-\beta\omega_0^2\phi_0(s+\alpha)^2}{s(s+\omega_0)^2}, \tag{IV.1}$$

$$Q_{ADRCVariante}(s) = \frac{-\left(\frac{\beta}{b}\right)L_3\phi_0(s^2+\lambda_1 s+\lambda_0)}{s^3+3\omega_0 s^2+3\omega_0^2 s}, \tag{IV.2}$$

$$Q_{ADRCHibrido}(s) = -\frac{\beta\omega_0^3\phi_0(s+\alpha)^2}{s^4+(3\omega_0+4\alpha)s^3+(3\omega_0^2+12\omega_0\alpha+7\alpha^2+\alpha)s^2+\omega_0^3 s}, \tag{IV.3}$$

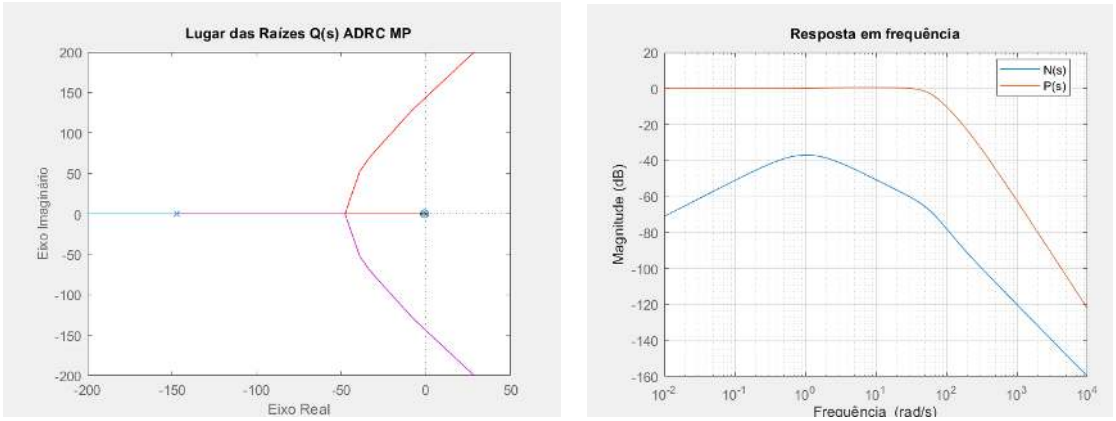
$$Q_{ADRCHibridoII}(s) = -\frac{\beta\omega_0^3\phi_0(s+\alpha)^2(s+\gamma)}{s^4+(3\omega_0+4\alpha)s^3+(3\omega_0^2+12\omega_0\alpha+7\alpha^2+\alpha)s^2+\omega_0^3 s}, \tag{IV.4}$$

$$Q_{ADRCHibridoIII}(s) = -\frac{\beta\omega_0^3\phi_0(s+\alpha)^2(s+\gamma)^2}{s^4+(3\omega_0+4\alpha)s^3+(3\omega_0^2+12\omega_0\alpha+7\alpha^2+\alpha)s^2+\omega_0^3 s}. \tag{IV.5}$$

A escolha das constantes de projeto podem ser definidas através do lugar das raízes da função em malha aberta $Q(s)$. Primeiramente, as constantes α e ω_0 são escolhidas para os métodos ADRC-MP e Híbrido. A constantes L_3, λ_0 e λ_1 para o método ADRC Variante e as constantes α, γ e ω_0 para os métodos ADRC Híbrido II e Híbrido III. Em seguida, traça-se o lugar das raízes de $Q(s)$ e posteriormente definem-se as posições das raízes desejadas no gráfico. Finalmente, calcula-se o ganho β, de acordo com cada método ADRC. O termo ϕ_0 é a constante de controle do mecanismo *ball and wheel* e seu valor é definido pelos parâmetros do sistema, conforme demonstrado na equação (III.15).

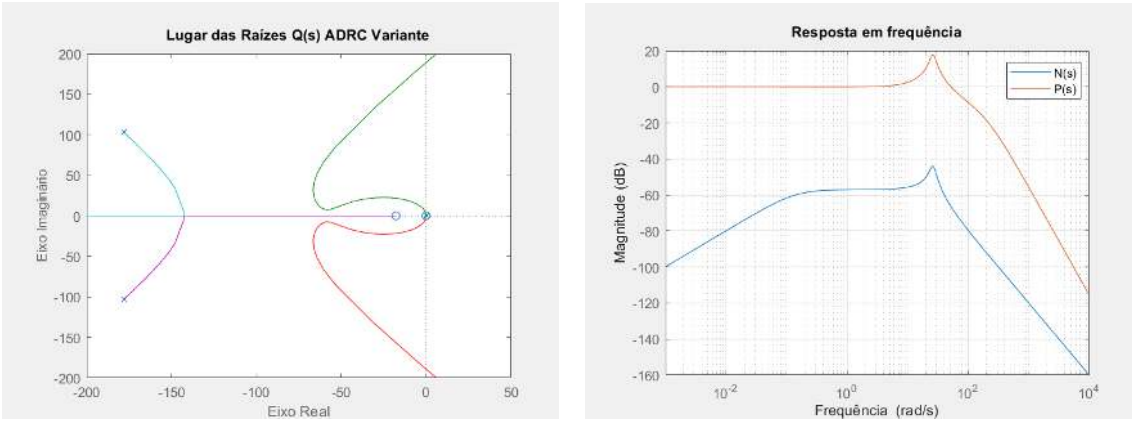
As Figuras IV.3, IV.4, IV.5, IV.6 e IV.7 demonstram as curvas de magnitude das respostas em

frequência das funções $N(s)$ e $P(s)$. Assim como, o lugar das raízes do polinômio $Q(s)$.



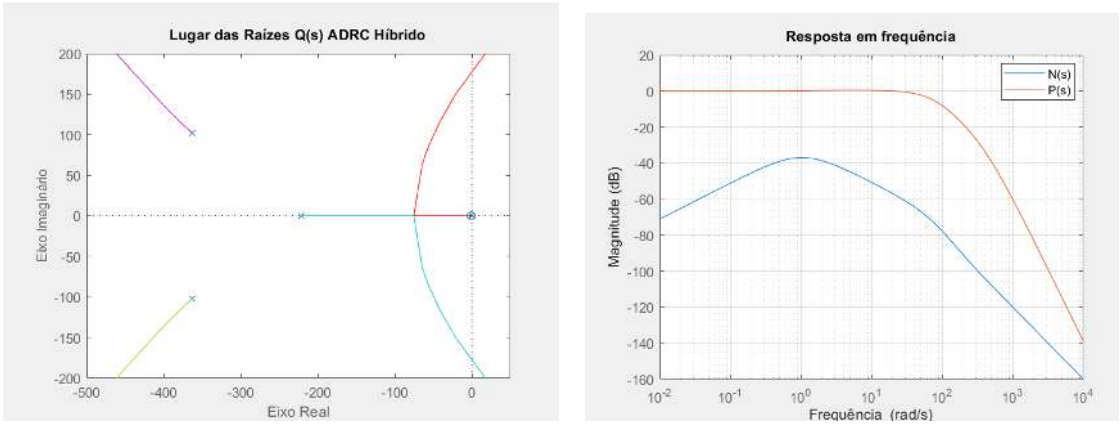
(a) (b)

Figura IV.3: Método ADRC MP **(a)** Gráfico do lugar das raízes de $Q(s)$ **(b)** Curva de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$.



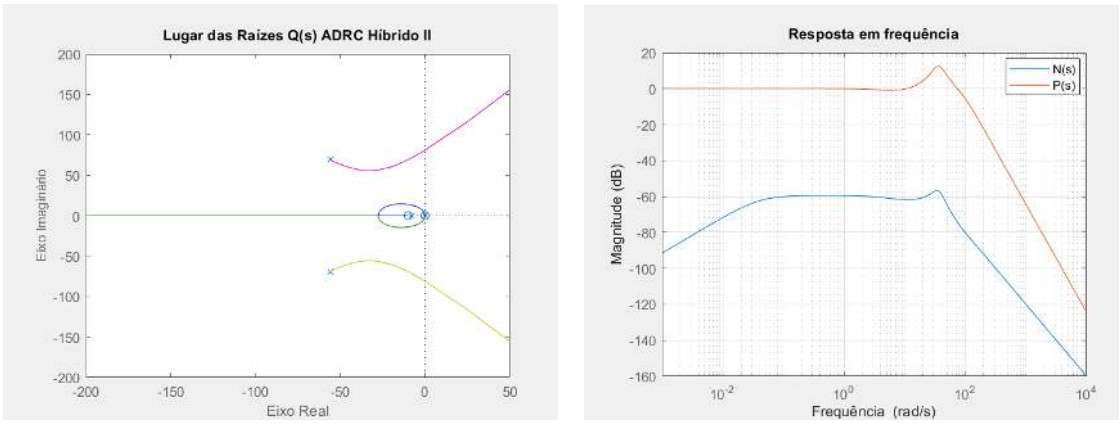
(a) (b)

Figura IV.4: Método ADRC Variante **(a)** Gráfico do lugar das raízes de $Q(s)$ **(b)** Curva de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$.



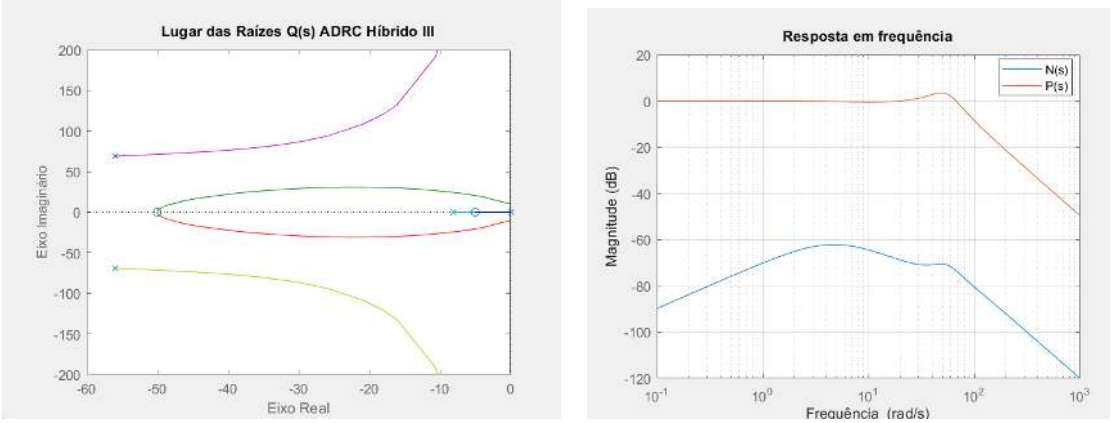
(a) (b)

Figura IV.5: Método ADRC Híbrido **(a)** Gráfico do lugar das raízes de $Q(s)$ **(b)** Curva de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$.



(a) (b)

Figura IV.6: Método ADRC Híbrido II **(a)** Gráfico do lugar das raízes de $Q(s)$ **(b)** Curva de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$.



(a) (b)

Figura IV.7: Método ADRC Híbrido III **(a)** Gráfico do lugar das raízes de $Q(s)$ **(b)** Curva de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$.

Analisando as curvas de magnitude de $N(s)$ e $P(s)$, observa-se características semelhantes em todos os métodos ADRC. Para a função de transferência $N(s)$, que governa o distúrbio generalizado $F(t)$, há uma rejeição na saída θ_1, dado que o ganho linear máximo que $N(s)$ confere ao distúrbio generalizado para a banda passante $\omega_0 \leq 100rad/s$ é de $-40dB \equiv 0,01$ para os métodos ADRC-MP, Variante e Híbrido e $-60dB \equiv 0,001$ para os métodos ADRC Híbrido II e Híbrido III. No caso de $P(S)$, que governa a referência θ_{ref} na saída θ_1, há uma transmissão direta com o ganho linear máximo de $0dB \equiv 1$ para os métodos ADRC-MP e Híbrido e um ganho linear máximo maior que 1 para os métodos ADRC Variante, Híbrido II e III numa frequência específica para uma banda passante $\omega_0 \leq 100rad/s$.

2 Simulação Computacional

A simulação computacional consiste na comparação entre os métodos ADRC apresentados no capítulo II, por meio do ambiente de simulação MATLAB/Simulink. Primeiramente, será avaliado a estabilidade assintótica dos métodos, que analisará a convergência para o ponto de equilíbrio $\theta_1 = 0rad$ com um valor inicial de $-0,08rad$. Em seguida, será avaliada a robustez do método em relação à variação na constante de controle b. Serão simulados seis diferentes valores de b, múltiplos do valor original. Finalmente, como último ponto de avaliação, será verificada a robustez do método em relação a ruídos externos. Para tal, será inserido na entrada do sistema um ruído branco com frequência aleatória. Os parâmetros utilizados na simulação computacional foram obtidos através da medição dos valores das constantes do protótipo experimental, que será apresentado no capítulo V. Conforme exposto em Pezhman et al. [2020] e desenvolvido no capítulo III, as constantes do sistema *ball and wheel* são:

- Massa da roda M_r
- Raio da roda R_r
- Massa da bola M_b
- Raio da bola R_b
- Resistência de armadura do motor DC R_a
- Constante de torque do motor DC k_m
- Aceleração da gravidade g
- Momento de inércia da roda I_r

Para a medição das massas e dos raios da bola e da roda, foi utilizada uma balança e um paquímetro, respectivamente. O valor da aceleração da gravidade é um valor conhecido $9,8 m/s^2$. Para o cálculo do momento de inércia da roda, a mesma foi considerada como um disco ou uma casca cilíndrica fina. Segundo [Meriam et al., 2020], é um corpo cuja massa é concentrada a uma distância fixa do eixo central. O cálculo do momento de inércia pode ser descrito por

$$I_r = M_r {R_r}^2, \tag{IV.6}$$

sendo I_r o momento de inércia, M_r a massa da roda e R_r o raio da roda. Os valores das constantes do motor DC foram obtidos através da documentação técnica [Faulhaber, 2024] do motor utilizado no protótipo experimental. A Tabela IV.1 mostra os valores das constantes do sistema. Serão

Tabela IV.1: Constantes físicas do sistema Ball and Wheel

Constantes físicas do sistema *Ball and Wheel*	
Constante	**Valor**
M_r (Massa da roda)	0,15 kg
R_r (Raio da roda)	0,124 m
M_b (Massa da bola)	0,056 kg
R_b (Raio da bola)	0,0278 m
R_a (Resistência da armadura do motor DC)	2,85 Ω
k_m (Constante do torque do motor DC)	0,0369 Nm/A
g (Aceleração da gravidade)	9,81 m/s^2
I_r (Momento de inércia da roda)	0,0023 kgm^2

Tabela IV.2: Valores das constantes do sistema *Ball and Wheel*

utilizados os conceitos de máximo sobressinal, tempo de acomodação e variância como índices de desempenho para comparar os métodos quantitativamente. As definições de máximo sobressinal e tempo de acomodação são encontradas em Ogata et al. [2010]. O máximo sobressinal é o valor máximo de pico da curva de resposta, medido a partir da unidade. O tempo de acomodação, segundo Ogata et al. [2010], é o tempo necessário para que a curva de resposta alcance valores em uma faixa geralmente entre 2% ou 5% em torno do valor final, aí permanecendo indefinidamente. Segundo Papoulis and Pillai [2002], a variância é a medida estatística que quantifica a dispersão ou variabilidade da variável aleatória em relação ao seu valor esperado ou média. Na análise de sistemas de controle, é utilizada para avaliar a eficiência e consistência do controlador; quanto menor o valor da variância, mais eficiente foi o controlador em manter o resultado o mais próximo do valor esperado. As referências Liu et al. [2022], Patete et al. [2007] e Jiang et al. [2024] utilizam em suas análises o conceito da variância. No presente estudo, foi considerado para o ângulo θ_1 o valor de tolerância de $0,003 rad$ e para a tensão de controle $0,5V$, ou seja, o tempo de acomodação será calculado quando as curvas ficarem dentro dessa faixa. Os parâmetros foram ajustados com

o objetivo de manter a tensão de controle abaixo de $24V$, que é o valor nominal do motor DC especificado pelo fabricante Faulhaber [2024]. Desta forma, é garantido que os controladores atinjam a condição de equilíbrio θ_1 sem a necessidade de implementação de uma saturação e desenvolvam um esforço sem prejudicar o equipamento.

Parâmetros dos métodos ADRC					
Parâmetros	**MP**	**Variante**	**Híbrido**	**Híbrido II**	**Híbrido III**
α	1	-	1	10	101
γ	-	-	-	0,04	5
K_0	25	-	25	7,9	0,0102
ω_0	260	115	360	40	65
λ_0	-	2,5	-	-	-
λ_1	-	18	-	-	-
β	-	15000k	-	-	-
K	-	2	20	20	20

Tabela IV.3: Parâmetros dos métodos ADRC

Utilizando os parâmetros demonstrados na Tabela IV.3, foram obtidas as curvas do ângulo θ_1 e da tensão de controle V_m para cada estratégia ADRC, representadas nas Figuras IV.8 e IV.9, respectivamente. O valor inicial do ângulo θ_1 foi de $0,08rad$ e conforme mencionado anteriormente, os valores dos parâmetros foram ajustados para a tensão de controle não apresentasse valores superiores a 24VDC, que corresponde à tensão nominal do motor DC.

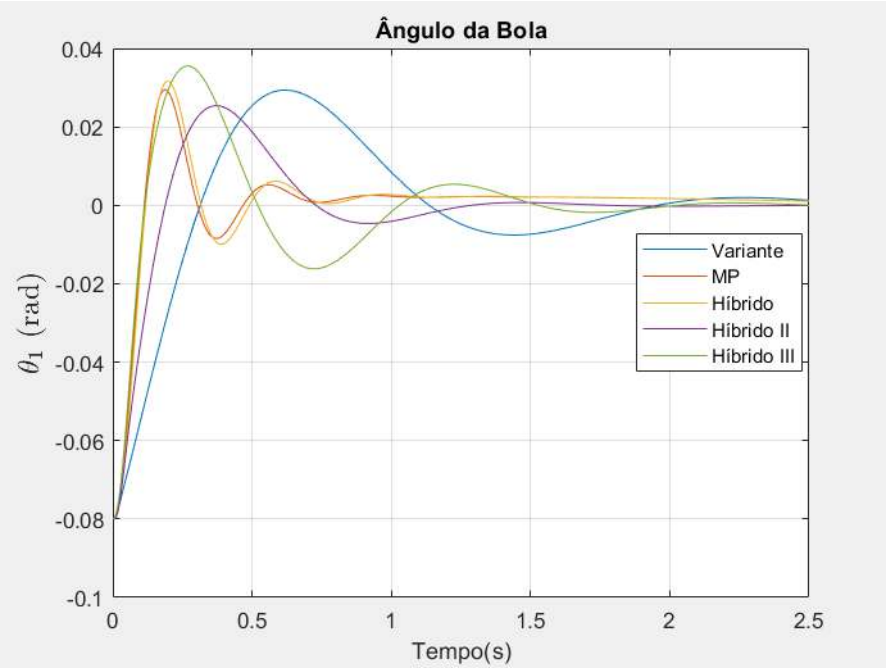


Figura IV.8: Comparação entre as curvas obtidas do ângulo da bola θ_1 para os métodos ADRC

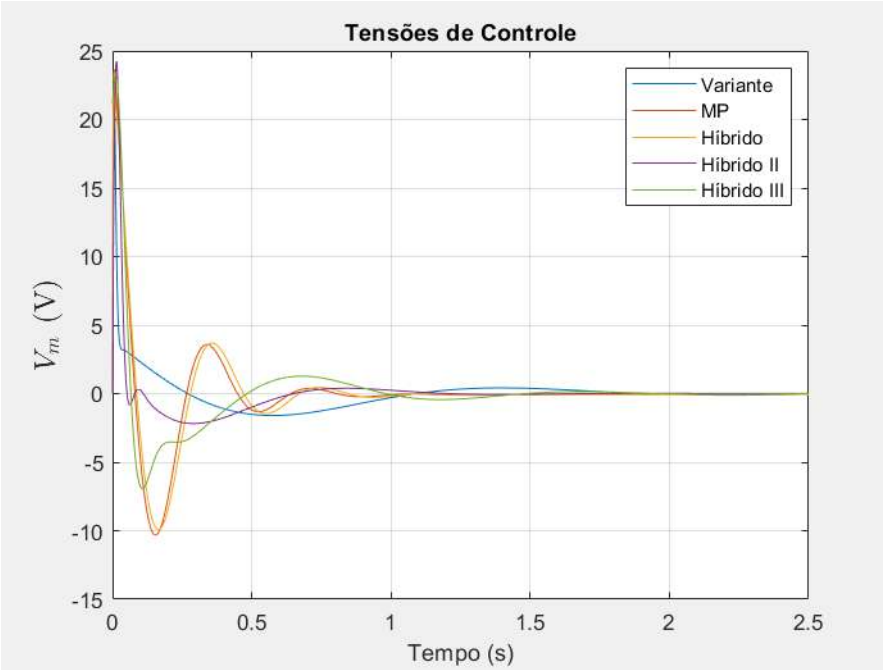


Figura IV.9: Comparação da tensão de controle gerada pelos métodos ADRC

Pode-se observar no Gráfico IV.8 que o método MP-ADRC e ADRC Híbrido apresentaram o tempo de resposta mais rápido, atingindo a estabilidade em tempo mais curto que os outros métodos. Contudo apresentaram maior esforço de controle, conforme pode ser visto no Gráfico IV.8, na qual a tensão de controle desses dois métodos apresentaram variações maiores que as outras estratégias. Por outro lado, o métodos ADRC Híbrido II e Híbrido III demonstraram tempos de resposta intermediários e o método Variante ADRC apresentou o maior tempo de resposta, obtendo a estabilidade em tempo superior aos demais métodos. Com isso, pode-se inferir, a partir de uma análise premilinar desses dois Gráficos IV.8 e IV.9, que as características do método MP-ADRC foram predominantes na combinação com o método Variante ADRC, que resultou no método Híbrido, devido as respostas entre os métodos MP-ADRC e ADRC Híbrido terem sido semelhantes.

As Tabelas IV.4 e IV.5 mostram os valores dos critérios de avaliação dos métodos.

Critérios de desempenho para resposta do controle θ_1					
Critérios	MP	Variante	Híbrido	Híbrido II	Híbrido III
Tempo de acomodação (s)	**0,639**	**1,778**	0,675	1,074	1,392
Valor Máximo (rad)	0,0295	0,0294	0,0317	**0,0254**	**0,0355**
Variância (rad)	**0,000171**	**0,000414**	0,000187	0,000235	0,000256

Tabela IV.4: Critérios de desempenho dos controladores ADRC para θ_1

Critérios de desempenho para a tensão de controle V_m					
Critérios	MP	Variante	Híbrido	Híbrido II	Híbrido III
Tempo de acomodação (s)	0,604	**0,945**	0,637	**0,565**	0,884
Valor Máximo (Volts)	23,653	**23,160**	23,490	**24,244**	23,292
Variância (Volts)	**11,130**	**2,809**	10,631	5,292	9,579

Tabela IV.5: Critérios de desempenho dos controladores ADRC para V_m

Segundo a Tabela IV.4, o método ADRC-MP apresentou os menores valores de tempo de acomodação e variância, mostrando que o ângulo θ_1 atingiu mais rápido a região de equilíbrio e a dispersão entre os valores ficou mais próxima da média, indicando uma melhor estabilidade do controle. O método ADRC Híbrido II apresentou o menor valor máximo, ou seja, teve o menor sobrepasso comparado com os outros métodos. Em contrapartida, o método ADRC Variante desempenhou o maior tempo de acomodação e o maior valor de variância, ou seja, para este método o valor do ângulo θ_1 levou mais tempo para atingir a região de equilíbrio e apresentou a maior dispersão em torno do valor médio. O método ADRC Híbrido III apresentou o maior valor máximo.

Em sequência, a Tabela IV.5 mostra os valores dos índices de desempenho para a tensão de controle V_m. Nesta situação, o método ADRC Variante apresentou os menores valores de valor máximo e variância, mostrando desta forma que o esforço exercido foi o menor. Observa-se na Figura IV.9 que a tensão de controle para o método ADRC Variante decai de forma mais lenta e amortecida do que os outros métodos; este ponto explica o menor valor para variância comparado com os outros métodos. Em sequência, o maior valor de variância foi apresentado pelo método ADCR-MP; isto significa que, dos métodos comparados, foi o que desenvolveu o maior esforço, mas, por outro lado, apresentou os melhores desempenhos de tempo de acomodação e variância para resposta θ_1.

Em resumo, o método ADRC Variante apresentou o maior tempo de resposta, aproximadamente o dobro em relação ao ADRC-MP, enquanto apresentava um menor esforço. Por sua vez, o método ADRC-MP destacou-se por proporcionar o menor tempo de resposta, embora tenha exigido um esforço maior. Os métodos ADRC Híbridos evidenciaram um equilíbrio entre um esforço otimizado e um tempo de resposta reduzido. Especificamente, o método ADRC Híbrido II apresentou uma variância no esforço cerca de duas vezes menor que o método ADRC-MP e um tempo de acomodação 70% inferior ao método ADRC Variante. Tais valores reforçam que a integração das estratégias ADRC-MP e ADRC Variante resultou em uma combinação que empregou as vantagens individuais de cada método.

2.1 Análise da robustez em relação a variação no ganho de controle

A seguinte análise avaliará a robustez dos métodos ADRC em relação à variação da constante de controle. Conforme mencionado no Capítulo III, a constante de controle é o termo que multiplica a variável de entrada do sistema. As equações (III.15) e (III.16) mostram que o ganho de controle

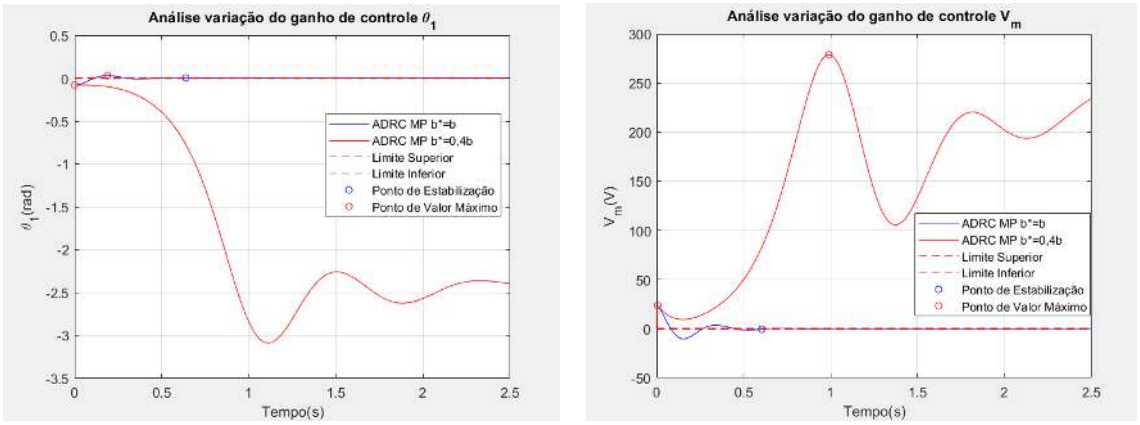
para o sistema *ball and wheel* é a constante ϕ_0, estruturadas como

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= F(t) + \phi_0 V_m, \\ \phi_0 &= \bar{k}_{12} \frac{K_m}{R_a}. \end{aligned} \tag{IV.7}$$

Buscando a coerência com a teoria sobre o método ADRC, apresentada no capítulo II, a constante de controle será referida como b. Avaliando a equação (IV.7), a constante de controle é diretamente proporcional à constante de torque, representada por k_m, do motor DC e ao termo $\bar{k}_{12}$, e é inversamente proporcional à resistência de armadura R_a do motor DC. O termo $\bar{k}_{12}$ é um componente da matriz inversa de K, mostrada na equação (III.11), que representa de forma matricial as constantes do sistema, que são os parâmetros da bola, da roda e da massa. Uma variação nessas propriedades ocorre caso a bola ou roda sejam substituídas por modelos com parâmetros diferentes, ou ocorra um desgaste ao longo do tempo que altere os valores da massa e as dimensões. Referente ao motor DC, a constante de torque k_m, segundo Fitzgerald et al. [2014] é determinada por características construtivas do motor e representa a eficiência da conversão eletromecânica de energia. Os fatores que influenciam em k_m são a temperatura, pois afeta as propriedades magnéticas, o desgaste mecânico dos componentes e a qualidade dos materiais utilizados. A resistência de armadura R_a, segundo Fitzgerald et al. [2014] é a resistência elétrica total do circuito do rotor, que engloba a resistência das bobinas do rotor, do contato das escovas, do comutador e das conexões internas, os fatores que influenciam seu valor são a temperatura, as características do condutor, a pressão de contato das escovas, entre outros. Existem diversas condições que alteram o valor da constante de controle, por isso a robustez a essas variações representa uma vantagem da estratégia de controle. Para esta análise, serão usados os mesmos critérios utilizados na análise anterior, assim como as mesmas faixas para o cálculo do tempo de acomodação: $0,003rad$ para o ângulo θ_1 e $0,5V$ para a tensão de controle. Sendo b^* o valor modificado da constante de controle, serão realizadas seis simulações para cada método com os seguintes valores:

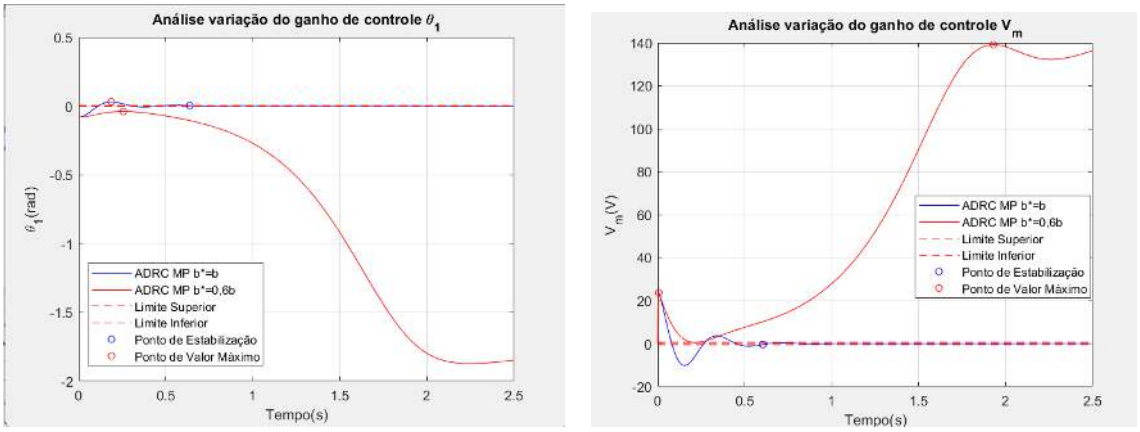
1. $b^* = 0,4b$
2. $b^* = 0,6b$
3. $b^* = 0,8b$
4. $b^* = 2b$
5. $b^* = 3b$
6. $b^* = 4b$

Os gráficos serão apresentados com a curva referente ao valor original de b e com as curvas referentes ao valor b modificado, com o intuito de facilitar a visualização para as duas situações, iniciando com o método ADCR MP. As Figuras IV.10, IV.11, IV.12, IV.13, IV.14 e IV.15 mostram as curvas do ângulo θ_1 e da tensão de controle V_m dos seis diferentes valores de b^*. As Tabelas IV.6 e IV.7 indicam os resultados com valores dos critérios de desempenho.



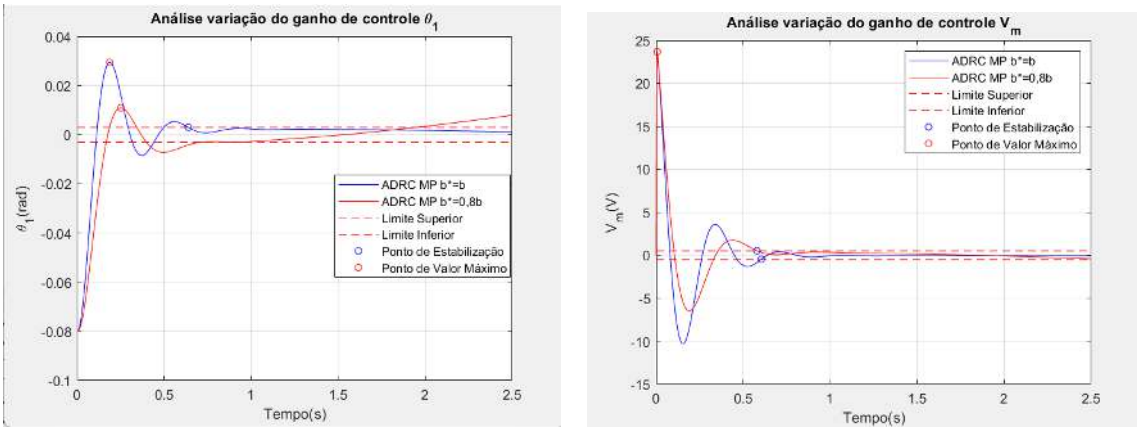
(a) (b)

Figura IV.10: Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,4b$.



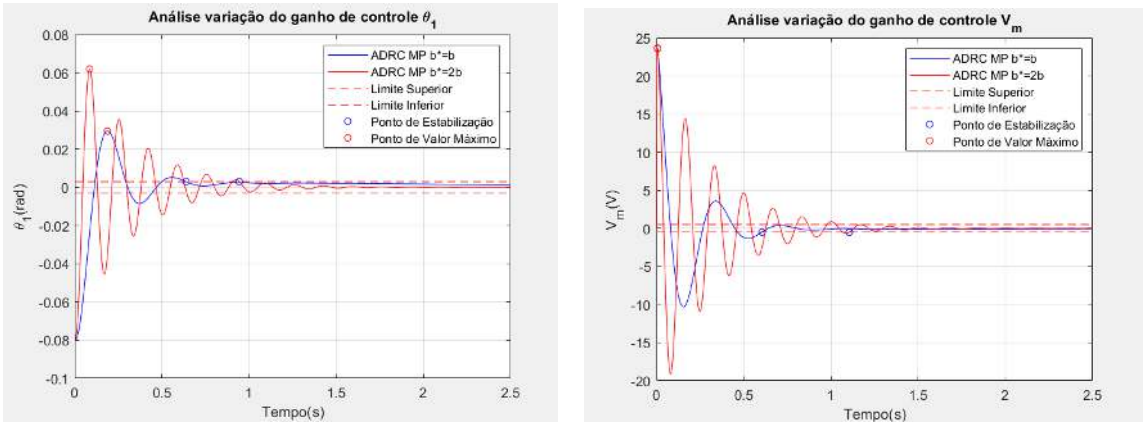
(a) (b)

Figura IV.11: Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,6b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,6b$.



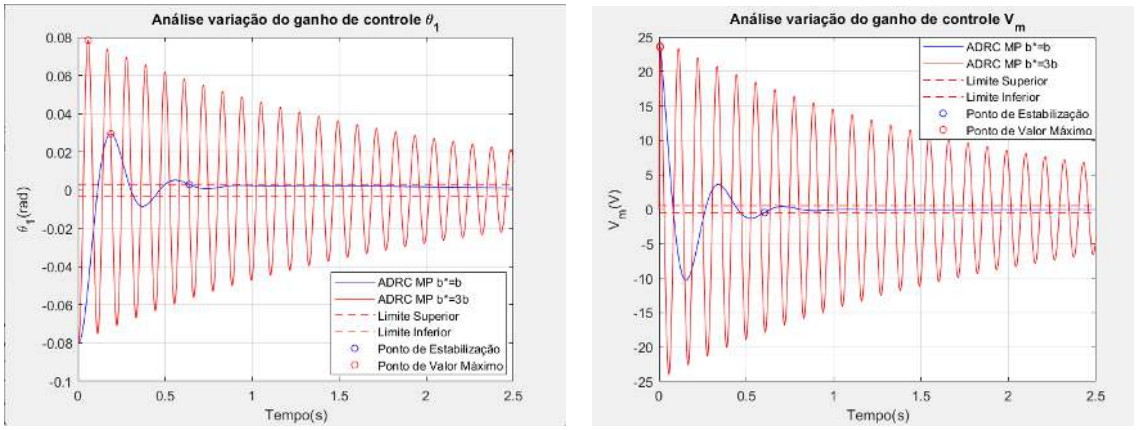
(a) (b)

Figura IV.12: Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,8b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,8b$.



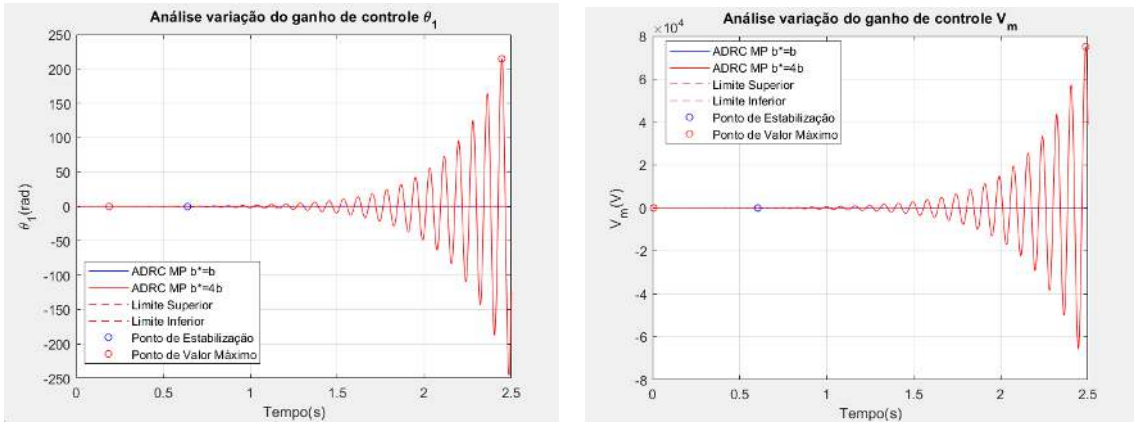
(a) (b)

Figura IV.13: Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 2b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 2b$.



(a) (b)

Figura IV.14: Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 3b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 3b$.



(a) (b)

Figura IV.15: Método ADRC MP **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 4b$.

Os gráficos mostram que para valores de b^* menores que o valor original b, o método MP-ADRC não atingiu a estabilidade, apresentando um ponto interessante para o valor de $b^* = 0,8b$, no qual a tensão de controle atinge a estabilidade, porém o ângulo θ_1 cresce indefinidamente após 1 segundo de simulação, mostrando que pequenas variações na tensão de controle geram grandes variações no ângulo, podendo levar a instabilidade. Para valores de b^* maiores que o valor original b, o controle atingiu a estabilidade apenas para o valor $b^* = 2b$. Para o valor $b^* = 3b$ o sistema ficou instável para os critérios utilizados, porém as oscilações do ângulo θ_1 foram atenuando ao longo do tempo. Diferentemente para o valor $b^* = 4b$, cuja as osicilações foram aumentando ao longo do tempo até atingirem valores próximo a $8\text{x}10^4 rad$.

As Tabelas IV.6 e IV.7 mostram os valores dos critérios de desempenho para o método MP-ADRC.

Critérios de desempenho Variação no ganho de controle ADRC MP θ_1							
Critérios	**valor original b**	**b*=0,4b**	**b*=0,6b**	**b*=0,8b**	**b*=2b**	**b*=3b**	**b*=4b**
Tempo de acomodação (s)	0,639	-	-	-	0,944	-	-
Valor Máximo (rads)	0,0295	-0,08	-0,0401	0,0109	0,0619	0,0783	214,741
Variância (rads)	0,000171	1,045	0,529	0,000196	0,000209	0,001135	2099,127

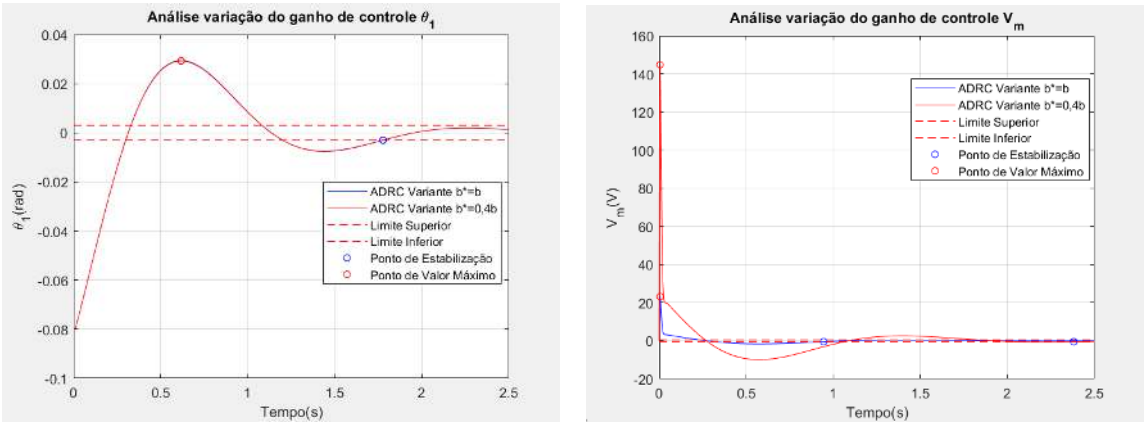
Tabela IV.6: Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC MP para θ_1

Critérios de desempenho Variação no ganho de controle ADRC MP V_m							
Critérios	valor original b	b*=0,4b	b*=0,6b	b*=0,8b	b*=2b	b*=3b	b*=4b
Tempo de acomodação (s)	0,604	-	-	0,580	1,105	-	-
Valor Máximo (Volts)	23,653	278,601	139,061	23,662	23,584	23,469	$7{,}509 \times 10^5$
Variância (Volts)	11,13	6690,586	2994,4	9,89	18,44	106,651	$1{,}960 \times 10^8$

Tabela IV.7: Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC MP para V_m

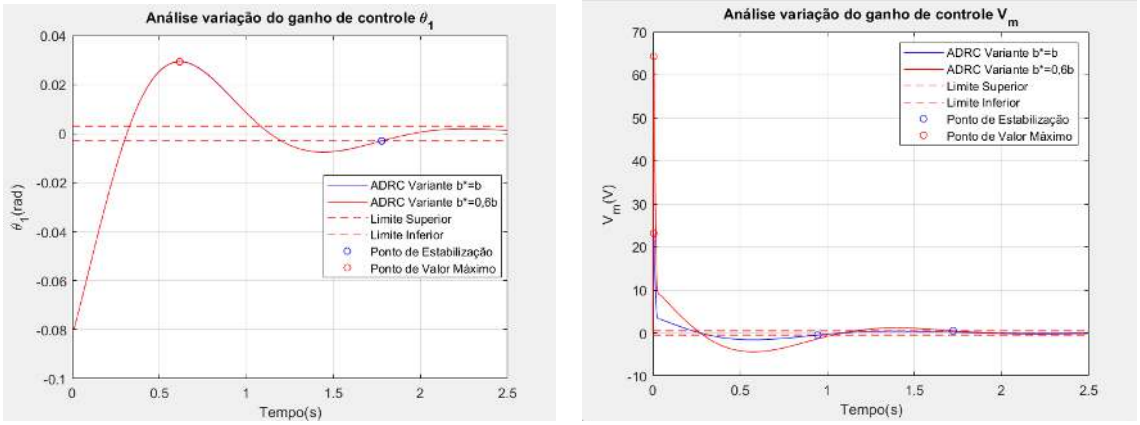
A Tabela IV.7 indica que para $b^* = 0,8b$ a curva de tensão conseguiu se estabilizar em $0,580s$, porém a curva da resposta θ_1 para a mesma situação não ficou estável, indicando que possivelmente para um tempo de simulação maior a curva de tensão iria divergir.

Em sequência, as figuras IV.16, IV.17, IV.18, IV.19, IV.20 e IV.21 mostram as curvas do método ADRC Variante para os diferentes cenários de b^*. As Tabelas IV.8 e IV.9 apresentam os valores dos critérios de desempenho para o ângulo θ_1 e da tensão de controle V_m, respectivamente.



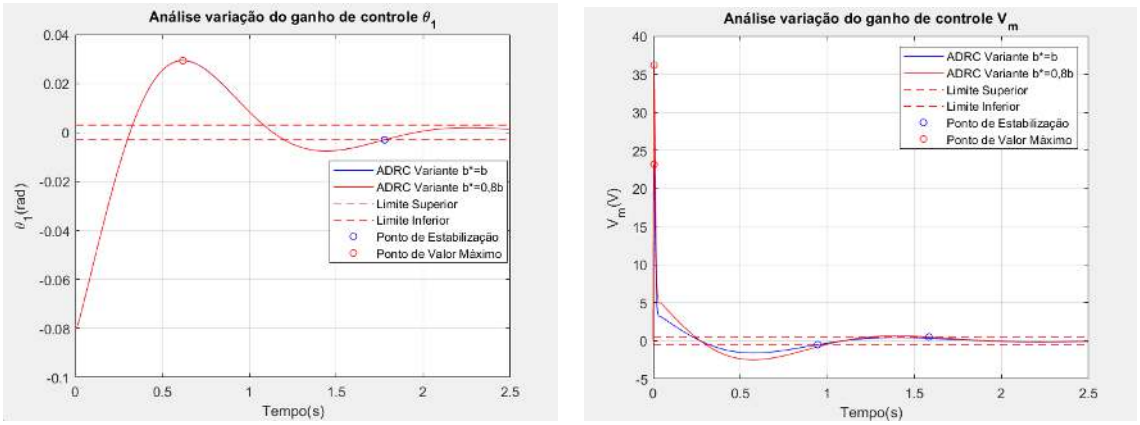
(a) (b)

Figura IV.16: Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,4b$



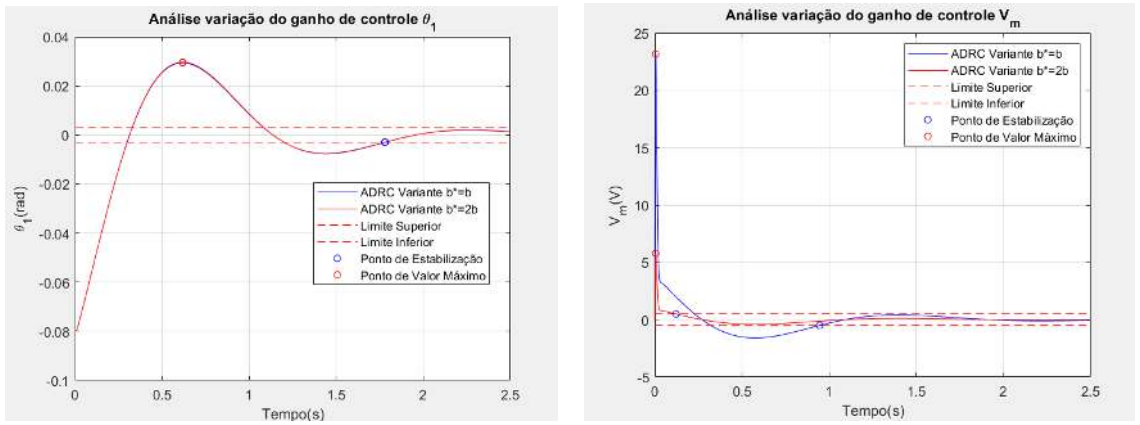
(a) (b)

Figura IV.17: Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,6b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,6b$



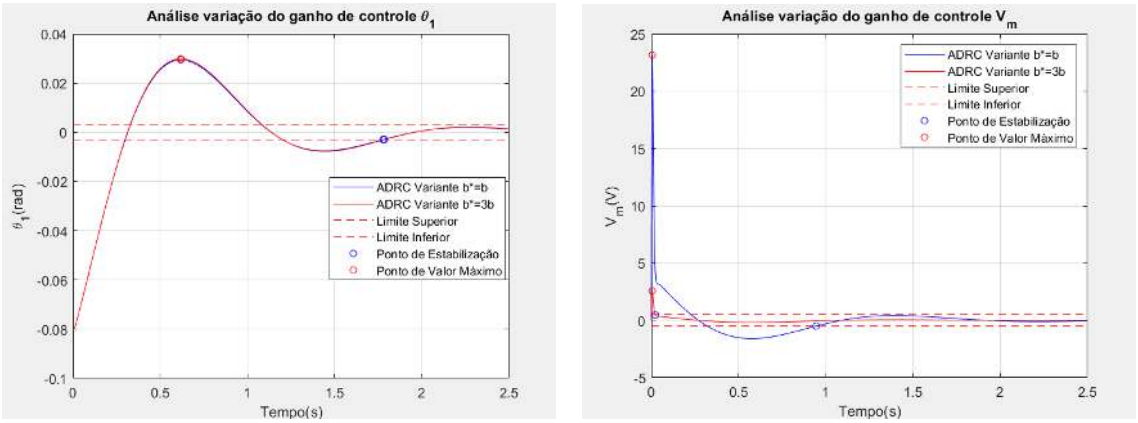
(a) (b)

Figura IV.18: Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,8b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,8b$



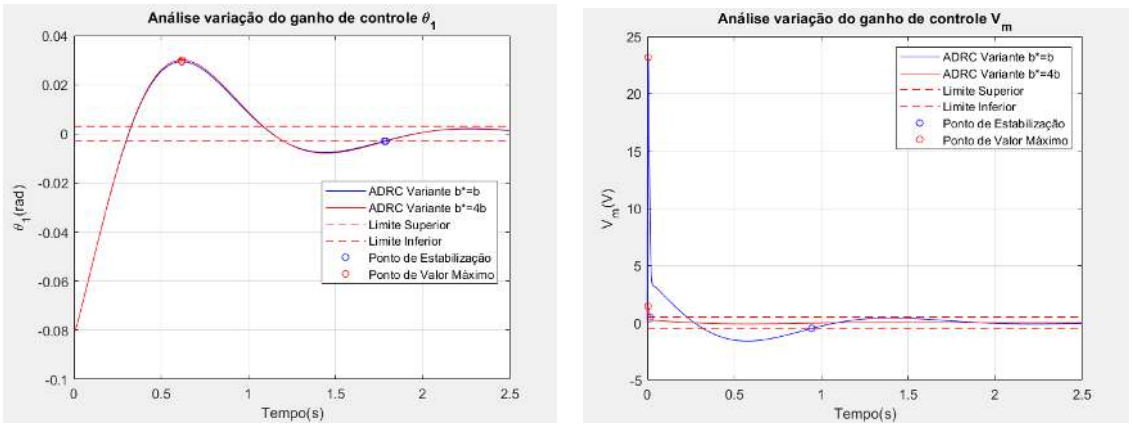
(a) (b)

Figura IV.19: Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 2b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 2b$



(a) (b)

Figura IV.20: Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 3b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 3b$



(a) (b)

Figura IV.21: Método ADRC Variante **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 4b$

Conforme pode ser observado nos Gráficos IV.16, IV.17, IV.18, IV.19, IV.20 e IV.21, o método Variante ADRC atingiu a estabilidade em todos os cenários de valores para b^*. Um aspecto relevante é que para valores de b^* menores que o valor original b, o esforço de controle aumentou à medida que o valor de b^* diminuía. Por outro lado, para valores de b^* maiores que o valor original b, o esforço de controle foi menor, diminuindo a medida que o valor de b^* aumentava, fenômeno interessante que necessita de estudo mais aprofundado da dinâmica do sistema para ser entendido. De qualquer forma, a robustez do método Variante ADRC em relação à variação do ganho de controle foi atestada, demonstrando que o controle compensou no esforço exercido para manter uma resposta do ângulo θ_1 semelhante para todos os cenários.

Critérios de desempenho Variação no ganho de controle ADRC Variante θ_1							
Critérios	valor original b	b*=0,4b	b*=0,6b	b*=0,8b	b*=2b	b*=3b	b*=4b
Tempo de acomodação (s)	1,778	1,776	1,776	1,777	1,781	1,785	1,788
Valor Máximo (rads)	0,0294	0,0292	0,0293	0,0293	0,0296	0,0298	0,0301
Variância (rads)	0,000414	0,000412	0,000413	0,000413	0,000416	0,000419	0,000421

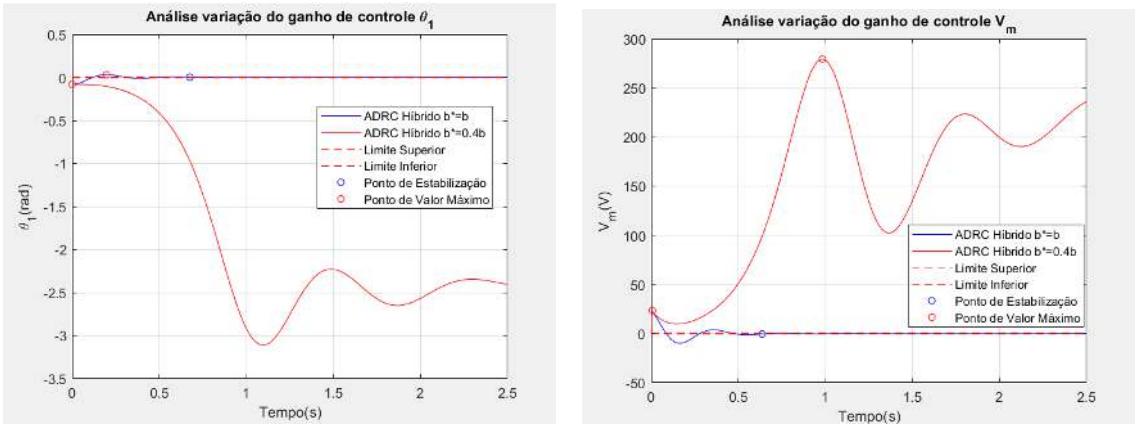
Tabela IV.8: Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Variante para θ_1

Critérios de desempenho Variação no ganho de controle ADRC Variante V_m							
Critérios	valor original b	b*=0,4b	b*=0,6b	b*=0,8b	b*=2b	b*=3b	b*=4b
Tempo de acomodação (s)	0,935	2,381	1,722	1,583	0,121	0,023	0,017
Valor Máximo (Volts)	23,16	144,752	64,334	36,188	5,79	2,57	1,447
Variância (Volts)	2,809	109,559	21,653	6,855	0,176	0,0349	0,0111

Tabela IV.9: Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Variante para V_m

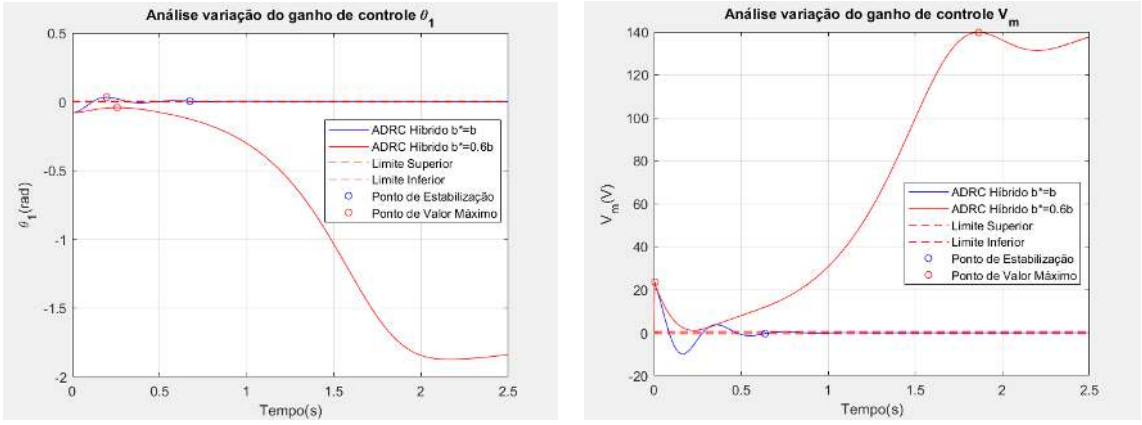
A Tabela IV.8 mostra que os valores de tempo de acomodação, valor máximo e variância para o ângulo θ_1 ficaram muitos próximos, apresentando variações menores que $0,01\%$. Na Tabela IV.9, observa-se que quanto maior o valor de b^* melhor é o desempenho nos três critérios. Para valores de $b^* < b$, o esforço de controle é maior, como por exemplo para o caso $b^* = 0,4b$ a variância foi de 109,559 $Volts$, que representa um aumento de 3800% em relação ao valor original de b. Conforme pode ser observado na Tabela IV.8, os critérios de desempenho foram semelhantes para mesma situação, ou seja, pode-se inferir que para valores de $b^* < b$, o sistema desenvolveu um esforço maior para alcançar o mesmo resultado, ou seja, constata-se uma baixa eficiência para valores $b^* < b$.

Consecutivamente, as Figuras IV.22, IV.23, IV.24, IV.25, IV.26 e IV.27 e as Tabelas IV.10 e IV.11 são referentes ao método ADRC Híbrido.



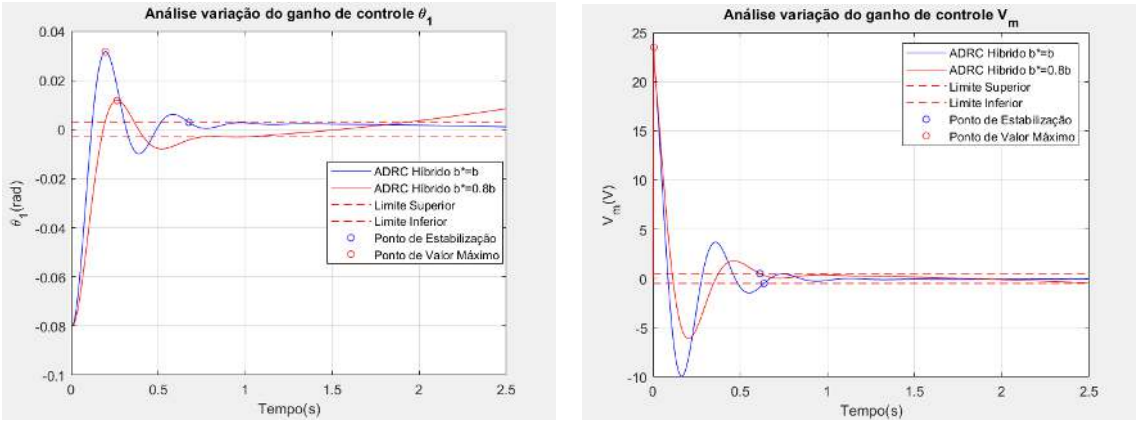
(a) (b)

Figura IV.22: Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,4b$



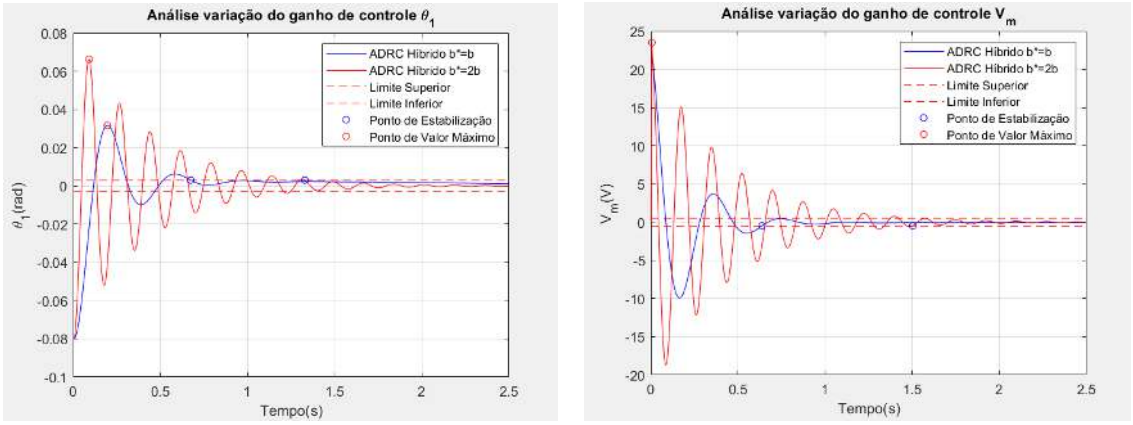
(a) (b)

Figura IV.23: Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,6b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,6b$



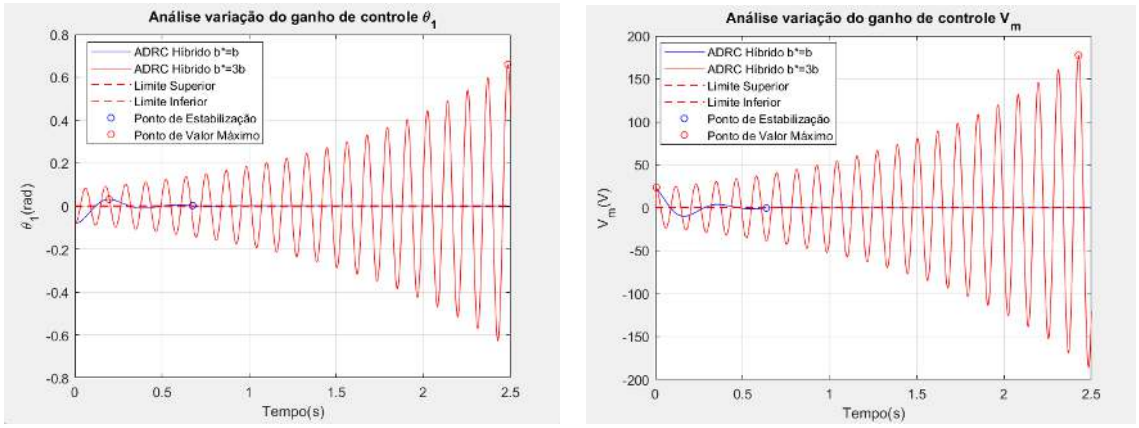
(a) (b)

Figura IV.24: Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,8b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,8b$



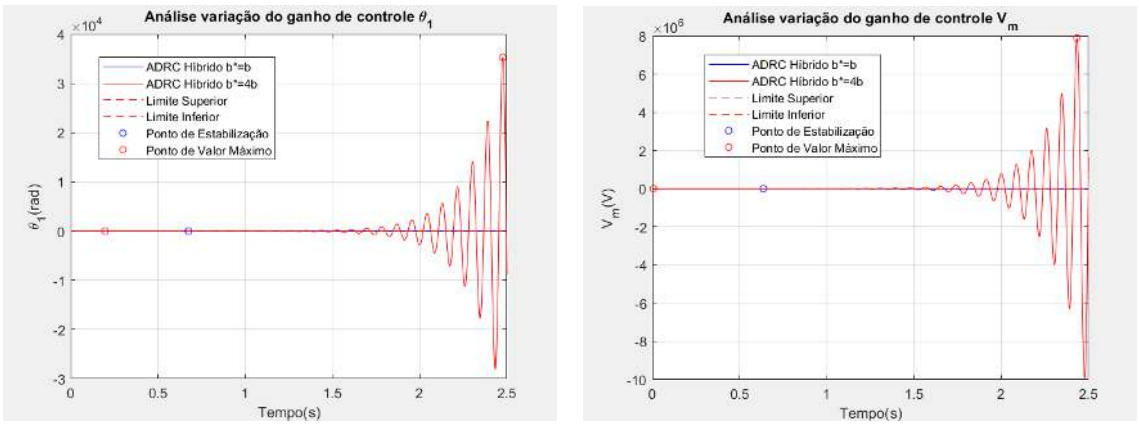
(a) (b)

Figura IV.25: Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 2b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 2b$



(a) (b)

Figura IV.26: Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 3b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 3b$



(a) (b)

Figura IV.27: Método ADRC Híbrido **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 4b$

Os gráficos mostram que o comportamento do método ADRC Híbrido foi semelhante ao do MP-ADRC, apresentando um único cenário de estabilidade para $b^* = 2b$, reforçando o aspecto que as caracteristicas do MP-ADRC foram predominantes na combinação. Porém, um ponto de divergência foi observado para o valor de $b^* = 3b$, no qual, para o método ADRC Híbrido, as oscilações do ângulo θ_1 não atenuaram ao longo tempo, como demonstrado para o método MP-ADRC.

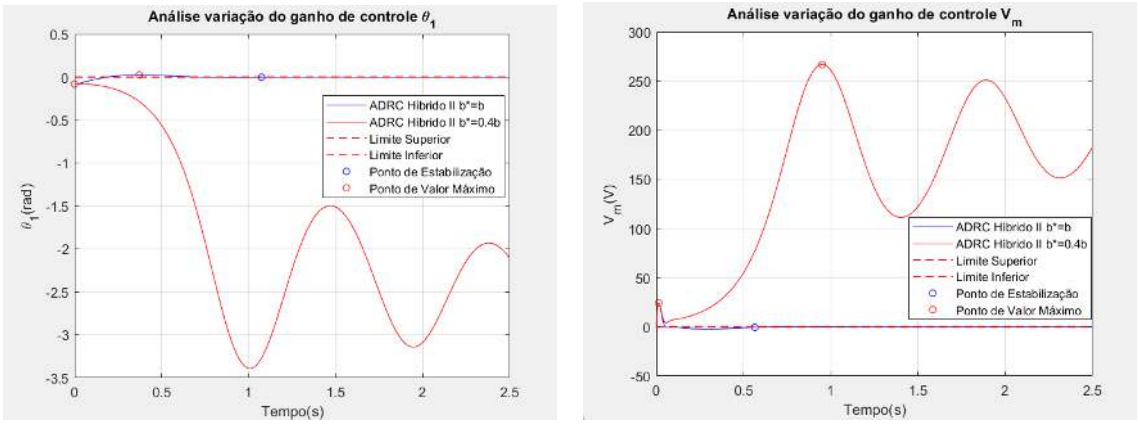
Critérios de desempenho Variação no ganho de controle ADRC Híbrido θ_1							
Critérios	**valor original b**	**b*=0,4b**	**b*=0,6b**	**b*=0,8b**	**b*=2b**	**b*=3b**	**b*=4b**
Tempo de acomodação (s)	0,675	-	-	-	1,329	-	-
Valor Máximo (rads)	0,0317	-0,08	-0,0435	0,0118	0,0662	0,6605	3,531x10^5
Variância (rads)	0,000187	1,037	0,547	0,00021	0,000282	0,0528	2,943x10^7

Tabela IV.10: Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle ADRC Híbrido para θ_1

Critérios de desempenho Variação no ganho de controle ADRC Híbrido V_m							
Critérios	**valor original b**	**b*=0,4b**	**b*=0,6b**	**b*=0,8b**	**b*=2b**	**b*=3b**	**b*=4b**
Tempo de acomodação (s)	0,637	-	-	0,613	1,502	-	-
Valor Máximo (Volts)	23,49	279,45	139,64	23,49	23,487	177,341	7,897x10^6
Variância (Volts)	10,631	6736,151	3033,74	9,259	21,434	4203,511	2,321x10^12

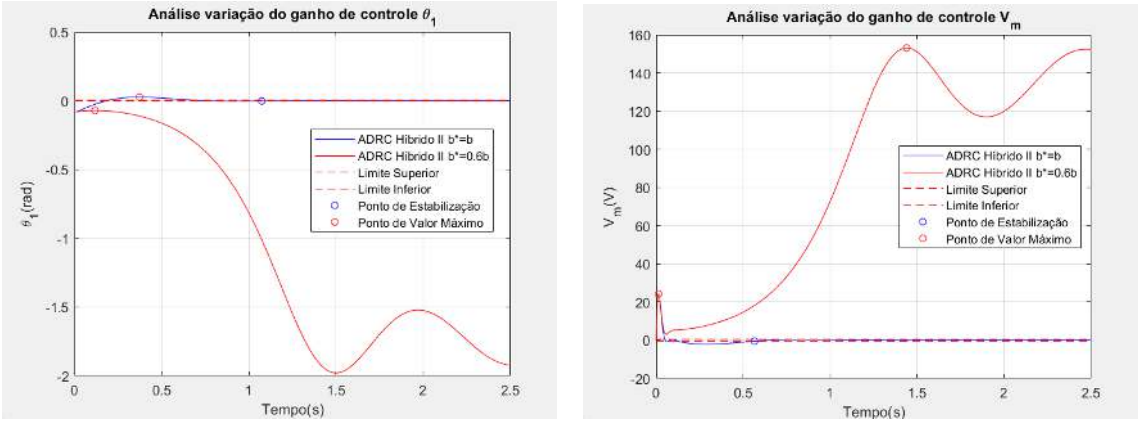
Tabela IV.11: Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Híbrido para V_m

De acordo com a Tabela IV.10, outro ponto de semelhança com o método MP-ADRC, foi o comportamento da curva da tensão de controle para $b^* = 0,8b$. Nesta situação a tensão de controle conseguiu atingir a estabilidade dentro do critério proposto, com um tempo de acomodação de $0,613$ segundo. Entretanto, a resposta foi instável, infere-se que para um tempo maior que $2,5$ segundos, que é o tempo de simulação, a curva de tensão de controle fique instável. Em seguida, as Figuras IV.28, IV.29, IV.30, IV.31, IV.32 e IV.33 mostram as curvas de θ_1 e V_m para o método ADRC Híbrido II. As Tabelas IV.12 e IV.13 mostram os valores dos critérios de desempenho do respectivo método.



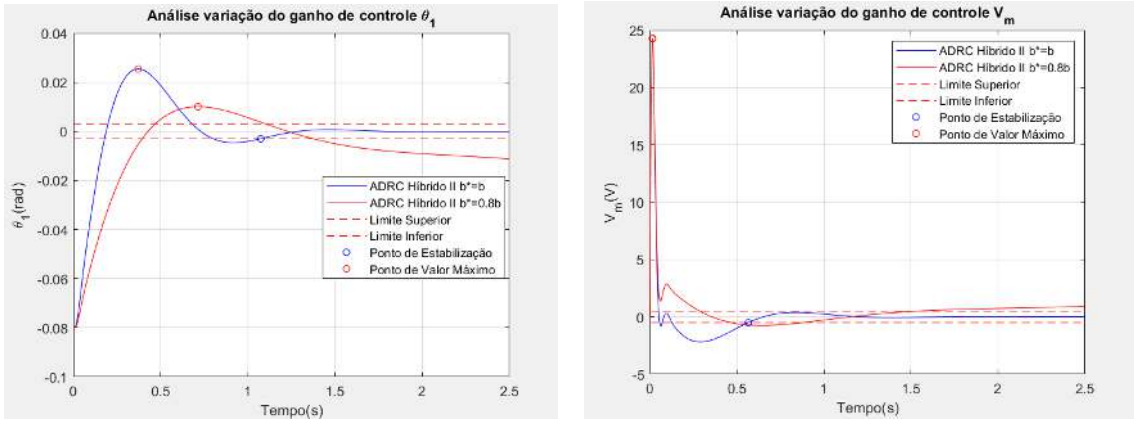
(a) (b)

Figura IV.28: Método ADRC Híbrido II **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,4b$



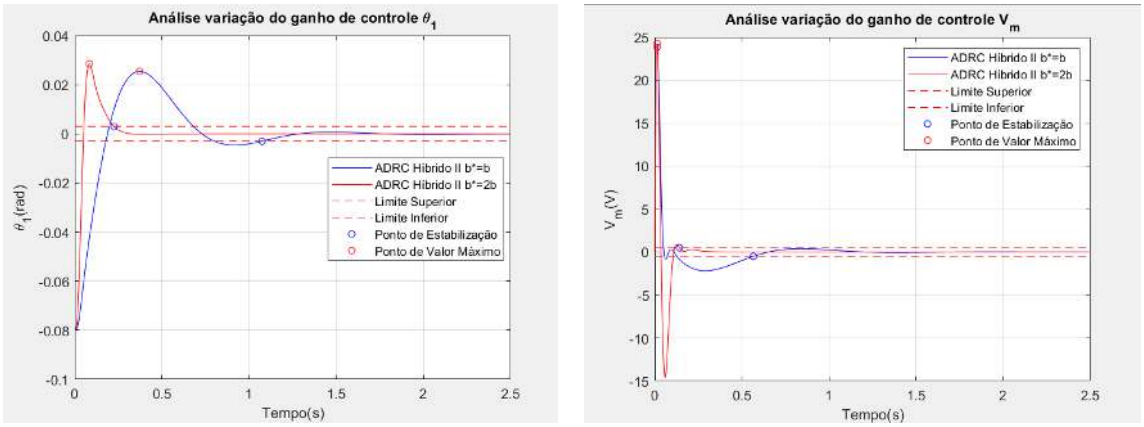
(a) (b)

Figura IV.29: Método ADRC Híbrido II **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,6b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,6b$



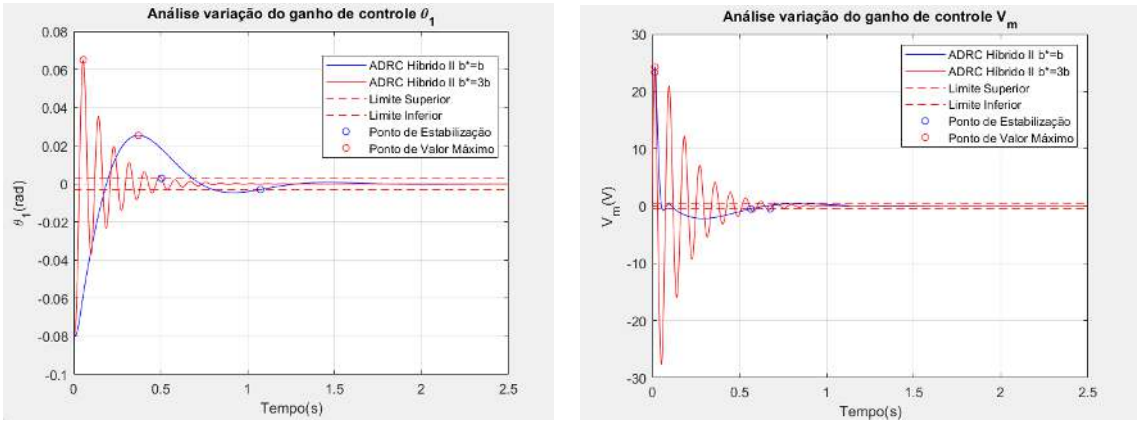
(a) (b)

Figura IV.30: Método ADRC Híbrido II **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,8b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,8b$



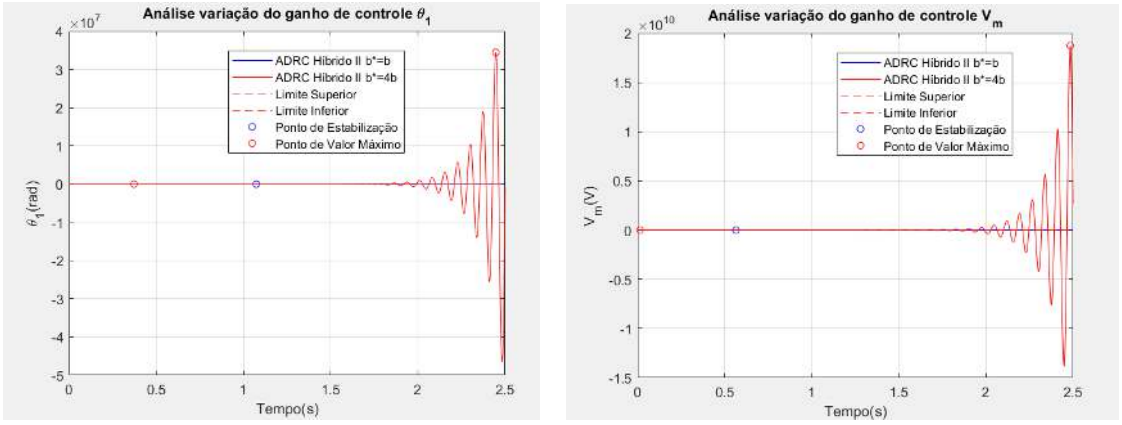
(a) (b)

Figura IV.31: Método ADRC Híbrido II **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 2b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 2b$



(a) (b)

Figura IV.32: Método ADRC Híbrido II **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 3b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 3b$



(a) (b)

Figura IV.33: Método ADRC Híbrido II **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 4b$

Segundo os Gráficos IV.28, IV.29, IV.30, IV.31, IV.32 e IV.33, assim como demonstrado para os métodos MP-ADRC e ADRC Híbrido, o ADRC Híbrido II não apresentou estabilidade para valores de b^* menores que o valor original b. Entretanto, o método ADRC Híbrido II apresentou uma vantagem em relação aos métodos MP-ADRC e ADRC Híbrido, pois teve dois cenários de estabilidade, para $b^* = 2b$ e $b^* = 3b$.

Critérios de desempenho Variação no ganho de controle ADRC Híbrido II θ_1							
Critérios	**valor original b**	**b*=0,4b**	**b*=0,6b**	**b*=0,8b**	**b*=2b**	**b*=3b**	**b*=4b**
Tempo de acomodação (s)	1,074	-	-	-	0,226	0,504	-
Valor Máximo (rads)	0,0254	-0,08	-0,0727	0,0101	0,0285	0,065	$3{,}531\text{x}10^{5}$
Variância (rads)	0,000235	1,079	0,531	0,000286	0,000088	0,000124	$2{,}943\text{x}10^{7}$

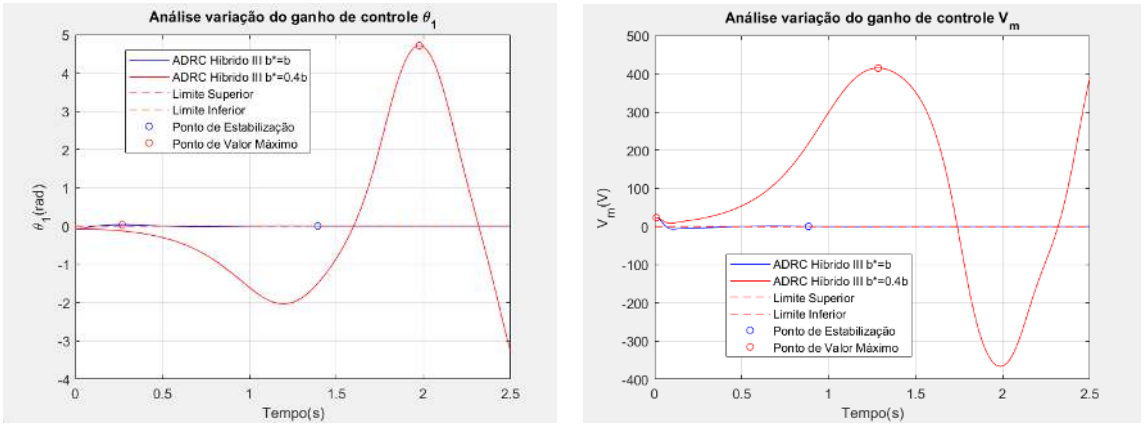
Tabela IV.12: Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Híbrido II para θ_1

Critérios de desempenho Variação no ganho de controle ADRC Híbrido II V_m							
Critérios	**valor original b**	**b*=0,4b**	**b*=0,6b**	**b*=0,8b**	**b*=2b**	**b*=3b**	**b*=4b**
Tempo de acomodação (s)	0,565	-	-	-	0,142	0,677	-
Valor Máximo (Volts)	24,244	266,917	153,04	24,294	23,835	23,314	$7{,}897\text{x}10^{6}$
Variância (Volts)	5,292	6350,583	3155,283	5,199	6,589	19,417	$2{,}321\text{x}10^{1}2$

Tabela IV.13: Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Híbrido II para V_m

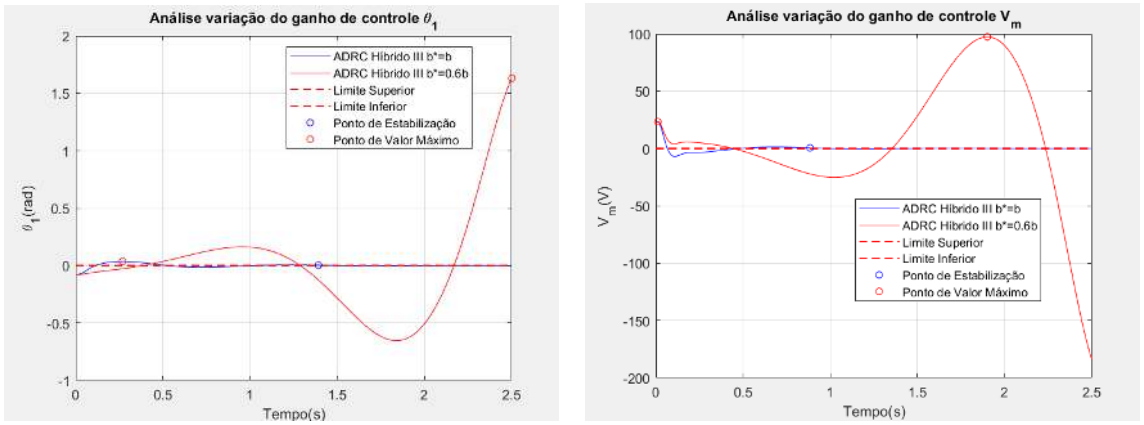
De acordo com as Tabelas IV.12, nos cenários de estabilidade, o tempo de acomodação e variância para o ângulo θ_1 foram menores que para o valor original de b, evidenciando uma performance superior. Entretanto, para a tensão de controle V_m a variância destes dois cenários foi superior ao cenário original, mostrando um esforço maior.

Finalmente, as Figuras IV.34, IV.35, IV.36, IV.37, IV.38 e IV.39 e as Tabelas IV.14 e IV.15 são referentes às simulações do método ADRC Híbrido III.



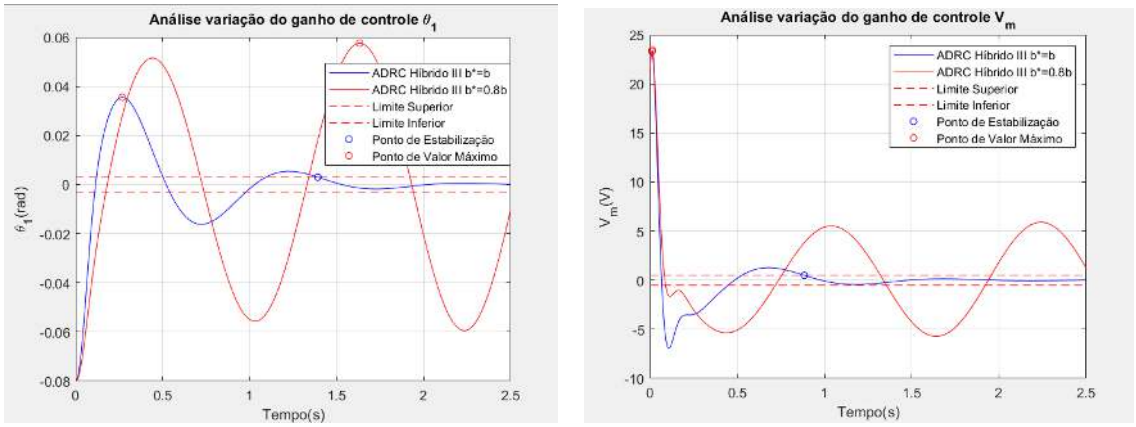
(a) (b)

Figura IV.34: Método ADRC Híbrido III **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,4b$



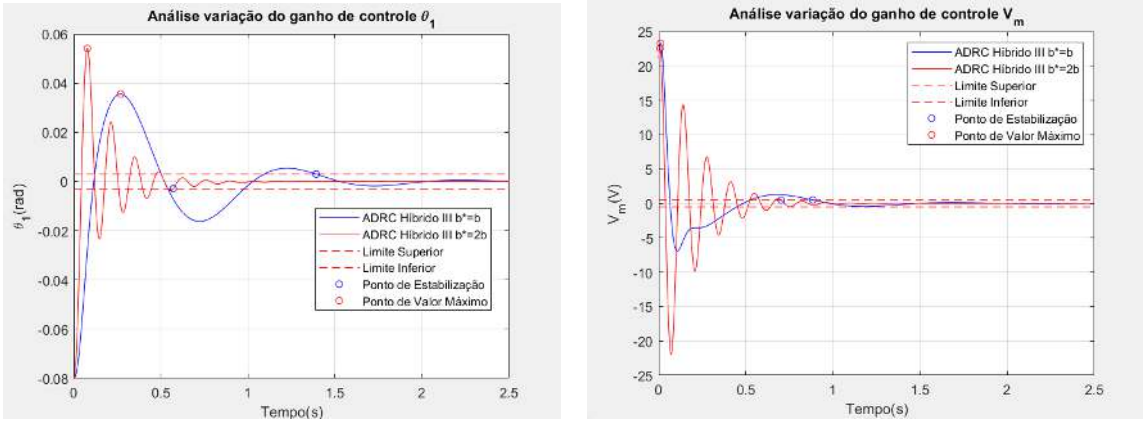
(a) (b)

Figura IV.35: Método ADRC Híbrido III **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,6b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,6b$



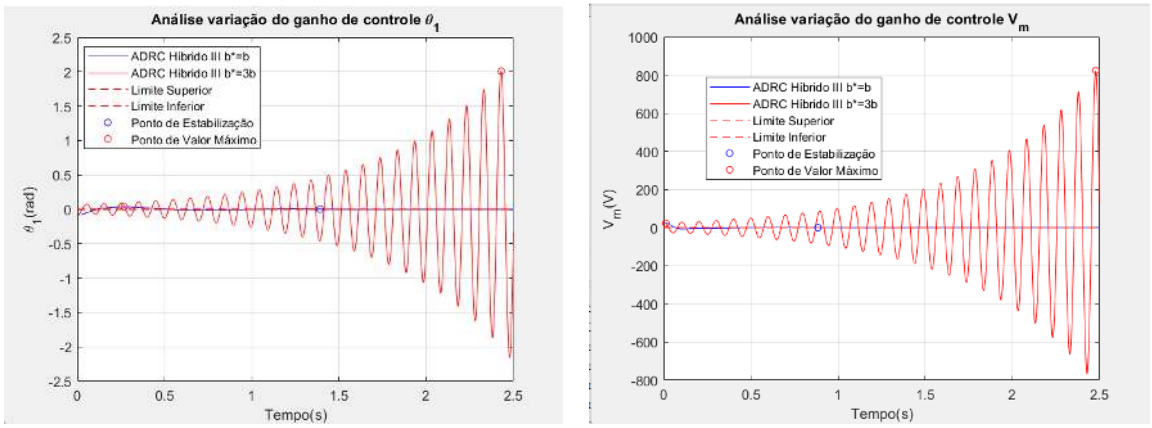
(a) (b)

Figura IV.36: Método ADRC Híbrido III **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 0,8b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 0,8b$



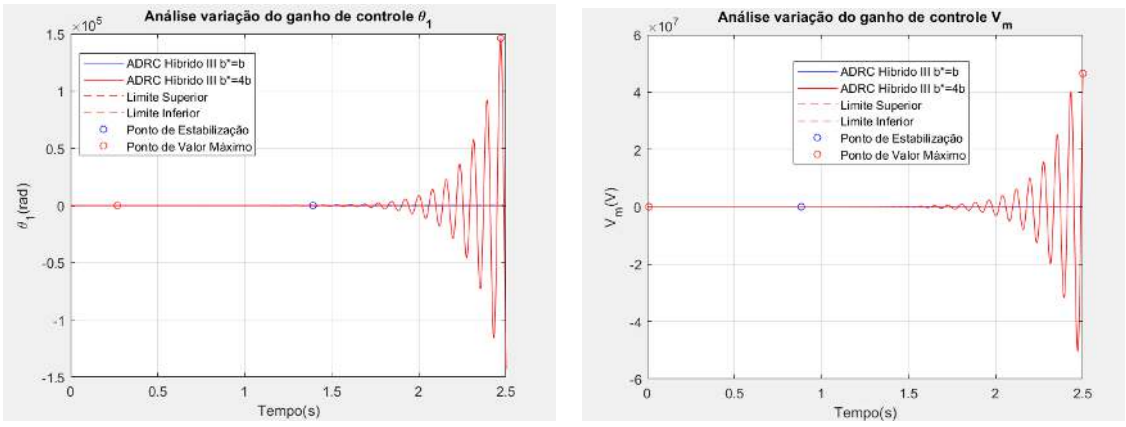
(a) (b)

Figura IV.37: Método ADRC Híbrido III **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 2b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 2b$



(a) (b)

Figura IV.38: Método ADRC Híbrido III **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 3b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 3b$



(a) (b)

Figura IV.39: Método ADRC Híbrido III **(a)** Curva do ângulo θ_1 para $b^* = 4b$ **(b)** Curva da tensão V_m para $b^* = 4b$

Conforme demonstrado nos Gráficos IV.34, IV.35, IV.36, IV.37, IV.38 e IV.39, o método ADRC Híbrido III apresentou um comportamento semelhante aos método MP-ADRC, ADRC Híbrido e ADRC Híbrido II. Para valores de b^* menores que o valor original b demonstrou instabilidade e obteve apenas um cenário de estabilidade em $b^* = 2b$. Para $b^* = 3b$ desempenhou um resultado semelhante ao método ADRC Híbrido, no qual as oscilações de θ_1 não atenuaram ao longo do tempo.

Critérios de desempenho Variação no ganho de controle ADRC Híbrido III θ_1							
Critérios	**valor original b**	**b*=0,4b**	**b*=0,6b**	**b*=0,8b**	**b*=2b**	**b*=3b**	**b*=4b**
Tempo de acomodação (s)	1,392	-	-	-	0,571	-	-
Valor Máximo (rads)	0,0355	4,714	1,632	0,0575	0,0541	2,01	$3{,}531\text{x}10^{5}$
Variância (rads)	0,000256	3,834	0,197	0,00165	0,000121	0,345	$2{,}943\text{x}10^{7}$

Tabela IV.14: Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Híbrido III para θ_1

Critérios de desempenho Variação no ganho de controle ADRC Híbrido III V_m							
Critérios	**valor original b**	**b*=0,4b**	**b*=0,6b**	**b*=0,8b**	**b*=2b**	**b*=3b**	**b*=4b**
Tempo de acomodação (s)	0,844	-	-	-	0,703	-	-
Valor Máximo (Volts)	23,292	414,892	97,274	23,451	22,542	823,274	$7{,}897\text{x}10^{6}$
Variância (Volts)	9,579	49941,53	2932,79	23,291	16,644	50944,715	$2{,}321\text{x}10^{1}2$

Tabela IV.15: Valores dos critérios de desempenho para a variação no ganho de controle do ADRC Híbrido III para V_m

Conforme mostrado na Tabela IV.14, na situação de estabilização, em $b^* = 2b$, os critérios tempo de acomodação e variância para a resposta θ_1 foram melhores que o original, apresentando uma redução de mais de 50% no tempo de acomodação. Entretanto, como pode ser visto na Tabela IV.15, a variância da tensão de controle foi maior para este cenário, evidenciando um esforço maior.

Finalizando a análise da robustez dos métodos ADRC em relação a uma variação na constante de controle. Pode-se concluir que o método ADRC Variante apresentou os melhores resultados, o controle se manteve estável em todos os cenários e para as situações em que $b^* > b$ a eficiência foi maior, o esforço desenvolvido pelo controle nestas ocasiões foi menor e a resposta foi praticamente a mesma. O método ADRC Híbrido II manteve o controle estável para duas situações diferentes, $b^* = 2b$ e $b^* = 3b$, mostrando um desempenho melhor que o ADRC-MP, evidenciando que este método incorporou as vantagens do método ADRC Variante em relação a mudanças na constante de controle. Os outros métodos só manteram a estabilidade do sistema para apenas uma situação, $b^* = 2b$. Concluindo, pode-se aferir que a presença do termo $\frac{b}{\beta}$ na saída do observador do método ADRC Variante permite ao sistema ficar menos sensível à variações na constante de controle, conforme mostrado nos resultados.

2.2 Análise da robustez em relação a presença de ruídos

O estudo a seguir consiste na análise da robustez dos métodos ADRC em relação à inclusão de um ruído na entrada do sistema. Para simular esta condição, foi incluído um sinal de ruído branco na entrada do sistema. A escolha desta abordagem se justifica pelas características do ruído branco serem semelhantes aos distúrbios reais, como por exemplo interferências naturais de sensores e variações aleatórias em processos industriais. Além disso, este ruído é utilizado em diversos trabalhos de estudos sobre a robustez de sistemas de controle, como pode ser verificado nas referências [Akhtar and Saha, 2018] e [Marzaki et al., 2015]. Na simulação, o ruído branco será inserido na medição do ângulo θ_1, reproduzindo um distúrbio na entrada do sistema. A amplitude do ruído será limitada a um valor abaixo de $0,08rad$, pois é menor que o valor inicial de θ_1. Uma constante multiplicará o sinal de distúrbio para avaliar o desempenho dos cinco métodos ADRCs para diferentes magnitudes de perturbação. Esta constante assumirá os valores de 10^{-2}, 10^{-1} e 10^{0}. Para quantificar o erro ocorrido em função de uma perturbação, são utilizados critérios ancorados na integral do erro; eles são discutidos e apresentados no trabalho Carmo et al. [2006]. Dentro desses critérios, serão usados neste trabalho a integral absoluta do erro, ou da sigla em inglês *integrated absolute error - Integral of Absolute Error (IAE)*, a integral do erro quadrático, *integrated square error - Integral of Squared Error (ISE)*, a integral do tempo multiplicado pelo erro absoluto, *integrated of the time multiplied by absolute error - Integral of Time-weighted Absolute Error (ITAE)* e a integral do tempo multiplicado pelo erro quadrático, *integrated of the time multiplied by square error - Integral of Time-weighted Squared Error (ITSE)*. As equações que descrevem estes critérios são dadas por

$$IAE = \int_0^\infty |e(t)|\ dx, \tag{IV.8}$$

$$ISE = \int_0^\infty e^2(t)\ dx, \tag{IV.9}$$

$$ITAE = \int_0^\infty t|e(t)|\ dx, \tag{IV.10}$$

$$ITSE = \int_0^\infty te^2(t)\ dx. \tag{IV.11}$$

Contudo, para que esses índices sejam calculados na simulação computacional, é necessário representá-los na forma de somatório, conforme descrito por

$$IAE = \sum_{k=1}^{N} |e(k)|, \tag{IV.12}$$

$$ISE = \sum_{k=1}^{N} e^2(k), \tag{IV.13}$$

$$ITAE = \sum_{k=1}^{N} t|e(k)|, \tag{IV.14}$$

$$ITSE = \sum_{k=1}^{N} te^2(k), \tag{IV.15}$$

onde o erro está na forma discreta $e(k)$ e N representa o número de amostras [Carmo et al., 2006]. A Figura IV.40 mostra o gráfico que representa o ruído branco usado na simulação.

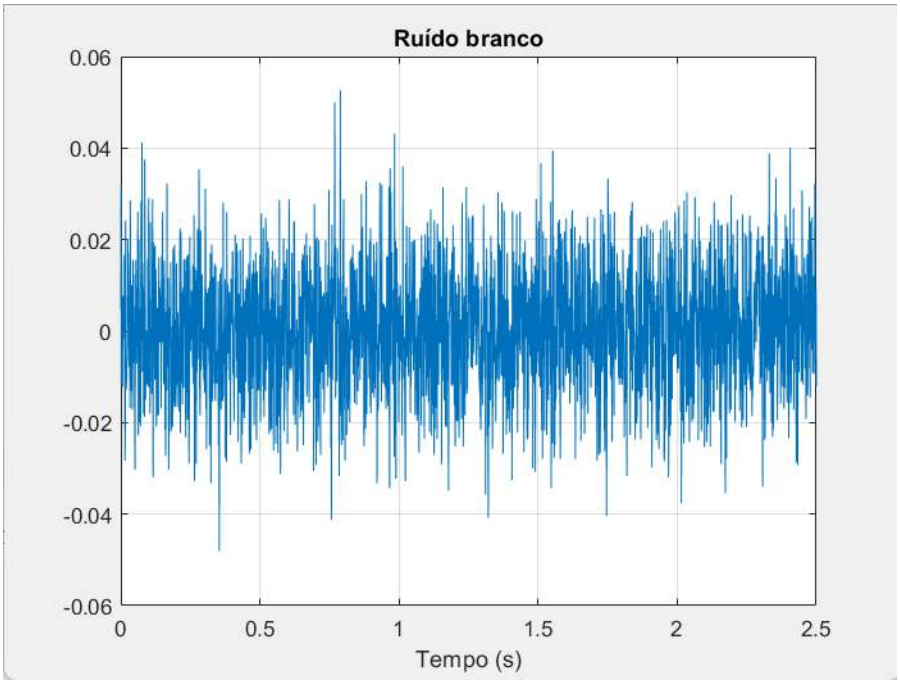


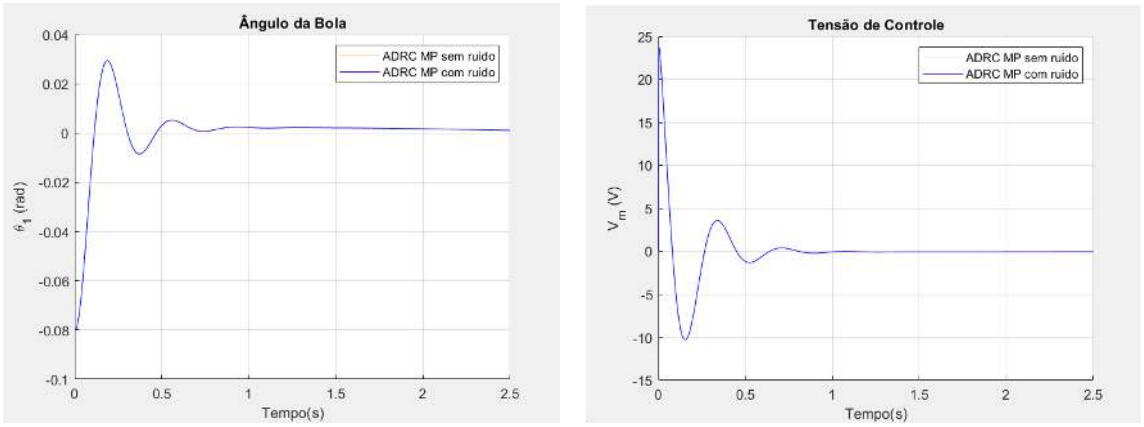
Figura IV.40: Sinal ruído branco que será utilizado na simulação para análise da rejeição de distúrbios para os métodos ADRC estudados neste trabalho

Primeiramente, os índices de desempenho baseados nos erros serão calculados para a situação sem a presença do ruído branco na entrada do sistema. A Tabela IV.16 mostra os valores para cada método ADRC.

Índices de desempenho baseados no erro sem a presença de ruído				
Método ADRC	***ISE***	***IAE***	***ITAE***	***ITSE***
ADRC MP	0,4283	13,8265	6,7712	0,0391
ADRC Variante	1,036	31,6928	18,6236	0,3042
ADRC Híbrido	0,4690	14,8721	7,1202	0,0466
ADRC Híbrido II	0,5884	17,4961	5,8314	0,0869
ADRC Híbrido III	0,6389	21,7460	10,1350	0,1384

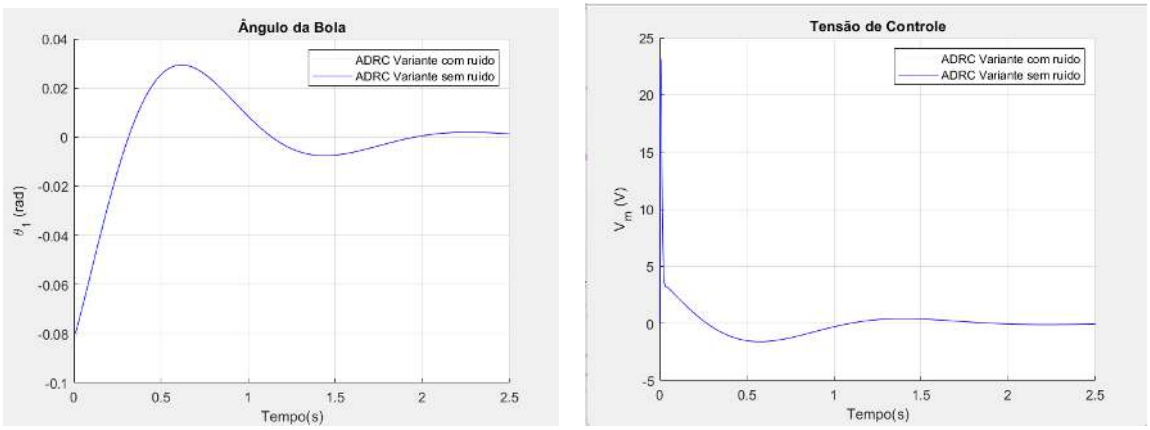
Tabela IV.16: Índices de desempenho baseados no erro sem a presença de ruído

A seguir, as Figuras IV.41, IV.42, IV.43, IV.44 e IV.45 mostram as curvas do ângulo da bola θ_1 e da tensão de controle V_m dos cinco métodos ADRC em que ruído branco foi multiplicado pelo fator 10^{-2}.



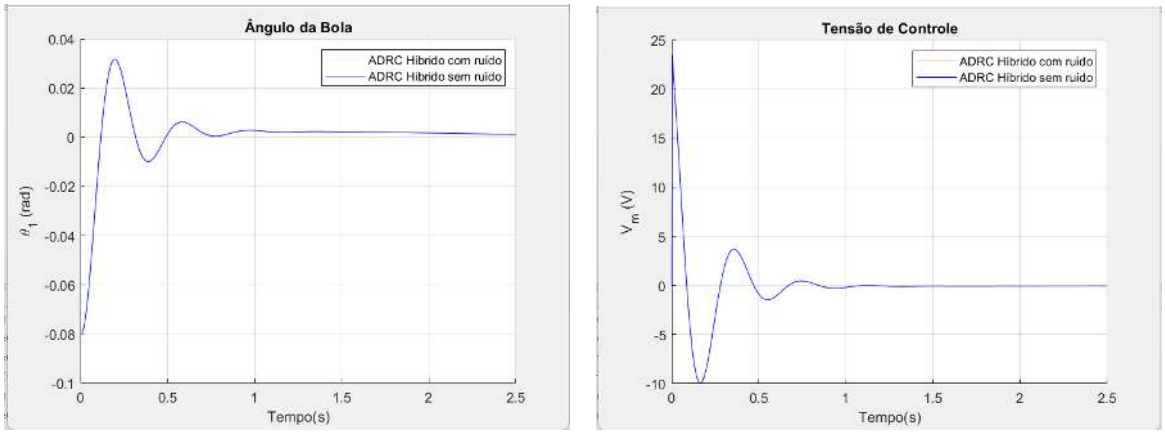
(a) (b)

Figura IV.41: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-2} para o método ADRC MP **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



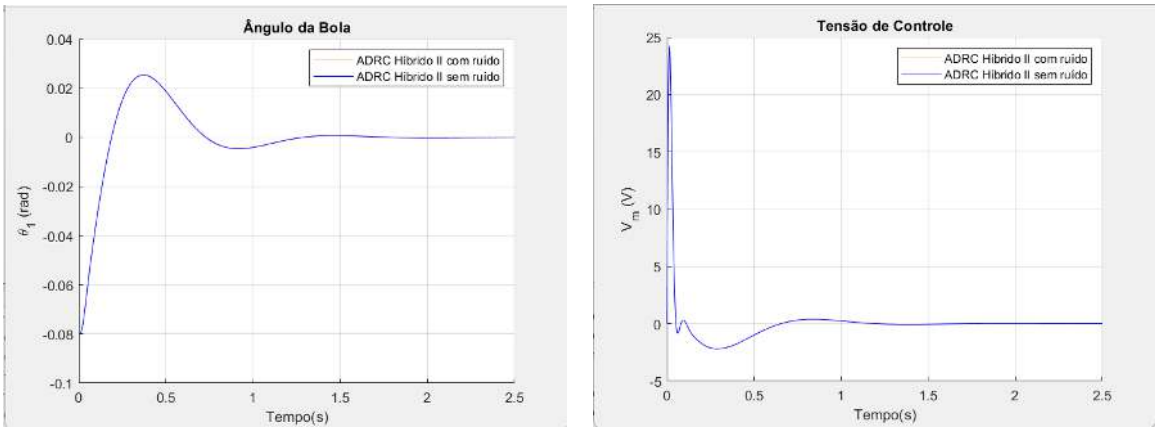
(a) (b)

Figura IV.42: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-2} para o método ADRC Variante **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



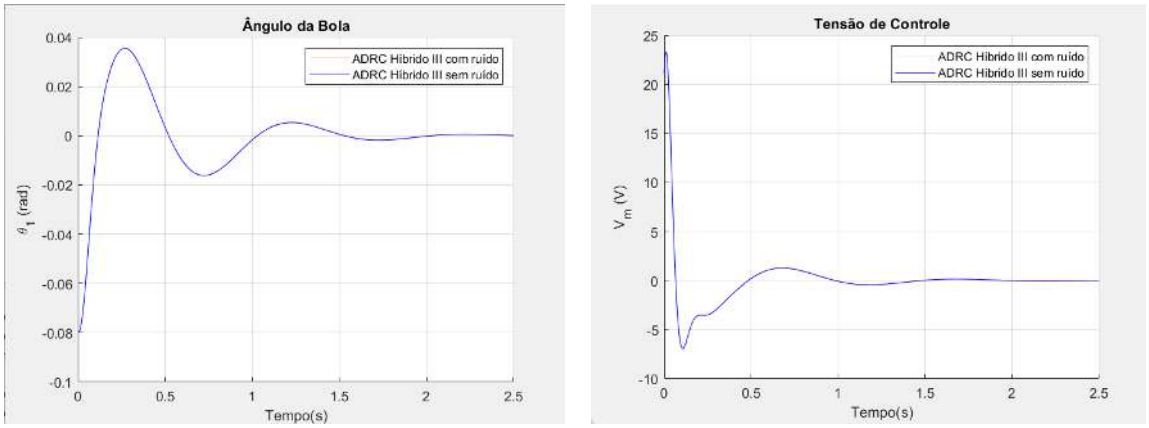
(a) (b)

Figura IV.43: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-2} para o método ADRC Híbrido **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



(a) (b)

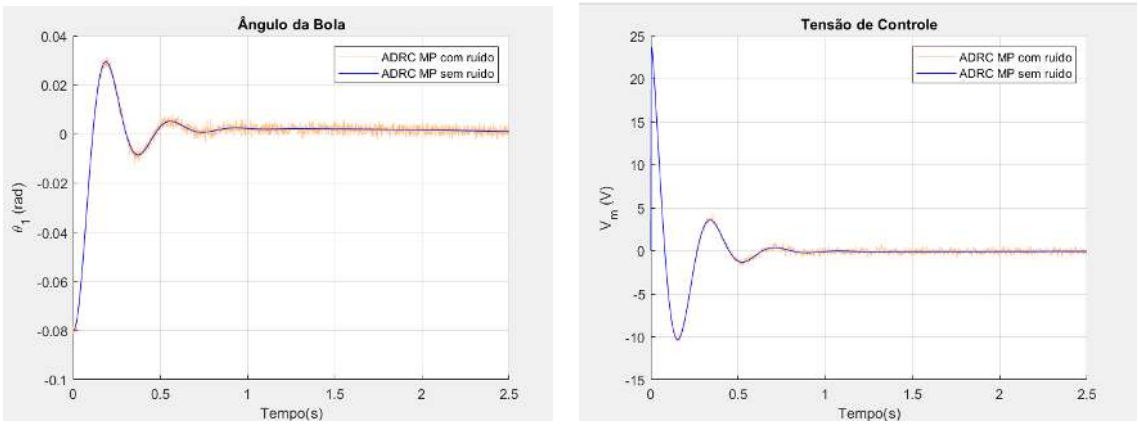
Figura IV.44: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-2} para o método ADRC Híbrido II **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



(a) (b)

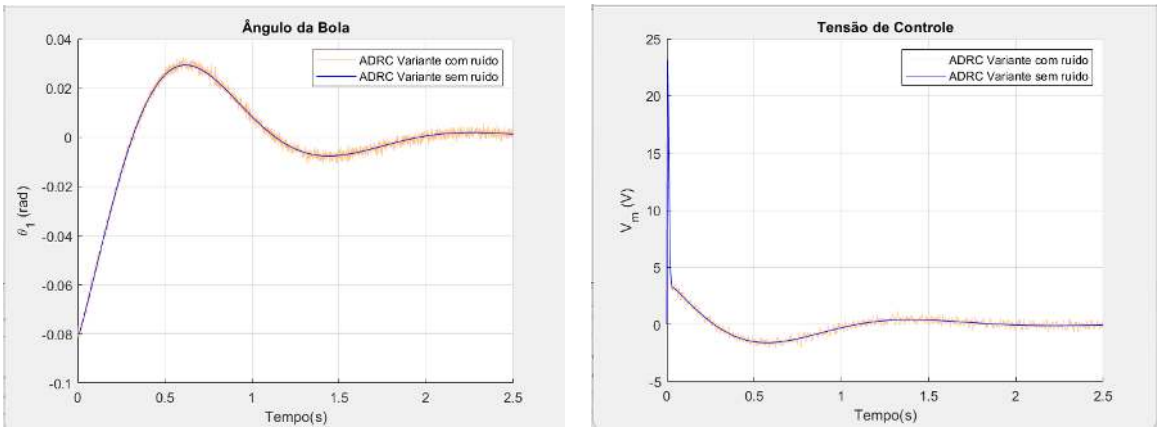
Figura IV.45: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-2} para o método ADRC Híbrido III **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m

Para esta condição de magnitude de pertubação, a rejeição de distúrbio foi satisfatória. A presença do ruído multiplicado por este fator não impactou a estabilização do ângulo θ_1 e nem modificou o esforço do sistema V_m em todos os métodos. As Figuras IV.46, IV.47, IV.48, IV.49 e IV.50 mostram as curvas para o cenário em que o ruído foi multiplicado pelo fator 10^{-1}.



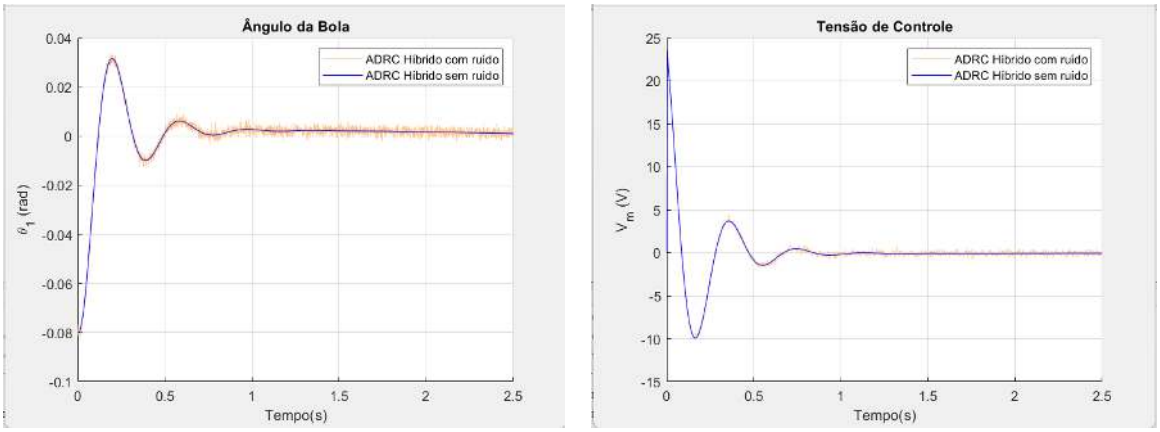
(a) (b)

Figura IV.46: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-1} para o método ADRC MP **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



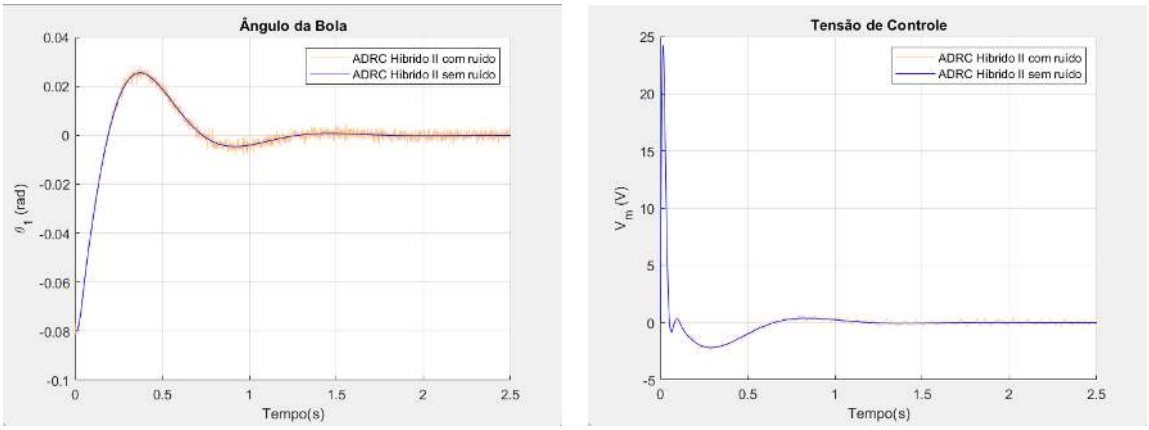
(a) (b)

Figura IV.47: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-1} para o método ADRC Variante **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



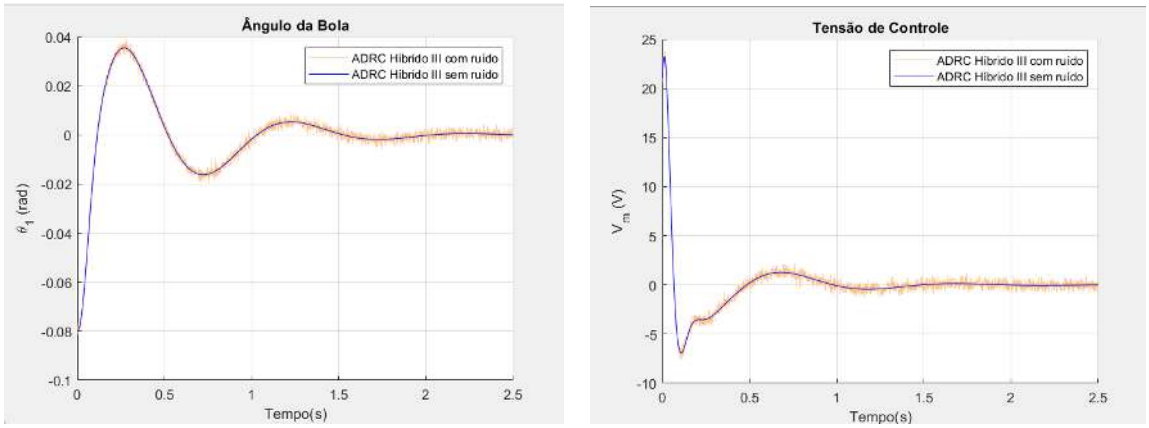
(a) (b)

Figura IV.48: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-1} para o método ADRC Híbrido **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



(a) (b)

Figura IV.49: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-1} para o método ADRC Híbrido II **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



(a) (b)

Figura IV.50: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^{-1} para o método ADRC Híbrido III **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m

A Tabela IV.17 mostra os índices de desempenho para esta condição.

Índices de desempenho baseados no erro com a presença de ruído com fator de 10^{-1}				
Método ADRC	***ISE***	***IAE***	***ITAE***	***ITSE***
ADRC MP	0,4312	14,0682	7,0914	0,0442
ADRC Variante	1,0476	32,1056	19,1691	0,3160
ADRC Híbrido	0,4720	15,1490	7,5379	0,0520
ADRC Híbrido II	0,5928	18,6552	7,9184	0,0928
ADRC Híbrido III	0,6431	22,4064	11,4208	0,1444

Tabela IV.17: Índices de desempenho baseados no erro com a presença de ruído com fator de 10^{-1}

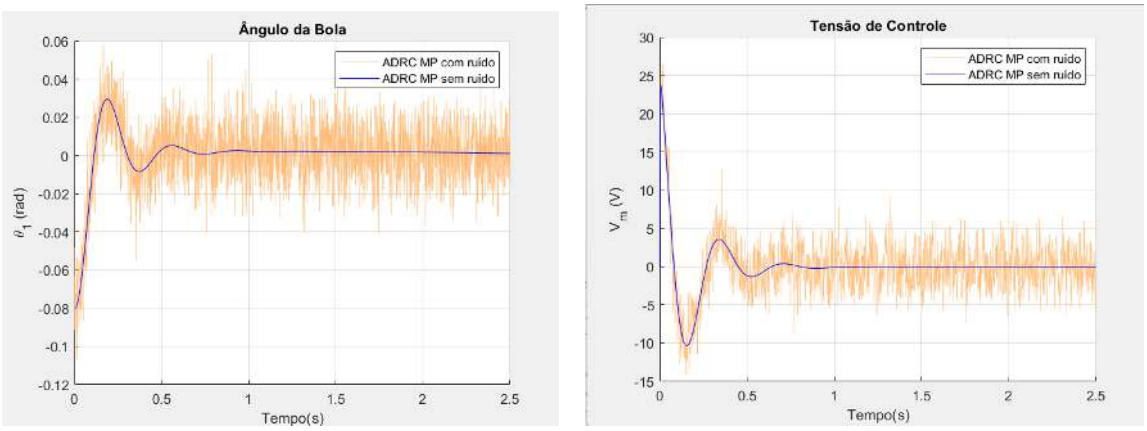
Segundo a Tabela IV.17, o método ADRC Variante apresentou os piores valores para todos os índices utilizados, mostrando uma sensibilidade maior deste método na presença de distúrbios em comparação com os outros métodos ADRC. A Tabela IV.18 expõe a variação dos valores dos índices em relação à situação sem a presença de ruído.

Variação nos valores dos índices de desempenho para o ruído branco multiplicado pelo fator 10^{-1}				
Método ADRC	*ISE*	*IAE*	*ITAE*	*ITSE*
ADRC MP	0,68%	1,75%	4,73%	13,04%
ADRC Variante	1,26%	1,30%	2,93%	3,88%
ADRC Híbrido	0,64%	1,86%	5,87%	11,59%
ADRC Híbrido II	0,75%	6,62%	35,79%	6,79%
ADRC Híbrido III	0,66%	3,04%	12,69%	4,34%

Tabela IV.18: Variação dos valores dos índices de desempenho para os métodos ADRC comparados com a condição sem ruído

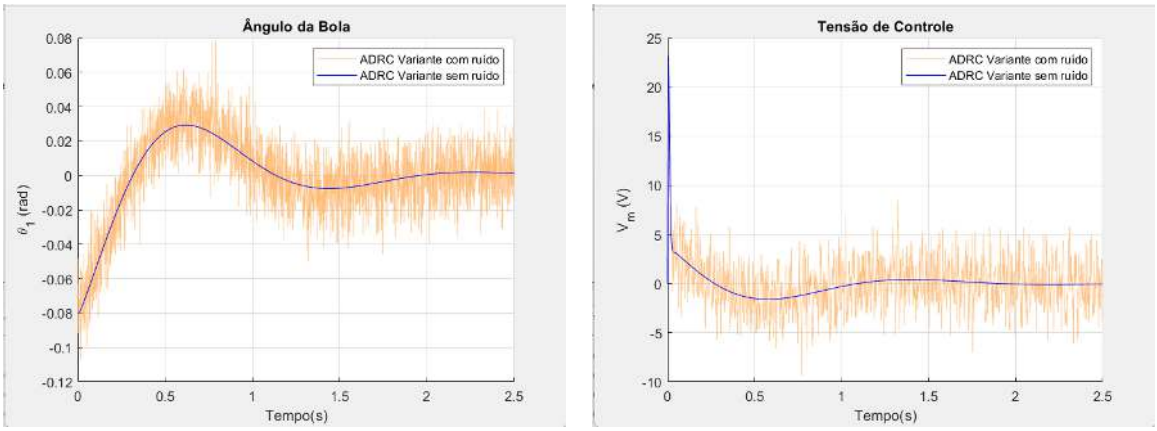
De acordo com a Tabela IV.18 para o índice *ISE*, o método ADRC Variante apresentou a maior variação, que foi de $1,26\%$. Para os índices *IAE* e *ITAE* a maior variação foi do método ADRC Híbrido II que foi de $6,62\%$ e $35,79\%$, respectivamente. Para o índice *ITSE* a maior variação foi no método ADRC MP, cujo valor foi de $13,04\%$.

À seguir, as figuras IV.51, IV.52, IV.53, IV.54 e IV.55 demonstram a situação com a presença do ruído com seu valor multiplicado pelo fator 10^0, ou seja, a magnitude do sinal sem atenuação.



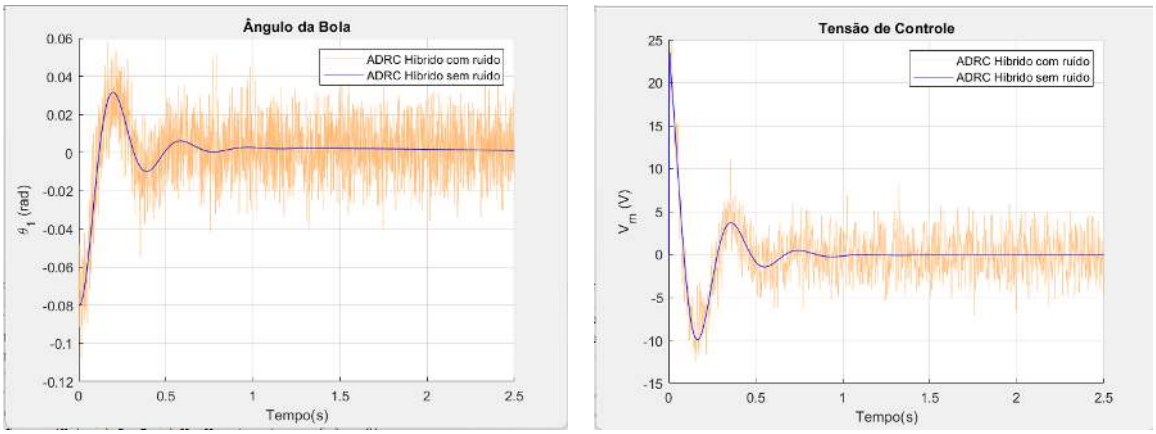
(a) (b)

Figura IV.51: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^0 para o método ADRC MP **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



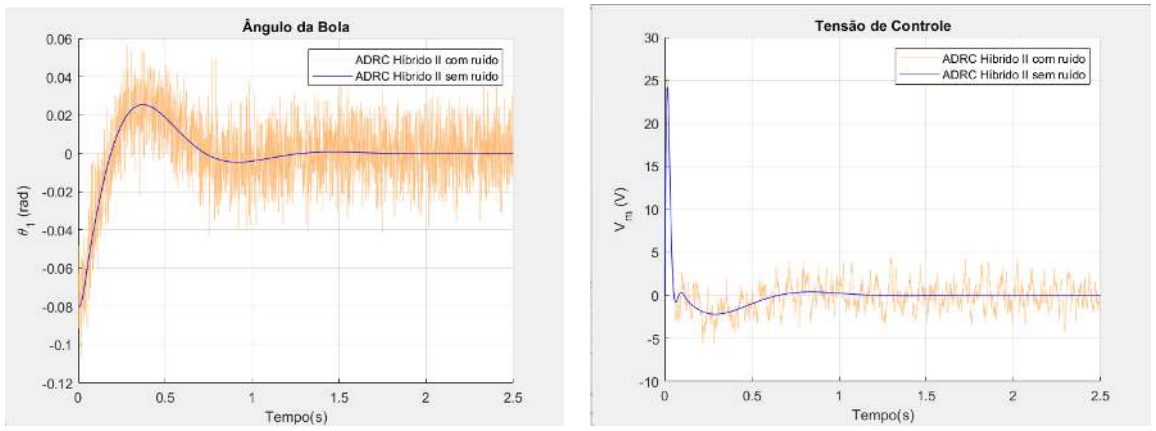
(a) (b)

Figura IV.52: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^0 para o método ADRC Variante **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



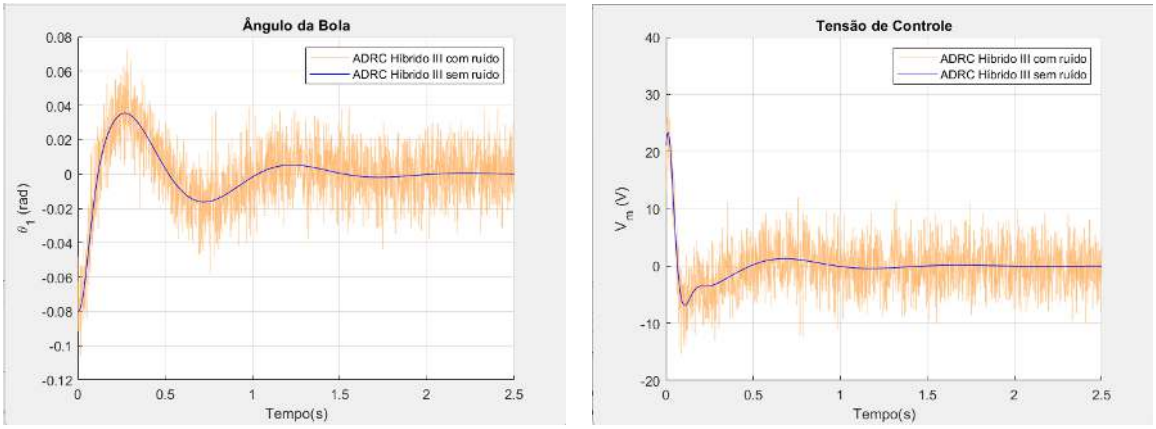
(a) (b)

Figura IV.53: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^0 para o método ADRC Híbrido **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



(a) (b)

Figura IV.54: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^0 para o método ADRC Híbrido II **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



(a) (b)

Figura IV.55: Presença do ruído branco na entrada do sistema multiplicado pelo fator 10^0 para o método ADRC Híbrido III **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m

A Tabela IV.19 destaca os valores dos índices de desempenho com a presença do ruído branco na entrada do sistema sem atenuação na magnitude.

Variação nos valores dos índices de desempenho para o ruído branco multiplicado pelo fator 10^0				
Método ADRC	***ISE***	***IAE***	***ITAE***	***ITSE***
ADRC MP	0,8584	33,0182	34,0368	0,5863
ADRC Variante	1,5692	46,1670	41,3869	0,9219
ADRC Híbrido	0,8986	33,6890	34,2136	0,5953
ADRC Híbrido II	1,0320	36,6311	35,2914	0,6399
ADRC Híbrido III	1,0810	38,2369	36,7162	0,6940

Tabela IV.19: Variação dos valores dos índices de desempenho para os métodos ADRC comparados com a condição sem ruído

Na tabela IV.19, o método ADRC Variante novamente apresentou os piores resultados em todos os índices, entretanto com os valores mais próximos dos outros métodos. A Tabela IV.20 apresenta a variação nos valores dos índices nesta condição com a situação sem a presença do ruído.

Variação nos valores dos índices de desempenho para o ruído branco multiplicado pelo fator 10^0				
Método ADRC	***ISE***	***IAE***	***ITAE***	***ITSE***
ADRC MP	100,42%	138,80%	402,67%	1399,49%
ADRC Variante	51,67%	45,67%	122,29%	203,06%
ADRC Híbrido	91,60%	126,52%	340,51%	1177,47%
ADRC Híbrido II	75,39%	109,37%	505,20%	636,36%
ADRC Híbrido III	69,20%	75,83%	262,27%	401,45%

Tabela IV.20: Variação dos valores dos índices de desempenho para os métodos ADRC comparados com a condição sem ruído

Na Tabela IV.20, verifica-se que o método ADRC Variante apresentou as menores taxas de variação entre os cinco métodos avaliados. Em contrapartida, o método ADRC-MP evidenciou as maiores taxas de variação. A partir dos resultados obtidos, infere-se que o ADRC-MP obteve o melhor desempenho em termos de robustez a distúrbios externos. No entanto, as taxas de variação

reduzidas do método ADRC Variante sugerem que, caso seus parâmetros fossem otimizados para um cenário isento de ruído, mantendo uma baixa taxa de variação, ele poderia apresentar resultados superiores na presença de ruídos externos.

Capítulo V Resultados Experimentais

Neste capítulo será apresentado o protótipo experimental do mecanismo *ball and wheel*, que é mostrado na Figura V.1.

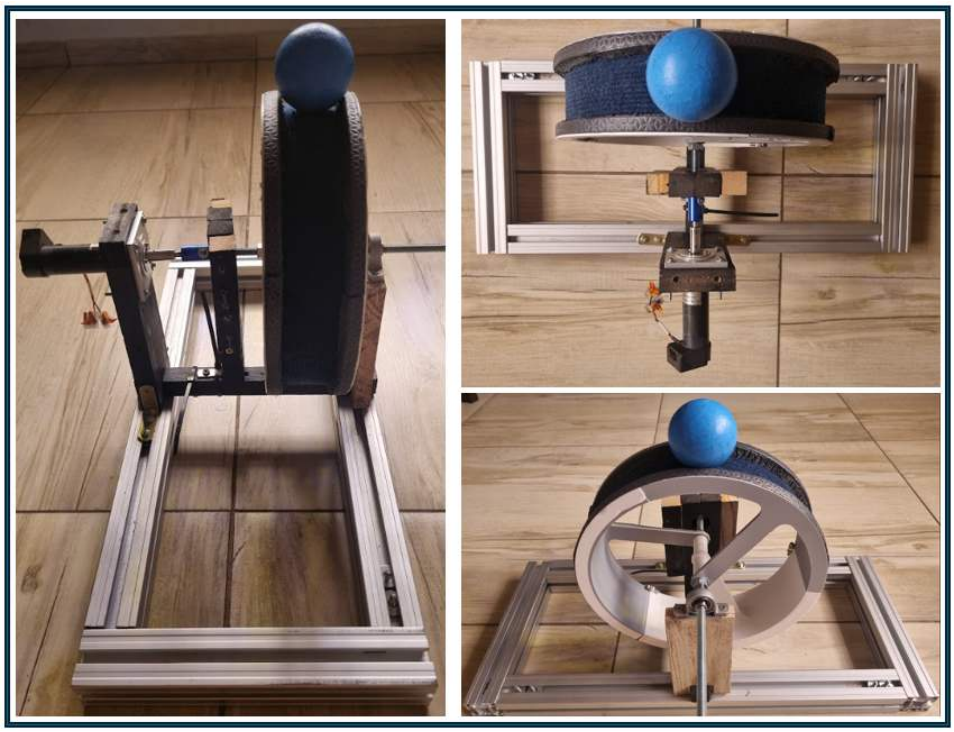


Figura V.1: Protótipo experimental do mecanismo *ball and wheel*

O capítulo é dividido em 4 seções. Primeiramente, é discutido o método de discretização do sistema para implementação do microcontrolador. Em seguida, são apresentados os componentes de *hardware* e o *softwares* utilizados, assim como a estrutura do código de controle. Por fim, os resultados obtidos são apresentados e discutidos.

1 Discretização do sistema

No Capítulo III foram desenvolvidas as funções de transferências do ESO e do controlador para os cinco métodos ADRC. Entretanto, para realizar a implementação do controle no microcontrolador é necessário discretizar a função contínua, pois estes dispositivos trabalham com sinais digitais e executam operações em intervalos de tempo definidos. Para realizar a conversão das funções de transferência do domínio contínuo s para o domínio discreto z, foi utilizado o comando $c2d$ da fer-

ramenta de linguagem de computação *Matlab*. Este comando necessita como parâmetros o tempo de amostragem, que é o valor dos intervalos de tempo que a função discretizada será definida e o método de discretização. O método usado foi o *Tustin*, que, de acordo com [Keiel, 2017], é uma técnica amplamente usada em sistemas lineares invariantes no tempo, a qual apresenta como vantagem garantir a estabilidade em malha aberta de um sistema *Boundary Input Boundary Output* (Boundary Input Boundary Output (BIBO)), independente do intervalo de amostragem utilizado. A equação de discretização deste método é dada por 5

$$z = \frac{1 + \frac{sT}{2}}{1 - \frac{sT}{2}}, \tag{V.1}$$

sendo T o tempo de amostragem. Para validar a discretização das funções de transferências, foi desenvolvido no *Simulink* uma comparação entre a resposta contínua e a resposta discreta. Os valores utilizados nesta simulação estão presentes nas Tabelas IV.2 e IV.3, que mostram as constantes físicas do projeto e os parâmetros dos métodos, respectivamente. O período de amostragem T_s utilizado na simulação foi de $0,001s$. As expressões das funções de transferência contínua e discreta, com os valores experimentais, são dadas por

$$\begin{cases} \dfrac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = \dfrac{-1,69.10^6 s^2 - 3,38.10^6 s - 1,69.10^6}{s^3 + 520s^2 + 67600s}; \\ \qquad \text{(Função de transferência contínua ADRC MP)} \\ \dfrac{V_m(z)}{\Theta_1(z)} = \dfrac{-662,4z^3 + 661,1z^2 + 662,4z - 661,1}{z^3 - 2,54z^2 + 2,133z - 0,5928}; \\ \qquad \text{(Função de transferência discreta ADRC MP)} \end{cases} \tag{V.2}$$

$$\begin{cases} \dfrac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = \dfrac{-1,281.10^6 s^3 - 2,306.10^7 s^2 - 3,203.10^6 s}{s^4 + 345s^3 + 3,968.10^4 s^2}; \\ \qquad \text{(Função de transferência contínua ADRC Variante)} \\ \dfrac{V_m(z)}{\Theta_1(z)} = \dfrac{-546,6z^4 + 1083z^3 + 9,75z^2 - 1083z + 536,8}{z^4 - 3,675z^3 + 5,058z^2 - 3,091z + 0,7082}; \\ \qquad \text{(Função de transferência discreta ADRC Variante)} \end{cases} \tag{V.3}$$

$$\begin{cases} \dfrac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = \dfrac{-1,166.10^9 s^2 - 2,333.10^9 s - 1,166.10^9}{s^4 + 1080 s^3 + 393112 s^2 + 4,666.10^7 s}; \\ \text{(Função de transferência contínua ADRC Híbrido)} \\ \\ \dfrac{V_m(z)}{\Theta_1(z)} = \dfrac{-177,5 z^4 - 0,3549 z^3 + 354,7 z^2 + 0,3545 z - 177,2}{z^4 - 3,083 z^3 + 3,53 z^2 - 1,783 z + 0,336}; \\ \text{(Função de transferência discreta ADRC Híbrido)} \end{cases} \tag{V.4}$$

$$\begin{cases} \dfrac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = \dfrac{-505600 s^3 - 1,013.10^7 s^2 - 5,096.10^7 s - 2,022.10^6}{s^4 + 120 s^3 + 8800 s^2 + 64000 s}; \\ \text{(Função de transferência contínua ADRC Híbrido II)} \\ \\ \dfrac{V_m(z)}{\Theta_1(z)} = \dfrac{-240,4 z^4 + 476 z^3 + 4,769 z^2 - 476 z + 235,6}{z^4 - 3,879 z^3 + 5,644 z^2 - 3,653 z + 0,887}; \\ \text{(Função de transferência discreta ADRC Híbrido II)} \end{cases} \tag{V.5}$$

$$\begin{cases} \dfrac{V_m(s)}{\Theta_1(s)} = \dfrac{-2801 s^4 - 5,938.10^5 s^3 - 3,43.10^7 s^2 - 2,999.10^8 s - 7,144.10^8}{s^4 + 195 s^3 + 9847 s^2 + 274625 s}; \\ \text{(Função de transferência contínua ADRC Híbrido III)} \\ \\ \dfrac{V_m(z)}{\Theta_1(z)} = \dfrac{-2824 z^4 + 1,073.10^4 z^3 - 1,526.10^4 z^2 + 9646 z - 2284}{z^4 - 3,814 z^3 + 5,45 z^2 - 3,459 z + 0,8227}; \\ \text{(Função de transferência discreta ADRC Híbrido III)} \end{cases} \tag{V.6}$$

À partir das funções de transferência discretas demonstradas nas equações de (V.2) a (V.6), serão obtidas as expressões de sequência de amostras de $vm(k)$ e $\theta_1(k)$, que serão utilizadas na simulação e no código de implementação do controle. Para realizar esta conversão, o numerador e o denominador das funções discretas serão divididos pelo termo com o maior grau de z, obtendo uma expressão com valores anteriores de $v_m(k)$ e $\theta_1(k)$. Estas expressões são dadas por

$$\begin{cases} \dfrac{V_m(z)}{\Theta_1(z)} = \dfrac{-662,4 + 661,1z^{-1} + 662,4z^{-2} - 661,1z^{-3}}{1 - 2,54z^{-1} + 2,133z^{-2} - 0,5928z^{-3}}, \\ \text{(Função de transferência discreta ADRC MP)} \\ \\ v_m(k) = -520v_m(k-1) - 67600v_m(k-2) - 662,4\theta_1(k) + 661,1\theta_1(k-1) \\ + 662,4\theta_1(k-2) - 661,1\theta_1(k-3), \\ \text{(Expressão de sequência de amostras de } v_m(k) \text{ e } \theta_1(k) \text{ do ADRC MP)} \end{cases} \tag{V.7}$$

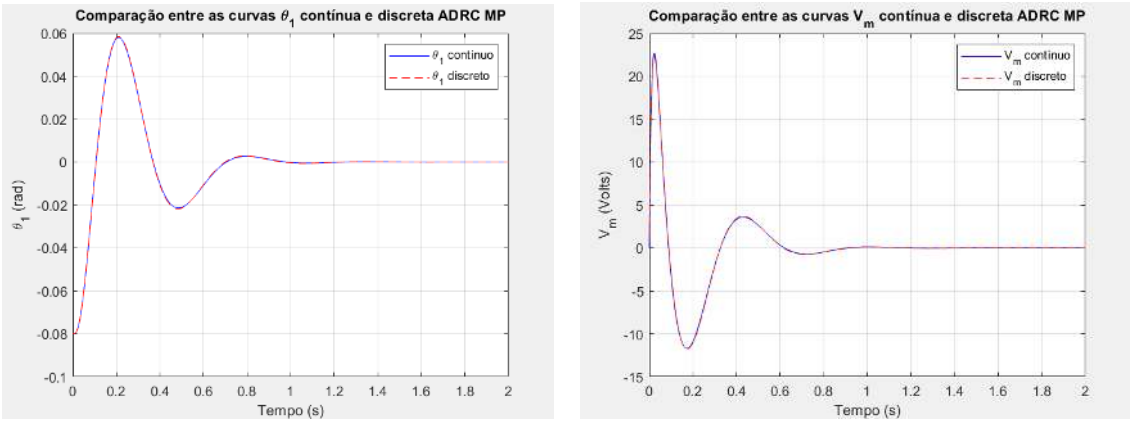
$$\begin{cases} \dfrac{V_m(z)}{\Theta_1(z)} = \dfrac{-546,6z^4 + 1083z^3 + 9,75z^2 - 1083z + 536,8}{z^4 - 3,675z^3 + 5,058z^2 - 3,091z + 0,7082}, \\ \text{(Função de transferência discreta ADRC Variante)} \\ \\ v_m(k) = 3,675v_m(k-1) - 5,058v_m(k-2) + 3,091v_m(k-3) \\ - 0,7082v_m(k-4) - 546,6\theta_1 k + 1083\theta_1(k-1) \\ + 9,75\theta_1(k-2) - 1083\theta_1(k-3) + 536,8\theta_1(k-4), \\ \text{(Expressão de sequência de amostras de } v_m(k) \text{ e } \theta_1(k) \text{ do ADRC Variante)} \end{cases} \tag{V.8}$$

$$\begin{cases} \dfrac{V_m(z)}{\Theta_1(z)} = \dfrac{-177,5z^4 - 0,3549z^3 + 354,7z^2 + 0,3545z - 177,2}{z^4 - 3,083z^3 + 3,53z^2 - 1,783z + 0,336}, \\ \text{(Função de transferência discreta ADRC Híbrido)} \\ \\ v_m(k) = 3,083v_m(k-1) - 3,53v_m(k-2) + 1,783v_m(k-3) \\ - 0,336v_m(k-4) - 177,5\theta_1(k) - 0,3549\theta_1(k-1) \\ + 354,7\theta_1(k-2) + 0,3545\theta_1(k-3) + -177,2\theta_1(k-4)), \\ \text{(Expressão de sequência de amostras de } v_m(k) \text{ e } \theta_1(k) \text{ do ADRC Híbrido)} \end{cases} \tag{V.9}$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{V_m(z)}{\Theta_1(z)} = \dfrac{-240,4z^4 + 476z^3 + 4,769z^2 - 476z + 235,6}{z^4 - 3,879z^3 + 5,644z^2 - 3,653z + 0,887}, \\
\text{(Função de transferência discreta ADRC Híbrido II)} \\
\\
v_m(k) = 3,879v_m(k-1) - 5,644v_m(k-2) + 3,653v_m(k-3) \\
- 0,887v_m(k-4) - 240,4\theta_1(k) + 476\theta_1(k-1) \\
+ 4,769\theta_1(k-2) - 476\theta_1(k-3) + 235,6\theta_1(k-4)), \\
\text{(Expressão de sequência de amostras de } v_m(k) \text{ e } \theta_1(k) \text{ do ADRC Híbrido II)}
\end{cases}
\tag{V.10}
$$

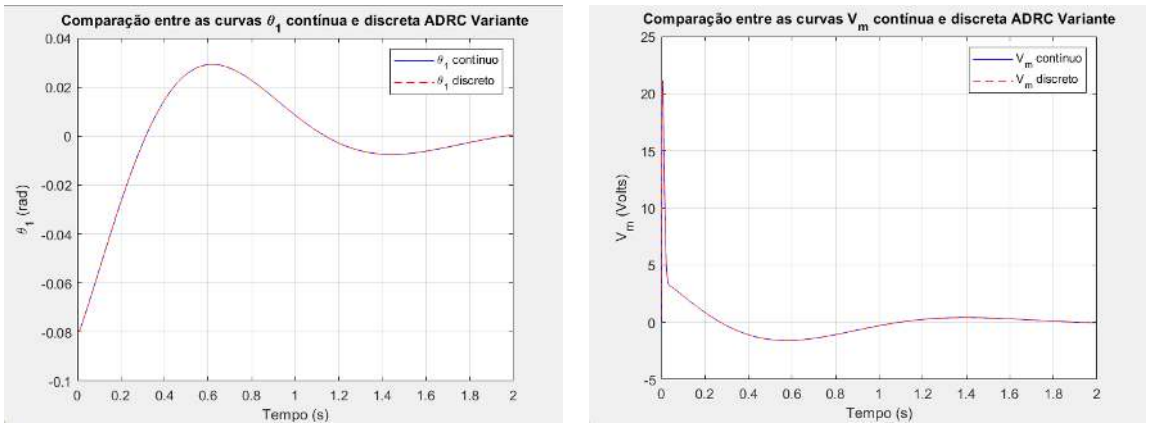
$$
\begin{cases}
\dfrac{V_m(z)}{\Theta_1(z)} = \dfrac{-2824z^4 + 1,073.10^4z^3 - 1,526.10^4z^2 + 9646z - 2284}{z^4 - 3,814z^3 + 5,45z^2 - 3,459z + 0,8227}, \\
\text{(Função de transferência discreta ADRC Híbrido III)} \\
\\
v_m(k) = -3,814v_m(k-1) - 5,45v_m(k-2) + 3,459v_m(k-3) \\
- 0,8227v_m(k-4) - 2824\theta_1(k) + 10730\theta_1(k-1) \\
- 15260\theta_1(k-2) + 9649\theta_1(k-3) - 2284\theta_1(k-4)). \\
\text{(Expressão de sequência de amostras de } v_m(k) \text{ e } \theta_1(k) \text{ do ADRC Híbrido III)}
\end{cases}
\tag{V.11}
$$

Os Gráficos V.2, V.3, V.4, V.5 e V.6 mostram a comparação entre o domínio contínuo e discreto das curvas da tensão de controle V_m e do ângulo θ_1. Foram obtidos aplicando as expressões de sequências de amostras, representadas nas equações de (V.7) a (V.11).



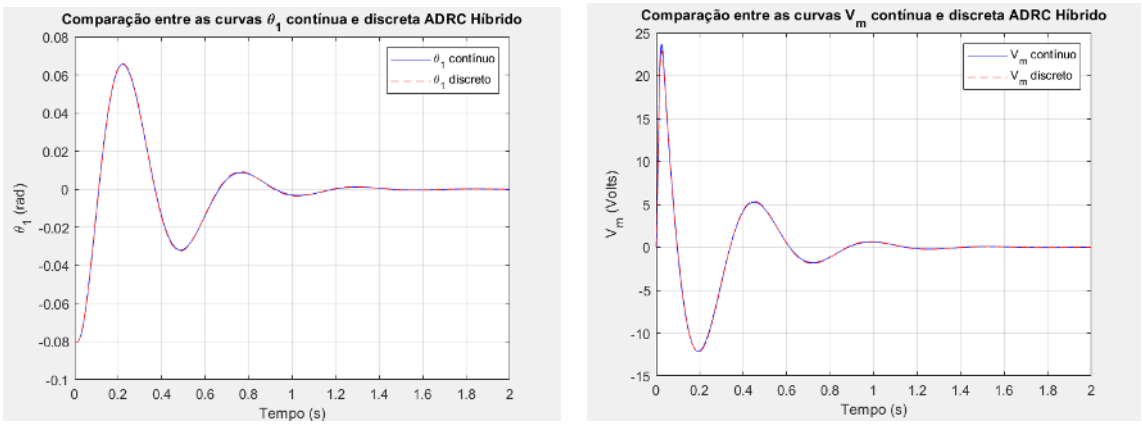
(a) (b)

Figura V.2: Comparação entre as respostas contínuas e discretas do ADRC MP **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



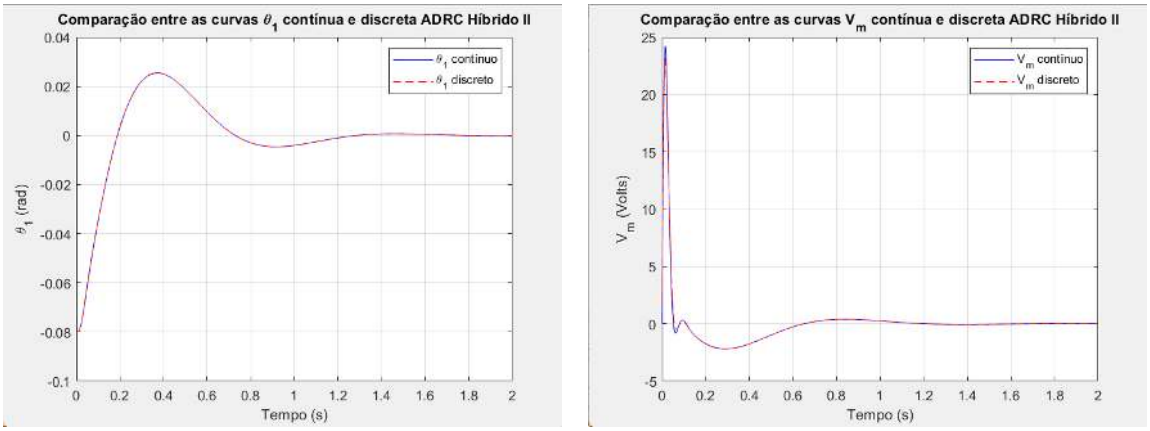
(a) (b)

Figura V.3: Comparação entre as respostas contínuas e discretas do ADRC Variante **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



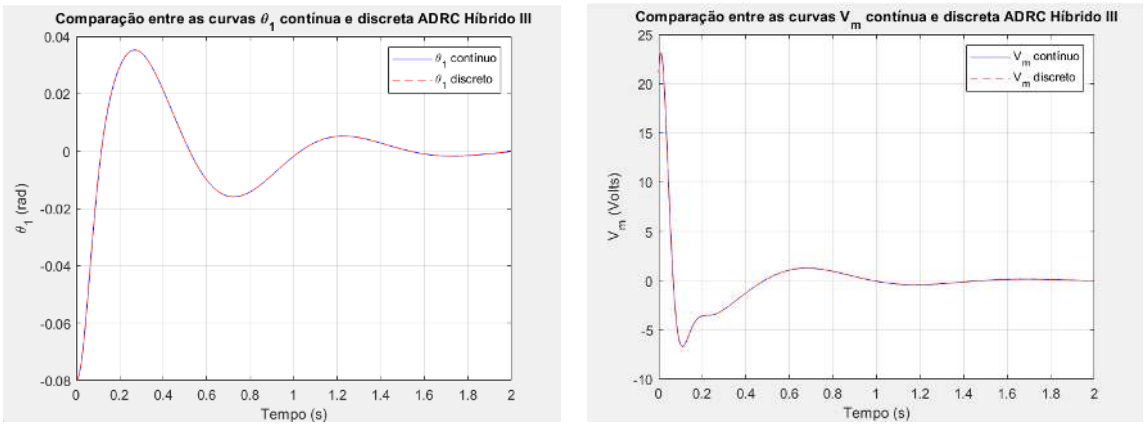
(a) (b)

Figura V.4: Comparação entre as respostas contínuas e discretas do ADRC Híbrido **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



(a) (b)

Figura V.5: Comparação entre as respostas contínuas e discretas do ADRC Híbrido II **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m



(a) (b)

Figura V.6: Comparação entre as respostas contínuas e discretas do ADRC Híbrido III **(a)** Gráfico do ângulo θ_1 **(b)** Curva da tensão de controle V_m

Pode-se notar que as curvas contínua e discreta ficaram sobrepostas, mostrando que o resultado obtido foi idêntico. Logo, o método de discretização foi validado.

2 Componentes do mecanismo

Nesta seção serão mostrados os componentes físicos que compõem o mecanismo que foi montado para a realização do experimento. A Figura V.7 mostra um esquema, que explica como cada componente está inserido no sistema e uma breve descrição sobre sua função. O processo de funcionamento, representado no Diagrama V.7, é descrito da seguinte forma: a câmera obtém a imagem do mecanismo mostrando a bola sobre a roda. Esta imagem é processada no computador e um algoritmo executado pelo *software Processing*, calcula o ângulo entre a bola e roda θ_1. O valor do ângulo é enviado pelo software Processing para o microcontrolador ESP 8266, através de

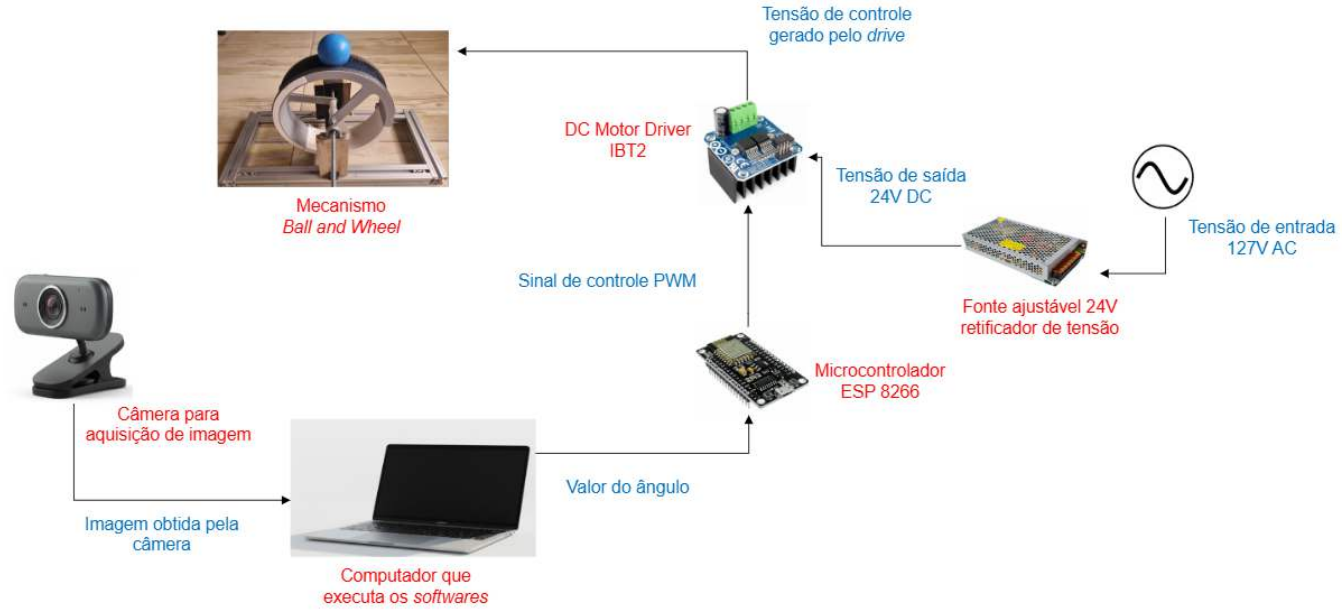


Figura V.7: Diagrama dos componentes do sistema

uma comunicação serial. O microcontrolador realiza o cálculo da tensão de controle V_m, por meio das equações discretizadas de sequências de amostras, apresentadas nas equações (V.7) a (V.11). O valor da tensão de controle em um sinal Pulse Width Modulation (PWM), que é enviado para o *driver* IBT2. Este *driver* possui um circuito eletrônico, que consiste em uma configuração específica de chaves ou transitores, que formam uma estrutura que se assemelha à letra "H". Consegue gerar uma tensão de controle positiva ou negativa, garatindo um controle bidirecional do motor DC. A parte de potência consiste numa tensão de entrada de 127 Volts em corrente alternada, que no experimento é uma tomada de uso comum do laboratório, a fonte ajustável de 24V, que converte esta tensão alternada em tensão contínua para alimentar o *driver*. Por fim, o motor DC, que está acoplado à roda através de um eixo, que dependendo do sinal PWM, que modula a amplitude da tensão de controle, e consequentemente controla a velocidade e o sentido do giro do motor.

A Figura V.8 mostra a câmera utilizada no protótipo. As especificações técnicas do equipamento foram obtidas na referência [Logitech, 2025]. Este modelo possui resolução de 2 Megapixels (MP) e frequência de 60 frames por segundo (fps), que significam 60 imagens geradas por segundo. A Imagem V.9 mostra a medição do ângulo entre a bola e a roda. Com esta resolução, a imagem ficou nítida o suficiente para identificar o meio da bola e traçar a linha entre este ponto e o centro da roda, calculando desta forma o ângulo θ_1.

A Figura V.10 mostra o *driver* utilizado para o controle do motor. De acordo com [RobotPower, 2015],o modelo IBT-2 possui dois chips Infineon BTS 7960, que são chips de alta corrente com circuito meia ponte. O *driver* pode operar com tensões de 5 a 27 Volts e corrente elétrica de 30 A,



Figura V.8: Câmera para aquisição de imagem

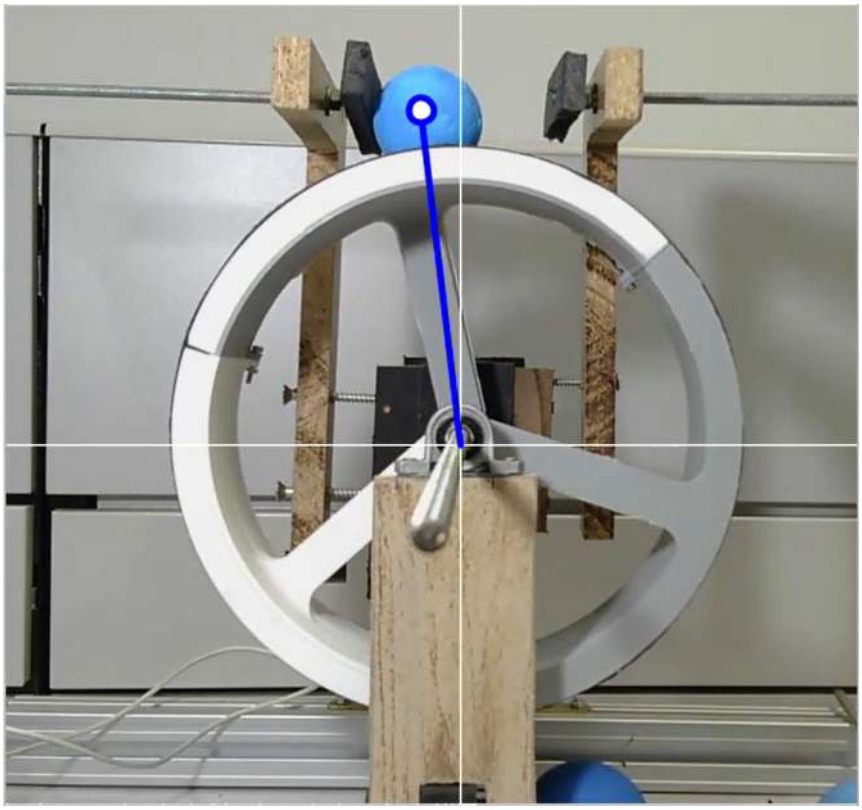


Figura V.9: Rastreamento do ângulo realizado pelo pacote de visão computacional do Processing

podendo acionar cargas de até 810 W. O controle da velocidade do motor pelo PWM possui uma frequência de no máximo 25 kHz, que representa um período 10^{-5} segundo.

A Figura V.11 mostra o microcontrolador ESP8266. Segundo a especificação técnica Systems

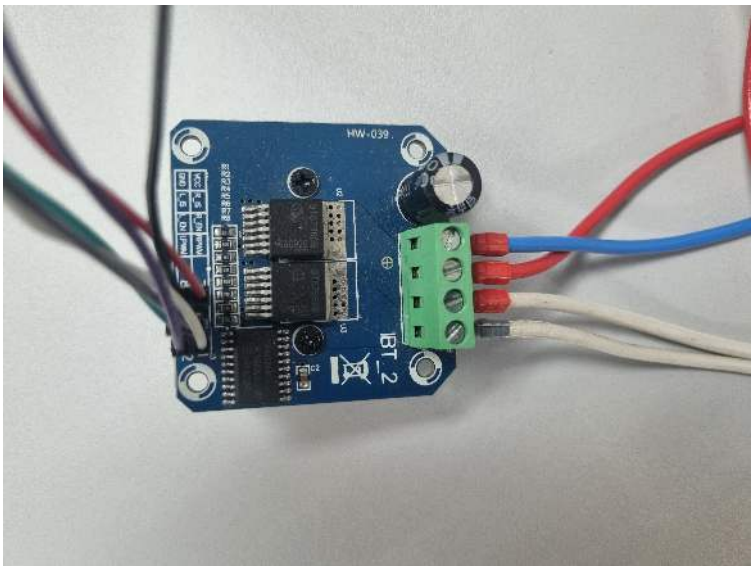


Figura V.10: *Driver* para o controle da velocidade e do sentido de rotação do motor

[2022], este microcontrolador possui integração com comunicação via *Wi-Fi*, um processador de 32 bits, 17 pinos de entrada e saída para uso geral e 8 canais de PWM. O ciclo de tempo do PWM pode assumir valores entre 10^{-3}s a 10^{-1}s, sendo coerente com o valor escolhido no processo de discretização. No experimento, a interface de comunicação entre o computador e o ESP8266 foi a serial, devido à simplicidade e robustez. O ESP8266 possui um recurso de comunicação via *Wi-Fi*, que simplificaria o experimento, pois evitaria o uso de cabo *USB* para a comunicação do microcontrolador com o software *Processing*. Entretanto, a latência de uma comunicação *Wi-fi* é maior do que uma comunicação serial e o tempo de envio e recebimento de sinais é crucial para o controle do sistema, portanto este recurso pode ser elaborado para projetos futuros, destacando que o controle pode ser prejudicado, portanto deve-se estudar outras formas de compensar esta latência maior.

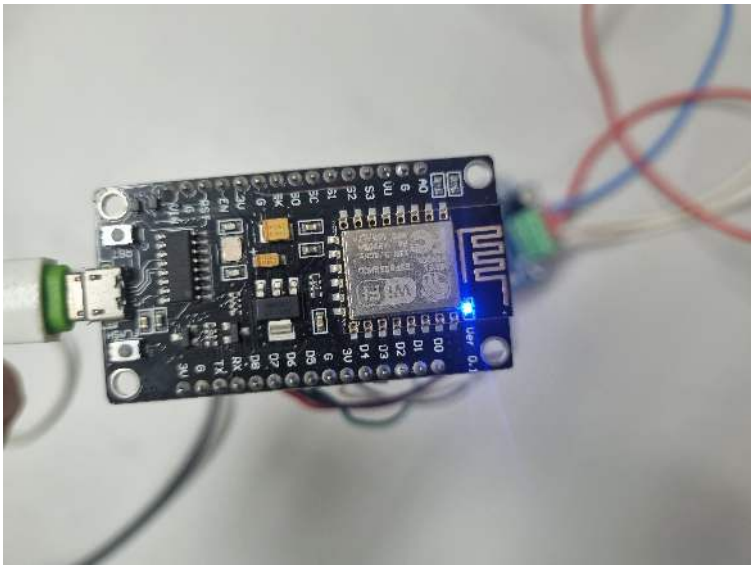


Figura V.11: Microcontrolador ESP 8266 para o processamento e envio do sinal de controle

As especificações técnicas do motor DC foram apresentadas no capítulo IV na seção 2.

3 Processamento do controle - *software*

O objetivo desta seção é descrever os *softwares* utilizados para o processamento do controle. Conforme mostrado na Imagem V.7, a câmera faz a aquisição da imagem do mecanismo e envia para o computador através de uma comunicação via *USB*, esta imagem é processada no *software Processing*. Este *software* foi escolhido pelas seguintes características: interação simples e robusta com microcontroladores, possui uma biblioteca de visão computacional com recursos de fácil aplicação e por ter exemplos úteis à proposta do trabalho. Para a estruturação do código foram utilizadas duas bibliotecas, a *processing.serial* para estabelecer a comunicação com o microcontrolador e a *processing.video* como recurso de visão computacional para processar a imagem e medir o ângulo entre a bola e a roda. Conforme mencionado anteriormente, o valor do ângulo é enviado para o ESP8266 através da comunicação serial, onde é realizado o cálculo do sinal PWM para posteriormente ser enviado para circuito ponte H IBT32, que envia a tensão modulada para o motor Direct Current (DC). Concluindo, o ESP8266 envia para o *Processing* os valores da tensão V_m, do sinal PWM e do tempo de simulação, estes valores são organizados em um arquivo txt para serem usados na geração dos gráficos e no cálculo dos índices de desempenho.

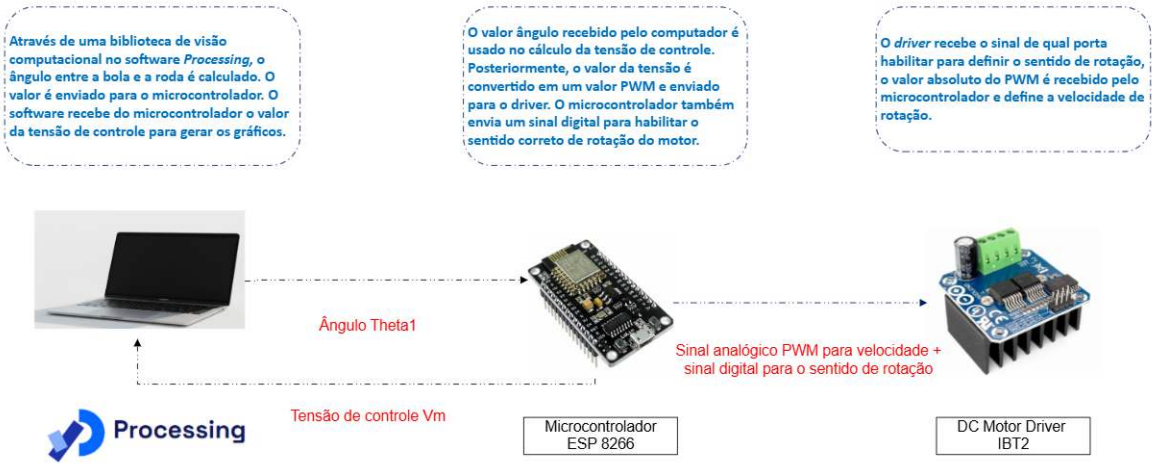


Figura V.12: Esquema do fluxo de sinais entre os componentes do sistema

4 Resultados experimentais e discussões

Nesta seção são apresentados os resultados experimentais, obtidos por meio das simulações realizadas com o protótipo experimental do sistema *ball and wheel*. As curvas do ângulo θ_1 e da tensão de controle V_m são representadas no mesmo gráfico, visando aprimorar a visualização da dinâmica do controle. O ângulo θ_2 não será considerado no experimento, pois conforme descrito no

Capítulo III, todos os termos que não estão associados ao sinal de entrada V_m serão incluídos na função distúrbio generalizado (III.16), de acordo com a estratégia ADRC. O objetivo do controle ADRC é estimar este distúrbio através do ESO e rejeitá-lo posteriormente. Outro aspecto para ser mencionado, como o ângulo θ_2 não será considerado, o uso de um dispositivo de medição da posição angular do motor, como por exemplo um *encoder* não será necessário.

Para a análise dos resultados, são empregados índices de desempenho estatísticos e baseados no erro, com o objetivo de comparar o desempenho dos métodos ADRC. O primeiro desafio identificado foi a estabilização do sistema utilizando-se um tempo de amostragem de $0,001$ segundo. Conforme descrito no processo de discretização, o tempo de amostragem adotado foi de $0,001$ segundo, uma vez que esta taxa de amostragem apresenta resolução adequada e encontra-se dentro dos parâmetros operacionais do microcontrolador e do *driver*. A Figura V.13 ilustra o resultado obtido para a curva do ângulo θ_1 e da tensão de controle V_m, considerando a taxa de amostragem de discretização igual a $0,001$ segundo.

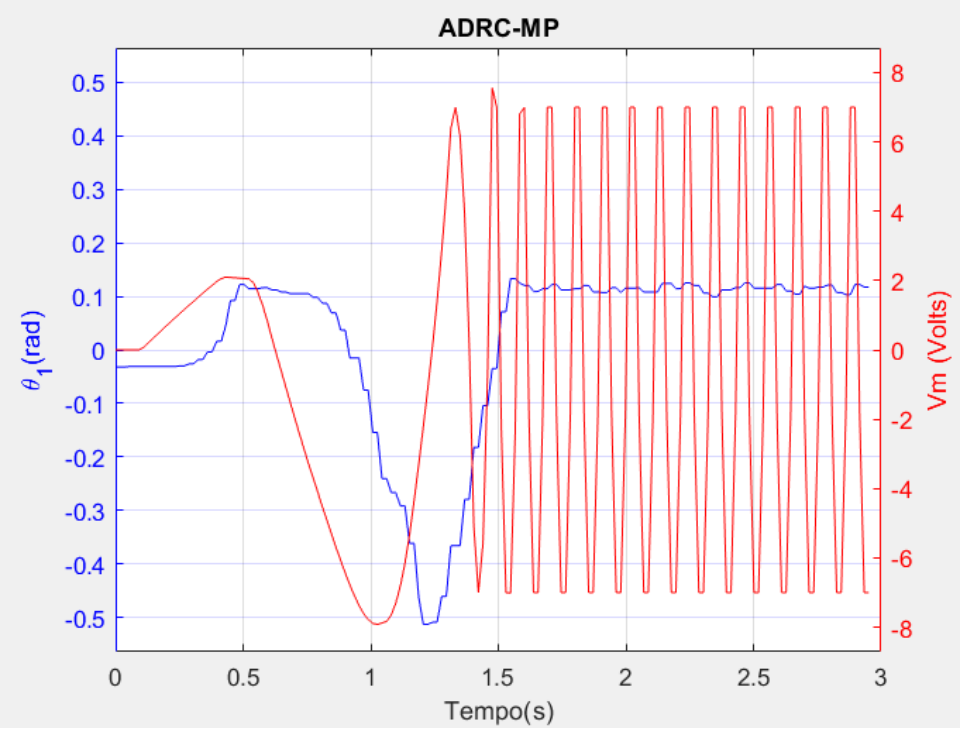


Figura V.13: Resultado Experimental ADRC MP, taxa de amostragem de 1 ms

Pode-se observar na Figura V.13, que o controle apresentou um comportamento instável caracterizado por oscilações de alta frequência. Observa-se que, após aproximadamente $1,2s$, o sistema divergiu com uma variação em alta frequência da resposta. Esta dinâmica compromete a capacidade do sistema de manter a estabilidade em torno do ponto de equilíbrio desejado. Diante desta limitação, optou-se por adequar o tempo de amostragem à taxa de atualização da câmera, que, conforme [Logitech, 2025], opera a 60 Frame per second (fps). Este valor corresponde a uma frequência de $60Hz$, representando a taxa de captura de imagens por segundo. Consequentemente, o período

de amostragem correspondente é $\frac{1}{60}s$ ou aproximadamente $17ms$. O propósito desta modificação é que a sincronização entre a taxa de amostragem do controlador e a frequência de atualização da câmera possa mitigar os efeitos da instabilidade observados. As funções de transferência discretizadas dos controladores foram recalculadas para esta nova taxa de amostragem. As Figuras V.14, V.15, V.16, V.17 e V.18 mostram os resultados experimentais obtidos.

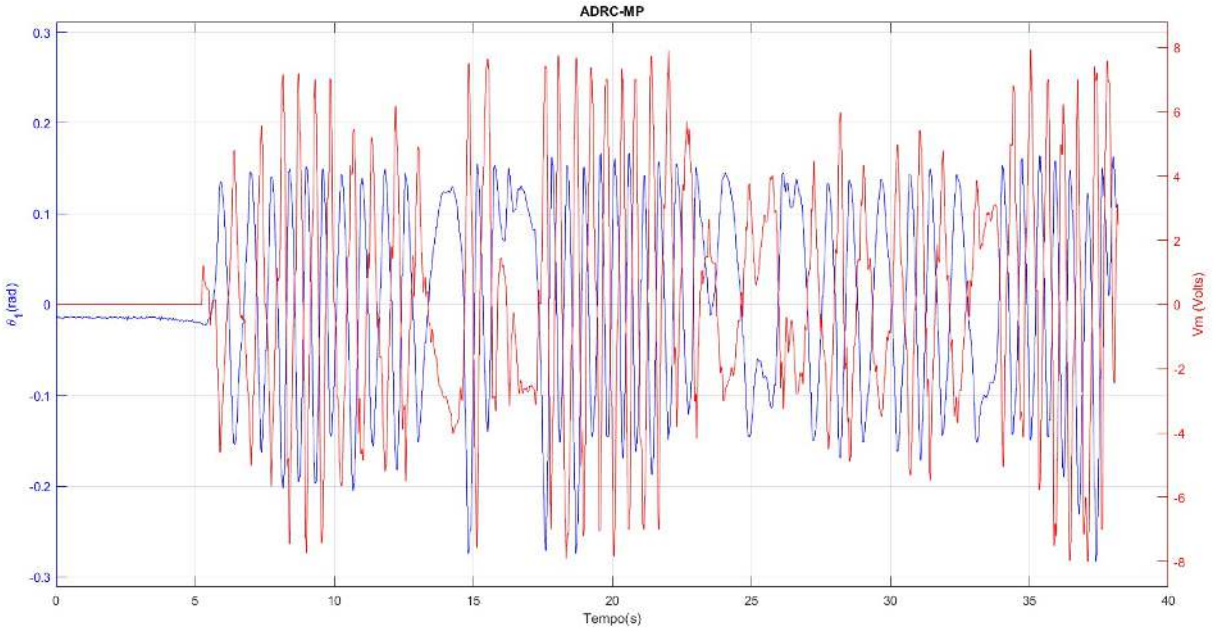


Figura V.14: Resultado Experimental ADRC MP, taxa de amostragem de 17 ms

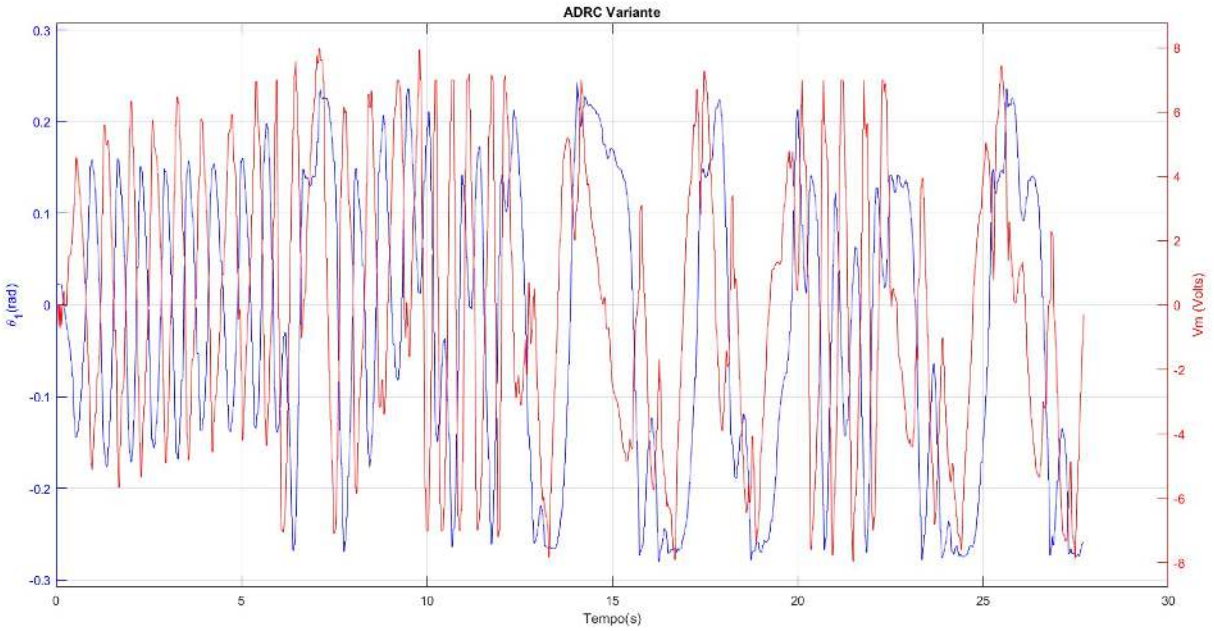


Figura V.15: Resultado Experimental ADRC Variante, taxa de amostragem de 17 ms

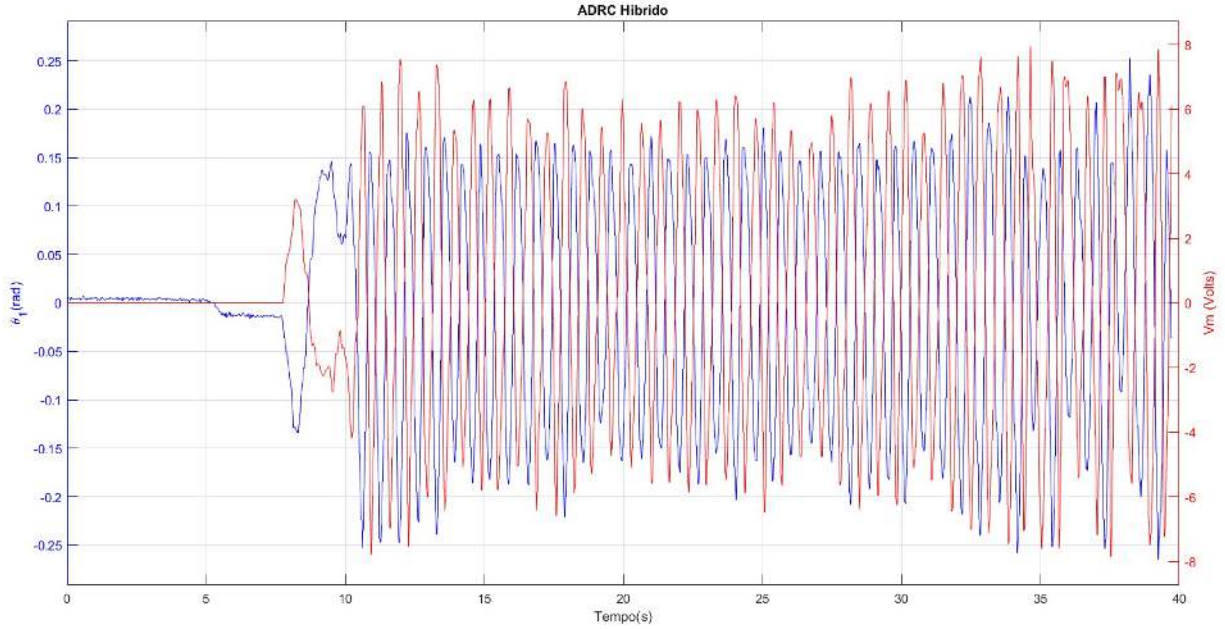


Figura V.16: Resultado Experimental ADRC Híbrido, taxa de amostragem de 17 ms

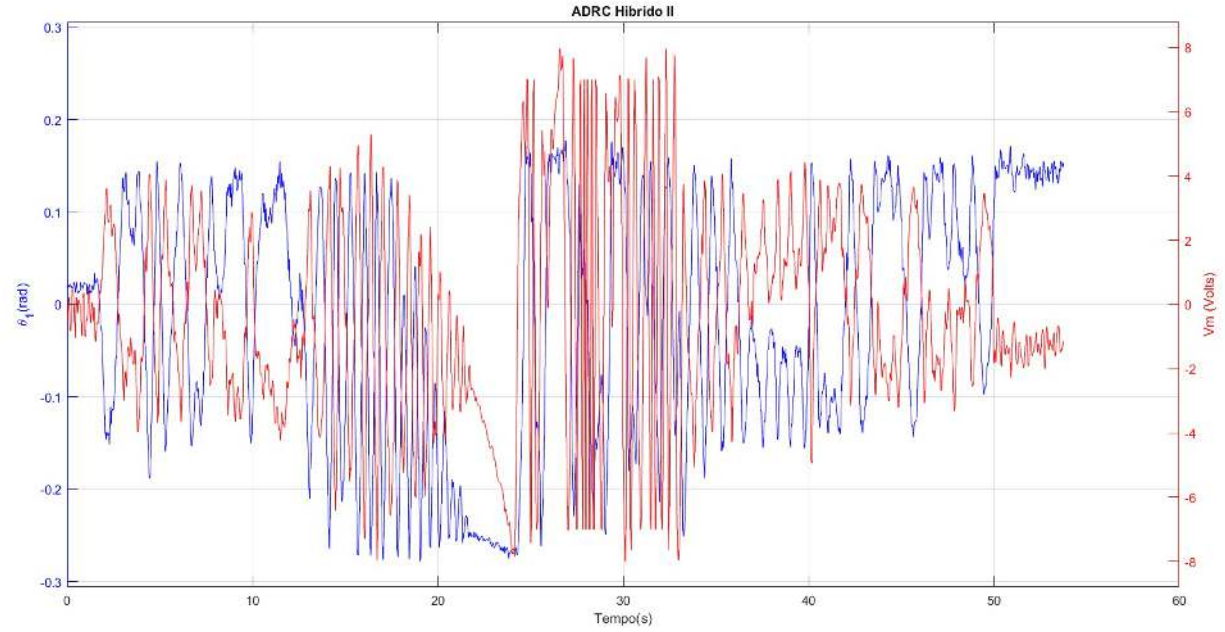


Figura V.17: Resultado Experimental ADRC Híbrido II, taxa de amostragem de 17 ms

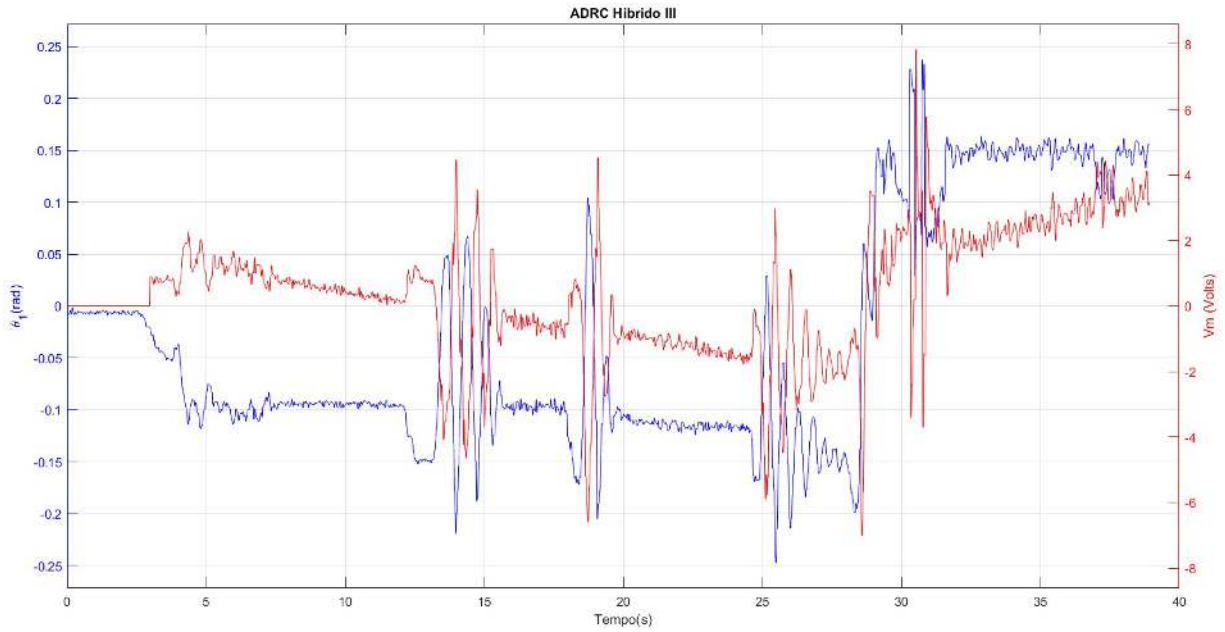


Figura V.18: Resultado Experimental ADRC Híbrido III, taxa de amostragem de 17 ms

Observa-se que, para esta nova taxa de amostragem, houve uma significativa atenuação das oscilações em alta frequência. Entretanto, os resultados revelam que o sistema não alcançou a estabilidade desejada. Para os métodos ADRC-MP e ADRC Híbrido, pode-se observar nos Gráficos V.14 e V.16 que a tensão de controle gerada rastreia o perfil da curva do ângulo θ_1. Observa-se que a posição angular da bola oscila alternadamente entre valores positivos e negativos, caracterizando um comportamento oscilatório em torno da posição de equilíbrio $\theta_1 = 0$. Por outro lado, para os outros métodos ADRC, conforme pode ser avaliado nos Gráficos V.15, V.17 e V.18, a tensão de controle gerada em determinado momento não acompanha o ângulo θ_1. É possível observar para estes métodos que a bola não oscila em torno da posição de equilíbrio, mostrando que o controle não está produzindo sinais de saída apropriados em resposta às variações da entrada. As Tabelas V.1 e V.2 mostram os valores dos índices, usados como critérios para comparação entre os métodos.

Método ADRC	ISE	IAE	ITAE	ITSE
ADRC MP	21,83	179,00	3822,56	473,73
ADRC Variante	40,43	219,98	3355,06	656,37
ADRC Híbrido	28,39	203,14	4843,75	697,54
ADRC Híbrido II	52,06	338,23	9301,78	1390,90
ADRC Híbrido III	28,64	227,81	5160,61	695,87

Tabela V.1: Comparação dos métodos ADRC

Método ADRC	Variância (rad)	Máximo (rad)	Mínimo (rad)
ADRC-MP	0,0103	0,1660	-0,2830
ADRC Variante	0,0256	0,2430	-0,2800
ADRC Híbrido	0,0128	0,2530	-0,2650
ADRC Híbrido II	0,0171	0,1770	-0,2780
ADRC Híbrido III	0,0122	0,2370	-0,2470

Tabela V.2: Análise estatística dos métodos ADRC

A Tabela V.1 mostra os índices de desempenho baseados no erro. No contexto analisado, os resultados revelam diferenças significativas no desempenho relativo de cada método. A estratégia ADRC-MP demonstrou os menores valores em três dos quatro índices avaliados: ISE $(21,83)$, IAE $(179,00)$ e ITSE $(473,73)$. Esta performance indica uma capacidade de minimização do erro. O baixo valor de ISE sugere que o ADRC-MP é particularmente eficaz na supressão de erros de grande amplitude, enquanto o menor IAE evidencia sua capacidade de reduzir o erro acumulado absoluto. O índice ITSE, que mede o erro quadrático pelo tempo, confirma a consistência do desempenho ao longo de toda a resposta transitória. O ADRC Variante, embora apresente o melhor desempenho no índice ITAE (3355,06), demonstra valores maiores nos demais índices, quando comparado ao ADRC-MP. O menor valor de ITAE sugere que esta estratégia pode ser mais eficiente na redução de erros persistentes em regime permanente. No entanto, os valores elevados de ISE (40,43) e ITSE (656,37) indicam possíveis sobrepassos durante o transitório. As estratégias ADRC Híbrido e ADRC Híbrido III apresentaram desempenho intermediário, com valores moderados em todos os índices. Esta característica pode indicar um compromisso entre diferentes aspectos do desempenho. Entretanto, o desempenho do ADRC Híbrido II, que apresentou os piores resultados em todos os índices analisados, com valores que chegam a ser 2,4 vezes superiores ao ADRC-MP no caso do ISE e aproximadamente três vezes superiores no ITSE. A análise quantitativa mostrou que o ADRC-MP desempenhou a melhor performance nestes critérios.

A Tabela V.2 mostra os valores dos critérios estatísticos, usados nesta análise. O método ADRC-MP demonstrou desempenho superior com a menor variância, $0,0103rad$, indicando maior estabilidade e previsibilidade na resposta do sistema. Esta baixa dispersão sugere que o controlador mantém o erro dentro de uma faixa estreita de valores. O ADRC Híbrido III apresentou desempenho comparável em termos de variância ,$0,0122rad$, seguido pelo ADRC Híbrido, $0,0128rad$. O ADRC-MP também apresentou o menor valor máximo, $0,1660rad$, apresentando um menor sobrepasso. Por outro lado, o ADRC Variante apresentou tanto a maior variância, $0,0256rad$,quanto o maior valor máximo, $0,2430rad$. Quanto aos valores mínimos, o ADRC Híbrido III demonstrou o maior, $-0,2470$, indicando o menor subpasso, seguido pelo ADRC Híbrido, $-0,2650rad$. O ADRC-MP, apesar de ter demonstrado os melhores valores para a variância e para o valor máximo, apresentou o menor valor mínimo,$-0,2830rad$.

Baseado nos resultados obtidos, realizou-se, utilizando simulação computacional, uma análise comparativa entre os comportamentos do controlador ADRC no domínio contínuo e no domínio discreto, empregando-se uma taxa de amostragem de $0,0017s$. A Figura V.19 mostra as curvas da tensão de controle para ambas as implementações.

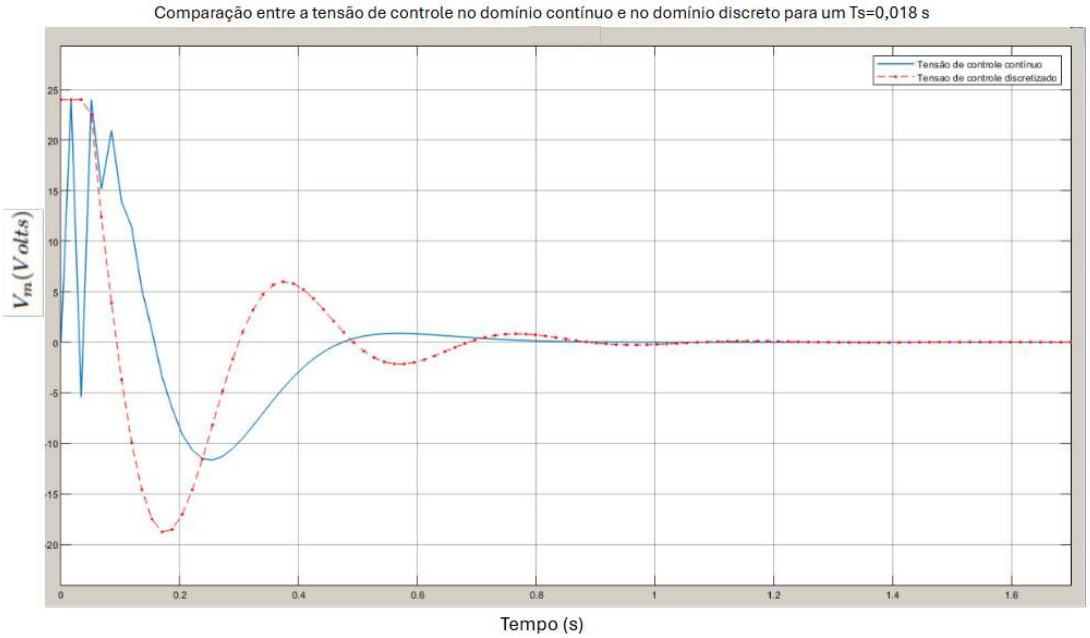


Figura V.19: Comparação entre resultado contínuo e discreto, para uma taxa de amostragem de 17 ms

Nota-se uma discrepância significativa entre as duas curvas, diferente do apresentado com o tempo de amostragem de $0,001$ segundo. Esta disparidade entre as respostas contínua e discreta indica a existência de limitações inerentes ao hardware. A divergência observada atesta que a taxa de amostragem de $0,0017$ segundo é inadequada para o controlador ADRC, prejudicando o desempenho do controle. Como solução proposta, recomenda-se a utilização de um sistema de visão de alta velocidade, implementando uma câmera com uma taxa de aquisição de imagens próxima de 1000 fps, correspondente a um período de $0,001$ segundo. Esta especificação permitiria uma discretização mais próxima do controlador contínuo.

Capítulo VI Conclusões e Trabalhos Futuros

A presente dissertação estudou diversas estratégias diferentes de Controle com Rejeição Ativa de Distúrbios, *Active Disturbance Rejection Control* (ADRC), por meio de simulações e aplicações em um experimento físico. A metodologia ADRC é uma estratégia de controle com implementação simples, pois, do ponto de vista estrutural, é formada por um Estimador de Estados Estendido, *Extended State Observer* (ESO), que alimenta uma lei de controle por realimentação de estados parametrizada na forma padrão. Este método apresenta uma solução interessante para o problema de controle de sistemas com modelo matemático incerto, o qual representa um desafio nos projetos de controle. Além disso, demonstra capacidade de compensar incertezas paramétricas e robustez a distúrbios externos. A primeira proposta ADRC foi elaborada por [Han, 1998], sendo conhecida como ADRC Linear ou ADRC Padrão. Posteriormente, este método foi amplamente adotado em estudos de controle robusto e aplicações em sistemas não lineares, conforme evidenciado nas referências desta dissertação. Entretanto, o método ADRC Linear necessita conhecer a priori a constante de controle, que é um parâmetro físico do sistema. Devido a desgastes, falhas nas medições e outros fatores operacionais, este parâmetro pode apresentar incertezas em relação ao seu valor. Com o objetivo de contornar esta limitação, dois métodos ADRC foram desenvolvidos: o MP ADRC, apresentado em [Zachi et al., 2019] e o Variante ADRC, demonstrado em [Gouvêa et al., 2020]. Ambos os métodos têm como finalidade serem independentes do valor da constante de controle. Esta dissertação possui como proposta a realização de uma combinação entre esses dois métodos, com o intuito de agregar as vantagens individuais de cada método em uma única abordagem. Os métodos ADRC são apresentados em sua formulação matemática, estrutura do ESO e análise de estabilidade. No desenvolvimento da combinação entre os métodos MP ADRC e Variante ADRC, cujo resultado desta combinação foi chamado de ADRC Híbrido, verificou-se a possibilidade de estruturar dois métodos adicionais derivados do método ADRC Híbrido, através da modificação da saída do ESO. Estes dois outros métodos foram chamados de ADRC Híbrido II e ADRC Híbrido III. O sistema *ball and wheel* foi escolhido como objeto de análise para implementação das cinco estratégias ADRC formuladas nesta dissertação. O sistema *ball and wheel* constitui um sistema não linear, que é composto por uma roda acoplada a um motor, por meio de um eixo, onde sobre esta roda há uma bola que desliza livremente. O objetivo de controle é manter essa bola em uma posição de equilíbrio, onde o ângulo que a bola forma com o eixo da roda, denominado como θ_1, seja

igual a zero. Para atingir este objetivo, o controle precisa de uma lei de formação adequada para θ_1 convirja para zero, através do sinal de controle, que neste caso corresponde a tensão aplicada nos terminais do motor, denominada como V_m. Por meio da implementação dos métodos ADRC no sistema *ball and wheel* foram estruturadas as funções de transferência do ESO em conjunto o controlador para os cinco métodos. A simulação computacional foi realizada no software *Simulink* e consistiu na comparação dos métodos em relação à robustez a mudanças no valor da constante de controle e do desempenho em rejeitar distúrbios externos. Afim de realizar uma comparação quantitativa, foram empregados critérios baseados no valor do erro, denominados como ISE, IAE, ITAE e ITSE, bem como grandezas estatísticas, tais como variância, valor máximo e valor mínimo. O método que apresentou a melhor robustez a variações na constante de controle foi o método Variante ADRC, cujas curvas de tensão de controle V_m e θ_1 permaneceram estáveis para todos os valores simulados da constante de controle. Por outro lado, o método MP ADRC apresentou os menores índices de erro para as condições com a presença de um ruído branco na entrada do sistema, simulando um distúrbio externo. Para obter os resultados experimentais, foi necessário discretizar as funções de transferência para cada método ADRC, visando à implementação no microcontrolador. O método de discretização adotado foi o de Tustin, empregando-se inicialmente um tempo de amostragem de 1 ms. As funções de transferência discretizadas foram validadas, por meio de uma simulação no Simulink, que comparou as curvas da tensão de controle V_m e do ângulo θ_1 geradas no domínio contínuo e no domínio discreto. O microcontrolador utilizado no protótipo foi o ESP8266, no qual o algoritmo de controle foi processado. Este recebia como sinal de entrada o valor do ângulo θ_1, que era calculado através do software *Processing*, por meio de uma aplicação de visão computacional. O ESP8266 calculava então um valor de PWM e o enviava para o driver, que por meio deste valor, conseguia configurar a velocidade e o sentido de giro do motor. No experimento foi constatado que as funções discretizadas com uma taxa de amostragem de $1ms$ demonstraram instabilidade do controle, evidenciando uma falta de sintonia entre o sinal de entrada e o controlador. Como proposta, foi empregado um valor de taxa de amostragem maior, próximo ao valor de aquisição de imagem da câmera, que é de $17ms$. Para esta nova taxa de amostragem, o controle não apresentou mais a instabilidade observada anteriormente, entretanto não conseguiu garantir a estabilidade do sistema. Não obstante, critérios baseados no erro e nas grandezas estatísticas foram calculados com os resultados obtidos de cada método. Os critérios mostraram que o método ADRC MP apresentou o melhor desempenho. Com base na dificuldade encontrada, duas sugestões foram elaboradas para contornar o problema: i) Estruturar a função de transferência do ESO e do controlador diretamente no domínio discreto, ao invés de estruturar no domínio contínuo e posteriormente converter para o domínio discreto. Desta forma, a função de transferência vai ficar mais real da situação do protótipo e será mais robusta em relação à taxa

de amostragem. ii) Utilizar uma câmera com uma taxa de aquisição de imagem de 1000 Hz, que corresponde a um período de 1ms, valor este que foi validado na simulação.

1 Sugestões para Trabalhos Futuros

As principais recomendações que surgem da presente dissertação para temas de trabalhos, que poderiam ser desenvolvidos no futuro, visando dar continuidade à proposta trabalhada, são:

1. **Implementação direta no domínio discreto:** Desenvolver e estruturar as funções de transferência do ESO e do controlador diretamente no domínio discreto, em contraposição à abordagem atual de discretização posterior. Esta estratégia visa avaliar quantitativamente o impacto no desempenho do controlador e determinar se tal metodologia pode proporcionar maior robustez em relação à taxa de amostragem. Recomenda-se a aplicação experimental desta abordagem no sistema *ball and wheel* para verificar se é possível alcançar a estabilidade desejada mediante esta estratégia.

2. **Extensão para sistemas de fase não mínima:** Aprofundar a investigação de estratégias de aplicação dos métodos de controle ADRC em sistemas de fase não mínima. Conforme evidenciado em [Mascarenhas et al., 2023], o método MP ADRC foi aplicado com êxito em um mecanismo pêndulo de Furuta. Propõe-se, portanto, a implementação e avaliação comparativa do método Variante ADRC e dos métodos ADRC Híbridos formulados nesta dissertação no mesmo sistema, a fim de estabelecer as vantagens e limitações de cada abordagem neste contexto específico.

3. **Análise comparativa com métodos de controle consolidados:** Realizar uma investigação comparativa abrangente do desempenho dos métodos ADRC propostos neste trabalho em relação a outras estratégias de controle estabelecidas na literatura, tais como controle PID convencional e controle por modos deslizantes. Esta análise deve ser conduzida em sistemas amplamente utilizados na indústria, incluindo, mas não se limitando a: controle de nível em tanques, regulação de temperatura em fornos industriais, e controle de velocidade e torque de motores elétricos. O objetivo é estabelecer critérios quantitativos de desempenho que possam orientar a seleção da estratégia de controle mais adequada para cada aplicação industrial específica.

Referências Bibliográficas

Akhtar, M. A. and Saha, S. [2018], Iae and ise performance criterion based loop filter tuning of transport delay-phase locked loop (td-pll) for single phase grid connected inverters, *in* '2018 8th IEEE India International Conference on Power Electronics (IICPE)', IEEE, pp. 1–5. 77

Anwar, Z., Belkheiri, A., Belkheiri, M. and Katia, K. [2022], ADRC control of an induction motor with varying parameters, *in* '2022 19th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)', IEEE, pp. 785–790. 5

Carmo, M. J. et al. [2006], Ambiente educacional multifuncional integrado para sintonia e avaliação do desempenho de malhas indústriais de controle, PhD thesis, Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora. 77, 78

Du, J., He, Y. and Yang, H. [2021], Sensor-less control based on sm-ADRC of pmlsm, *in* '2021 IEEE 2nd China International Youth Conference on Electrical Engineering (CIYCEE)', IEEE, pp. 1–7. 4

Faraji, B., Gheisarnejad, M., Yalsavar, M. and Khooban, M.-H. [2020], 'An adaptive ADRC control for parkinson's patients using machine learning', *IEEE Sensors Journal* **21**(6), 8670–8678. 4, 5

Faulhaber, D. F. [2024], *EN Series 2657 DC-Micromotors FaulHaber*, John Wiley & Sons. 56, 57

Fernandes, L. M., Brito, I. F., Gouvêa, J. A., Bessa, W. M. and Zachi, A. R. L. [2022], Estabilização de um mecanismo ball-and-wheel utilizando o método de controle com rejeição ativa de distúrbios, *in* 'XI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Teresina/PI, Agosto', Vol. 1, Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas - ABCM. 51

Fitzgerald, A. E., Kingsley Jr, C. and Umans, S. D. [2014], *Máquinas Elétricas*, 7 edn, Bookman, Porto Alegre. 60

Gao, Z. [2003], 'Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning', *Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003.* **6**, 4989–4996.
URL: *https://api.semanticscholar.org/CorpusID:538993* 4, 9, 21

Gao, Z., Huang, Y. and Han, J. [2001], An alternative paradigm for control system design, *in* 'Proceedings of the 40th IEEE conference on decision and control (Cat. No. 01CH37228)', Vol. 5, IEEE, pp. 4578–4585. 1

Gouvêa, J. A., de Vasconcellos, M. C. and Zachi, A. R. [2020], Controle de sistemas incertos via método ADRC-um novo paradigma, *in* 'Congresso Brasileiro de Automática-CBA', Vol. 2. 32, 104

Gouvêa, J. A., Fernandes, L. M., Pinto, M. F. and Zachi, A. R. [2023], 'Variant ADRC design paradigm for controlling uncertain dynamical systems', *European Journal of Control* **72**, 100822. 2, 19, 20, 22, 23, 29

Han, J. Q. [1998], 'Auto disturbance rejection controller and it's applications', *Control and decision* **13**(1), 19–23. 1, 37, 104

He, T., Wu, Z., Li, D. and Wang, J. [2019], 'A tuning method of active disturbance rejection control for a class of high-order processes', *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **67**(4), 3191–3201. 4

Ho, M., Tu, Y. and Lin, H. [2009], 'Controlling a ball and wheel system using full-state-feedback linearization [focus on education]', *IEEE Control Systems Magazine* **29**(5), 93–101. 2, 33

Huang, C., Canuto, E. and Novara, C. [2017], 'The four-tank control problem: Comparison of two disturbance rejection control solutions', *ISA transactions* **71**, 252–271. 1

Huang, C. and Zheng, Q. [2016], Essentials of the fourth-order linear active disturbance rejection control and its application in a cascade control system, *in* '2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC)', IEEE, pp. 3265–3270. 1

Jiang, R., Wang, Z., Zhou, X. and Zhou, M. [2024], Robust mean and variance control for second-order linear uncertain systems, *in* '2024 43rd Chinese Control Conference (CCC)', IEEE, pp. 3833–3838. 56

Keiel, G. [2017], 'Projeto em tempo discreto de controladores ressonantes aplicados a fontes ininterruptas de energia'. 88

Li, X., Deng, X., Tian, S. and Ai, W. [2023], Adrc combined with imc for non-minimum phase systems, *in* '2023 42nd Chinese Control Conference (CCC)', IEEE, pp. 2466–2469. 4, 5

Liu, X., Zhu, P., Li, Z., Fan, W. and Li, X. [2022], Performance evaluation of suspension control system based on minimum variance, *in* '2022 5th International Conference on Data Science and Information Technology (DSIT)', IEEE, pp. 1–5. 56

Logitech [2025], 'Brio 100 webcam'. Acessado em 16 de fevereiro 2025.
URL: *https://www.logitech.com/pt-br/products/webcams/brio-100-webcam.960-001586.html* 94, 98

Madoński, R., Gao, Z. and Łakomy, K. [2015], Towards a turnkey solution of industrial control under the active disturbance rejection paradigm, *in* '2015 54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)', IEEE, pp. 616–621. 1

Marzaki, M. H., Tajjudin, M., Rahiman, M. H. F. and Adnan, R. [2015], Performance of fopi with error filter based on controllers performance criterion (ise, iae and itae), *in* '2015 10th Asian control conference (ASCC)', IEEE, pp. 1–6. 77

Mascarenhas, L., Brito, I., Gouvêa, J., Bessa, W. M. and Zachi, A. R. L. [2022], 'Estabilização de um mecanismo ball-and-well utilizando o método de controle com rejeição ativa de distúrbios', *Proceedings of the XI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2022* .
URL: *https://api.semanticscholar.org/CorpusID:251774863* 33, 36, 37

Mascarenhas, L., Gouvêa, J. A., Valdiero, A. C., de Britto Vidal Filho, W. and Zachi, A. R. L. [2023], 'Stabilization of a furuta pendulum by using a variant disturbance rejection control approach', *Proceedings of the 27th International Congress of Mechanical Engineering* .
URL: *https://api.semanticscholar.org/CorpusID:268014226* 4, 106

Meng, Y., Liu, B., Wang, L. et al. [2019], 'Speed control of pmsm based on an optimized ADRC controller', *Mathematical Problems in Engineering* **2019**. 2

Meriam, J. L., Kraige, L. G. and Bolton, J. N. [2020], *Engineering mechanics: dynamics*, John Wiley & Sons. 56

Neves, G. P., Angélico, B. A. and Tannuri, E. A. [2020], Controle por modos deslizantes para sistemas sub-atuado aplicado em um sistema ball-and-wheel, *in* 'Congresso Brasileiro de Automática-CBA', Vol. 2. 2

Ogata, K., Souza, H. C. d. and Tannuri, E. A. [2010], *Modern Control Engineering*, 5 edn, Pearson Prentice Hall. 9, 31, 56

Papoulis, A. and Pillai, S. U. [2002], *Probabilidade, Variáveis Aleatórias e Processos Estocásticos*, 4 edn, LTC, Rio de Janeiro. 56

Patelski, R. and Dutkiewicz, P. [2020], 'On the stability of ADRC for manipulators with modelling uncertainties', *ISA transactions* **102**, 295–303. 2

Patete, A., Furuta, K. and Tomizuka, M. [2007], Self-tuning control of time-varying systems based on generalized minimum variance criterion, *in* 'SICE Annual Conference 2007', IEEE, pp. 2563–2568. 56

Pezhman, A., Rezapour, J. and Mahmoodabadi, M. J. [2020], 'An optimal hybrid adaptive controller based on the multi-objective evolutionary algorithm for an under-actuated nonlinear ball and wheel system', *Journal of Mechanical Science and Technology* **34**(4), 1723–1734. 2, 33, 34, 55

Qu, L., Qiao, W. and Qu, L. [2020], 'Active-disturbance-rejection-based sliding-mode current control for permanent-magnet synchronous motors', *IEEE Transactions on Power Electronics* **36**(1), 751–760. 4

RobotPower [2015], *IBT-2 High Current 30A DC Motor Driver Datasheet*, RobotPower. Available at: http://www.robotpower.com/downloads/.
URL: *http://www.robotpower.com/downloads/IBT_2_H-bridge_technical_documentation.pdf* 94

Sun, C., Leng, J., Wang, S. and Qi, L. [2021], Adrc-based control of pan-tilt system for automated vehicle sensors, *in* '2021 33rd Chinese Control and Decision Conference (CCDC)', IEEE, pp. 1939–1944. 5

Systems, E. [2022], *ESP8266 Technical Reference*, Espressif Systems. Document Number: ESP8266-TRM.
URL: *https://www.espressif.com/sites/default/files/documentation/esp8266-technical*$_r e f e r e n c e_e$*n.pdf* 95

Teixeira, A., Gouvea, J. A., Zachi, A. R. L., Rodrigues, V. H. P. and Oliveira, T. R. [2021], 'Monitoring function-based active disturbance rejection control for uncertain systems with unknown control directions', *Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems* **3**(2), e66. 1, 12

Wei, W., Xue, W. and Li, D. [2019], 'On disturbance rejection in magnetic levitation', *Control Engineering Practice* **82**, 24–35. 1, 2

Wiśniewska, N., Rafalski, A. and Michałek, M. M. [2023], Roll-motion stabilizer design for a sounding rocket using the ADRC methodology, *in* '2023 27th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)', IEEE, pp. 490–495. 5

Wu, D., Ren, F., Qiao, L. and Zhang, W. [2018], 'Active disturbance rejection controller design for dynamically positioned vessels based on adaptive hybrid biogeography-based optimization and differential evolution', *ISA transactions* **78**, 56–65. 1

Wu, X., Chen, Z., Sun, M. and Sun, Q. [2017], Active disturbance rejection generalized predictive control and its application on large time-delay systems, *in* '2017 6th Data Driven Control and Learning Systems (DDCLS)', IEEE, pp. 1–8. 1

Xia, A., Hu, G., Li, Z., Huang, D. and Wang, F. [2018], Self-optimizing pitch control for large scale wind turbine based on ADRC, *in* 'IOP Conference Series: Materials Science and Engineering', Vol. 301, IOP Publishing, p. 012155. 2

Xia, Y., Pu, F., Li, S. and Gao, Y. [2016], 'Lateral path tracking control of autonomous land vehicle based on ADRC and differential flatness', *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **63**(5), 3091–3099. 1

Xiang, G., Huang, Y., Yu, J., Zhu, M. and Su, J. [2018], 'Intelligence evolution for service robot: An ADRC perspective', *Control Theory and Technology* **16**, 324–335. 1

Yazdi Mirmokhalesouni, S. D. and Yazdanpanah, M. J. [2015], 'Peaking attenuation in high-gain observers using adaptive saturation: Application to a ball and wheel system', *AUT Journal of Modeling and Simulation* **47**(1), 33–40. 2

Zachi, A. R., Correia, C. A. M., A. Filho, J. L. and Gouvêa, J. A. [2019], 'Robust disturbance rejection controller for systems with uncertain parameters', *IET Control Theory & Applications* **13**(13), 1995–2007. 1, 2, 7, 10, 12, 15, 17, 18, 104

Zhang, M. and Li, Q. [2022], A compound scheme based on improved ADRC and nonlinear compensation for electromechanical actuator, *in* 'Actuators', Vol. 11, MDPI, p. 93. 1

Zheng, Q., Chedella, K. K., Xu, W. and Wu, L. [2011], Reduced-order active disturbance rejection control for induction motors, *in* '2011 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)', IEEE, pp. 1139–1144. 1

Zheng, Q., Chen, Z. and Gao, Z. [2009], 'A practical dynamic decoupling control approach', *Control Engineering Practice* **17**(9), 1016–1025. 1

Zheng, Q., Dong, L., Lee, D. H. and Gao, Z. [2008], Active disturbance rejection control for mems gyroscopes, *in* '2008 American control conference', IEEE, pp. 4425–4430. 11

Zrigan, A. F., Abougarair, A. J. and Elmezughi, M. K. [2023], ADRC robustness for boiler turbine unit at equilibrium operation point, *in* '2023 IEEE 3rd International Maghreb Meeting of the Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (MI-STA)', IEEE, pp. 166–170. 5

Zuo, Y., Zhu, X., Quan, L., Zhang, C., Du, Y. and Xiang, Z. [2018], 'Active disturbance rejection controller for speed control of electrical drives using phase-locking loop observer', *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **66**(3), 1748–1759. 1