CEFET/RJ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO PARA PROBLEMAS DE PLANEJAMENTO DE ROTAÇÃO DE CULTURAS AGRÍCOLAS

Roberto da Silva Gervasio Pontes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre.

Orientadores:
Laura Silva de Assis
Diego Nunes Brandão

Rio de Janeiro,

Dezembro de 2024

Otimização Multiobjetivo para Problemas de Planejamento de Rotação de Culturas Agrícolas

Dissertação de Mestrado em Ciência da Computação, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ.

Roberto da Silva Gervasio Pontes

Aprovada por:

LAURA SILVA DE ASSIS:06571252619

Assinado de forma digital por LAURA SILVA DE ASSIS:06571252619
Dados: 2025.01.30 09:38:15 -03'00'

Presidente, Profa. Laura Silva de Assis, D.Sc. - CEFET/RJ (orientadora)

Prof. Diego Nunes Brandão, D.Sc. - CEFET/RJ (coorientador)

gov.br
Documento assinado digitalmente
FABIO LUIZ USBERTI
Data: 30/01/2025 15:13:27-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Fábio Luiz Usberti, D.Sc.

Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)

FELIPE DA ROCHA HENRIQUES:08668257706

Assinado de forma digital por FELIPE DA ROCHA HENRIQUES:08668257706
Dados: 2025.01.30 12:36:26 -03'00'

Prof. Felipe da Rocha Henriques, D.Sc. - CEFET/RJ

Rio de Janeiro,

Dezembro de 2024

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

P814 Pontes, Roberto da Silva Gervasio
Otimização multiobjetivo para problemas de planejamento de rotação de culturas agrícolas / Roberto da Silva Gervasio Pontes. — 2024.
111f. + apêndice : il. color. , enc.

Dissertação (Mestrado) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2024.
Bibliografia : f. 105-111
Orientadora: Laura Silva de Assis
Coorientador: Diego Nunes Brandão

1. Programação linear . 2. Agricultura. 3. Rotação de cultivos agrícolas. 4. Administração agrícola. I. Assis, Laura Silva de. 4.(Orient.). II. Brandão, Diego Nunes. (Coorient.). III. Título.

CDD 519.72

Elaborada pela bibliotecária Tania Mello – CRB/7 nº 5507/04

DEDICATÓRIA

À Deus.

“Tudo o que fizerem, seja em palavra ou em ação,
façam-no em nome do Senhor Jesus, dando por meio
dele graças a Deus Pai.”
(Colossenses 3:17, NVI)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado forças durante estes anos de caminhada e colocado pessoas incríveis ao meu lado.

À minha querida esposa, Ingrid dos Santos, e meu enteado, Christian Miguel, que tornaram estes últimos anos melhores e mais leves sendo um apoio importantíssimo para que conseguisse chegar até aqui.

Aos meus pais Laércio J. G. Pontes (*in memoriam*) e Rosane O. da Silva (*in memoriam*), que estiveram muito presentes no início da minha jornada acadêmica. Aos meus familiares (tias, tios, primos e irmãos) que quando meus pais já não estavam mais presentes continuaram a me apoiar e motivar.

A dois amigos mais que especiais, Lucas Pinheiro e Leonardo Pires. Estes que, me permitindo parafrasear o sábio Salomão, em Provérbios 17:17, foram amigos amados que se tornaram irmãos ao longo da caminhada da vida.

Meus orientadores pela grande paciência que tiveram ao longo de todo o trabalho, os puxões de orelha e os incentivos constantes para eu não desistir.

Aos meus colegas do trabalho que ao longo dos anos tornaram-se amigos e participaram de diversas fase pessoais, profissionais e acadêmicas que contribuíram para eu chegar até aqui.

RESUMO

Otimização Multiobjetivo para Problemas de Planejamento de Rotação de Culturas Agrícolas

Roberto da Silva Gervasio Pontes

Orientadores:
Laura Silva de Assis
Diego Nunes Brandão

Resumo da Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca CEFET/RJ como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre.

A agricultura é considerada um pilar essencial da economia mundial e está no centro da sociedade contemporânea. Nas últimas décadas, para enfrentar a crise de abastecimento de alimentos e garantir a segurança alimentar, o setor se consolidou e mudou radicalmente a relação homem-ambiente. No entanto, ainda existe uma grande preocupação com a segurança alimentar, dado o crescimento populacional esperado em mais de 9,5 bilhões para 2050. Neste contexto, a introdução da informatização nas cadeias de suprimento agroalimentar tem sido cada vez mais significativa. A agricultura moderna torna-se cada vez mais interdisciplinar buscando um potencial aumento da produtividade deste setor e a promoção de práticas mais sustentáveis. A agricultura de precisão é uma destas práticas que tem como uma das suas ferramentas o Planejamento de Culturas e o Planejamento de Rotação de Culturas que têm grande impacto no meio ambiente e na produtividade. A otimização destes problemas pode permitir ao setor responder às mudanças climáticas, oferecer alimentos saudáveis e seguros e produzir alimentos eficientes em termos de custo. Nesta esteira o presente trabalho apresenta modelos utilizando Programação Linear (PL) para o Problema de Planejamento de Culturas Multiobjetivo (PPCM) e Problema de Planejamento de Rotação de Culturas Multiobjetivo (PPRCM) com objetivos de maximizar a renda líquida, maximizar a diversidade de culturas, e maximizar a área utilizada. Os resultados alcançados foram comparados aos modelos com o mesmo conjunto de dados presentes da literatura no tangente ao objetivo de maximizar a renda líquida. Verificou-se que os modelos propostos apresentam aumento de, em média, 60% na diversidade de culturas plantadas com perdas de retorno líquido inferiores a 5%. A avaliação dos cenários utilizando as metodologias de Soma Ponderada e ε-restrito foi eficaz na exploração da fronteira de soluções ótimas. Embora o Método do ε-restrito apresente maior custo computacional, ele se destaca por sua maior capacidade de discriminar os *trade-offs* entre os objetivos.

Palavras-chave:
Otimização Multiobjetivo, Agricultura de Precisão, Rotação de Culturas, Programação Linear Inteira Mista, Gestão de Fazendas Agrícolas

Rio de Janeiro,

Dezembro de 2024

ABSTRACT

Otimização Multiobjetivo para Problemas de Planejamento de Rotação de Culturas Agrícolas

Roberto da Silva Gervasio Pontes

Advisors:
Laura Silva de Assis
Diego Nunes Brandão

Abstract of dissertation submitted to Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação - Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca CEFET/RJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of master.

Agriculture is considered an essential pillar of the world economy and is at the center of contemporary societies. In recent decades, the sector has consolidated and radically changed the man-environment relationship to face the food supply crisis and ensure food security. However, there is still great concern about food security, given the expected population growth of more than 9.5 billion in 2050. In this context, the introduction of computerization in agrifood supply chains has been increasingly significant. Modern agriculture is becoming increasingly interdisciplinary, seeking a potential increase in the productivity of this sector and the promotion of more sustainable practices. Precision agriculture is one of these practices that have one of the important tools for *Crop Planning Problem* (CPP) and the *Crop Rotation Planning Problem* (CRPP) that greatly impact the environment and productivity. Optimizing these issues can enable the industry to respond to climate change, provide healthy and safe food, and produce cost-effective food. In this way, the present work presents models using Linear Programming for *Multiobjective Crop Planning Problem* (MCPP) and *Multiobjective Crop Rotation Planning Problem* (MCRPP) to maximize the net income, maximize the diversity of cultures, and maximize the area used. The results were compared to models with the same data set found in the literature with respect to the objective of maximizing net income. It was found that the proposed models show an average increase of on average, 60% in the diversity of crops planted with net return losses of less than 5%. The evaluation of scenarios using the Weighted Sum and ε-constraint methodologies effectively explored the Pareto optimal frontier. Although the ε-constraint method involves higher computational costs, it stands out for its superior ability to discriminate the trade-offs between objectives.

Key-words:
Multi-objective Optimization, Precision Farming, Crop Rotation, Mixed-Integer Linear Programming, Agricultural Farm Management

Rio de Janeiro,

Dezembro de 2024

Sumário

I Introdução **9**

II Trabalhos Relacionados **13**

II.1 Programação Linear 24

II.2 Algoritmos Evolucionários 29

II.3 Outros Métodos 30

II.4 Estudos de Caso no Brasil 33

II.5 Pesquisa proposta *versus* Literatura 35

III Fundamentação Teórica **37**

III.1 Notações Matemáticas 37

III.2 Programação Linear 39

III.2.1 Formulação Geral 40

III.3 Otimização Multiobjetivo 41

III.3.1 Soluções Pareto-Ótimas 43

III.3.2 Escolha de uma solução Pareto-Ótima para o problema 44

III.4 Método de Solução Multiobjetivo 45

III.4.1 Método ε-restrito 45

III.4.2 Método da Soma Ponderada 46

III.5 Análise de Sensibilidade 47

III.5.1 Mudança no vetor de custo 48

III.5.2 Mudança no vetor de recursos (RHS) 48

III.5.3 Alteração na matriz de restrições 48

III.5.4 Adição de uma nova variável 49

III.5.5 Adição de uma nova restrição 49

IV Apresentação e Formulação do Problema **50**

IV.1 Base de Dados 50

IV.1.1 O Vetor de Custo 50

IV.1.2 Matriz de Coeficientes Tecnológicos e Vetor RHS Associado 51

IV.2 Modelos Matemáticos 54
IV.2.1 Modelo 1 - Planejamento de Cultura para um Ano 55
IV.2.2 Modelo 2 - Planejamento de Rotação de Culturas para dois Anos 56
IV.2.3 Modelo 3 - Planejamento de Cultura Multiobjetivo para um Ano 57
IV.2.4 Modelo 4 - Planejamento de Rotação de Culturas Multiobjetivo 59

V Resultados 61
V.1 Estudo de Caso 1: Modelo 1 - Planejamento de Cultura para um Ano 61
V.2 Estudo de Caso 2: Modelo 2 - Planejamento de Rotação de Culturas por Dois Anos 66
V.3 Estudo de Caso 3: Modelo 3 - Planejamento de Cultura Multiobjetivo para um Ano 72
V.4 Estudo de Caso 4: Modelo 4 - Planejamento de Rotação de Culturas Multiobjetivo para Dois Anos 79
V.5 Estudo de Caso 5: Modelo 4 - Planejamento de Rotação de Culturas Multiobjetivo (Máximo Horizonte Suportado) 86
V.5.1 Solução com Método da Soma Ponderada 87
V.5.2 Solução com Método do ε-restrito 94
V.5.3 Comparação dos Métodos 97

VI Publicações Realizadas 99
VI.1 Artigos 99
VI.1.1 *Heuristic for the Students Allocation in Brazilian Public Schools: a Case Study* 99
VI.1.2 *Multi-Objective Models for Crop Rotation Planning Problems* 100
VI.1.3 Aplicação de Técnicas de Aprendizado de Máquina na Determinação de Estoque de Carbono no Solo 101
VI.2 Códigos Computacionais 102

VIIConsiderações Finais e Trabalhos Futuros 103
Referências 105

A Artigo Aplicação de Técnicas de Aprendizado de Máquina na Determinação de Estoque de Carbono no Solo 112

Lista de Figuras

III.1 Fronteira Pareto-ótima para um problema multiobjetivo para escolha de modelos de *laptops*. 43

III.2 Fronteira Pareto-ótima para um problema multiobjetivo para escolha de modelos de *laptops* considerando a limitação de R$ 8000. 44

III.3 Fronteira Pareto-ótima para um problema multiobjetivo para escolha de modelos de *laptops* considerando o desempenho mínimo de 3,5. 45

V.1 Função Objetivo (FO) normalizada $f(\mathbf{x},\mathbf{w})$ *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.3. 73

V.2 Resultado da FO $f_1(\mathbf{x})$ (Lucro Líquido) *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.3. 74

V.3 Resultado da FO $f_2(\mathbf{w})$ (Variedade de Culturas) *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.3. 74

V.4 Resultado da FO $f_3(\mathbf{x})$ (Área Utilizada) *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.3. 75

V.5 (*i*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 3 (PPCM) - FO $f_1(\mathbf{x})$ *vs* λ. 77

V.5 (*ii*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 3 (PPCM) - FO $f_2(\mathbf{w})$ *vs* λ. 78

V.6 FO normalizada $g(\mathbf{u},\mathbf{v})$ *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.4. 80

V.7 Resultado da FO $g_1(\mathbf{u})$ (Lucro Líquido, em USD) *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.4 (dados de dois anos). 80

V.8 Resultado da FO $g_2(\mathbf{v})$ (Variedade de Culturas) *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.4 (dados de dois anos). 81

V.9 (*i*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 4 (PPRCM) - FO $g_1(\mathbf{u})$ *vs* λ (para culturas do primeiro ano). 82

V.9 (*ii*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 4 (PPRCM) - FO $g_2(\mathbf{v})$ *vs* λ (para culturas do primeiro ano). 83

V.10 (*i*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 4 (PPRCM) - FO $g_1(\mathbf{u})$ *vs* λ (para culturas do segundo ano). 84

V.10 (*ii*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 4 (PPRCM) - FO $g_2(\mathbf{v})$ *vs* λ (para culturas do segundo ano). 85

V.11 Variação Linear de α. 88

V.12 Variação em Função Sigmoide ($\sigma = -0{,}004$) de α. 88

V.13 Variação em Função Sigmoide ($\sigma = -0{,}06$) de α. 88

Lista de Tabelas

II.1 Resumo da Revisão da Literatura. 15

II.2 Comparação dos métodos e dados usados nos trabalhos frente ao proposto. 34

IV.1 Renda Líquida por Cultura. 51

V.1 Solução Ótima e Análise de Sensibilidade do Modelo 1. 62

V.2 Valor Final das Restrições e Análise de Sensibilidade do Vetor *Right-Hand-Side* (RHS) - Modelo 1. 65

V.3 Solução Ótima e Análise de Sensibilidade do Modelo 2. 67

V.4 Valor Final das Restrições e Análise de Sensibilidade do Vetor RHS - Modelo 2. 70

V.5 Resultado Consolidado das Execuções Usando Soma Ponderada. 91

V.6 Resultado Consolidado das Execuções Usando ε-restrito. 95

Lista de Abreviações

AE	Algoritmo Evolucionário	14, 29, 30
AUS	Austrália	14, 17, 18
BGD	Bangladesh	14, 15, 16
BIP	*Binary Integer Programming*	25, 26, 28
BRA	Brasil	14, 16, 17, 18, 19, 20, 21
CHN	China	14, 18, 21, 22
CPP	*Crop Planning Problem*	
CRPP	*Crop Rotation Planning Problem*	11
CVAR	*Conditional Value-at-Risk*	27
DEU	Alemanha	14, 17, 20
EGY	Egito	14, 20
ESG	*Environmental, Social and Governance*	11
ESP	Espanha	14, 18
FIN	Finlândia	14, 19
FO	Função Objetivo	30, 40, 41, 42, 46, 54, 56, 57, 58, 61, 64, 66, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 94
FRA	França	14, 19
GA	*Genetic Algorithm*	29, 30
GBR	Reino Unido	14, 15
GLPK	*GNU Linear Programming Kit*	11, 61
H	Heurística	14
IND	Índia	14, 20, 22
IRQ	Iraque	14, 19, 23
ITA	Itália	14, 19
LSM	*Least-Squares Monte Carlo*	31
LUX	Luxemburgo	14, 19

MCA	*Multi-objective Constrained Algorithm*	31
MCPP	*Multiobjective Crop Planning Problem*	
MCRPP	*Multiobjective Crop Rotation Planning Problem*	
MDG	Madagáscar	14, 16, 18
MICRO-GA	*Micro-Genetic Algorithm*	29
MILP	*Mixed Integer Linear Programming*	26, 27, 28, 35
MOEA	*Multiobjective Evolutionary Algorithms*	29
MOEA/D	*Multiobjective Evolutionary Algorithm with Decomposition*	29
MOMILP	*Multi-objective Mixed Integer Linear Programming*	35
NLD	Países Baixos	14, 15, 20, 22
NPL	Nepal	14, 18
NSGA-III	*Reference Point-Based Non-dominated Sorting Genetic Algorithm 3*	29
NSGA-II	*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm 2*	29, 31
ODS	Objetivos De Desenvolvimento Sustentável	9, 10
PD	Programação Dinâmica	14
PDE	Programação Dinâmica Estocástica	14
PL	Programação Linear	11, 14, 24, 25, 27, 37, 39, 40
PNL	Programação Não-Linear	14
PPC	Problema De Planejamento De Culturas	11, 24, 26, 27, 29, 30, 31, 55, 62, 80
PPCM	Problema De Planejamento De Culturas Multiobjetivo	11, 57, 58, 72, 77, 78, 79, 80
PPRC	Problema De Planejamento De Rotação De Culturas	11, 12, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 31, 56, 66, 71, 80, 103
PPRCM	Problema De Planejamento De Rotação De Culturas Multiobjetivo	11, 35, 59, 79, 80, 82, 83, 84, 85, 86, 103
PRY	Paraguai	14, 16
RHS	*Right-Hand-Side*	40, 47, 48, 51, 52, 53, 57, 64, 65, 69, 70, 71
ROU	Romênia	14, 17
RVEA	*Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm*	29
S	Simulação	14
SA	*Simulated Annealing*	30
SPEA2	*Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2*	29
URY	Uruguai	14, 15
USA	Estados Unidos	14, 15, 19
UZB	Uzbequistão	14, 23

Capítulo I

Introdução

Desde a Revolução Neolítica, no início da sedentarização até os dias atuais, o desenvolvimento e domínio de técnicas de manejo agrícola têm sido parte fundamental da manutenção da vida humana [Castellazzi et al., 2008; United Nations, 2015]. A agricultura é considerada um pilar essencial da economia mundial e está no centro das sociedades contemporâneas [Meshram et al., 2021; Alotaibi and Nadeem, 2021]. É através dela que um dos itens localizados na base da hierarquia de necessidades humanas de Maslow é suprido, o alimento [Meshram et al., 2021; Fikry et al., 2021a].

Nas últimas décadas, para atender a demanda de abastecimento de alimentos e garantir a segurança alimentar, o setor agropecuário tornou-se uma indústria sólida e mudou radicalmente a relação do homem com o meio ambiente [Far and Rezaei-Moghaddam, 2018]. No entanto, ainda existe uma grande preocupação com a segurança alimentar, dado o crescimento populacional esperado para os próximos anos [Purola and Lehtonen, 2020; United Nations, 2023]. Em 2023 a população mundial ultrapassou 8 bilhões de pessoas e as projeções de crescimento indicam que em 2050 haverá mais de 9,5 bilhões [United Nations, 2022b, 2024]. Esse crescimento populacional não é acompanhado proporcionalmente pela oferta de terras para expansão da fronteira agrícola. Atualmente, as áreas disponíveis para expansão das fronteiras agrárias estão concentradas em poucos países, cerca de 90% das terras para a expansão agrícola estão na América Latina e África-Subsaariana [Saath and Fachinello, 2018; Eum and Lee, 2022; Furlanetto et al., 2023; da Costa et al., 2023]. Ainda no cenário latino-americano o Brasil representa um importante produtor agrícola [Saath and Fachinello, 2018] tendo 351 milhões de hectares de terra para agropecuária, sendo cerca de 2% destinado a lavouras permanentes e 16% destinado a lavouras temporárias [IBGE, 2019].

A relação entre crescimento populacional, as limitações de crescimento da fronteira agrícola e desenvolvimento sustentável é complexa e multidimensional. Com rápido crescimento populacional faz-se mister avançar no alcance dos 17 Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) [United Nations, 2022a]. Estes foram adotados pelos países membros das Nações Unidas em 2015 como parte da Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável. Na esteira dos ODS, há o objetivo número 2 (ODS n. 2), nomeadamente, “Fome

zero e agricultura sustentável"[1]. Este pauta sua agenda em erradicar a fome, alcançar a segurança alimentar, melhorar a nutrição e promover a agricultura sustentável [United Nations, 2022a]. Dentre os objetivos específicos a serem atingidos estabelecidos por United Nations [2015] para o ODS n. 2 cabe destaque para:

- Até 2030, dobrar a produtividade agrícola e a renda dos pequenos produtores de alimentos, particularmente das mulheres, povos indígenas, agricultores familiares, pastores e pescadores, inclusive por meio de acesso seguro e igual à terra, outros recursos produtivos e insumos, conhecimento, serviços financeiros, mercados e oportunidades de agregação de valor e de emprego não agrícola.
- Até 2030, garantir sistemas sustentáveis de produção de alimentos e implementar práticas agrícolas resilientes, que aumentem a produtividade e a produção, que ajudem a manter os ecossistemas, que fortaleçam a capacidade de adaptação às mudanças climáticas, às condições meteorológicas extremas, secas, inundações e outros desastres, e que melhorem progressivamente a qualidade da terra e do solo.
- Aumentar o investimento, inclusive via o reforço da cooperação internacional, em infraestrutura rural, pesquisa e extensão de serviços agrícolas, desenvolvimento de tecnologia, e os bancos de genes de plantas e animais, para aumentar a capacidade de produção agrícola nos países em desenvolvimento, em particular nos países menos desenvolvidos.

Neste contexto, a introdução da informatização nas cadeias de suprimento agroalimentar tem sido cada vez mais significativa. Esta mudança representa um potencial aumento da produtividade deste setor e está contribuindo significativamente para a promoção de práticas mais sustentáveis [Far and Rezaei-Moghaddam, 2018]. A sustentabilidade é um elemento importante para responder ao aumento da demanda global por alimentos e diminuir os efeitos ambientais da agricultura [Purola and Lehtonen, 2020]. Nesta esteira, uma nova abordagem de relacionamento e uso dos recursos naturais está surgindo. Esta é orientada pelo conceito de agricultura de precisão, onde a gestão do processo agrícola dialoga diretamente com a tecnologia da informação para determinar, analisar e gerenciar as mudanças no ambiente produtivo das fazendas. Tudo isso com um objetivo: otimizar rentabilidade, sustentabilidade e conservação [Far and Rezaei-Moghaddam, 2018].

Na trilha da agricultura de precisão, a otimização do planejamento de culturas e o planejamento de rotação de culturas são ferramentas importantes na etapa de pré-colheita e têm grande impacto no meio ambiente e na produtividade [Dogliotti et al., 2004; Detlefsen and Jensen, 2007; Castellazzi et al., 2008; Capitanescu et al., 2017; Fikry et al., 2021a]. O conceito de planejamento de culturas esta associado à distribuição espacial de cada cultura na fazenda, ou seja, se, quanto e onde que cada cultura deve ser plantada [Dury et al., 2012]. Já a definição do processo de rotação de culturas está relacionado à alocação espaço-temporal de cada cultura na fazenda, ou seja, a sequência das culturas a serem plantadas ao longo do tempo [Bullock, 1992; Dury et al., 2012].

A otimização tem o objetivo de solucionar problemas nos mais diversos contextos e de determinar, de

[1]Link: `https://sdgs.un.org/goals/goal2`

acordo com algum(ns) critério(s), a melhor alternativa dentro de um universo especificado. Em modelos de otimização para planos de rotação de culturas são requeridos objetivos e restrições espaço-temporais [Dury et al., 2012]. As práticas de rotação de culturas, na literatura agronômica, são verificadas como uma das formas de melhorar ou manter o rendimento das culturas, reduzindo a demanda de insumos como fertilizantes e defensivos [Cai et al., 2013; Li et al., 2015; Liu et al., 2016]. Além disso, Liu et al. [2016] indicam que a rotação em comparação ao mono-cultivo poderia mitigar as emissões de gases de efeito estufa.

Neste cenário, o objeto de estudo desta pesquisa é a otimização do Problema de Planejamento de Rotação de Culturas (PPRC) (do inglês, CRPP). Os modelos propostos nesta pesquisa foram inspirados nos modelos de Problema de Planejamento de Culturas (PPC) e PPRC proposto por Al-Nassr [2019] com algumas melhorias baseadas na abordagem multiobjetivo de Filho et al. [2018]. Desta forma a presente pesquisa apresenta um modelo multiobjetivo para solução do PPRCM e um modelo multiobjetivo para solução do PPCM, sendo ao total avaliados 4 modelos: os de solução do PPC e PPRC proposto por Al-Nassr [2019] e os de solução PPCM e PPRCM propostos na presente pesquisa.

Uma análise de sensibilidade foi realizada nos resultados obtidos considerando os modelos originais propostos por Al-Nassr [2019]. Tal análise, sobre os resultados, tem o objetivo de estudar a sensibilidade à variação dos dados na solução alcançada. Foi examinada a dependência do custo ótimo e da solução ótima em relação à matriz de coeficientes A, ao vetor de requisitos b, e ao vetor de custo c (essa matriz e vetores são explicados em detalhes na Seção III.2). Esta é uma questão importante para previsão dos efeitos de certas mudanças de parâmetros, por exemplo, a variação da renda líquida de cada safra ou a escassez de recursos esperados. Além disso, os modelos multiobjetivo propostos, apresentam novas funções e restrições para maximizar a diversificação de culturas e o uso de área para plantio para cada divisão temporal do plano.

Ambas as abordagens propõem uma ampliação da capacidade do modelo originalmente proposto por Al-Nassr [2019], levando a um modelo que melhor se adeque aos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável. Assim, tal estudo fornece aos agricultores que adotem aos modelos propostos maior alinhamento aos pilares Ambiental, Social e de Governança, do inglês, *Environmental, Social and Governance* (ESG). Tais Pilares estão apresentados na literatura como importantes aliados na agregação de valor ao negócio [Fatemi et al., 2018].

No presente trabalho os modelos foram solucionados utilizando PL com o solver *GNU Linear Programming Kit* (GLPK) na condição de otimalidade. Os modelos propostos por Al-Nassr [2019] apresentaram retorno líquido de \$6 344 134,15 e \$12 571 800,08 para o PPC e PPRC, respectivamente. Os modelos propostos no presente trabalho apresentam possibilidades retorno líquido de \$6 042 899,00 com aumento de 60% da variedade de culturas para o PPCM, e retorno líquido de \$12 063 670,00 também com aumento de 60% da variedade de culturas para o PPRCM. Sendo assim, os modelos propostos servem como uma ferramenta eficiente para auxiliar na tomada de decisão no planejamento do plantio e rotação de culturas.

O restante deste trabalho está organizado conforme descrito a seguir. A revisão da literatura sobre

o PPRC é apresentada no Capítulo II. Os fundamentos teóricos sobre os quais esta dissertação alicerça-se estão resumidos no Capítulo III. O Capítulo IV apresenta a base de dados e os modelos matemáticos em estudo nesta pesquisa. Os resultados obtidos são mostrados e discutidos no Capítulo V. As considerações finas e trabalhos futuros são descritos no Capítulo VII.

Capítulo II

Trabalhos Relacionados

O material para o presente estudo foi obtido a partir de um levantamento sistemático de trabalhos publicados em conferências e periódicos sobre otimização do planejamento de rotação de culturas. Para conduzir a procura por trabalhos relacionados foram utilizadas *strings* de busca contendo palavras chaves sobre o assunto, visando mapear artigos de referência e contribuição ao tema abordado. O objetivo desta revisão foi: *(i)* obter uma boa base para fundamentar conceitos importantes em relação ao tema em estudo; *(ii)* perceber e analisar os tipos de trabalhos que estão sendo conduzidos na área; *(iii)* estabelecer o presente trabalho frente à literatura; *(iv)* obter e combinar ideias para a pesquisa; e *(v)* auxiliar na escrita desta dissertação.

A base de dados *Scopus* foi utilizada para realizar a busca por trabalhos relacionados, a partir da seguinte *string* de busca: *KEY("crop AND rotation") AND KEY("optimization") AND (LIMIT-TO(LANGUAGE, "English"))*. A análise foi inicialmente executada em novembro de 2022 retornando 175 artigos e complementada em abril de 2024, retornando mais 30 trabalhos, totalizando 205 trabalhos revisados na construção desta dissertação. Destes foram inicialmente lidos todos os resumos para verificar a aderência ao estudo. Após a leitura dos resumos foram selecionados 59 artigos para leitura da introdução e resultados para confirmação da relevância ao tema abordado neste trabalho. Destes foi possível acessar a versão completa apenas de 53 artigos, dos quais, após a leitura da introdução e dos resultados, 22 foram considerados mais aderentes e relevantes ao presente trabalho. Tais trabalhos estão listados a seguir na Tabela II.1 utilizando na coluna "Etapa" a identificação "E1".

A fim de complementar a revisão sistemática foi aplicada a técnica de *Snowballing* nos artigos listados na Tabela II.1 que atendiam aos seguintes critérios:

- Ter sido publicado em revista científica; e
- A área de conhecimento da revista, no ano de 2021, estar enquadrada no primeiro ou segundo quartil do *SCImago Journal Rank* (SJR)[1].

A partir deste filtro apenas 9 artigos foram submetidos ao processo de *Snowballing*: Cai et al. [2013],

[1] O SJR é um índice da influência científica de periódicos acadêmicos calculado, com base no algoritmo *Google PageRank*, a partir das informações contidas no banco de dados *Scopus* (*Elsevier B.V.*).

Schuler et al. [2013], Li et al. [2015], Liu et al. [2016], Paudel et al. [2016], Capitanescu et al. [2017], Mauri [2019], Pahmeyer et al. [2021] e Hou et al. [2023b]. A partir das análises das referências dos trabalhos supracitados foram incluídos 19 novos trabalhos ao escopo desta revisão. Estes também estão listados na Tabela II.1 e na coluna "Etapa" possuem a identificação "E2".

Em um terceira etapa, ainda foram realizados *Snowballings* sequenciais a partir dos artigos de revisão da literatura citados nos estudos avaliados na etapa anterior. Nesse processo, iniciou-se o *Snowballing* a partir de Dury et al. [2012], continuando até o último artigo de revisão identificado na sequência. O trabalho de Dury et al. [2012] oferece uma revisão abrangente dos modelos de planejamento e rotação de culturas e é frequentemente citado pela maioria dos artigos envolvidos na primeira etapa do *Snowballing*. Através da análise das referências destes trabalhos, conforme a metodologia mencionada, foram incorporados novos estudos ao escopo desta revisão. Esses estudos adicionais estão catalogados na Tabela II.1, e identificados na coluna "Etapa" com os códigos "E3.1" para a primeira rodada, "E3.2" para a segunda, e "E3.n" para a *n*-ésima rodada de *Snowballing*.

Por fim, direcionou-se uma busca por trabalho brasileiros que versassem sobre planejamento e rotação de culturas agrícolas. Nesta etapa foi realizado *Snowballing* dos trabalhos já encontrados considerando os critérios supracitados a fim de encontrar maior quantidade de trabalhos brasileiros. Esses estudos receberam a identificação na coluna "Etapa" com o E4. A busca por trabalhos de rotação de cultura com dados do Brasil objetivou encontrar fontes de bases de dados agrícolas que fossem aderentes ao modelo desenvolvido para avaliação do modelos em uma base de dados brasileira.

A Tabela II.1 lista os 52 artigos lidos integralmente e empregados na avaliação do corpo atual de conhecimento da literatura existente. Essa tabela resume a metodologia e os objetivos de cada estudo considerado. Na coluna "MET" (Metodologia) foram adotadas as seguintes siglas: Programação Linear (PL); Heurística (H); Algoritmo Evolucionário (AE); Programação Não-Linear (PNL); Simulação (S); Programação Dinâmica (PD); e Programação Dinâmica Estocástica (PDE). As colunas "MO" e "Tam." indicam se o trabalho é multiobjetivo e o tamanho do modelos (em variáveis de decisão (DV) e restrições (C)), respectivamente. Ainda foi adicionado a coluna "País" que identifica o país em que os dados do estudo de caso pertence. Foram listados trabalhos com dados dos seguintes países: Brasil (BRA), Austrália (AUS), Bangladesh (BGD), China (CHN), Alemanha (DEU), Egito (EGY), Espanha (ESP), Finlândia (FIN), França (FRA), Reino Unido (GBR), Índia (IND), Iraque (IRQ), Itália (ITA), Luxemburgo (LUX), Madagáscar (MDG), Países Baixos (NLD), Nepal (NPL), Paraguai (PRY), Romênia (ROU), Estados Unidos (USA), Uruguai (URY), e Uzbequistão (UZB).

Tabela II.1: Resumo da Revisão da Literatura.

	Etp.	Trabalho	Origem dos Dados Reais		MET	Objetivo(s)	MO	Tam.
			País[2]	Localidade				
1	E3.1	McCarl et al. [1977]	**NA**	**NA**	PL	**Maximizar** (Lucro).	✗	**DV**: 69 **C**: 106
2	E2	El-Nazer and McCarl [1986]	USA	Óregon	PL	**Maximizar** (Lucro).	✗	**DV**: 109 **C**: 65
3	E2	Clarke [1989]	BGD	**NA**	PL	**Maximizar** (Lucro).	✗	✗
4	E2	Piech and Rehman [1993]	GBR	Reading, Berkshire	PL	**Maximizar** (Margem bruta total; Utilização de mão de obra agrícola permanente; e Superávit comercial do negócio); **Minimizar** (Contratação de mão de obra temporária; e Custos variáveis anuais totais).	✓	**DV**: 9 **C**: 8
5	E3.1	Nevo et al. [1994]	**NA**	**NA**	PL	**Maximizar** (Lucro).	✗	✗
6	E2	Dogliotti et al. [2003]	NLD	Flevolândia	PL + H	Otimizar o uso da terra e os parâmetros de desenvolvimento sustentável.	✗	✗
7	E2	Dogliotti et al. [2004]	URY	Canelón Grande	PL + H	Otimizar o uso da terra e os parâmetros de desenvolvimento sustentável.	✗	✗

[2]Código do país segundo a ISO 3166-1 *alpha*-3.

Tabela II.1 Continuação da página anterior.

	Etp.	Trabalho	Origem dos Dados Reais		MET	Objetivo(s)	MO	Tam.
			País[2]	Localidade				
8	E2	Detlefsen and Jensen [2007]	**NA**	**NA**	PL	**Maximizar** (Margem bruta).	✗	**DV**: p^3+2p **C**: $2p^2+3p$ ([3])
9	E2	Sarker and Ray [2009]	BGD	**NA**	PL + EA	**Maximizar** (Margem bruta total); **Minimizar** (Capital de giro total necessário).	✓	**DV**: 39 **C**: 15
10	E1	Pavón et al. [2009]	PRY	Alto Paraná	AE	**Maximizar** (Acúmulo de nutrientes no solo; e Retorno econômico); **Minimizar** (Custo total de investimento; Risco econômico; e Sequências consecutivas de culturas da mesma família).	✓	✗
11	E4	Santos et al. [2010]	BRA	Barbacena, Minas Gerais	PL	**Maximizar** (Retorno Econômico).	✗	✗
12	E2	Alfandari et al. [2011]	MDG	Ambatondrazaka e Belambo-Lokoho	PL	**Minimizar** (Área total necessária ao longo do horizonte de planejamento).	✗	✗
13	E2	Santos et al. [2011]	BRA	Viçosa, Minas Gerais	PL	**Maximizar** (Ocupação do terreno por culturas).	✗	✗

[3] p é o número de culturas.

Tabela II.1 Continuação da página anterior.

	Etp.	Trabalho	Origem dos Dados Reais		MET	Objetivo(s)	MO	Tam.
			País[2]	Localidade				
14	E2	Schönhart et al. [2011]	AUS	Mostviertel	PL	**Maximizar** (Valor agronômico total ao longo das rotações de culturas).	✗	✗
15	E2	Dury et al. [2012]				Revisão de Literatura		
16	E2	Rădulescu and Rădulescu [2012]	ROU	Muntênia	PL	**Minimizar** (Risco).	✗	✗
17	E1	Filho et al. [2012]	BRA	São Paulo	AE	**Maximizar** (A rentabilidade).	✗	✗
18	E1	Schuler et al. [2013]	DEU	Brandenburg	PL	**Maximizar** (Margem bruta; e Sustentabilidade agronômica); **Minimizar** (Impacto em anfíbios).	✓	✗
19	E1	Cai et al. [2013]	**NA**	**NA**	PD	**Maximizar** (Valor presente líquido dos retornos).	✗	✗
20	E4	Ramón et al. [2013]	BRA	Sete Lagoas, Minas Gerais	PL	**Maximizar** (O somatório do peso associado pelo desenvolvimento do cultivo em uma gleba e período).	✗	**DV**: pnm **C**: p^2nm ([4])
21	E2	Filho et al. [2014]	BRA	Botucatu, São Paulo	AE	**Maximizar** (Rentabilidade).	✗	✗

[4] p é o número de culturas, n = números de glebas (lotes); e m = número de períodos

Tabela II.1 Continuação da página anterior.

	Etp.	Trabalho	Origem dos Dados Reais		MET	Objetivo(s)	MO	Tam.
			País[2]	Localidade				
22	E4	Costa et al. [2014]	BRA	Barbacena, Minas Gerais	PDE	**Maximizar** (Rentabilidade).	✗	✗
23	E2	Alfandari et al. [2015]	MDG	Ambatondrazaka e Belambo-Lokoho	PL	**Minimizar** (Espaço total necessário para atender às demandas sazonais de cultivo).	✗	✗
24	E2	Ángel Galán-Martín et al. [2015]	ESP	**NA**	PL	**Maximizar** (Retorno líquido).	✗	**DV**: 46 **C**: 255 ([5])
25	E1	Li et al. [2015]	CHN	Wuxi	H	**Maximizar** (Lucro); **Minimizar** (Disparidades de lucro entre agricultores).	✓	✗
26	E1	Lee et al. [2015]	AUS	**NA**	PDS	**Maximizar** (Fluxo de caixa esperado).	✗	✗
27	E4	Santos et al. [2015]	BRA	Barbacena, Minas Gerais	PL	**Minimizar** (Tamanho das áreas plantadas).	✗	✗
28	E1	Paudel et al. [2016]	NPL	Chepang	PL	**Maximizar** (Lucro); **Minimizar** (Perdas de solo).	✓	✗

[5] No maior modelo discutido no artigo.

Tabela II.1 Continuação da página anterior.

	Etp.	Trabalho	Origem dos Dados Reais		MET	Objetivo(s)	MO	Tam.
			País[2]	Localidade				
29	E1	Liu et al. [2016]	FIN	Varsinais-Suomi	PNL	**Maximizar** (Valor presente descontado dos fluxos de lucro futuros).	✗	✗
30	E2	Ridier et al. [2016]	FRA	**NA**	PDS	**Maximizar** (O valor presente líquido total da riqueza agrícola)	✗	✗
31	E1	Capitanescu et al. [2017]	LUX	**NA**	PL	**Maximizar** (Lucro).	✗	✗
32	E2	Filippi et al. [2017]	ITA	Veneto	PL	Model 1 - **Maximizar** (Medida de Segurança); Model 2 - **Maximizar** (Soma dos lucros líquidos).	✗	✗
33	E3.2	Forrester and Rodriguez [2018]	USA	Carlisle, Pensilvânia	PL	**Minimizar** (Demandas de mercado não atendidas).	✗	**DV**: 9000 **C**: 13 000 ([6])
34	E4	Filho et al. [2018]	BRA	Botucatu, São Paulo	PL	**Maximizar** (Lucro; e Variedade de Culturas).	✓	✗
35	E3.2	Al-Nassr [2019]	IRQ	Bagdá	PL	**Maximizar** (Resultado líquido).	✗	**DV**: 18 **C**: 42 ([7])

[6] O modelo final avaliado supera esse número.

[7] No maior modelo discutido no artigo.

Tabela II.1 Continuação da página anterior.

	Etp.	Trabalho	Origem dos Dados Reais		MET	Objetivo(s)	MO	Tam.
			País[2]	Localidade				
36	E2	Fikry et al. [2019]	EGY	**NA**	PL	**Maximizar** (Retorno líquido acumulado no final do ciclo de rotação).	✗	**DV**: 31 104 **C**: 3940
37	E1	Mauri [2019]	BRA	Botucatu, São Paulo	PL	**Maximizar** (Ocupação total das parcelas com culturas comerciais; e Lucro de culturas comerciais plantadas nas parcelas).	✓	**DV**: 168 607 **C**: 9396 ([8])
38	E1	Kharisma and Perdana [2019]	IND	Java	PL	**Minimizar** (Excesso de volume de oferta).	✗	✗
39	E3.1	Alotaibi and Nadeem [2021]				Revisão de Literatura		
40	E1	Fikry et al. [2021a]	EGY	**NA**	PL	**Maximizar** (Retorno líquido).	✗	✗
41	E1	Fikry et al. [2021b]	NLD	**NA**	PL	**Minimizar** (Elementos de custo associados ao transporte das quantidades colhidas para as instalações de processamento).	✗	**DV**: 3 050 791 **C**: 2 430 568 ([9])
42	E1	Pahmeyer et al. [2021]	DEU	Borken, Renânia do Norte-Vestfália	PL	**Maximizar** (Margem bruta).	✗	✗

[8] Média do tamanho dos experimentos.

[9] No maior modelo discutido no artigo.

Tabela II.1 Continuação da página anterior.

	Etp.	Trabalho	Origem dos Dados Reais		MET	Objetivo(s)	MO	Tam.
			País[2]	Localidade				
43	E1	von Lücken et al. [2021]	**NA**	**NA**	AE	**Maximizar** (Lucro líquido; e balanço positivo de nutrientes); **Minimizar** (Custo de investimento; Risco de investimento; Cultivo de culturas unifamiliares em parcelas vizinhas; Número de meses para cultivo de culturas unifamiliares em parcelas vizinhas; e Número de meses com pousio[10]).	✓	✗
44	E1	Groot and Yang [2022]	CHN	**NA**	AE	**Maximizar** (Receita; Produção de produtos pecuários; Fornecimento de energia alimentar do sistema; e fornecimento de vitamina C do sistema); **Minimizar** (Declínio no lençol freático).	✓	✗
45	E4	Filho et al. [2022]	BRA	**NA**	AE	**Maximizar** (Lucro); **Minimizar** (A possibilidade de proliferação de pestes).	✓	**DV**: 5760 **C**: 3180 ([11])

[10]Período em que as terras são deixadas sem semeadura para repousarem

[11]Para a maior isntância avaliada.

Tabela II.1 Continuação da página anterior.

	Etp.	Trabalho	Origem dos Dados Reais		MET	Objetivo(s)	MO	Tam.
			País[2]	Localidade				
46	E1	Hou et al. [2023b]	CHN	Gansu	PD	**Maximizar** (Produtividade da água de irrigação; Disponibilidade de nutrientes; Sequestro líquido de carbono das culturas arvenses; e Benefício econômico líquido); **Minimizar** (Consumo de energia).	✓	✗
47	E1	Barghash et al. [2023]	**NA**	**NA**	LP	**Maximizar** (Lucro).	✗	✗
48	E1	Azab et al. [2023]	NLD	Flevolândia	LP	**Maximizar** (Lucro Total); **Minimizar** (Emissões totais de carbono).	✓	✗
49	E1	Rusdiansyah et al. [2023]	IND	Java	LP	**Maximizar** (Lucro).	✗	✗
50	E2	Hou et al. [2023a]	CHN	Gansu	AE	**Maximizar** (Produtividade hídrica das culturas; Sequestro fotossintético de carbono em culturas regionais; benefício líquido da colocação de culturas; o fornecimento de carboidratos alimentares e o fornecimento de cálcio alimentar); **Minimizar** (Demanda de água para irrigação; e Emissões de carbono de materiais de produção agrícola regional).	✓	✗

Tabela II.1 Continuação da página anterior.

	Etp.	Trabalho	Origem dos Dados Reais		MET	Objetivo(s)	MO	Tam.
			País[2]	Localidade				
51	E1	Muhamediyeva et al. [2023]	UZB	**NA**	AE	**Maximizar** (Valor total da produção bruta).	✗	✗
52	E1	Muhamediyeva and Raxmonova [2023]	**NA**	**NA**	AE	**Maximizar** (Net income).	✗	✗
53	—	Este Trabalho.	IRQ	Bagdá	PL	**Maximizar** (Resultado líquido; Número de culturas plantadas; e Área total plantada).	✓	**DV**: 48 **C**: 88 ([12])

MET: Metodologia. **MO:** Otimização Multiobjetivo. **DV:** Variáveis de decisão. **C:** Restrições. **NA:** Não se Aplica

[12] No modelo de dois anos com rotação de culturas.

Ao todo, 52 artigos foram selecionados para compor este trabalho. Eles estão organizados de acordo com o método aplicado e são apresentados nas três seções subsequentes: Programação Linear (Seção II.1), Algoritmos Evolucionários (Seção II.2) e Outros Métodos (Seção II.3). Após as seções supracitadas as seções Estudos de Caso no Brasil (Seção II.4) e Pesquisa *versus* Literatura (Seção II.5) elucidaram, respectivamente, os trabalhos para os quais foram encontrados estudos de caso de fazendas brasileiras e como este trabalho se posiciona frente os apresentados na literatura.

II.1 Programação Linear

A PL, como técnica matemática, tem muitos usos possíveis na gestão agrícola, por exemplo, na otimização de cenários de culturas e criações de animais com diferentes objetivos [Heady, 1954]. No entanto, o uso dessa técnica apresenta dificuldades associadas devido à formulação de modelos precisos para problemas de gestão agrícola (objetivos e restrições) e à interpretação dos resultados, que pode ser muito difícil. Isso ocorre porque a criação desses modelos requer uma quantidade significativa de dados e um alto nível de conhecimento em problemas de gestão agrícola e modelagem matemática. Além disso, interpretar os resultados requer estabelecer uma conexão entre a representação matemática muitas vezes complexa e as aplicações do mundo real [Nevo et al., 1994].

McCarl et al. [1977] foi um dos primeiros a utilizar programação linear mono-objetivo para maximizar os lucros agrícolas na literatura. Seu modelo foi desenvolvido usando uma pesquisa aplicada aos agricultores, mas o artigo não apresenta um caso de uso do mundo real. El-Nazer and McCarl [1986] e Clarke [1989] são outros trabalhos seminais que utilizam programação linear para rotação de culturas com um único objetivo: maximizar o retorno econômico [Dury et al., 2012; Cai et al., 2013; Liu et al., 2016]. El-Nazer and McCarl [1986] apresenta um estudo de caso de maximização de lucros em uma rotação de quatro culturas em uma fazenda irrigada no nordeste de Oregon, enquanto Clarke [1989] apresenta um estudo semelhante em uma fazenda em Bangladesh.

Piech and Rehman [1993] foi um dos primeiros a utilizar uma abordagem de programação linear multiobjetivo para PPC. Em sua modelagem os objetivos eram para maximizar: *(i)* a margem bruta total, *(ii)* a utilização de mão-de-obra agrícola permanente, e *(iii)* o excedente comercial do negócio; enquanto busca minimizar: *(i)* a contratação de mão de obra casual, e *(ii)* os custos variáveis totais anuais. O modelo proposto por Piech and Rehman [1993] foi aplicado no laboratório vivo da fazenda da Universidade de Reading, Reino Unido.

Nevo et al. [1994], cujo software foi nominado de CROPLAN, apresenta um modelo de PPC usando PL que tem o objetivo de maximizar o lucro total da fazenda. Detlefsen and Jensen [2007] também desenvolveram um sistema web chamado FarmNTool para resolver o PPRC usando algoritmos de fluxo em rede (*Network Flow*). Os autores utilizam teoria dos grafos para explorar a relação entre culturas, mas não utilizam dados reais. No modelo apresentado o objetivo dos autores é maximizar a margem bruta da fazenda.

Ambos os modelos, de Nevo et al. [1994] e Detlefsen and Jensen [2007], não foram avaliados frente a dados reais.

Integrando programação linear e métodos heurísticos, Dogliotti et al. [2003] introduzem a ferramenta de software ROTAT, que implementa um modelo multiobjetivo para a integração do uso da terra com os objetivos de desenvolvimento sustentável. O estudo é motivado pela insustentabilidade dos sistemas agrícolas de pequena escala no sul do Uruguai. No entanto, o teste de validação utiliza dados da literatura sobre fazendas experimentais em Flevoland, Holanda. Nesse experimento, 12 rotações de culturas demonstraram melhor desempenho em duas características e mantiveram o desempenho nas demais, em comparação com o modelo projetado inicialmente para a fazenda experimental. Em continuação, Dogliotti et al. [2004] expandem o modelo para otimizar aspectos como a conservação do solo, a fertilidade e a renda das fazendas. Utilizando dados reais da microbacia do Canelón Grande, no sul do Uruguai, a análise teórica revelou resultados promissores na redução da erosão e na preservação do teor de matéria orgânica do solo, abordando dois dos principais desafios para a produção sustentável na região. Apesar de em Dogliotti et al. [2003] e Dogliotti et al. [2004] as soluções apresentam uma abordagem multiobjetivo, mas os modelos de PL desenvolvidos são mono-objetivo.

Em Santos et al. [2011] é proposto um modelo de Programação Inteira Binária, do inglês *Binary Integer Programming* (BIP), para o PPRC para fazendas orgânicas com objetivo de maximizar o uso da terra sujeito a restrições de vizinhança, sucessão, pousio e adubação verde[13] em cada rotação. Os autores indicam que os dados utilizados são da horta orgânica de Universidade Federal de Viçosa, porém no conjunto de dados não há informações dos recursos necessários para cada cultura ser plantada. Algumas melhorias do modelo anterior foram propostas por Filho et al. [2014] e Mauri [2019] que apresentam adaptações deste modelo utilizando Algoritmos Evolucionários e uma Relaxação de Programação Linear, respectivamente. Em Mauri [2019] é apresentada uma adaptação do modelo com os objetivos de maximizar a ocupação total dos talhões com culturas comerciais e maximizar o lucro das culturas comerciais plantadas em cada parcela. Os dados usados no estudo de caso são provenientes de uma fazenda em uma região próxima a Botucatu, São Paulo, Brasil e dados simulados. Ainda no contexto de dados brasileiros, Ramón et al. [2013] apresenta estudo do PPRC que envolve a aplicação de um modelo de BIP mono-objetivo para simular a rotação de culturas agrícolas. Realizado na estação experimental da Embrapa Milho e Sorgo em Sete Lagoas, MG, o objetivo é maximizar a produtividade através de um calendário ótimo de plantios considerando várias culturas. O modelo foi avaliado com dados gerados aleatoriamente e considera um sistema de lavoura e pecuária integradas. Os lotes são fixos, e não há dados disponíveis sobre recursos necessários para o plantio de cada cultura. A função objetivo busca maximizar o somatório do peso associado ao desenvolvimento do cultivo.

Fikry et al. [2019] também propõem uma abordagem usando BIP com objetivo de maximizar o retorno

[13] É o cultivo de espécies vegetais capazes de melhorar as condições físicas, químicas, biológicas e a capacidade produtiva dos solos.

líquido total acumulado ao final do ciclo de rotação. Neste modelo há restrições que impedem que a mesma cultura ou duas culturas da mesma família sejam plantadas consecutivamente; também consideram a presença de pelo menos uma leguminosa e pousio durante o ciclo de rotação, respectivamente. Fikry et al. [2021a], ainda usando BIP, propõem um outro modelo para gerar cronogramas de rotação de culturas com o objetivo de maximizar o retorno líquido do agricultor considerando a escassez de água e a incerteza do retorno líquido. Além destes, Fikry et al. [2021b] também propõem um terceiro modelo cujo objetivo é minimizar os elementos de custo associados ao transporte das quantidades colhidas para as instalações de processamento. Os estudos de caso de Fikry et al. [2019] e Fikry et al. [2021a] utilizaram informações do Vale do Delta e do Vale do Nilo na região norte do Egito. E os teste realizados por Fikry et al. [2021b] foram em uma indústria de açúcar nos Países Baixos.

Ainda usando BIP, Rădulescu and Rădulescu [2012] também propõem um modelo cujo objetivo é minimizar o risco envolvido nas culturas alocadas em uma fazenda agrícola no sul da Muntênia, região da România. O modelo leva em consideração riscos climáticos e riscos de mercado baseado em dados históricos para várias culturas e tipos de solo.

Vários autores na literatura propuseram modelos de Programação Linear Inteira Mista, do inglês *Mixed Integer Linear Programming* (MILP) para resolver variações dos problemas de PPC e PPRC. Santos et al. [2010] e Santos et al. [2015] abordam o desafio de atender à demanda agrícola e, ao mesmo tempo, manter condições de produção ecologicamente sustentáveis em PPRC. Em Santos et al. [2010] o estudo utiliza MILP com geração de colunas para maximizar os retornos econômicos, ao mesmo tempo que otimiza os calendários de rotação de culturas; o uso da terra e integra restrições ecológicas, como evitar culturas consecutivas da mesma família botânica, incluindo adubo verde, e implementar períodos de pousio. E em Santos et al. [2015] utiliza-se MILP com objetivo de minimizar a área plantada, considerando tamanhos padrão de parcelas, múltiplos de uma área base. O modelo aborda a rotação de culturas, a alternância entre famílias botânicas, o uso de períodos de pousio e a inclusão de culturas de adubo verde. Em ambos os trabalhos os dados são de uma unidade de produção com foco ecológico situada em Barbacena, Minas Gerais, Brasil.

Um modelo utilizando MILP em uma abordagem multi período e mono-objetivo que considera as restrições de demanda, cultura e estado de pousio para minimizar a área de superfície necessária ao longo do horizonte de planejamento também foi abordado por Alfandari et al. [2011]. Dois locais na região centro-leste de Madagáscar foram utilizados para o estudo de caso: Didy, localizado perto de Ambatondrazaka, e Belambo-Lokoho, localizado perto de Andapa. A prova numérica dos resultados validou o modelo teórico, mas os autores destacaram a natureza difícil do problema. No mesmo conjunto de dados, Alfandari et al. [2015] aplicam uma abordagem de BIP baseada em gráficos de sequência de culturas para resolver um PPRC. Eles desenvolvem uma formulação ampliada que inclui um problema de precificação solucionável em tempo polinomial. Além disso, apresentam um algoritmo *Branch-and-Price-and-Cut* equipado com estratégias específicas de ramificação e geração de cortes adaptativos.

Schönhart et al. [2011] propôs a ferramenta CropRota com um modelo de MILP mono-objetivo para maximizar o valor agronômico total considerando as rotações de culturas. O estudo de caso CropRota foi avaliado com dados de fazendas em Mostviertel, Áustria. Segundo os autores, sua proposta tem estrutura genérica e pode ser aplicada a diferentes fazendas ou regiões. Ángel Galán-Martín et al. [2015] desenvolveram uma abordagem multi estágios utilizando PL . Nele objetiva-se identificar o plano de cultivo ideal no nível da fazenda que maximiza o retorno líquido do agricultor no horizonte de 5 anos considerando adoção ou não de programa governamental de subsídios. Ele foi testado com base nos dados de 2015 à 2020 de fazendas da região agrícola da Espanha. Em Capitanescu et al. [2017], é apresentado um modelo de MILP com o objectivo único para maximizar os lucros dos agricultores, satisfazendo simultaneamente restrições ambientais e requisitos de rotação de culturas num determinado horizonte temporal. O trabalho utiliza dados do Luxemburgo.

Na esteira de trabalhos propondo modelo utilizando MILP Alotaibi and Nadeem [2021] apresentam uma revisão das aplicações de programação linear na resolução de problemas de gestão agrícola, destacando-se dois modelos específicos voltados para a rotação de culturas. Primeiro, Forrester and Rodriguez [2018] é uma abordagem para o PPRC cujo objetivo é atender à demanda projetada do mercado considerando controle de pragas, períodos de pousio, plantio mínimo e capacidade de campo. O modelo foi avaliado com dados da fazenda orgânica Dickinson College, uma faculdade particular de artes liberais em Carlisle, Pensilvânia, EUA. Em 2013, a fazenda universitária utilizou o plano de rotação proposto com algumas pequenas modificações. Na avaliação subjetiva dos administradores da fazenda, o plano quadrienal teve resultados positivos. E o segundo estudo, Al-Nassr [2019] desenvolve um modelo que visa maximizar o lucro líquido, levando em consideração os recursos humanos, maquinário, fertilizantes, água e terra disponíveis. Este estudo utiliza dados da fazenda Al-Rasheed em Bagdá, Iraque, e oferece uma solução ótima para o Plano de Rotação de Culturas Permanentes em um período de dois anos.

Neste mesmo diapasão de modelos lineares cuja técnica adotada pelos autores enquadra-se no grupo de MILP há o trabalho de Kharisma and Perdana [2019]. Nele os autores concentraram-se na otimização do volume de estoque, evitando super ofertas, sujeitos à terra disponível num ano para agricultores do Katata Farmer Group, um sistema de produção localizado em Java Ocidental, na Indonésia. Um sistema web chamado '*Fruchtfolge*'[14] é proposto por Pahmeyer et al. [2021] também utilizando MILP para encontrar a composição ideal entre um conjunto de esquemas de rotação de cultura predefinidos. O estudo de caso utiliza dados de uma fazenda localizada em Borken, Renânia do Norte-Vestfália, Alemanha. Filippi et al. [2017] apresentam dois modelos de MILP para o PPC em uma fazenda localizada em Veneto, norte da Itália. O primeiro busca de maximizar a soma dos lucros líquidos. E o segundo com objetivo de maximizar uma medida de segurança econômica, nomeada de *Conditional Value-at-Risk* (CVaR), correspondente a selecionar a mistura de culturas que maximiza o lucro esperado sob um percentil predefinido de piores

[14]Disponível em `https://fruchtfolge.agp.uni-bonn.de/`

realizações.

Nas literaturas mais recentes utilizando MILP, Barghash et al. [2023] investiga a viabilidade dos sistemas hidropônicos na maximização dos lucros, otimizando os cronogramas de plantio e as rotações de culturas. A pesquisa incorpora variáveis como preço de venda, produtividade, espaço e uso de painéis solares. O estudo fornece recomendações práticas para tipos e calendários de culturas que podem maximizar a rentabilidade, adaptando-se às variações de preços de mercado e à disponibilidade de recursos. Segundo os autores, estas recomendações são diretamente aplicáveis às fazendas hidropônicas urbanas, porém não há estudo de caso descrito. Rusdiansyah et al. [2023] também apresentam um modelo MILP para o planejamento de culturas na agricultura para maximizar o lucro. O modelo considera o arranjo espacial das culturas, incluindo parcelas de adjacência e necessidades cíclicas de nutrientes. O caso de teste envolve uma fazenda em Java Central, na Indonésia.

No contexto de abordagens lineares multiobjetivo com viés ambiental Paudel et al. [2016] apresentam uma abordagem que explora o potencial dos sistemas de produção agrícola de conservação para enfrentar a insegurança alimentar e a degradação do solo no Nepal. O objetivo dos autores é fornecer uma avaliação clara e concisa da viabilidade destas práticas nas questões de insegurança alimentar e perda de solo no Nepal. O estudo avalia várias práticas agrícolas, incluindo a lavoura em faixas, e mostra que a adoção da lavoura em faixas e do cultivo consorciado pode levar a benefícios econômicos e de conservação do solo significativos a longo prazo. Os autores reportam que ao longo de 20 anos, os retornos econômicos podem aumentar significativamente, enquanto a perda de solo pode ser reduzida em até 88%. Schuler et al. [2013] também propõem uma abordagem multiobjetivo para uma fazenda orgânica em Brandenburg, no Noroeste da Alemanha. O modelo de otimização opera considerando um compromisso entre três objetivos: *(i)* maximizar margem bruta; *(ii)* maximizar a sustentabilidade agronômica; *(iii)* minimizar o efeito sobre os anfíbios. E Azab et al. [2023] apresentam um modelo utilizando MILP para a cadeia de abastecimento agroalimentar que considera a rentabilidade econômica e a sustentabilidade ambiental (emissões de carbono) como objetivos. O teste utilizou dados da província de Flevolândia, Países Baixos. Os resultados são úteis para as partes interessadas na cadeia de abastecimento agroalimentar que necessitam de tomar decisões que não sejam apenas economicamente viáveis, mas também ambientalmente responsáveis.

Ainda no viés ambiental, Filho et al. [2018] propuseram um modelo de BIP para o problema de rotação de culturas bi-objetivo, que visa maximizar tanto o lucro da rotação de culturas quanto a diversidade de espécies de culturas ao longo de um horizonte de planejamento. O modelo foi avaliado em dados de uma fazenda próxima a cidade de Botucatu, São Paulo. Os resultados são altamente valiosos para a tomada de decisões no planeamento agrícola, fornecendo um quadro que pode equilibrar os retornos econômicos com a sustentabilidade ecológica, o que pode levar a práticas agrícolas mais sustentáveis.

II.2 Algoritmos Evolucionários

Os AE são técnicas de otimização e busca que se inspiram na evolução biológica e na genética os quais usam modelos computacionais, que simulam os processos naturais de evolução, como uma ferramenta para resolver problemas. Estes métodos são o segundo grupo com destaque dentro do universo de artigos encontrados sobre PPC e PPRC, em especial no que tange aos problemas multiobjetivos.

Pavón et al. [2009] propuseram a aplicação de Algoritmos Evolutivos Multiobjetivos, do inglês *Multiobjective Evolutionary Algorithms* (MOEA), para resolver um PPRC em fazendas localizadas em Alto Paraná, subdivisão administrativa da República do Paraguai. O estudo considerou diversos objetivos, incluindo a minimização do custo total de investimento, a maximização do acúmulo de nutrientes no solo, o aumento do retorno econômico, a redução do risco econômico, além de metas relacionadas à diversidade de culturas. Neste trabalho foram implementados os algoritmos *Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2* (SPEA2), *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm 2* (NSGA-II) e *micro-Genetic Algorithm* (micro-GA).

Recentemente, a literatura apresentou diversas aplicações de algoritmos evolucionários para resolver problemas PPRC multiobjetivo. Em um estudo conduzido por von Lücken et al. [2021] , uma abordagem multiobjetivo foi proposta para o PPRC com sete objetivos que englobam fatores econômicos, sociais e ambientais, sendo eles: *(i)* maximizar o lucro líquido; *(ii)* minimizar o custo de investimento; *(iii)* minimizar o risco do investimento; *(iv)* maximizar o balanço positivo de nutrientes; *(v)* minimizar o cultivo de culturas da mesma família em parcelas vizinhas; *(vi)* minimizar o número de meses para cultivos da mesma família em parcelas vizinhas; e *(vii)* minimizar o número de meses com terras em pousio. Para a solução do problema em estudo foram avaliados, em um estudo de caso sem dados reais, 5 diferentes AE: SPEA2, NSGA-II, *Reference Point-Based Non-dominated Sorting Genetic Algorithm 3* (NSGA-III), *Multiobjective Evolutionary Algorithm with Decomposition* (MOEA/D) e *Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm* (RVEA).

Groot and Yang [2022] desenvolveram um algoritmo genético multiobjetivo utilizando *Genetic Algorithm* (GA), com dados de fazendas do norte da China. O estudo visava determinar as combinações de sistemas de cultivo que melhor atendessem aos requisitos de rentabilidade econômica, produção de alimentos e eficiência no uso da água. Estes requisitos foram descritos por meio dos seguintes objetivos: *(i)* maximizar as receitas econômicas; *(ii)* minimizar o declínio do lençol freático; *(iii)* maximizar a produção de produtos pecuários; *iv)* maximizar o suprimento de energia alimentar do sistema; e *v)* maximizar o fornecimento de vitamina C do sistema.

Em outro estudo, apresentado por Hou et al. [2023a], um modelo de otimização regional de disposição de culturas (CAMOO-Crop) que combina o modelo de autômato celular com um modelo de otimização multiobjetivo para melhorar a sustentabilidade do sistema alimentar. O modelo é aplicado à Bacia do Rio Shiyang, na província de Gansu, China, e considera cinco dimensões principais: recursos, ambiente, economia, nutrição e produtividade agrícola. Os objetivos incluem maximizar a produtividade da água das

culturas, minimizar a demanda de água para irrigação, maximizar o sequestro de carbono fotossintético regional, minimizar as emissões de carbono dos materiais de produção das culturas e maximizar o benefício líquido do posicionamento das culturas. Os resultados apresentados mostram a eficácia do modelo CAMOO-Crop em promover um desenvolvimento sustentável do sistema alimentar regional.

Além disso, Muhamediyeva and Raxmonova [2023] e Muhamediyeva et al. [2023] apresentaram algoritmos genéticos aplicados à resolução de PPC e PPRC de culturas de algodão considerando diferentes aspectos estáticos e dinâmicos do problema. No trabalho de Muhamediyeva and Raxmonova [2023] o modelo desenvolvido maximiza a renda líquida enquanto determina a disposição ideal das culturas nos campos de rotação. Já em Muhamediyeva et al. [2023] o objetivo é maximizar o valor bruto total da produção das fazendas da República do Uzbequistão. O modelo considera a combinação de culturas de algodão e forrageiras, e desenvolvido em duas etapas: uma estática, determinando a disposição ideal das culturas, e outra dinâmica, estabelecendo a rotação ideal ao longo dos anos.

Em trabalhos realizados no Brasil, Filho et al. [2012] e Filho et al. [2014] propuseram abordagens utilizando AE para PPRC de unidades produtivas no estado de São Paulo. Filho et al. [2012] utilizam algoritmo genético com objetivo de maximizar a rentabilidade considerando a demanda, restrições de vizinhança e plantio consecutivo. Já em Filho et al. [2014] é proposta uma abordagem meta-heurística a partir do problema proposto em Santos et al. [2011]. A solução apresentada tem por FO maximizar a rentabilidade da rotação considerando fatores como época de semeadura, continuidade para cultivos da mesma família, vizinhos para cultivos da mesma família, adubação verde, período de pousio e demanda. Foram utilizados para solução os AE: GA, *Simulated Annealing* (SA) e uma abordagem híbrida entre os dois anteriores. Ainda, em Filho et al. [2022] é apresentado um modelo de otimização binária não-linear bi-objetivo para o PPRC sustentável. O objetivo do estudo é minimizar a possibilidade de proliferação de pestes e maximizar o lucro do processo de cultivo. O modelo considera restrições biológicas e utiliza métodos exatos e heurísticos para gerar soluções Pareto ótimas. Os métodos foram testados em instâncias geradas semi-aleatoriamente para simular situações reais. Os resultados experimentais indicaram que as metodologias exatas se mostraram favoráveis para instâncias de pequeno e médio porte, enquanto o método heurístico, baseado em um algoritmo genético e heurísticas construtivas, foi capaz de determinar soluções Pareto ótimas de boa qualidade em tempo computacional reduzido, mesmo para instâncias de alta dimensão.

II.3 Outros Métodos

Além dos dois grandes grupos de métodos apresentados anteriormente é possível encontrar algumas outras abordagem na literatura para resolver o PPC e PPRC.

Em Sarker and Ray [2009], é abordado um PPC multiobjetivo, com testes realizados em Bangladesh. O primeiro objetivo é maximizar a margem bruta total (das safras cultivadas mais as importadas) que pode ser obtida com a colheita em um único ano-safra, enquanto o segundo objetivo é minimizar o capital de giro

total requerido. Para solucionar o problema, foram utilizados três métodos: o método ε-restrito, o NSGA-II e um algoritmo multiobjetivo proposto pelos autores, denominado *Multi-objective Constrained Algorithm* (MCA). Os resultados mostraram que o algoritmo MCA proporcionou soluções superiores ao modelo não-linear do planejamento de cultivos, comparado aos outros dois métodos, destacando sua eficácia na geração de soluções não-dominadas.

Em seguida foi identificado o trabalho de Cai et al. [2013] que propõem um modelo para o PPRC incorporado-o em um algoritmo de Programação Dinâmica através do uso de uma modificação da equação de Bellman. O objetivo do modelo apresentado é maximizar o valor presente líquido dos retornos esperados das plantações atuais e futuras, considerando a volatilidade dos rendimentos e preços das colheitas. A simulação do modelo com uma rotação de milho e soja foi realizada para determinar os preços de equilíbrio para diferentes decisões de plantio. A análise também considerou os efeitos residuais de um e dois anos sobre os rendimentos, demonstrando que os produtores são mais propensos a escolher um esquema de rotação de culturas quando as penalidades de rendimento são maiores.

Costa et al. [2014] apresentam um modelo de programação linear e estocástica para o PPRC em uma fazenda orgânica localizada em Barbacena, MG, Brasil. O objetivo do modelo é maximizar o retorno associado às culturas plantadas, considerando a incerteza na demanda. O modelo é estruturado em duas etapas: na primeira, são tomadas decisões de alocação de terras; na segunda, são implementadas políticas de inventário e atendimento de demanda. Os resultados mostram que a possibilidade de estocar produtos colhidos aumenta a capacidade do modelo em atender a demanda e que considerar a incerteza na demanda pode ser vantajoso para os produtores.

Além disso, Li et al. [2015] desenvolveram um modelo de rotação de culturas para agricultura contratada, com testes realizados na *Jiangsu Tianlandilv Farm* Ltd., localizada em Wuxi, China. O modelo utiliza um algoritmo heurístico para otimizar a programação da rotação de culturas, com o objetivo de maximizar os lucros dos agricultores e minimizar as disparidades de lucros entre eles. Os resultados mostram que a aplicação do modelo pode melhorar significativamente os lucros dos agricultores e promover uma distribuição mais equitativa dos rendimentos, atendendo às necessidades dos agricultores contratados para plantar vegetais orgânicos.

Em Lee et al. [2015], as modelagens do PPC e PPRC são descritas como um problema de programação dinâmica estocástica. O objetivo de ambos os problemas é maximizar o fluxo de caixa futuro esperado. O método de Mínimos Quadrados de Monte Carlo, do inglês *Least-Squares Monte Carlo* (LSM), foi utilizado para obter a solução aproximada do problema. A abordagem proposta é aplicada a uma fazenda típica na Austrália, considerando cenários de preços de commodities e precipitação como variáveis estocásticas. O estudo demonstra que a otimização dinâmica das rotações de culturas pode resultar em fluxos de caixa futuros esperados mais altos e com menor risco comparado às estratégias de alocação estática.

Liu et al. [2016] apresentam um modelo de otimização dinâmica para rotação de culturas e práticas

de manejo agrícola, com o objetivo de maximizar o fluxo de caixa futuro esperado, considerando pressões de pragas futuras. O modelo incorpora práticas de manejo como fertilização, tratamento com fungicidas e aplicação de calagem[15], aplicado a uma região no sudoeste da Finlândia. Os resultados mostraram que (*i*) o aumento da pressão de pragas favorece o cultivo de combinações de trigo-aveia e trigo-oleaginosas, enquanto (*ii*) os preços de mercado determinam amplamente as culturas no plano de rotação e as práticas de manejo específicas adotadas. A flexibilidade do modelo também pode ser utilizada para avaliar o valor de outras opções de manejo, como novos cultivares sob diferentes projeções de clima e condições de mercado futuras.

No trabalho de Ridier et al. [2016] é apresentado um modelo de Programação Dinâmica Estocástica para a escolha de rotação de culturas, com o objetivo de testar a adoção de longas rotações sob riscos de produção e mercado. O modelo desenvolvido é aplicado a uma fazenda especializada em culturas de rendimento na França. O objetivo principal é maximizar a utilidade esperada da renda líquida ao longo do horizonte de planejamento. O modelo considera tanto os riscos de produção intranual quanto os riscos de mercado interanual. As simulações mostram que, quando a rotação longa é subsidiada por um prêmio de área, os agricultores são incentivados a manter rotações mais longas. Além disso, um alto nível de aversão ao risco tende a desacelerar a conversão para rotações mais longas.

Além das abordagens mencionadas, Sharp et al. [2021] apresentam um modelo de simulação para diferentes cenários de rotação de culturas. Nos cenários são consideradas as principais preocupações no processo de tomada de decisão de um agricultor: o meio ambiente; e controle de pragas, ervas daninhas e pressão de doenças.

Finalmente, Hou et al. [2023b] desenvolvem um modelo dinâmico de otimização da disposição de culturas em escala de grade (ABCAMODP-Crop) para promover uma produção de alimentos mais sustentável. Este modelo combina programação multiobjetivo baseada em agentes, programação dinâmica e autômatos celulares para otimizar o disposição das culturas considerando as preferências de plantio e comportamentos práticos dos *stakeholders*, incluindo governo e agricultores. Os objetivos incluem maximizar a produtividade da água de irrigação, minimizar o impacto ambiental, aumentar a disponibilidade de nutrientes e maximizar os benefícios econômicos. O modelo foi aplicado na Bacia do Rio Shiyang, na China, e os resultados indicaram um aumento de 14,55% na produtividade da água de irrigação, 14,45% no rendimento total, 7,39% na disponibilidade de carboidratos, 18,74% na disponibilidade de cálcio, 8,05% no sequestro de carbono e 20,08% nos benefícios econômicos.

[15] A calagem é uma prática agrícola que corrige a acidez do solo, aumentando o pH e fornecendo cálcio e magnésio para as plantas.

II.4 Estudos de Caso no Brasil

Dos trabalhos já listados anteriormente, nesta seção realizaremos um destaque àqueles desenvolvidos em contexto brasileiro afim de comparação frente ao trabalho proposto.

Na literatura brasileira sobre modelagem agrícola, verificou-se uma diversidade de abordagens, tanto mono quanto multiobjetivo. Um exemplo significativo é o trabalho de Filho et al. [2018], que não só influenciou diretamente a estruturação de modelos propostos aqui neste trabalho, mas também destacou-se pela sua aplicabilidade prática. Contudo, uma distinção crítica entre o nosso estudo e os anteriores reside na atenção dada às restrições dos recursos agrícolas disponíveis, como a alocação eficiente de maquinário e a gestão da mão de obra. Essa perspectiva é crucial, pois reflete diretamente nas capacidades produtivas e na sustentabilidade das práticas agrícolas.

A inadequação dos dados disponíveis na literatura revisada para uso direto como estudo de caso, devido à falta de detalhes específicos sobre recursos críticos, impulsionou a necessidade de buscar alternativas robustas para a avaliação do nosso modelo. Por isso, optou-se por utilizar os dados de Al-Nassr [2019], que fornecem um contexto mais detalhado e adequado para a validação prática do modelo em um cenário real de produção agrícola. Este conjunto de dados não apenas permitiu uma análise quantitativa mais precisa, mas também garantiu que o modelo pudesse ser testado sob condições realistas, aumentando assim a relevância e aplicabilidade dos resultados obtidos.

Para uma compreensão mais profunda das metodologias e dados utilizados em estudos anteriores e como eles se comparam com o trabalho em tela, foi elaborada a Tabela II.2. Esta tabela sintetiza as diferenças fundamentais nos métodos e variáveis consideradas. A inclusão de diversos parâmetros relacionados à gestão de recursos ressalta a complexidade do desafio enfrentado e reitera a importância de desenvolver modelos que não apenas resolvam problemas técnicos, mas que também se alinhem com as práticas sustentáveis de agricultura.

Tabela II.2: Comparação dos métodos e dados usados nos trabalhos frente ao proposto.

Descrição		**Dados do Modelo Proposto**							**Outros Dados**					
Trabalho	**Método**	Preço por Cultura	Área de Plantio	Tempo de Mão Obra	Dem. de Fertiliz.	Dem. de Defensivo	Dem. de Irrigação	Dem. de Invest.	Adubação Verde	Pousio	Fam. Botânicas	Demanda	Prob. de Pestes	Tempo de Produção
Santos et al. [2010]	MILP com geração de colunas		✗						✗	✗	✗			
Santos et al. [2011]	BIP		✗						✗	✗	✗			✗
Filho et al. [2012]	GA	✗	✗						✗	✗	✗	✗		✗
Ramón et al. [2013]	BIP		✗											
Filho et al. [2014]	GA, SA, AG + SA	✗	✗						✗	✗	✗	✗		✗
Costa et al. [2014]	LP com geração de colunas + PDS	✗	✗									✗		
Santos et al. [2015]	MILP com Branch-price-and-cut								✗	✗	✗	✗		✗
Filho et al. [2018]	BIP	✗	✗						✗	✗	✗			
Mauri [2019]	LP com Relaxação	✗	✗						✗	✗	✗			
Filho et al. [2022]	GA	✗	✗								✗		✗	✗
Nosso trabalho	MILP	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗						

II.5 Pesquisa proposta *versus* Literatura

Este estudo ocupa um nicho distintivo na literatura atual ao introduzir uma abordagem inovadora utilizando Programação Linear Inteira Mista Multiobjetivo, do inglês *Multi-objective Mixed Integer Linear Programming* (MOMILP) para modelagem de um PPRCM. MOMILP é uma técnica de otimização matemática utilizada para resolver problemas de tomada de decisão com múltiplos objetivos, muitas vezes competitivos, e variáveis inteiras.

O que diferencia este trabalho é o aspecto inovador da modelagem, particularmente a integração de funções objetivas para maximizar a receita líquida e incentivar simultaneamente a diversificação de culturas na gestão agrícola utilizando variáveis de decisão inteiras e binárias. Além disso, esta abordagem depende exclusivamente de técnicas de programação linear para resolver o modelo. Assim, a pesquisa faz uma contribuição significativa ao considerar simultaneamente os objetivos de retorno financeiro, diversidade de culturas e uso da terra. Isso amplia significativamente o escopo de estudos anteriores, como Filho et al. [2018], cuja abordagem não incluía considerações sobre uso da terra. Além disso, o trabalho representa uma evolução das metodologias propostas por Paudel et al. [2016], Capitanescu et al. [2017], Al-Nassr [2019], Fikry et al. [2021a], Pahmeyer et al. [2021] e outros que não incluíram a diversidade de culturas em suas análises. Ainda, a modelagem proposta apresenta soluções ótimas em comparação com outros estudos na literatura que apresentam uma solução apoiada em métodos meta-heurísticos sem garantia de otimalidade (Tabela II.1).

Comparado a von Lücken et al. [2021], embora este último tenha estudado todos os objetivos considerados nesta pesquisa, é crucial notar que difere-se da abordagem proposta por não apresentar um método que busca a otimalidade. Enquanto von Lücken et al. [2021] utilizaram um algoritmo evolutivo que não garante a otimalidade, o modelo proposto garante a otimalidade da solução obtida. O trabalho de Azab et al. [2023] se aproxima mais desta pesquisa porque utiliza uma abordagem multiobjetivo usando MILP. No entanto, existem duas diferenças: Seu foco está em toda a cadeia de suprimentos de produtos perecíveis e suas restrições não consideram a limitação de recursos humanos, maquinário, fertilizantes e outros recursos necessários para a produção agrícola. O único recurso agrícola considerado limitado é a disponibilidade de água para irrigação.

Ao comparar este trabalho com estudos brasileiros, verificaram-se trabalhos mono e multiobjetivos, incluindo o estudo de Filho et al. [2018], que serviu de base para os modelos propostos. No entanto, é importante notar que o presente trabalho difere de estudos anteriores ao levar em consideração as limitações dos recursos agrícolas disponíveis, como o uso de máquinas e mão de obra humana. Como resultado, não foi possível aplicar os dados utilizados na literatura revisada anteriormente como um estudo de caso, devido à falta de informações. Por isso, adotou-se os dados de Al-Nassr [2019] para fornecer uma avaliação numérica do modelo com um estudo de caso do mundo real.

Portanto, ao assimilar os avanços em estudos anteriores e superar suas limitações, esta pesquisa se destaca como uma contribuição inovadora, fornecendo uma abordagem que garante a otimalidade para os objetivos considerados e a limitação dos recursos disponíveis na agricultura.

Capítulo III

Fundamentação Teórica

Neste capítulo serão abordados os fundamentos teóricos sobre os quais o presente trabalho encontra-se alicerçado. Primeiramente, a notação matemática adotada é apresentada (Seção III.1). Então, os fundamentos da Programação Linear são brevemente descritos (Seção III.2). Alguns métodos de Otimização Multiobjetivo são abordados (Seção III.3). Por fim, é apresentado o conceito de Análise de Sensibilidade sob a ótica de modelos de PL (Seção III.5).

III.1 Notações Matemáticas

Ao longo deste trabalho as notações e operações matemáticas serão convencionadas conforme descrito a seguir.

Matrizes $(m \times n)$-dimensionais serão representadas por letras do alfabeto grego, maiúsculas e em negrito para as variáveis. Estas poderão ou não estar subscritas com suas dimensões. Por exemplo, matriz $\mathbf{B}$ ou $\mathbf{B}_{m\times n}$.

Vetores n-dimensionais usarão a notação de letras minúsculas e negrito para as variáveis. Estes poderão ou não estar subscritos com suas dimensões. Por exemplo, vetor $\mathbf{x}$ ou $\mathbf{x}_n$.

Multiplicação da Matriz será representada pelo operador "$\cdot$". Por exemplo, $\mathbf{A}_{m\times n} \cdot \mathbf{x}_n$ representa a multiplicação da Matriz $\mathbf{A}_{m\times n}$ pelo vetor $\mathbf{x}_n$, ou simplesmente $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$.

Operações de Transposição de matrizes ou vetores serão representada por "^{T}", por exemplo, a transposição da matriz $\mathbf{A}$ será representada por $\mathbf{A}^T$.

Matriz Identidade n-dimensional será representada por $\mathbf{I}$ ou $\mathbf{I}_n$. Esta poderá ou não estar subscrita com sua dimensão.

Matriz ou Vetor de 0 $(m \times n)$-dimensional ou n-dimensional, respectivamente, é uma matriz (ou vetor) em que todos os seus componentes são iguais a zero. Tais estruturas serão representadas por um número zero em negrito ($\mathbf{0}$). Este poderá ou não estar subscrito com sua(s) dimensão(ões).

Matriz ou Vetor de 1 $(m \times n)$-dimensional ou n-dimensional, respectivamente, é uma matriz (ou vetor) em que todos os seus elementos são iguais a um. Tais estruturas serão representadas por um número um em negrito ($\mathbf{1}$). Este poderá ou não estar subscrito com sua(s) dimensão(ões).

Produto de Kronecker é uma operação que, ao ser aplicada a duas matrizes de dimensões arbitrárias, gera uma nova matriz em bloco. Este operador matemático é representado pela notação $\otimes$. Ele é uma variação do produto tensorial, aplicada especificamente a matrizes, e resulta na matriz correspondente ao mapeamento linear do produto tensorial com base em uma escolha padrão de bases. O Produto de Kronecker é diferente da multiplicação matricial usual, sendo por vezes referido como *produto direto de matrizes*.

Sejam $\mathbf{A}$ uma matriz $m \times n$ e $\mathbf{B}$ uma matriz $p \times q$. O Produto de Kronecker $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$ é definido como uma matriz $pm \times qn$, conforme a fórmula:

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & \cdots & a_{1n}\mathbf{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}\mathbf{B} & \cdots & a_{mn}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

De maneira detalhada, o Produto de Kronecker pode ser expresso como:

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & \cdots & a_{11}b_{1q} & \cdots & a_{1n}b_{11} & a_{1n}b_{12} & \cdots & a_{1n}b_{1q} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & \cdots & a_{11}b_{2q} & \cdots & a_{1n}b_{21} & a_{1n}b_{22} & \cdots & a_{1n}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{11}b_{p1} & a_{11}b_{p2} & \cdots & a_{11}b_{pq} & \cdots & a_{1n}b_{p1} & a_{1n}b_{p2} & \cdots & a_{1n}b_{pq} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}b_{11} & a_{m1}b_{12} & \cdots & a_{m1}b_{1q} & \cdots & a_{mn}b_{11} & a_{mn}b_{12} & \cdots & a_{mn}b_{1q} \\ a_{m1}b_{21} & a_{m1}b_{22} & \cdots & a_{m1}b_{2q} & \cdots & a_{mn}b_{21} & a_{mn}b_{22} & \cdots & a_{mn}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{p1} & a_{m1}b_{p2} & \cdots & a_{m1}b_{pq} & \cdots & a_{mn}b_{p1} & a_{mn}b_{p2} & \cdots & a_{mn}b_{pq} \end{bmatrix}$$

Funções Normalizadas serão representadas pela mesma letra da função original, porém com uma linha adicional sobre a função ($\bar{}$), independente do método de normalização aplicado. Por exemplo, função z normalizada será representada por $\bar{z}$.

III.2 Programação Linear

A Programação Linear (PL) é uma técnica de otimização (minimização ou maximização), para resolver problemas com uma função de custo linear sujeita a um conjunto de restrições lineares de igualdade e desigualdade [Bazaraa et al., 2010; Bertsimas and Tsitsiklis, 1997].

A primeira aplicação desta técnica foi por volta de 1947 por George B. Dantzig no contexto militar para o desenvolvimento de ferramentas de planejamento mecanizado de operações militares, tais como, metodologia para calcular a duração das fases de um programa de desdobramentos, treinamento e fornecimento de logística de forma mais rápida e eficiente. Neste ano, George B. Dantzig realizou a primeira formulação do método Simplex, marcando um avanço significativo na aplicação da Programação Linear. O primeiro problema prático resolvido utilizando esse método foi o problema nutricional ou problema da dieta apresentado por George Joseph Stigler no final da década anterior. Motivado pelo interesse do exército americano em encontrar uma dieta equilibrada e econômica para suas tropas, o problema envolvia 9 equações e 77 variáveis. Trata-se de um problema de otimização cujo objetivo é determinar a combinação de alimentos que minimiza o custo total de uma dieta, atendendo a um conjunto de restrições nutricionais mínimas estabelecidas. Essas restrições incluem exigências diárias de nutrientes, como proteínas, vitaminas, minerais e calorias, para garantir uma dieta balanceada ([Bazaraa et al., 2010; Bertsimas and Tsitsiklis, 1997]). O problema pode ser representado como:

$$\text{Minimizar:} \quad Z = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \tag{III.1}$$

onde:

- Z é o custo total da dieta,
- c_i é o custo por unidade do alimento i,
- x_i é a quantidade do alimento i na dieta.

Sujeito às restrições:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geq b_j, \quad \forall j = 1, 2, \ldots, m \tag{III.2}$$

onde:

- a_{ij} é a quantidade do nutriente j presente em uma unidade do alimento i,
- b_j é a quantidade mínima requerida do nutriente j,
- $x_i \geq 0$, para garantir que as quantidades dos alimentos sejam não negativas.

Apesar de ter sido resolvido manualmente em um esforço que demandou 120 dias de trabalho, o resul-

tado obtido pelo método Simplex diferiu apenas alguns centavos da solução anteriormente encontrada por métodos heurísticos, evidenciando o sucesso e a eficiência dessa nova abordagem.

Após a guerra, com o crescimento de operações complexas nas organizações, a PL foi aplicada em diversos segmentos empresariais para otimizar as operações.

III.2.1 Formulação Geral

Considere o seguinte modelo definido pela Equação III.3, como um problema de programação linear em sua forma canônica usando notação matricial.

$$\text{maximizar} \quad z(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} \tag{III.3a}$$

$$\text{sujeito a} \qquad \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \tag{III.3b}$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}. \tag{III.3c}$$

Neste modelo de PL a FO é descrita genericamente por $z(\mathbf{x})$ (Equação III.3a). $\mathbf{c}$ é um vetor n-dimensional (Equação III.4) conhecido como vetor de custo ou coeficientes de custo. O vetor $\mathbf{x}$ é o vetor coluna n-dimensional (Equação III.5) das variáveis de decisão (incógnitas do problema). A matriz $\mathbf{A}$ é uma matriz $(m \times n)$-dimensional (Equação III.7), onde m é o número de linhas e está associado à quantidade de restrições do problema; e n é o número de colunas e está associado ao número de variáveis de decisão. A matriz $\mathbf{A}$ é a matriz de coeficientes das restrições, também denominada matriz de coeficientes tecnológicos. $\mathbf{b}$ é um vetor coluna m-dimensional (Equação III.6), referido como o vetor do lado direito, do inglês RHS, representando os requisitos a serem satisfeitos pelo resultado final [Bazaraa et al., 2010].

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{n-1} \\ c_n \end{bmatrix}_n, \tag{III.4}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}_n, \tag{III.5}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_{m-1} \\ b_m \end{bmatrix}_m, \tag{III.6}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m-1,1} & \cdots & a_{m-1,n-1} & a_{m-1,n} \\ a_{m,1} & \cdots & a_{m,n-1} & a_{m,n} \end{bmatrix}_{m \times n}. \tag{III.7}$$

Um vetor $\mathbf{x}$ que satisfaz todas as restrições do problema em estudo é chamado solução viável. O conjunto de todas essas soluções constitui a região viável ou o espaço viável.

Para representar um problema de otimização como um modelo de programação linear, várias suposições estão implícitas [Bazaraa et al., 2010]:

- **Proporcionalidade:** A contribuição de x_j deve ser proporcional tanto para o valor de custo, representado por $c_j x_j$, e para as restrições, representadas por $a_{ij} x_j$.
- **Aditividade:** a soma de todos os custos individuais deve resultar no custo total, $z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$; além de a contribuição total para a i-ésima restrição ser a soma da contribuição individual de cada variável de decisão ativa ($const_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j$).
- **Divisibilidade**, variáveis de decisão podem assumir quaisquer valores reais não-negativos, inclusive não inteiros, que satisfaçam todas as restrições.
- **Determinístico**, os coeficientes c_j, $a_{i,j}$ e b_i são todos parâmetros reais conhecidos.

III.3 Otimização Multiobjetivo

Em problemas com aplicações reais, tais como em qualquer processo de engenharia, decisões gerenciais ou tecnológicas devem ser tomadas em fases distintas. O custo (ou benefício) de tais escolhas deve ser expresso por meio de uma função de determinadas variáveis de decisão. Alcançar o melhor arranjo dessas variáveis que minimiza (ou maximiza) essa função custo consiste em um processo de otimização.

A otimização multiobjetivo é uma área de tomada de decisão com múltiplos critérios que se preocupa com problemas de otimização matemática envolvendo mais de uma função objetivo a ser otimizada simultaneamente [Cohon, 1978; Ruzika and Wiecek, 2005; Piech and Rehman, 1993]. A otimização multiobjetivo tem sido aplicada em muitos campos da ciência, incluindo engenharia, economia e logística, onde decisões ótimas precisam ser tomadas na presença de compensações entre dois ou mais objetivos conflitantes. Por exemplo, quando um engenheiro está projetando um sistema, é comum encontrar múltiplos critérios que precisam ser considerados simultaneamente como, o custo, o desempenho, o peso ou a durabilidade. A otimização multiobjetivo é usada para encontrar um conjunto de soluções de compromisso para o problema em estudo, apesar do fato de que alguns dos objetivos podem se opor uns aos outros. A otimização multiobjetivo permite que os profissionais encontrem soluções que são ótimas sob múltiplos critérios, ajudando-os a escolher a melhor configuração para o seu sistema. É usada para identificar as soluções ótimas que maximizam os benefícios e minimizam os custos de forma equilibrada. Alguns dos métodos comumente usados para a otimização multiobjetivo incluem a programação linear, a programação de restrições não-lineares e a programação genética [Cohon, 1978; Ruzika and Wiecek, 2005].

Um modelo de programação linear multiobjetivo pode ser descrito, sem prejuízo de generalização, pelo problema de maximização descrito na Equação III.8, onde $(z_1(\mathbf{x}), \cdots, z_p(\mathbf{x}))^T$ é o conjunto das p FO de valores reais a serem otimizadas [Deb, 2014].

$$\text{maximizar} \quad \mathbf{z}(\mathbf{x}) = (z_1(\mathbf{x}), \cdots, z_p(\mathbf{x}))^T \tag{III.8a}$$

$$\text{sujeito a} \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \tag{III.8b}$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}. \tag{III.8c}$$

O principal desafio na otimização multiobjetivo é encontrar soluções que sejam ótimas para todos os objetivos simultaneamente. Uma abordagem típica para esses problemas é a de encontrar um conjunto de soluções tal que não é possível melhorar o valor para uma FO sem piorar o de outra. Isso é conhecido como o conjunto de soluções Pareto-ótimas ou o conjunto de soluções não-dominadas [Ruzika and Wiecek, 2005; Piech and Rehman, 1993; Deb, 2014]. A abordagem consiste em encontrar soluções que não sejam superadas por outras soluções em todos os objetivos, ou seja, não existe nenhuma outra solução que seja melhor em todos os objetivos. Isso ocorre porque quaisquer duas dessas soluções constituem um equilíbrio entre os objetivos [Deb, 2014].

A otimização multiobjetivo pode ser ilustrada utilizando o seguinte exemplo: Considere a escolha entre dois *laptops* hipotéticos, o Modelo X custa R$3000, com um processador de desempenho moderado; e o Modelo Y custa R$15 000, apresentando um processador de alto desempenho. Ao focar apenas em custo e desempenho, temos um dilema. O Modelo X é mais econômico, mas o Modelo Y oferece melhor desempenho a um preço mais elevado. O desafio de otimização multiobjetivo é encontrar um equilíbrio entre esses dois objetivos, levando em consideração as diferentes preferências dos consumidores em relação ao custo e à performance. Neste exemplo o conjunto de soluções Pareto-ótimas é ilustrado pela Figura III.1, onde os eixos representam os objetivos e cada ponto destacado sobre a linha pontilhada representa uma possível solução que compõe as soluções não dominadas. Os pontos em vermelho representam o conjuntos de soluções sub-ótimas do problemas, ou seja, as soluções dominadas. Nos extremos da Figura III.1 o modelo X aparece na origem com menor desempenho e custo, o modelo Y aparece mais ao extremo oposto do gráfico com maior desempenho e custo, e soluções intermediárias são apresentadas entre eles.

Assim, em resumo, a otimização multiobjetivo pode ser distinguida da otimização mono-objetivo, em essência, pelas seguintes características [Deb, 2014]:

- A cardinalidade do conjunto de soluções não-dominadas geralmente é maior que um,
- Existem dois ou mais objetivos distintos de otimização, em vez de um, e
- Os objetivos, em geral, possuem espaços de busca diferentes, ou seja, as combinações das variáveis de decisão de que satisfazem as restrições e produzem o valores ótimo para um objetivo serão deferentes para outra FO.

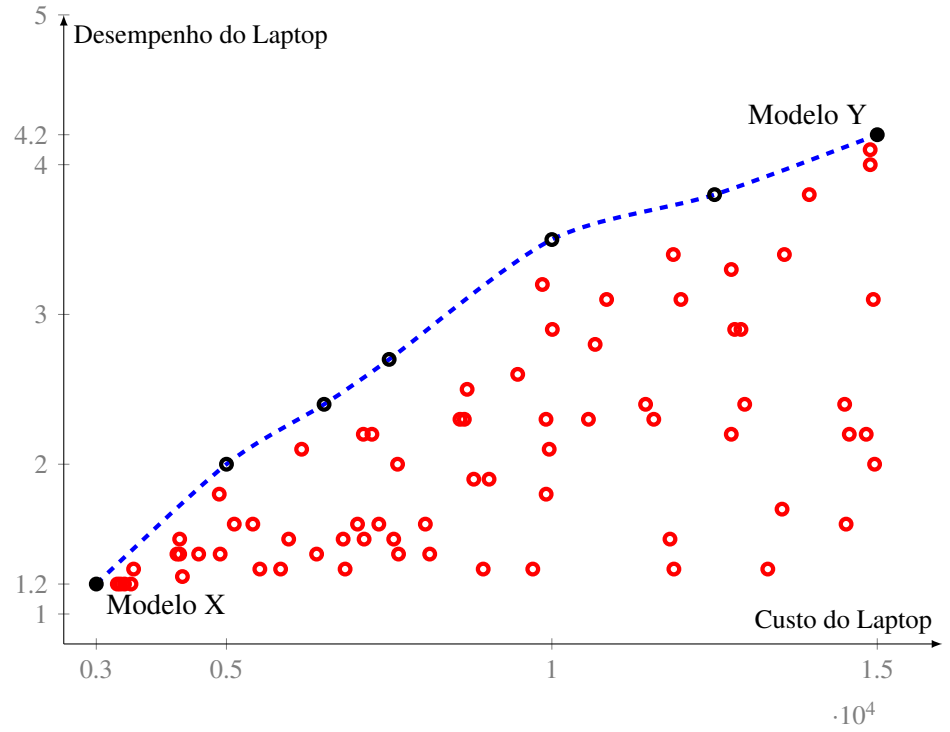


Figura III.1: Fronteira Pareto-ótima para um problema multiobjetivo para escolha de modelos de *laptops*.

III.3.1 Soluções Pareto-Ótimas

As soluções Pareto-ótimas desempenham um papel crucial na otimização multiobjetivo, uma vez que representam os melhores compromissos possíveis entre os objetivos conflitantes. Formalmente, uma solução $\mathbf{x}^*$ é Pareto-ótima se não existir outra solução $\mathbf{x}$ tal que $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^*)$ para todos os i objetivos, com pelo menos uma desigualdade estrita, ou seja, não existe outra solução que melhore pelo menos um dos objetivos sem piorar os outros.

O conjunto de todas as soluções Pareto-ótimas é conhecido como a fronteira de Pareto ou conjunto Pareto-ótimo. Esse conjunto fornece uma representação visual valiosa dos compromissos entre os objetivos considerados em um determinado problema.

Identificar as soluções Pareto-ótimas é fundamental para a tomada de decisão em problemas multiobjetivo, pois permite aos decisores escolher a solução mais adequada com base em suas preferências ou critérios específicos em um determinado momento [Deb, 2014; Collette and Siarry, 2004].

Procedimento para Encontrar Soluções Não Dominadas

Para encontrar o conjunto de soluções não dominadas (ou Pareto-ótimas) em uma população finita de soluções, podemos utilizar um procedimento simples baseado na definição de dominação. Dado um conjunto de soluções, comparamos cada solução com todas as outras no conjunto. Uma solução é considerada não dominada se não for dominada por nenhuma outra solução no conjunto. Esse processo pode ser repetido até que todas as soluções não dominadas sejam identificadas [Deb, 2014].

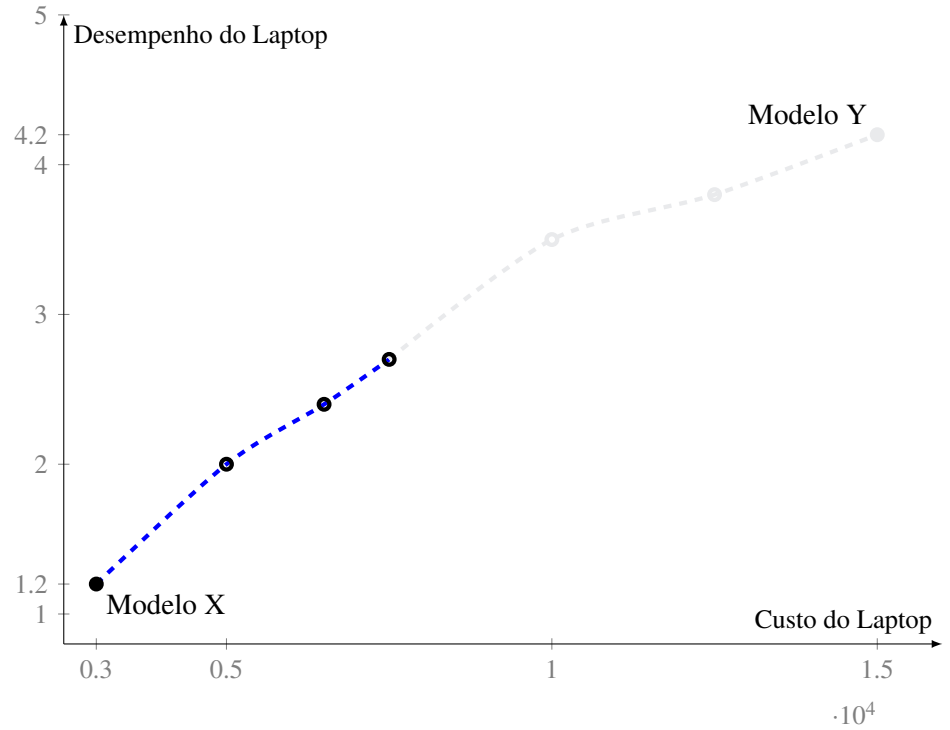


Figura III.2: Fronteira Pareto-ótima para um problema multiobjetivo para escolha de modelos de *laptops* considerando a limitação de R$ 8000.

III.3.2 Escolha de uma solução Pareto-Ótima para o problema

Para escolha faz-se necessária uma análise da fronteira de Pareto, e, dentro das soluções que a compõem, a escolha final depende das preferências subjetivas do tomador de decisão, que pondera os *trade-offs* entre os objetivos. Retomemos ao exemplo da escolha de um melhor laptop para explicar a escolha de uma solução Pareto-Ótima nos problemas multiobjetivo, neste exemplo, custo e desempenho são os objetivos a serem avaliados.

Para exemplificar podemos considera que o orçamento é limitado a R$ 8000. Nesse caso, as soluções que excedem o orçamento são automaticamente eliminadas, reduzindo o conjunto de opções disponíveis na fronteira de Pareto, conforme Figura III.2. O tomador de decisão pode, então, priorizar modelos que oferecem o melhor desempenho possível dentro do limite de custo.

Por outro lado, se o principal critério é alcançar um desempenho superior a 3,5, o conjunto de soluções na fronteira de Pareto será filtrado para incluir apenas notebooks que atendam a esse requisito mínimo, como na Figura III.3. Neste cenário, o custo deixa de ser o objetivo principal e passa a ser um critério secundário.

Além das limitações objetivas, aspectos subjetivos, como a percepção de custo-benefício, confiabilidade da marca e garantias oferecidas, também desempenham um papel crucial na escolha. Um tomador de decisão pode optar por um modelo ligeiramente mais caro devido a uma marca de maior reputação ou por uma garantia estendida, mesmo que outra opção na fronteira de Pareto ofereça melhor desempenho pelo mesmo custo.

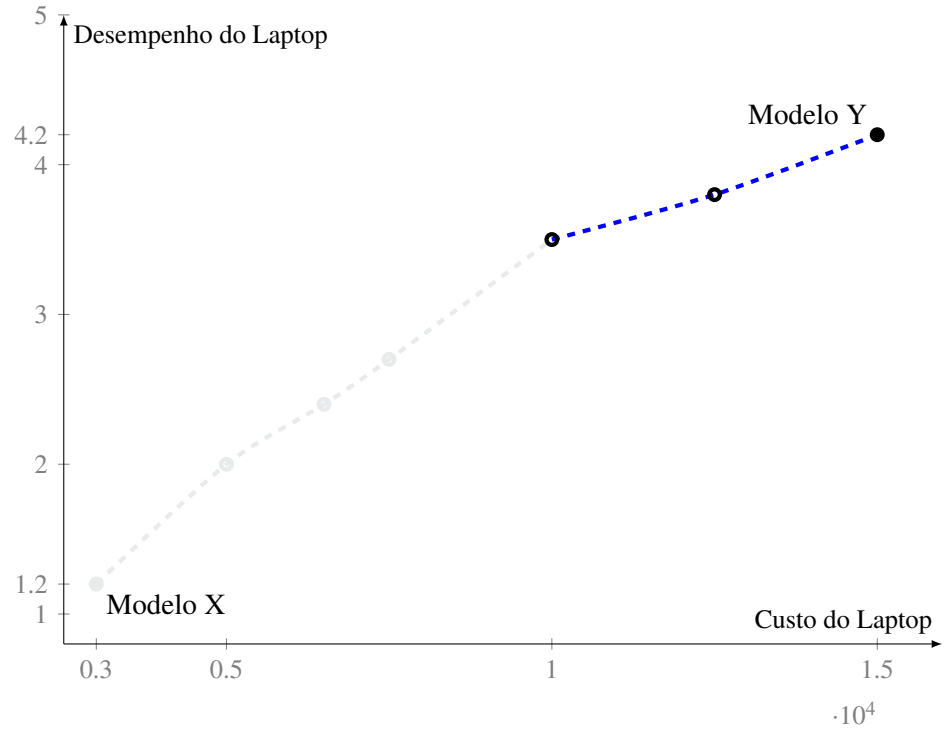


Figura III.3: Fronteira Pareto-ótima para um problema multiobjetivo para escolha de modelos de *laptops* considerando o desempenho mínimo de 3,5.

Portanto, a escolha final de uma solução na fronteira de Pareto não é puramente numérica; ela depende de uma combinação de restrições objetivas e critérios subjetivos. A definição clara de prioridades e a avaliação cuidadosa dos *trade-offs* são essenciais para identificar a solução que melhor atende às necessidades e preferências do tomador de decisão.

III.4 Método de Solução Multiobjetivo

Diversos métodos estão disponíveis para solução de problemas multiobjetivos [Ruzika and Wiecek, 2005], porém este trabalho apreseta dois métodos clássicos mais comumente verificados na literatura [Sarker and Ray, 2009; Deb, 2014]: o método do ε-restrito e o método da soma ponderada. A seleção destes métodos baseou-se na sua extensa cobertura na literatura e na sua implementação e interpretabilidade simples.

III.4.1 Método ε-restrito

O método do ε-restrito consiste em selecionar uma das funções objetivo para ser otimizada enquanto todas as demais funções objetivo são convertidas em restrições, definindo valores mínimos ou limitantes para os demais objetivos [Cohon, 1978; Sarker and Ray, 2009; Filho et al., 2018]. Usando este método o modelo genérico apresentado na Equação III.8 ficaria de acordo com a Equação III.9, onde $z_l(\mathbf{x})$ é a função escolhida como objetivo, $z_i(\mathbf{x})$ as funções que foram convertidas em restrições, e ε_i são os valores mínimos aplicados.

$$\text{maximizar} \quad z_l(\mathbf{x}) \tag{III.9a}$$

$$\text{sujeito a} \quad z_i(\mathbf{x}) \geq \varepsilon_i \quad \forall i = 1, \cdots, p \text{ e } i \neq l, \tag{III.9b}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \tag{III.9c}$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}. \tag{III.9d}$$

Uma desvantagem do método ε-restrito é a necessidade de um conhecimento prévio do problema, pois limitantes escolhidos inadequadamente podem torná-lo infactível, ou seja, incapaz de alcançar uma solução viável . Por outro lado, o problema pode ser visto como um método interativo, onde o decisor pode especificar e modificar os limitantes e analisar o impacto dessas variações no resultado final. Do mesmo modo, o resultado obtido ao otimizar um objetivo pode ser utilizado como valor limitante deste objetivo quando outro for otimizado.

Ao adotar a abordagem iterativa faz-se necessária a variação dos valores de ε_i de forma a verificar o impacto no objetivo selecionado. Entretanto, a correta escolha do intervalo de valores é essencial para garantia de factibilidade da solução. Como caminho pra escolha, limitar os valores de ε_i entre os valores mínimos e máximos da função $z_i(\mathbf{x})$ já é uma boa garantia da factibilidade do problema, além de reduzir o tamanho do espaço de iterações.

III.4.2 Método da Soma Ponderada

A soma ponderada consiste em atribuir pesos aos objetivos para definir sua importância relativa. Cada objetivo é multiplicado por seu peso (um número real) e somado com os demais objetivos para formar uma função objetivo que será maximizada ou minimizada a depender o problema [Cohon, 1978; Sarker and Ray, 2009]. A Equação III.10 descreve o processo de ponderação, onde $\alpha = \{\alpha_i \mid \alpha_i \in \mathbb{R}^+, 0 \leq \alpha_i \leq 1\}$ com $\sum \alpha_i = 1$ e p igual ao número de FO.

$$z(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i z_i(\mathbf{x}) \tag{III.10}$$

Como vantagens deste método devemos considerar que é um dos métodos mais simples e fáceis de se aplicar. Além disso, permite que o problema seja simplificado para um problema de otimização de objetivo único. E como desvantagens podemos citar a dificuldade em estabelecer os pesos a serem atribuídos a cada objetivo, demandando, em geral, o uso de metodologias iterativas (estratégias de variação de α) para avaliar o impacto dos pesos na determinação das variáveis de decisão.

Além disso, existe a possibilidade de que um dos objetivos seja sobre-ponderado, ou seja, possuir valores em escala/unidade de medida diferentes levando um objetivo com valores de escala maior a ter mais importância que o outro de menor escala e consequentemente gerando resultados não balanceados [Piech and Rehman, 1993]. Estes resultados não balanceados podem prejudicar a interpretabilidade do problema

bem como a capacidade de ponderação entre os objetivos. Na esteira desta desvantagem é possível aplicar nas funções objetivo uma normalização prévia para que sejam postas na mesma escala de valores. Um processo que pode ser usado para isso é a normalização *Min-Max*.

Normalização *Min-Max*

O escalonamento *Min-Max* ou normalização *Min-Max* é uma das técnicas de normalização mais comuns, pois possui a vantagem de preservar o formato de distribuição dos dados e proporciona uma melhor visualização destes. Essa técnica é útil quando existem diferentes escalas para variáveis ou funções numéricas diferentes, pois a normalização *Min-Max* permite que todos os valores sejam operados facilmente [Filho et al., 2018; Branke et al., 2008].

A normalização *Min-Max* consiste em redimensionar cada função ou recurso para o intervalo em $[0,1]$ ou $[-1,1]$ tomando como referências o valor mínimo e máximo da variável ou função alvo [Filho et al., 2018; Branke et al., 2008]. A seleção do intervalo alvo depende da natureza dos dados. A fórmula geral para uma normalização *Min-Max* de $[0,1]$ para uma função é dada na Equação III.11 [Branke et al., 2008], onde $\overline{z}(\mathbf{x})$ representa a função normalizada; e z^- e z^+ representam o valor mínimo e máximo, respectivamente, que a função z pode atingir.

$$\overline{z}(\mathbf{x}) = \frac{z(\mathbf{x}) - z^-(\mathbf{x})}{z^+(\mathbf{x}) - z^-(\mathbf{x})}. \tag{III.11}$$

III.5 Análise de Sensibilidade

Em cenários práticos, muitas vezes há conhecimento incompleto ou impreciso dos dados do problema. Portanto, é importante estudar os efeitos na solução ótima do problema frente à variações/alterações em um dado valor de parâmetro. O objetivo é analisar tal efeito sem precisar resolver o problema novamente [Bazaraa et al., 2010; Bertsimas and Tsitsiklis, 1997; Hillier and Lieberman, 2005].

A Análise de Sensibilidade estuda a dependência do custo ótimo e da solução ótima da matriz de coeficientes tecnológicos $\mathbf{A}$, do vetor RHS $\mathbf{b}$ e do vetor de custo $\mathbf{c}$ [Bertsimas and Tsitsiklis, 1997]. Para este estudo, considere o problema de programação linear, resolvido pelo método Simplex, em que a base ótima é $\mathbf{B}$ e a solução ótima associada é o vetor $\mathbf{x}^*$ [Bazaraa et al., 2010; Bertsimas and Tsitsiklis, 1997]. Quando o problema é alterado, verifica-se como são afetadas as condições apresentadas em Equação III.12 e Equação III.13,

$$\mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{b} \geq \mathbf{0} \quad \text{(Viabilidade)} \tag{III.12}$$

$$\mathbf{c}^T - \mathbf{c}_B^T \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A} \geq \mathbf{0}^T \quad \text{(Otimalidade)} \tag{III.13}$$

onde, $\mathbf{c}_B$ é o vetor de custo das variáveis que fazem parte da base ótima (variáveis básicas). Insistindo que ambas as condições (viabilidade e otimalidade) continuem válidas no problema modificado, obtém-se as condições sob as quais a matriz de base **B** permanece ótima para o problema modificado [Bertsimas and Tsitsiklis, 1997].

Através da análise de sensibilidade é possível avaliar os seguintes efeitos: mudança no vetor de custo, mudança no vetor RHS, alteração na matriz de restrições, adição de uma nova variável e adição de uma nova restrição [Bazaraa et al., 2010; Bertsimas and Tsitsiklis, 1997; Hillier and Lieberman, 2005].

III.5.1 Mudança no vetor de custo

Ao modificar o vetor de custo **c**, é crucial entender como essas alterações influenciam a condição de otimalidade do problema de programação linear. A Equação III.14 reflete a não-negatividade dos custos reduzidos associados às variáveis não-básicas na solução atual. Se esta condição é violada, isso indica que a solução ótima atual pode ser melhorada, conduzindo a uma nova solução ótima e potencialmente a uma nova base ótima. Portanto, uma análise cuidadosa da variação dos elementos de **c** pode revelar oportunidades para reduzir o custo total da solução.

$$\mathbf{c}^T - \mathbf{c}_B^T \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A} \geq \mathbf{0}^T \tag{III.14}$$

III.5.2 Mudança no vetor de recursos (RHS)

Variações no vetor **b** impactam diretamente a viabilidade da solução corrente. Através da condição de viabilidade (Equação III.15) podemos avaliar se todas as restrições são satisfeitas sem violar a não-negatividade das variáveis básicas. Mudanças em **b** podem levar a inviabilidades, isto é, a solução ótima atual não é mais solução factível, necessitando ajustes na base ou até a introdução de variáveis artificiais para restaurar a viabilidade.

$$\mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{b} \geq \mathbf{0} \tag{III.15}$$

III.5.3 Alteração na matriz de restrições

Modificações na matriz de coeficientes tecnológicos **A** podem afetar tanto a estrutura da base ótima **B** quanto a viabilidade e otimalidade da solução. Alterações em **A** podem resultar em uma mudança nas relações de dependência entre as variáveis, o que pode desencadear a necessidade de recálculo da inversa da base $\mathbf{B}^{-1}$, revisão dos custos reduzidos e do vetor de solução básica.

III.5.4 Adição de uma nova variável

Introduzir uma nova variável (x_{n+1}) no problema implica em alterar tanto o vetor de custo **c** quanto a matriz **A**. Esta nova variável pode oferecer uma oportunidade de redução no valor da função objetivo ou de atendimento a uma nova demanda ou restrição. A análise envolve verificar se a inclusão desta variável na base atual pode resultar em uma melhoria da solução, usando técnicas como a re-otimização ou atualizações da base. Para que a base atual **B** permaneça ótima, é necessário que o custo reduzido da nova variável seja não-negativo. Se ela não for satisfeita, a nova variável pode ser introduzida na base usando o método simplex, partindo da base atual **B**.

III.5.5 Adição de uma nova restrição

Adicionar uma nova restrição ao modelo modifica diretamente o vetor **b** e exige a expansão da matriz **A**. Essa nova restrição pode impor limitações adicionais que afetam a viabilidade da solução corrente. A análise deve focar em como integrar essa restrição ao modelo sem perder a solução ótima existente ou como encontrar uma nova solução ótima.

Capítulo IV

Apresentação e Formulação do Problema

Neste capítulo será descrita em detalhes a base de dados utilizada nos modelos propostos (Seção IV.1). E ainda, serão apresentadas os modelos de PL utilizados e propostos para a solução dos problemas de otimização em estudo (Seção IV.2).

IV.1 Base de Dados

O conjunto de dados original foi obtido em Al-Nassr [2019]. O conjunto de dados contém informações sobre a Fazenda Al-Rasheed em Bagdá, capital do Iraque, referente aos anos de 2015 e 2016. Na publicação original os dados monetário e de áreas estavam expressos em Dinar Iraquiano (IQD) e Dunum, respectivamente. Ao longo deste trabalho todas as informações monetárias e de área serão expressas, respectivamente, em Dólares Americanos (USD) e Unidades de Área (Und. Área). Cada unidade de área é igual a $2500\,\mathrm{m}^2$, isso equivale a quantidade aproximada de terra que um homem pode arar em um dia. A conversão da informação monetária foi feita utilizando a taxa de câmbio média em 2019 (ano de publicação do artigo) do Dinar Iraquiano para Dólar Americano, no valor de 0,0008 USD/IQD.

O conjunto de dados será descrito sob a ótica dos elementos utilizados no modelo de programação linear.

IV.1.1 O Vetor de Custo

O vetor de custo é definido pela receita líquida gerada por unidade de área para cada cultura disponível para plantio. A receita líquida é calculada subtraindo-se os custos operacionais, que incluem tanto os custos variáveis quanto os custos fixos, do ganho financeiro total obtido pela produção. Esses custos operacionais podem envolver despesas com insumos, mão de obra, manutenção de equipamentos, entre outros fatores diretamente relacionados ao cultivo. A Tabela IV.1 apresenta detalhadamente os valores monetários em dólares americanos (USD) para as culturas consideradas nos estudos de caso, juntamente com as variáveis de decisão associadas a cada cultura, conforme descrito na Seção IV.2. As variáveis de decisão x_i, w_i, v_i, u_i, r_i são apresentadas em maiores detalhes na Seção IV.2.1, Seção IV.2.2, Seção IV.2.3 e Seção IV.2.4. O valor

de m nos índices das variáveis representa a quantidade de anos avaliada.

Tabela IV.1: Renda Líquida por Cultura.

Cultura	**Renda Líquida por Unidade de Área (USD)**	**Variáveis de Decisão Associadas**
Trigo	84,00	x_1, w_1, $v_{\{1,13,\cdots,12m-11\}}$, $u_{\{1,13,\cdots,12m-11\}}$, r_1, r_{10}
Beterraba	1013,60	x_2, w_2, $v_{\{2,14,\cdots,12m-10\}}$, $u_{\{2,14,\cdots,12m-10\}}$
Cravo-da-Índia	907,20	x_3, w_3, $v_{\{3,15,\cdots,12m-9\}}$, $u_{\{3,15,\cdots,12m-9\}}$, r_2, r_{11}
Fava	2206,40	x_4, w_4, $v_{\{4,16,\cdots,12m-8\}}$, $u_{\{4,16,\cdots,12m-8\}}$, r_3, r_{12}
Cebolinha	412,00	x_5, w_5, $v_{\{5,17,\cdots,12m-7\}}$, $u_{\{5,17,\cdots,12m-7\}}$,
Batata de Outono	1080,00	x_6, w_6, $v_{\{6,18,\cdots,12m-6\}}$, $u_{\{6,18,\cdots,12m-6\}}$, r_4, r_{13}
Girassol	1048,80	x_7, w_7, $v_{\{7,19,\cdots,12m-5\}}$, $u_{\{7,19,\cdots,12m-5\}}$, r_5, r_{14}
Milho	1400,00	x_8, w_8, $v_{\{8,20,\cdots,12m-4\}}$, $u_{\{8,20,\cdots,12m-4\}}$, r_6, r_{15}
Tomate	1252,00	x_9, w_9, $v_{\{9,21,\cdots,12m-3\}}$, $u_{\{9,21,\cdots,12m-3\}}$, r_7, r_{16}
Pepino	909,60	x_{10}, w_{10}, $v_{\{10,22,\cdots,12m-2\}}$, $u_{\{10,22,\cdots,12m-2\}}$, r_8, r_{17}
Quiabo	2488,00	x_{11}, w_{11}, $v_{\{11,23,\cdots,12m-1\}}$, $u_{\{11,23,\cdots,12m-1\}}$, r_9, r_{18}
Melancia	1092,00	x_{12}, w_{12}, $v_{\{12,24,\cdots,12m\}}$, $u_{\{12,24,\cdots,12m\}}$

Das culturas listadas na Tabela IV.1 cabe destacar que o Trigo, Beterraba, Cravo-da-Índia, Fava, Cebolinha e Batata de Outono são culturas de verão. Enquanto o Girassol, Milho, Tomate, Pepino, Quiabo e Melancia são culturas de inverno.

IV.1.2 Matriz de Coeficientes Tecnológicos e Vetor RHS Associado

A Matriz de Coeficientes Tecnológicos é representada pela matriz **A**, descrita na Equação IV.1, onde **A** é formada a partir de outras cinco sub-matrizes com coeficientes das restrições. O vetor RHS associado é o vetor coluna **b**, mostrado através da Equação IV.2, onde **b** é construído a partir de outros cinco sub-vetores. Os dados foram agrupados em cinco grupos de restrições categorizadas por suas naturezas distintas, a saber: *(i)* área disponível para plantio, *(ii)* fertilizantes e pesticidas, *(iii)* tempo de trabalho, *(iv)* recursos hídricos para irrigação, e *(v)* capital disponível. As dimensões de cada sub-matriz referem-se ao número de restrições de cada tipo que está sendo representado em uma determinada matriz e ao número de culturas abordadas nos estudos de caso.

$$\mathbf{A}_{19\times12} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^1_{2\times12} & \mathbf{A}^2_{4\times12} & \mathbf{A}^3_{8\times12} & \mathbf{A}^4_{4\times12} & \mathbf{A}^5_{1\times12} \end{bmatrix}^T, \tag{IV.1}$$

$$\mathbf{b}_{19} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}^1_2 & \mathbf{b}^2_4 & \mathbf{b}^3_8 & \mathbf{b}^4_4 & \mathbf{b}^5_1 \end{bmatrix}^T. \tag{IV.2}$$

Área Disponível para Plantio

O primeiro grupo é de restrições associadas ao limite superior das unidades de área disponíveis para plantio das culturas de verão e inverno. Duas restrições são usadas para descrever essas limitações e foram expressas na matriz $\mathbf{A}^1_{2\times12}$ (Equação IV.3) e vetor coluna $\mathbf{b}^1_2$ (Equação IV.4). A primeira linha refere-se às culturas de verão e a segunda linha às culturas de inverno.

$$\mathbf{A}^1_{2\times12} = \left[\begin{array}{c|cc} 1^{\text{a}} & \mathbf{1}_6{}^T & \mathbf{0}_6{}^T \\ 2^{\text{a}} & \mathbf{0}_6{}^T & \mathbf{1}_6{}^T \end{array}\right] \tag{IV.3}$$

$$\mathbf{b}^1_2 = \begin{bmatrix} 2395 & 2260 \end{bmatrix}^T. \tag{IV.4}$$

Fertilizantes e Pesticidas

O segundo grupo representa as restrições de fertilizantes e pesticidas necessários para cada cultura. Este bloco tem quatro restrições. Os dados dessas restrições são apresentados na matriz $\mathbf{A}^2_{4\times12}$ (Equação IV.5). A primeira linha é sobre o fertilizante composto, medido em quilograma (kg) por unidade de área; a segunda linha representa o fertilizante de ureia, medido também em quilograma kg por unidade de área; a terceira linha refere-se ao adubo animal, medido em metro cúbico (m^3) por unidade de área, e a última linha indica os defensivos, medidos em litro (L) por unidade de área. O vetor coluna $\mathbf{b}^2_4$ (Equação IV.6) contém os valores de RHS, que são o limite superior dos recursos disponíveis em cada uma dessas categorias de insumos, na mesma ordem apresentada para a matriz $\mathbf{A}^2_{4\times12}$.

$$\mathbf{A}^2_{4\times12} = \left[\begin{array}{c|cccccccccccc} 1^{\text{a}} & 100 & 50 & 50 & 50 & 100 & 100 & 50 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 2^{\text{a}} & 100 & 50 & 50 & 25 & 50 & 150 & 50 & 100 & 100 & 50 & 50 & 50 \\ 3^{\text{a}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ 4^{\text{a}} & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 1 \end{array}\right] \tag{IV.5}$$

$$\mathbf{b}^2_4 = \begin{bmatrix} 419190 & 397560 & 7000 & 13075 \end{bmatrix}^T. \tag{IV.6}$$

Tempo de Trabalho

O terceiro grupo refere-se ao tempo de trabalho (manual e automático) necessário para a produção agrícola, medido em horas (h) por unidade de área. Este conjunto tem oito restrições que são descritas pela matriz $\mathbf{A}^3_{8\times12}$ (Equação IV.7) que é a matriz de coeficientes por cultura, e vetor de coluna $\mathbf{b}^3_8$ (Equação IV.8) que é o vetor RHS com os limites superiores do tempo de trabalho disponível.

$$\mathbf{A}^3_{8\times12} = \left[\begin{array}{c|cccccccccccc} 1ª & 6 & 29 & 32 & 14 & 54 & 60 & 0 & 0 & 18 & 13 & 29 & 8 \\ 2ª & 2 & 0 & 17 & 23 & 0 & 0 & 22 & 6 & 50 & 102 & 77 & 31 \\ 3ª & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 35 & 24 & 80 & 0 & 112 & 58 \\ 4ª & 9 & 8 & 7 & 34 & 26 & 22 & 0 & 0 & 52 & 0 & 43 & 0 \\ 5ª & 1,5 & 1,5 & 1,5 & 1,5 & 1,5 & 1,5 & 1,5 & 1,5 & 1,5 & 1,5 & 1,5 & 1,5 \\ 6ª & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 7ª & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 8ª & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \tag{IV.7}$$

$$\mathbf{b}^3_8 = \begin{bmatrix} 50593 & 554800 & 562400 & 562400 & 103056 & 103056 & 103056 & 954 \end{bmatrix}^T. \tag{IV.8}$$

Os dados deste grupo estão descritos da seguinte forma:

- As primeiras quatro linhas são referentes ao trabalho manual necessário por trimestres do ano:
  - a primeira linha refere-se aos meses de Janeiro a Março (primeiro trimestre);
  - a segunda linha refere-se aos meses de Abril a Junho (segundo trimestre);
  - a terceira linha refere-se aos meses de Julho a Setembro (terceiro trimestre); e
  - a quarta linha refere-se aos meses de Outubro a Dezembro (quarto trimestre).
- A quinta linha descreve os recursos necessários no trabalho automático na lavoura.
- A sexta linha denota o trabalho automático de usinagem e ajuste.
- A sétima linha descreve o trabalho mecânico de ondulação e fresagem.
- A oitava linha refere-se ao trabalho de um ceifeiro.

Recursos Hídricos para Irrigação

O quarto grupo de restrições aborda os usos dos recursos hídricos para irrigação da fazenda. Os dados dessas restrições são apresentados em $\mathbf{A}^4_{4\times12}$ que é a matriz de coeficientes por cultura e $\mathbf{b}^4_4$, que é o vetor coluna contendo os limites superiores dos recursos disponíveis. Neles cada restrição se refere a um trimestre do ano:

- A primeira linha refere-se aos meses de Janeiro a Março (primeiro trimestre).
- A segunda linha refere-se aos meses de Abril a Junho (segundo trimestre).
- A terceira linha refere-se aos meses de Julho a Setembro (terceiro trimestre).
- A quarta linha refere-se aos meses de Outubro a Dezembro (quarto trimestre).

$$\mathbf{A}^4_{4\times 12} = \left[\begin{array}{c|cccccccccccc} 1^a & 390 & 355 & 370 & 430 & 440 & 0 & 275 & 0 & 100 & 133 & 213 & 100 \\ 2^a & 275 & 0 & 470 & 305 & 0 & 0 & 1430 & 188 & 1015 & 955 & 1343 & 1215 \\ 3^a & 0 & 0 & 150 & 0 & 0 & 750 & 443 & 840 & 1683 & 0 & 1748 & 1095 \\ 4^a & 300 & 295 & 305 & 303 & 210 & 860 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \tag{IV.9}$$

$$\mathbf{b}^4_4 = \begin{bmatrix} 20699719 & 20929709 & 21159705 & 21159705 \end{bmatrix}^T. \tag{IV.10}$$

Capital Disponível

O último grupo de restrições representa o capital envolvido no cultivo de cada cultura. Os dados são apresentados em dólares americanos e possuem apenas uma restrição associada. O capital necessário para cultivar é descrito pela matriz de coeficientes $\mathbf{A}^5$, e o vetor $\mathbf{B}^5$ que refere-se ao limite superior do capital disponível para plantio.

$$\mathbf{A}^5_{1\times 12} = \begin{bmatrix} 276 & 186.4 & 172.8 & 193.6 & 288 & 520 & 195.2 & 193.6 & 248 & 210.4 & 200 & 228 \end{bmatrix}, \tag{IV.11}$$

$$\mathbf{b}^5_1 = \begin{bmatrix} 1156684 \end{bmatrix}. \tag{IV.12}$$

IV.2 Modelos Matemáticos

Os modelos apresentados estão divididos em dois grupos. O primeiro grupo é composto pelos dois modelos propostos por Al-Nassr [2019] que são descritos em Seção IV.2.1 e Seção IV.2.2. Neste grupo, todos os modelos apresentados possuem FO que visam maximizar apenas o lucro líquido. No presente trabalho, esse modelo foi reescrito com valores monetários em dólares americanos e área expressa em unidades de área, conforme descrito na Seção IV.1.

O segundo grupo é composto pelos dois modelos desenvolvidos no contexto desta dissertação. Estes são modelos multiobjetivos que representam os problemas baseados nos problemas monobjetivos apresentados por Al-Nassr [2019]. Estes novos objetivos visam buscar soluções que promovam maior segurança alimen-

tar. Além disso, foram incluídas novas restrições para garantir maior diversidade na escolha das culturas para o espaço plantado. Os modelos propostos são discutidos na Seção IV.2.3 e Seção IV.2.4.

IV.2.1 Modelo 1 - Planejamento de Cultura para um Ano

Al-Nassr [2019] apresenta um modelo de PL para o primeiro ano do PPC com objetivo de maximizar a receita líquida da produção. Este modelo foi carregado com os dados descritos na Seção IV.1 e é apresentado em Equação IV.13.

$$\text{maximizar} \quad z_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \tag{IV.13a}$$

$$\text{sujeito a} \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \tag{IV.13b}$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{q}. \tag{IV.13c}$$

A FO é descrita por $z_1(\mathbf{x})$ (Equação IV.13a), onde:

- O vetor $\mathbf{x} = [x_i] \in \mathbb{R}_+^n$ representa as variáveis de decisão associadas ao número de unidades de área que serão plantadas da cultura $i = \{1, \ldots, n\}$. As culturas consideradas no conjunto de dados são formadas por $n = 12$ culturas, sendo: Trigo (x_1), Beterraba (x_2), Cravo-da-Índia (x_3), Fava (x_4), Cebolinha (x_5), Batata de Outono (x_6), Girassol (x_7), Milho (x_8), Tomates (x_9), Pepinos (x_{10}), Quiabo (x_{11}) e Melancia (x_{12});
- O vetor **c** (definido conforme Equação IV.14) é o vetor de custo e carrega os valores de retorno líquido de cada cultura (c_i);

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 84 & 1013.6 & 907.2 & 2206.4 & 412 & 1080 & 1048.8 & 1400 & 1252 & 909.6 & 2488 & 1092 \end{bmatrix}. \tag{IV.14}$$

- A matriz **A** e o vetor **b** são definidos conforme apresentado na Equação IV.1 e Equação IV.2, respectivamente;
- O vetor **q** (definido conforme Equação IV.15) representa a área mínima a ser plantada para cada cultura do modelo. Todas as variáveis de decisão são definidas como não-negativas (≥ 0) e x_1 é limitada inferiormente ($\geq$) em 1500 unidades de área (Equação IV.13c e Equação IV.15). O motivo específico da definição desse limite (restrição $x_1 \geq 1500$) não está claro no artigo original Al-Nassr [2019]. No presente trabalho, a restrição original é preservada, assumindo que ela se correlaciona com os parâmetros socioculturais da região atendida pela fazenda para a qual os dados foram coletados.

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 1500 \\ \\ \mathbf{0}_{n-1} \end{bmatrix}. \tag{IV.15}$$

Todas as restrições do modelo são do tipo menor igual ($\leq$), de acordo com Equação IV.13b, indicando que essas restrições descrevem os limites superiores dos recursos disponíveis.

IV.2.2 Modelo 2 - Planejamento de Rotação de Culturas para dois Anos

O segundo modelo proposto por Al-Nassr [2019] representa o PPRC considerando dois anos e apresenta restrições específicas para realizar o planejamento da rotação de culturas. A FO maximiza a receita líquida da produção. Este modelo foi carregado com os dados descritos na Seção IV.1 e é apresentado na Equação IV.16.

$$\text{maximizar} \quad z_2(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} d_{(i+nj-n)} r_{(i+nj-n)} \tag{IV.16a}$$

$$\text{sujeito a} \qquad \mathbf{E} \cdot \mathbf{r} \leq \mathbf{k}, \tag{IV.16b}$$

$$\mathbf{r} \geq \mathbf{q}'. \tag{IV.16c}$$

Onde:

- A FO é descrita por $z_2(\mathbf{r})$ (Equação IV.16a);
- O vetor $\mathbf{r} = [r_{(i+nj-n)}] \in \mathbb{R}_{+}^{(nm)}$ representa as variáveis de decisão associadas à quantidade de unidades de área que serão plantadas de uma cultura i no ano j. Para o estudo de caso conduzido para este modelo, as culturas Beterraba, Cebolinha e Melancia foram desconsideradas. Assim, foram usadas 9 culturas ($n = 9$), sendo elas: Trigo ($i = 1$), Cravo-da-Índia ($i = 2$), Fava ($i = 3$), Batata de Outono ($i = 4$), Girassol ($i = 5$), Milho ($i = 6$), Tomates ($i = 7$), Pepinos ($i = 8$) e Quiabo ($i = 9$), e um horizonte de planejamento de dois anos ($m = 2$);
- O vetor $\mathbf{d}$ (definido conforme Equação IV.17) é o vetor custo e carrega os valores de retorno líquido de cada cultura;

$$\mathbf{d}_{1\times 18} = \begin{bmatrix} 84 & 907.2 & 2206.4 & 1080 & 1048.8 & 1400 & 1252 & 909.6 & 2488 \\ 84 & 907.2 & 2206.4 & 1080 & 1048.8 & 1400 & 1252 & 909.6 & 2488 \end{bmatrix}, \tag{IV.17}$$

- A matriz $\mathbf{E}$, definida na Equação IV.18, é a matriz de coeficientes tecnológicos e é formada por submatrizes da matriz $\mathbf{A}$ (definida na Equação IV.1) extraídas com objetivo de suprimir as colunas das

culturas que não foram consideradas neste modelo e replicar os dados das restrições para os dois anos de horizonte planejado. Ainda são adicionadas restrições de rotação de culturas;

$$\mathbf{E}_{40\times 18} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1\ldots19,1} & \mathbf{A}_{1\ldots19,3\ldots4} & \mathbf{A}_{1\ldots19,6\ldots11} & \mathbf{0}_{19\times9} & & \\ \mathbf{0}_{19\times9} & & & \mathbf{A}_{1\ldots19,1} & \mathbf{A}_{1\ldots19,3\ldots4} & \mathbf{A}_{1\ldots19,6\ldots11} \\ -\mathbf{1}_{1\times1} & \mathbf{0}_{1\times9} & & \mathbf{1}_{1\times2} & \mathbf{0}_{1\times6} & \\ \mathbf{0}_{1\times1} & -\mathbf{1}_{1\times2} & \mathbf{0}_{1\times11} & \mathbf{1}_{1\times1} & \mathbf{0}_{1\times3} & \end{bmatrix}, \tag{IV.18}$$

- O vetor **k** (Equação IV.19) é definido a partir da repetição das RHS associadas do vetor **b** (Equação IV.2) para os dois anos de planejamento de culturas. Este modelo ainda conta com a inclusão de dois novos valores RHS relativos à rotação de culturas;

$$\mathbf{k}_{40} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{19} & \mathbf{b}_{19} & \mathbf{0}_2 \end{bmatrix}^T. \tag{IV.19}$$

- O vetor $\mathbf{q}^{'}$ representa a área mínima requirida a ser plantada para cada cultura do modelo. A Equação IV.16c e Equação IV.20 define que todas as variáveis são não-negativas. E ainda, que é necessário ter no mínimo 1500 unidades de área plantadas de trigo no primeiro ano (r_1) e iguais 1500 unidades de área de trigo no segundo ano (r_{10}).

$$\mathbf{q}^{'} = \begin{bmatrix} 1500 & \mathbf{0}_8 & 1500 & \mathbf{0}_8 \end{bmatrix}^T. \tag{IV.20}$$

A Equação IV.16b modela todas as restrições do modelo como restrições de menor ou igual ($\leq$), pois estas descrevem os limites superiores dos recursos disponíveis. Ainda, nas restrições da Equação IV.16b encontram-se as relações entre culturas para realização da rotação. Estas restrições são feitas para produzir rotacionamento entre as plantações da seguinte forma: *(i)* As áreas plantadas com Trigo no primeiro ano serão utilizados para plantação de Cravo-da-Índia e Fava no ano seguinte; e *(ii)* O Espaço destinado as culturas de Cravo-da-Índia e Fava no primeiro ano serão utilizados para plantação de Milho no ano seguinte. Isso foi introduzido nas duas últimas linhas da matriz **E** (Equação IV.18) combinadas com as duas últimas linhas do vetor **k** (Equação IV.19).

IV.2.3 Modelo 3 - Planejamento de Cultura Multiobjetivo para um Ano

Este modelo é baseado no apresentado na Seção IV.2.1, porém diferencia-se pois uma proposta de solução para o PPCM é empregada para incluir a segurança alimentar como objetivos adicionais no problema, através de duas novas FO. Além de novos objetivos, foram incluídas restrições para garantir uma área mínima a ser plantada de cada cultura em um período, proporcionando assim a diversidade no plantio. O modelo desenvolvido é apresentado por meio da Equação IV.21.

$$\text{maximizar} \quad f_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i, \tag{IV.21a}$$

$$f_2(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{n} w_i, \tag{IV.21b}$$

$$f_3(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{IV.21c}$$

$$\text{sujeito a} \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \tag{IV.21d}$$

$$-\mathbf{I}_n \cdot \mathbf{x} + \eta \mathbf{I}_n \cdot \mathbf{w} \leq \mathbf{0}_n, \tag{IV.21e}$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{q} \tag{IV.21f}$$

Foram utilizados dois vetores de variáveis de decisão, $\mathbf{x} = [x_i] \in \mathbb{R}_+^n$ (assim como previamente definido na Seção IV.2.1) e, dado o conjunto $\mathbb{B} = \{\beta \in \mathbb{N} \mid 0 \leq \beta \leq 1\}$, $\mathbf{w} = [w_i] \in \mathbb{B}^n$, sendo n o número de culturas considerados no PPCM. O vetor **x** representa as variáveis de decisão associadas ao número de unidades de área que serão plantadas. O vetor **w** é um gêmeo binário de **x** e representa se a cultura i será plantada ou não. A definição do vetor **w** é descrita na Equação IV.22. O vetor **c** é o mesmo definido na Equação IV.14, assim como a matriz **A** definida na Equação IV.1, o vetor **b** que foi definido na Equação IV.2, e o vetor **q** foi definido pela Equação IV.15. A constante η, tem valor é igual a 113, é descrita em maiores detalhes a seguir. Dessa forma, os dados utilizados neste modelo são os mesmos utilizados no modelo descrito na Seção IV.2.1.

$$w_i = \begin{cases} 1 & \text{, se } x_i > 0, \quad \text{(A cultura } i \text{ é plantada em } x_i \text{ unidades de área),} \\ 0 & \text{, se } x_i = 0. \quad \text{(A cultura } i \text{ não é plantada).} \end{cases} \tag{IV.22}$$

As culturas consideradas no conjunto de dados são formadas por todas as culturas, ou seja, $n = 12$ culturas, sendo: Trigo (x_1, w_1), Beterraba (x_2, w_2), Cravo-da-Índia (x_3, w_3), Fava (x_4, w_4), Cebolinha (x_5, w_5), Batata de Outono (x_6, w_6), Girassol (x_7, w_7), Milho (x_8, w_8), Tomates (x_9, w_9), Pepinos (x_{10}, w_{10}), Quiabo (x_{11}, w_{11}) e Melancia (x_{12}, w_{12}).

Foram incluídas novas FO que visam garantir maior diversidade de culturas e maior aproveitamento da área disponível para cultivo. Os objetivos deste novo problema são expressos pela FO do modelo anterior ($f_1(\mathbf{x})$), além da maximização de $f2(\mathbf{w})$ (Equação IV.21b) dada pela soma de w_i, ou seja, a quantidade de culturas plantadas buscando maior diversidade; e $f3(\mathbf{x})$ (Equação IV.21c) que é a soma de x_i, e representa a quantidade total de área plantada, buscando melhor aproveitamento e uso da terra.

Ainda, novas restrições são incluídas no modelo, conforme descrito na Equação IV.21e. Estas restrições impõem um limite mínimo de unidades de área plantadas para uma determinada cultura, se esta cultura for selecionada para ser plantada. O valor deste limite mínimo (η) foi fixado em 113 unidades de área. Este valor foi determinado considerando um valor arbitrário de 5% da área destinada às culturas de verão, a qual

é a menor área a ser utilizada para plantios.

A Equação IV.21d e Equação IV.21f descrevem as restrições de limites superiores, e as restrições de não negatividade e limites inferiores do modelo, respectivamente. Elas preservam as características já descritas na Seção IV.2.1.

IV.2.4 Modelo 4 - Planejamento de Rotação de Culturas Multiobjetivo

O modelo proposto nesta seção é baseado no modelo apresentado em Seção IV.2.2, porém os dados das culturas de beterraba, cebolinha e melancia foram preservados na formulação. Uma abordagem multiobjetivo é proposta visando incluir no modelo objetivos e restrições que considerem a questão da segurança alimentar no PPRCM. Além disso, também foram incluídas restrições para garantir uma área mínima para as famílias de culturas plantadas no período. O modelo desenvolvido é descrito no problema mostrado na Equação IV.23.

$$
\begin{aligned}
\text{maximizar} \quad & g_1(\mathbf{u}) && = && \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} c_i u_{(i+n(j-1)}, && \text{(IV.23a)}\\
& g_2(\mathbf{v}) && = && \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} v_{(i+n(j-1))}, && \text{(IV.23b)}\\
& g_3(\mathbf{u}) && = && \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} u_{(i+n(j-1))} && \text{(IV.23c)}\\
\text{sujeito a} \quad & \mathbf{1}_m \otimes \mathbf{A}\cdot\mathbf{u} && \leq && \mathbf{1}_m \otimes \mathbf{b}, && \text{(IV.23d)}\\
& -\mathbf{I}_{nm}\cdot\mathbf{u} + \eta\mathbf{I}_{nm}\cdot\mathbf{v} && \leq && \mathbf{0}_{nm}, && \text{(IV.23e)}\\
& \mathbf{u} && \geq && \mathbf{1}_m \otimes \mathbf{q}, && \text{(IV.23f)}\\
& -u_{(1+n(k-2))} + u_{(3+n(k-1))} + u_{(4+n(k-1))} && \leq && 0 \quad \text{Se } m<1 \Rightarrow k=\{2,\ldots,m\}, && \text{(IV.23g)}\\
& -u_{(3+n(k-2))} - u_{(4+n(k-2))} + u_{(8+n(k-1))} && \leq && 0 \quad \text{Se } m<1 \Rightarrow k=\{2,\ldots,m\}. && \text{(IV.23h)}
\end{aligned}
$$

Onde:

- As variáveis de decisão $\mathbf{u} = [u_{(i+n(j-1))}] \in \mathbb{R}_+^{(nm)}$ e, dado o conjunto $\mathbb{B} = \{\beta \in \mathbb{N} \mid 0 \leq \beta \leq 1\}$, $\mathbf{v} = [v_{(i+n(j-1))}] \in \mathbb{B}^{(nm)}$; ambos com $i = \{1,2,\ldots,n\}$ e $j = \{1,\ldots,m\}$. O vetor $\mathbf{u}$ representa as variáveis de decisão associadas à quantidade de unidades de área que serão plantadas de uma cultura i no ano j. E o vetor $\mathbf{v}$ é um gêmeo binário do vetor $\mathbf{u}$ e representa se a cultura i será plantada ou não no ano j. A definição do vetor $\mathbf{v}$ é descrita na Equação IV.24.

$$v_{(i+nj-n)} = \begin{cases} 1 & u_{(i+n(j-1))} > 0, \quad \text{(A cultura } i \text{ é plantada em } u_{(i+n(j-1))} \text{ unidades de área no ano } j\text{)}, \\ 0 & u_{(i+n(j-1))} = 0. \quad \text{(A cultura } i \text{ não é plantada no ano } j\text{)}. \end{cases} \tag{IV.24}$$

- A FO $g_1(\mathbf{u})$ (Equação IV.23a) representa o objetivo de maximizar o retorno líquido.
- A FO $g_2(\mathbf{v})$ (Equação IV.23b) que é o somatório de v_i, representa a maximização da quantidade de diferentes culturas plantadas nos dois anos.
- A FO $g_3(\mathbf{v})$ (Equação IV.23c), que é a soma de todos os valores de u_i, representa o objetivo de maximizar a utilização da área disponível para plantio nos dois anos.
- O vetor $\mathbf{c}$ armazena os valores de retorno líquido de cada cultura e é o mesmo definido na Equação IV.14, assim como a matriz $\mathbf{A}$ definida na Equação IV.1, o vetor $\mathbf{b}$ que foi definido na Equação IV.2, e o vetor $\mathbf{q}$ foi definido pela Equação IV.15.
- A constante η, tem valor é igual a 113.

A Equação IV.23f define que todas as variáveis são não negativas. E ainda, que é necessário ter no mínimo 1500 unidades de área plantadas de trigo em quaisquer dos ciclos de plantação.

A Equação IV.23d modela todas as restrições do modelo como restrições de menor ou igual ($\leq$), pois estas descrevem os limites superiores dos recursos disponíveis.

Nas restrições das Equação IV.23g e Equação IV.23h encontram-se as relações entre culturas para realização das rotações. Estas restrições são determinadas para produzir a rotação entre as plantações da seguinte forma: *(i)* Trigo no primeiro ano e Cravo-da-Índia e Fava no segundo ano (Equação IV.23g); e *(ii)* Cravo-da-Índia e Fava no primeiro ano e Milho no segundo ano (Equação IV.23h).

Ainda, novas restrições são incluídas no modelo, conforme descrito na Equação IV.23e. Estas restrições impõem um valor mínimo de unidades de área plantadas para uma cultura, se esta cultura for plantada. Tal valor foi fixado em 113 unidades de área, assim como feito anteriormente por representar 5% da área destinada às culturas de verão.

Capítulo V

Resultados

Nesta seção, os resultados alcançados com este trabalho são apresentados e discutidos de acordo com os quatro modelos de programação linear apresentados na Seção IV.2. Além disso, os resultados alcançados com os modelos propostos são comparados com os obtidos através dos testes realizados com os modelos apresentados por Al-Nassr [2019]. O objetivo é realizar uma comparação entre a abordagem focada exclusivamente na renda líquida e os modelos propostos que buscam o equilíbrio entre a renda e a questão da segurança alimentar.

Todos os modelos foram implementados na linguagem *Python* v3.10.4 utilizando *Visual Studio Code* com *Jupyter Notebook* como Ambiente de Desenvolvimento Integrado. O pacote *Python* utilizado para implementar os modelos foi o Solver *PuLP* com GLPK. Todos os recursos utilizados são disponibilizados gratuitamente por seus desenvolvedores permitindo a replicabilidade e o amplo uso dos modelos, sem restrição de licença de *softwares* terceiros. Os experimentos computacionais foram executado em uma máquina com sistema operacional Linux Ubuntu 22.04.5 LTS 64 bits com processador Intel® Core™ *i*7-8550U CPU @ 1,80 $\times$ 8 GHz e memória RAM de 16 GB.

V.1 Estudo de Caso 1: Modelo 1 - Planejamento de Cultura para um Ano

Para o primeiro estudo de caso, é executado o modelo apresentado na Seção IV.2.1 para o planejamento de safra considerando apenas um ano como horizonte de planejamento. A solução ótima apresenta a melhor combinação de área a ser plantada para cada cultura dentre todas as consideradas no estudo. Também são apresentados dados que permitem realizar a análise de sensibilidade da solução ótima do modelo para o planejamento de culturas. Tais dados são apresentados na Tabela V.1, onde nas colunas **Permitido Reduzir (USD)** e **Permitido Aumentar (USD)**, tem-se, respectivamente, a quantidade mínima e máxima que é possível variar no valor do coeficiente de custo da FO sem alterar a solução ótima. E na coluna **Custo Reduzido** pode-se verificar as variações necessárias aos valores do vetor custo para que uma nova cultura seja adicionada à solução ótima. Os valores ∞ apresentados nas colunas **Permitido Reduzir (USD)** e

Permitido Aumentar (USD) indicam que é possível reduzir ou aumentar, respectivamente, os valores do vetor custo sem que haja modificação da base da solução, ou seja, mudança das quantidades de contribuição de cada variável de decisão.

Tabela V.1: Solução Ótima e Análise de Sensibilidade do Modelo 1.

Cultura	**Valor Final (Und. Área)**	**Custo Reduzido**	**Coeficiente da Função Objetivo (USD)**	**Permitido Reduzir (USD)**	**Permitido Aumentar (USD)**
Trigo (x_1)	1500,00	0,00	84,00	∞	2173,50
Beterraba (x_2)	0,00	-1755,56	1013,60	∞	1755,60
Cravo-da-Índia (x_3)	0,00	-1974,51	907,20	∞	1974,50
Fava (x_4)	895,00	0,00	2206,40	1329,96	∞
Cebolinha (x_5)	0,00	-3646,29	412,00	∞	3646,30
Batata de Outono (x_6)	0,00	-3203,39	1080,00	∞	3203,40
Girassol (x_7)	31,20	0,00	1048,80	348,80	351,20
Milho (x_8)	1226,63	0,00	1400,00	351,20	697,60
Tomate (x_9)	0,00	-823,31	1252,00	∞	823,30
Pepino (x_{10})	0,00	-978,12	909,60	∞	978,10
Quiabo (x_{11})	1002,17	0,00	2488,00	1088,00	2754,90
Melancia (x_{12})	0,00	-608,14	1092,00	∞	608,10

De acordo com a Tabela V.1, a solução ótima para o PPC apresentado na Seção IV.2.1 possui uma receita líquida de \$6 344 134,15 para safras plantadas ao longo de um ano. Este valor é composto por \$2 100 728,00 nas safras de verão ($x_1, \ldots, x_6$), cerca de 33% do lucro anual, e \$4 243 406,15 nas safras de inverno ($x_7, \ldots, x_{12}$), cerca de 67% do lucro anual. Vale observar que a baixa contribuição para a receita líquida total das culturas de verão é altamente influenciada pela restrição $x_1 \geq 1500$ (Equação IV.13c). Esta impõe a cultura de Trigo (x_1), que dispõe de uma receita líquida baixa, um limite inferior de cerca de 62% da área total disponível para plantio de culturas de verão. Esta característica será melhor explorada nas discussões a seguir da análise da sensibilidade da solução ótima apresentada, de acordo com os dados apresentados na Tabela V.1.

Ainda, com a Tabela V.1 conhece-se que deve ser plantado:

- Em culturas de verão:
  - Trigo (x_1) em 1500 unidades de área (aproximadamente 3 750 000 m^2).
  - Fava (x_4) em 895 unidades de área (aproximadamente 2 237 500 m^2).
  - As culturas de Beterraba (x_2), Cravo-da-Índia (x_3), Cebolinha (x_5), Batata de Outono (x_6) não deverão ser plantadas.
- Em culturas de inverno:
  - Girassol (x_7) em 31,2 unidades de área (aproximadamente 78 000 m^2).
  - Milho (x_8) em 1226,63 unidades de área (aproximadamente 3 066 575 m^2).
  - Quiabo (x_{11}) em 1002,17 unidades de área (aproximadamente 2 505 425 m^2).
  - As culturas de Tomates (x_9), Pepinos (x_{10}), e Melancia (x_{12}) não deverão ser plantas.

Pode-se observar também na Tabela V.1 os dados que nos permitem realizar a análise de sensibilidade dos parâmetros frente a solução ótima obtida. Esta análise nos permite identificar qual é a variação possível na receita líquida de cada safra, preservando a solução ótima alcançada. Para análise algumas operações numéricas com os dados foram realizadas, a exemplo, ao expressar o decréscimo ou redução em valores percentuais equacionou-se conforme Equação V.1, assim como para expressar o acréscimo ou aumento em valores percentuais equacionou-se conforme Equação V.2. Com estes valores percentuais, é possível realizar uma comparação normalizada entre as culturas e definir as mais e menos sensíveis por aquelas que demandam uma menor ou maior, respectivamente, variação percentual. A informação percentual é omitida na Tabela V.1 a fim de manter a comparatividade com a saída do maior número de *solvers*, em caso de reprodução dos resultados.

$$\textit{Permitido Reduzir (\%)} = 100 * \frac{\textit{Permitido Reduzir (USD)}}{\textit{Coeficiente da Função Objetivo (USD)}} \tag{V.1}$$

$$\textit{Permitido Aumentar (\%)} = 100 * \frac{\textit{Permitido Aumentar (USD)}}{\textit{Coeficiente da Função Objetivo (USD)}} \tag{V.2}$$

Assim, a partir dos dados da Tabela V.1 e das manipulações numéricas supracitadas é possível aferir que:

- Nas culturas de verão:
  - É requirido um decréscimo de no mínimo 60% no valor do retorno líquido por unidade de área plantada, na cultura mais sensível (Fava - x_4), para que a solução ótima seja afetada.
  - É requirido um acréscimo de no mínimo 173% no valor do retorno líquido por unidade de área plantada, na cultura mais sensível (Beterraba - x_2), para modificar a solução ótima.
  - Para no Cravo-da-Índia (x_3) seja plantado, isto é, faça parte da solução ótima, é necessário aumentar em 218% seu valor de retorno líquido.
  - Para que compense o plantio da Cebolinha (x_5) é necessário aumentar em 885% seu valor de

retorno líquido.

  - Para a Batata de Outono (x_6) fazer parte da solução ótima é necessário aumentar em 297% seu valor de retorno líquido.

- Nas culturas de inverno:
  - É requirido um decréscimo de no mínimo 25% no valor do retorno líquido por unidade de área plantada, na cultura mais sensível (Milho - x_8), para que a solução ótima seja afetada.
  - É requirido um acréscimo de no mínimo 33% no valor do retorno líquido por unidade de área plantada, na cultura mais sensível (Girassol - x_7), para modificar a solução ótima.
  - Para o Tomate (x_9) seja plantado de forma a compor a solução ótima é necessário aumentar em 66% seu valor de retorno líquido.
  - Para o Pepino (x_{10}) é necessário aumentar em 108% seu valor de retorno líquido.
  - Para a Melancia (x_{12}) fazer parte das culturas selecionadas para o plantio é necessário aumentar em 56% seu valor de retorno líquido.

Assim, pela análise da Tabela V.1 verifica-se que a solução ótima obtida pelo modelo mantém-se estável diante das variações na receita líquida obtida por cada cultura plantada. Os valores ótimos suportam, sem modificar a solução final, variações de até 25% na cultura mais sensível. Em média, a solução ótima suporta uma variação de 66% dos valores de receita líquida utilizados no vetor de custo. E ainda, é possível observar que seria requerida uma modificação significativa nos valores de retorno líquido esperados para que houvesse modificação nas safras definidas como componentes da solução ótima. Verifica-se que pelo modelo apresentado na Seção IV.2.1 dificilmente haveria um cenário puramente econômico em que as culturas que não fazem parte da solução ótima seriam plantadas.

Ainda, em respeito a restrição $x_1 \geq 1500$ (Equação IV.13c), o Trigo (x_1) tem seu plantio garantido independente de seu valor de receita líquida, que vale a ressalva é a menor receita dentre todas as culturas consideradas. Assim x_1 pode reduzir seu valor de contribuição no vetor custo até $-\infty$ sem modificar a solução ótima. Ademais, para que sua contribuição gere modificação na solução ótima seria necessário que seu coeficiente no vetor custo sofresse aumento de 2587%. Com isso conclui-se que a introdução de $x_1 \geq 1500$ (Equação IV.13c) e o baixo retorno líquido da cultura de Trigo fazem com que seu coeficiente tenha a menor sensibilidade em todo o vetor custo.

Também foi realizada uma análise de sensibilidade para a variação do vetor RHS das restrições impostas ao modelo. Este resultado é apresentado na Tabela V.2 onde a coluna **Valor Final** mostra o quanto de cada restrição foi realmente utilizado na solução ótima. Ainda, as colunas **Permitido Reduzir** e **Permitido Aumentar** apresentam os valores máximos de redução e aumento, respectivamente, permitidos para o valor RHS frente a cada restrição do modelo sem que seja necessário o cálculo de uma nova solução. A coluna **Preço Sombra** são os valores referentes às variáveis duais que representam a taxa de variação da FO na solução ótima a cada unidade modificada no valor do vetor RHS, ou seja, o quando devemos modificar,

proporcionalmente, da solução ótima caso seja modificado o valor da restrição no vetor RHS. Ainda, os valores das colunas **Permitido Reduzir** e **Permitido Aumentar** são passíveis da mesma manipulação numérica descrita na Equação V.1 e Equação V.2, sendo o denominador substituído pelo valor da coluna **RHS**.

Tabela V.2: Valor Final das Restrições e Análise de Sensibilidade do Vetor RHS - Modelo 1.

Restrição	**RHS**	**Valor Final**	**Preço Sombra**	**Permitido Reduzir**	**Permitido Aumentar**
$\mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{x} \leq b_1$	2395	2395,00	1329,96	31,20	652,81
$\mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{x} \leq b_2$	2260	2260,00	697,60	15,60	637,26
$\mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{x} \leq b_3$	419190	419190,00	7,02	61331,38	1560,00
$\mathbf{A}_4 \cdot \mathbf{x} \leq b_4$	397560	346706,38	0	50853,62	∞
$\mathbf{A}_5 \cdot \mathbf{x} \leq b_5$	7000	0	0	7000,00	∞
$\mathbf{A}_6 \cdot \mathbf{x} \leq b_6$	13075	7885,97	0	5189,03	∞
$\mathbf{A}_7 \cdot \mathbf{x} \leq b_7$	50593	50593,00	37,52	29063,00	35572,20
$\mathbf{A}_8 \cdot \mathbf{x} \leq b_8$	554800	108798,44	0	446001,56	∞
$\mathbf{A}_9 \cdot \mathbf{x} \leq b_9$	562400	142774,37	0	419625,63	∞
$\mathbf{A}_{10} \cdot \mathbf{x} \leq b_{10}$	562400	87023,41	0	475376,59	∞
$\mathbf{A}_{11} \cdot \mathbf{x} \leq b_{11}$	103056	6982,50	0	96073,50	∞
$\mathbf{A}_{12} \cdot \mathbf{x} \leq b_{12}$	103056	4655,00	0	98401,00	∞
$\mathbf{A}_{13} \cdot \mathbf{x} \leq b_{13}$	103056	2327,50	0	100728,50	∞
$\mathbf{A}_{14} \cdot \mathbf{x} \leq b_{14}$	954	750,00	0	204,00	∞
$\mathbf{A}_{15} \cdot \mathbf{x} \leq b_{15}$	20699716	1191892,72	0	19507823,28	∞
$\mathbf{A}_{16} \cdot \mathbf{x} \leq b_{16}$	20929709	2306614,54	0	18623094,46	∞
$\mathbf{A}_{17} \cdot \mathbf{x} \leq b_{17}$	21159705	2795986,15	0	18363718,85	∞
$\mathbf{A}_{18} \cdot \mathbf{x} \leq b_{18}$	21159705	721185,00	0	20438520,00	∞
$\mathbf{A}_{19} \cdot \mathbf{x} \leq b_{19}$	1156684	1031271,82	0	125412,18	∞
$x_1 \geq 1500$	1500	1500,00	-2173,46	31,20	408,00

Os resultados desta análise de sensibilidade corroboram que a restrição $x_1 \geq 1500$ faz com que o lucro líquido obtido pelo modelo não seja o máximo possível. Além disso, reduzir o valor RHS dessa variável em cerca de 2% já seria suficiente para alterar a solução ótima encontrada. Ademais ela possui preço sombra

negativo, ou seja, seu aumento induz uma redução do retorno líquido. E ainda, o maior valor em módulo das restrições encontra-se nela, o que denota que sua modificação tem o maior impacto na FO comparado às demais.

Também pela Tabela V.2 verifica-se que o resultado não muda aumentando os recursos disponíveis para a maioria das restrições. Sendo as exceções:

- A disponibilidade de área para plantio, que um aumento superior a cerca de 27% nas culturas de verão e 28% nas de inverno modifica o solução ótima.
- O uso de fertilizantes e pesticidas descrito na primeira restrição do conjunto de restrições ($\mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{x} \leq b_3$) que pode ser aumentado em até 0,37% produzindo uma modificação de aproximadamente $7,02 por unidade acrescentada.
- A primeira das restrições vinculadas ao tempo de trabalho disponível ($\mathbf{A}_7 \cdot \mathbf{x} \leq b_7$), que ao ser modificada apresenta uma alteração na FO no valor de $37,52 por unidade alterada. Seu acréscimo em até 70% não modifica a solução ótima.

V.2 Estudo de Caso 2: Modelo 2 - Planejamento de Rotação de Culturas por Dois Anos

Esta seção apresenta os resultados obtidos através do modelo descrito em Seção IV.2.2 para rotação de culturas em um horizonte de planejamento de dois anos. A solução ótima para cada cultura junto com os dados para a análise de sensibilidade são mostrados na Tabela V.3. Através da análise de sensibilidade é possível identificar qual é a variação da receita líquida permitida para cada safra, preservando a solução ótima atual. Nas colunas **Permitido Reduzir (USD)** e **Permitido Aumentar (USD)**, tem-se, respectivamente, a quantidade mínima e máxima que é permitido variar o valor do coeficiente do custo da FO. E na coluna **Custo Reduzido** pode-se verificar as variações necessárias aos valores do vetor custo para que uma nova cultura seja adicionada na solução ótima.

De acordo com a Tabela V.3, a solução ótima para o PPRC apresentado na Seção IV.2.2 exibe uma receita líquida de $12 571 800,08 para safras plantadas ao longo dos dois anos de planejamento. Este valor apresenta a seguinte distribuição:

- No primeiro ano há uma contribuição de 50,5% da receita líquida, o que representa em valores $6 344 134,15, somando as safras de verão e inverno sendo:
  - As safras de verão responsáveis por cerca de 33% do lucro anual ($2 100 728,00).
  - E as safras de de inverno cerca de 67% do lucro anual ($4 243 406,15).
- E no segundo ano há uma contribuição de 49,5% da receita líquida, o que representa em valores $6 227 666,54, somando as safras de verão e inverno sendo:
  - As safras de verão responsáveis por cerca de 34% do lucro anual ($2 100 728,00).
  - E as safras de inverno cerca de 66% do lucro anual ($4 126 938,54).

Vale observar que a baixa contribuição para a receita líquida total das culturas de verão nos dois anos

Tabela V.3: Solução Ótima e Análise de Sensibilidade do Modelo 2.

	Variável	Valor Final (Und. Área)	Custo Reduzido	Coeficiente da Função Objetivo (USD)	Permitido Reduzir (USD)	Permitido Aumentar (USD)
PRIMEIRO ANO	Trigo (r_1)	1500,00	0,00	84,00	∞	2524,66
	Cravo-da-Índia (r_2)	0,00	-1974,51	907,20	∞	1974,51
	Fava (r_3)	895,00	0,00	2206,40	1681,16	∞
	Batata de Outono (r_4)	0,00	-3554,59	1080,00	∞	3554,59
	Girassol (r_5)	31,20	0,00	1048,80	348,80	351,20
	Milho (r_6)	1226,63	0,00	1400,00	351,20	697,60
	Tomate (r_7)	0,00	-823,31	1252,00	∞	823,31
	Pepino (r_8)	0,00	-978,12	909,60	∞	978,12
	Quiabo (r_9)	1002,17	0,00	2488,00	1088,00	3482,40
SEGUNDO ANO	Trigo (r_{10})	1500,00	0,00	84,00	∞	1725,38
	Cravo-da-Índia (r_{11})	0,00	-2192,50	907,20	∞	2192,50
	Fava (r_{12})	895,00	0,00	2206,40	1511,61	∞
	Batata de Outono (r_{13})	0,00	-3409,27	1080,00	∞	3409,27
	Girassol (r_{14})	362,83	0,00	1048,80	1048,80	351,20
	Milho (r_{15})	895,00	0,00	1400,00	351,20	∞
	Tomate (r_{16})	0,00	-690,10	1252,00	∞	690,10
	Pepino (r_{17})	0,00	-784,36	909,60	∞	784,36
	Quiabo (r_{18})	1002,17	0,00	2488,00	1111,82	3131,20

de planejamento é altamente influenciado pelas restrições $r_1 \geq 1500$ e $r_{10} \geq 1500$ (Equação IV.16c). Esta impõe o plantio da cultura de Trigo, que dispõe de uma receita líquida baixa, um limite inferior de cerca de 62% da área total disponível para plantio de culturas de verão. Esta característica será melhor explorada nas discussões a seguir da análise da sensibilidade de solução ótima apresentada na Tabela V.3. Ainda, analisando os resultados apresentados na Tabela V.3 conhece-se que deve ser plantado:

- Em culturas de verão:
  - Trigo em 1500 unidades de área (aproximadamente 3 750 000 m^2) no primeiro ano (r_1) e no segundo ano (r_{10}).
  - Fava em 895 unidades de área (aproximadamente 2 237 500 m^2) no primeiro ano (r_3) e no segundo ano (r_{12}).
  - As culturas de Cravo-da-Índia, Batata de Outono não deverão ser plantas em nenhum dos dois anos planejados.
- Em culturas de inverno:
  - Girassol em 31,2 unidades de área (aproximadamente 78 000 m^2) no primeiro ano (r_5) e em 362,83 unidades de área (aproximadamente 907 075 m^2) no segundo ano (r_{14}).
  - Milho em 1226,63 unidades de área (aproximadamente 3 066 575 m^2) no primeiro ano (r_6) e em 895 unidades de área (aproximadamente 2 237 500 m^2) no segundo ano (r_{15}).
  - Quiabo em 1002,17 unidades de área (aproximadamente 2 505 425 m^2) no primeiro ano (r_9) e no segundo ano (r_{18}).
  - As culturas de Tomate e Pepino não deverão ser plantas ao longo de todo o período planejado.

A partir da Tabela V.3 também é possível aferir a sensibilidade da solução a variações dos valores de retorno líquido por cultura (coeficientes de custo). Assim tem-se que:

- Nas culturas de verão:
  - No Primeiro Ano:
    - É requirido um decréscimo no valor do retorno líquido por unidade de área plantada da cultura mais sensível de mínimo 76% (Fava - r_3);
    - É requirido um acréscimo no valor do retorno líquido por unidade de área plantada da cultura mais sensível de mínimo 218% (Cravo-da-Índia - r_2);
    - Para a Batata de Outono (r_4) fazer parte da solução ótima é necessário aumentar em 329% seu valor de retorno líquido;
  - No Segundo Ano:
    - É requirido um decréscimo no valor do retorno líquido por unidade de área plantada da cultura mais sensível de mínimo 69% (Fava - r_{12});
    - É requirido um acréscimo no valor do retorno líquido por unidade de área plantada da cultura mais sensível de mínimo 242% (Cravo-da-Índia - r_{11}); e
    - Para a Batata de Outono (r_{13}) fazer parte da solução ótima é necessário aumentar em 316% seu valor de retorno líquido.
- Nas culturas de inverno:
  - No Primeiro Ano:
    - É requirido um decréscimo no valor do retorno líquido por unidade de área plantada da

cultura mais sensível de mínimo 25% (Milho - r_6);

* É requirido um acréscimo no valor do retorno líquido por unidade de área plantada da cultura mais sensível de mínimo 33% (Girassol - r_5);
* Para a Batata de Outono (r_4) fazer parte da solução ótima é necessário aumentar em 329% seu valor de retorno líquido;
* Para o Tomate (r_7) fazer parte da solução ótima é necessário aumentar em 66% seu valor de retorno líquido.
* Para o Pepino (r_8) fazer parte da solução ótima é necessário aumentar em 108% seu valor de retorno líquido.

– No Segundo Ano:

* É requirido um decréscimo no valor do retorno líquido por unidade de área plantada da cultura mais sensível de mínimo 25% (Milho - r_{15});
* É requirido um acréscimo no valor do retorno líquido por unidade de área plantada da cultura mais sensível de mínimo 33% (Girassol - r_{14});
* Para a Batata de Outono (x_{13}) fazer parte da solução ótima é necessário aumentar em 316% seu valor de retorno líquido;
* Para o Tomate (r_{16}) fazer parte da solução ótima é necessário aumentar em 55% seu valor de retorno líquido; e
* Para o Pepino (r_{17}) fazer parte da solução ótima é necessário aumentar em 86% seu valor de retorno líquido.

Este modelo apresenta um comportamento semelhante ao observado para o planejamento de apenas um ano de plantio (Seção IV.2.1) em termos de variação da receita líquida. Pode-se observar por meio de Tabela V.3, que o resultado se mantém estável diante das variações da receita líquida obtida por cada cultura plantada, suportando uma variação de até 25% sem modificar a solução final nas culturas mais sensíveis. E, em média, as variações suportadas para os dois anos rondam os 76%. As lavouras plantadas no primeiro ano com valor em torno de 71%, e as lavouras plantadas no segundo ano com valor em torno de 86%.

Ainda pela Tabela V.3 identifica-se que as culturas de Trigo, Cravo-da-Índia, Batata de Outono, Tomate e Pepino não são sensíveis à redução dos seus valores de retorno líquido nos dois anos de planejamento. A cultura de Fava não responde ao aumento do valore de retorno líquido nos dois anos de horizonte planejado. A cultura de Milho no segundo ano não altera a solução ótima quando seu valor no vetor custo é aumentado.

Uma análise de sensibilidade também é realizada para estudar o impacto da variação do vetor RHS na solução ótima. Os resultados da análise de sensibilidade são apresentados na Tabela V.4.

Tabela V.4: Valor Final das Restrições e Análise de Sensibilidade do Vetor RHS - Modelo 2.

Restrição	RHS	Valor Final	Preço Sombra	Permitido Reduzir	Permitido Aumentar
$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{r} \leq k_1$	2395	2395,00	1681,16	31,20	331,63
	2260	2260,00	697,60	15,60	637,26
	419190	419190,00	7,02	61331,38	1560,00
	397560	346706,38	0,00	50853,62	∞
	7000	0,00	0,00	7000,00	∞
	13075	7885,97	0,00	5189,03	∞
	50593	50593,00	37,52	29063,00	35572,20
	554800	108798,44	0,00	446001,56	∞
	562400	142774,37	0,00	419625,63	∞
	562400	87023,41	0,00	475376,59	∞
	103056	6982,50	0,00	96073,50	∞
	103056	4655,00	0,00	98401,00	∞
	103056	2327,50	0,00	100728,50	∞
	954	750,00	0,00	204,00	∞
	20699716	1191892,72	0,00	19507823,28	∞
	20929709	2306614,54	0,00	18623094,46	∞
	21159705	2795986,15	0,00	18363718,85	∞
	21159705	721185,00	0,00	20438520,00	∞
	1156684	1031271,82	0,00	125412,18	∞
⋮	2395	2395,00	1511,61	751,57	605,00
	2260	2260,00	1048,80	362,83	331,63
	419190	402608,62	0,00	16581,38	∞
	397560	330125,00	0,00	67435,00	∞
	7000	0,00	0,00	7000,00	∞
	13075	7554,34	0,00	5520,66	∞

Tabela V.4 continuação da página anterior

Restrição	RHS	Valor Final	Preço Sombra	Permitido Reduzir	Permitido Aumentar
	50593	50593,00	49,63	29063,00	9617,20
	554800	114104,48	0,00	440695,52	∞
	562400	146422,28	0,00	415977,72	∞
	562400	87023,41	0,00	475376,59	∞
	103056	6982,50	0,00	96073,50	∞
	103056	4655,00	0,00	98401,00	∞
	103056	2327,50	0,00	100728,50	∞
	954	750,00	0,00	204,00	∞
	20699716	1283090,31	0,00	19416625,69	∞
	20929709	2718496,00	0,00	18211213,00	∞
	21159705	2664330,00	0,00	18495375,00	∞
	21159705	721185,00	0,00	20438520,00	∞
	1156684	1031802,43	0,00	124881,57	∞
	0	-605,00	0,00	605,00	∞
$\mathbf{E}_{40} \cdot \mathbf{r} \leq k_{40}$	0	0,00	351,20	895,00	331,63
$r_1 \geq 1500$	1500,00	1500,00	-2524,66	31,20	408,00
$r_{10} \geq 1500$	1500,00	1500,00	-1725,38	605,00	259,92

É possível verificar que a restrição do limite inferior para a área plantada com trigo força o modelo a produzir uma solução ótima com um retorno líquido menor do que seria possível se não houvesse essa demanda no modelo. A ação de aumentar ou diminuir a restrição do limite inferior do trigo, dentro dos limites permitidos, produz um resultado inversamente proporcional na FO. Além disso, verifica-se que, para o primeiro ano, uma redução acima de 2% nessa restrição já produz uma mudança na alocação das safras (solução ótima), como ocorre no primeiro modelo para apenas um ano (Seção V.1). No entanto, para o segundo ano este valor atinge um limite de redução de cerca de 40% para produzir uma mudança na solução ótima encontrada referente a alocação das culturas disponíveis.

Assim, como no estudo de caso do modelo de planejamento de cultivo de um ano (Seção V.1), este modelo de PPRC de dois anos, considerando as restrições aplicadas, não é sensível ao aumento de recursos.

No entanto, as mesmas exceções apresentadas na Seção V.1 são identificadas para o primeiro ano. E no segundo ano a solução ótima do modelo responde ao aumento dos limites das áreas disponíveis para plantio e o tempo de trabalho disponível.

V.3 Estudo de Caso 3: Modelo 3 - Planejamento de Cultura Multiobjetivo para um Ano

Os resultados do modelo para resolver o PPCM discutido na Seção IV.2.3 são apresentados e discutidos nesta seção. Como uma primeira abordagem de solução para o PPC multiobjetivo fez-se uso do Método de Soma Ponderada, descrito na Seção III.4.2. Antes da aplicação deste método a normalização dos valores das FO foi realizada. O procedimento de normalização *min-max* foi adotado para redimensionar as FO para valores entre 0 e 1. As FO normalizadas são descritas nas Equações V.3, V.4 e V.5, onde f^- e f^+ representam o valor mínimo e máximo de cada função f, respectivamente.

$$\overline{f_1}(\mathbf{x}) = \frac{f_1(\mathbf{x}) - f_1^-(\mathbf{x})}{f_1^+(\mathbf{x}) - f_1^-(\mathbf{x})}, \tag{V.3}$$

$$\overline{f_2}(\mathbf{w}) = \frac{f_2(\mathbf{w}) - f_2^-(\mathbf{w})}{f_2^+(\mathbf{w}) - f_2^-(\mathbf{w})}, \tag{V.4}$$

$$\overline{f_3}(\mathbf{x}) = \frac{f_3(\mathbf{x}) - f_3^-(\mathbf{x})}{f_3^+(\mathbf{x}) - f_3^-(\mathbf{x})}. \tag{V.5}$$

Para os objetivos conflitantes, uma das formas de determinar soluções eficientes para problemas de otimização multiobjetivo é maximizar a combinação convexa dos objetivos conflitantes normalizados, ou seja, resolver como um problema escalar, com $\alpha_i \in [0,1]$ e com $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i = 1$ sendo p igual ao número de FO, isso é, $p = 3$. Portanto, o problema de otimização linear pode ser reescrito e definido pelo problema apresentado na Equação V.6.

$$\text{maximizar} \quad f(\mathbf{x},\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \overline{f_i} \tag{V.6a}$$

$$\text{sujeito a} \quad \mathbf{A}\cdot\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \tag{V.6b}$$

$$-\mathbf{I}_n \cdot \mathbf{x} + \eta \mathbf{I}_n \cdot \mathbf{w} \leq \mathbf{0}_n, \tag{V.6c}$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{q} \tag{V.6d}$$

onde:

$$\alpha_i = \begin{cases} \lambda & i = 1 \\ \frac{(1-\lambda)}{(n-1)} & i \neq 1 \end{cases} \tag{V.7}$$

Com isso, foram realizadas variações do valor de $\lambda \in [0,1]$ usando uma discretização linear igualmente espaçada com 1000 elementos. Os resultados alcançados para a FO normalizada (Equação V.6a) para cada valor λ são mostrados na curva apresentada na Figura V.1. É possível perceber que a FO tem um comportamento convexo com seus valores máximos nos extremos do intervalo λ. O valor da FO normalizada atinge valores próximos a $0,9$ em torno do ponto de equilíbrio entre as FOs consideradas neste modelo. Esse comportamento mostra que é possível estabelecer um bom compromisso entre os objetivos conflitantes do problema.

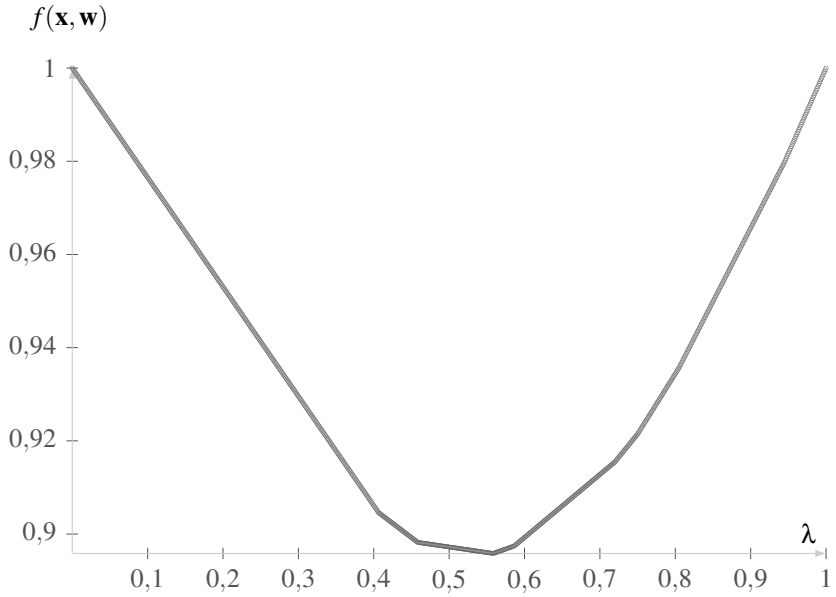


Figura V.1: FO normalizada $f(\mathbf{x},\mathbf{w})$ *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.3.

Na Figura V.2 é possível verificar o efeito da variação de λ sobre a FO $f_1(\mathbf{x})$, que descreve o lucro líquido (Equação IV.21a). Considerando apenas a FO de variedade de safras ($f_2(\mathbf{w})$, descrita na Equação IV.21b) e de ocupação de unidades de área ($f_2(\mathbf{x})$, descrita na Equação IV.21b), ou seja, $\lambda = 0$, a receita líquida obtida é de \$4 073 798,00. Isso representa cerca de 62% do lucro líquido obtido (ver modelo Seção IV.2.1, que visa apenas o lucro líquido). À medida que o valor de λ aumenta e se aproxima do ponto de equilíbrio entre os objetivos ($\lambda = 0,5$) observa-se um lucro líquido de cerca de \$5 620 951,00. Este lucro líquido representa 88% do valor alcançado pelo modelo com apenas o objetivo de maximizar o lucro líquido. E com $\lambda = 1$ obtemos uma renda líquida de \$6 344 134,15, equivalente ao modelo com apenas a renda líquida como objetivo.

O efeito da variação de λ sobre a FO $f_2(\mathbf{w})$ (Equação IV.21b) que descreve o número de diferentes culturas cultivadas pode ser observado na Figura V.3. É evidente que à medida que o valor de λ cresce, ou seja, a FO da receita líquida ganha mais importância (peso), a variedade de cultivos diminui. Em torno do compromisso entre as FO ($\lambda = 0,5$), a solução ótima propõe 10 culturas plantadas, em contrapartida à 5 quando considerado apenas um objetivo (lucro líquido). Esta solução representa um aumento de 100% na variedade de culturas plantadas com rendimento líquido reduzido em menos de 12% quando comparado

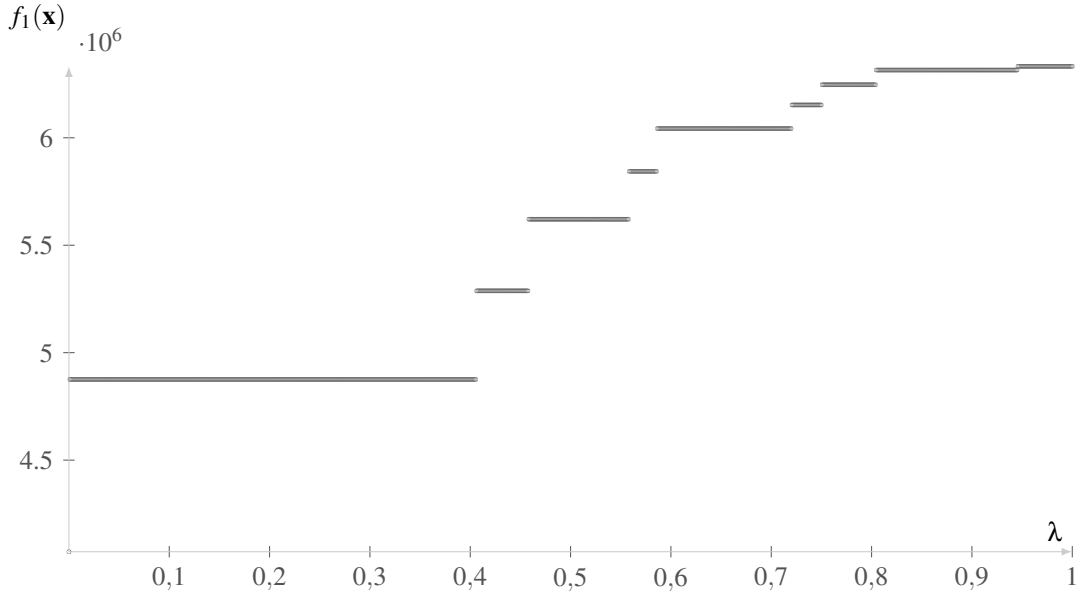


Figura V.2: Resultado da FO $f_1(\mathbf{x})$ (Lucro Líquido) *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.3.

com o modelo com apenas um objetivo (maximizar a receita líquida).

Comparando Figura V.2 e Figura V.3, nota-se que, com λ em torno de $0,6$ o lucro líquido obtido é \$6 042 899,00 (Figura V.2), cerca de 95% da receita líquida do modelo apresentado em Seção IV.2.1 (com apenas um objetivo), e ainda temos 8 lavouras plantadas (Figura V.3), uma melhoria de 60% na diversidade de lavouras.

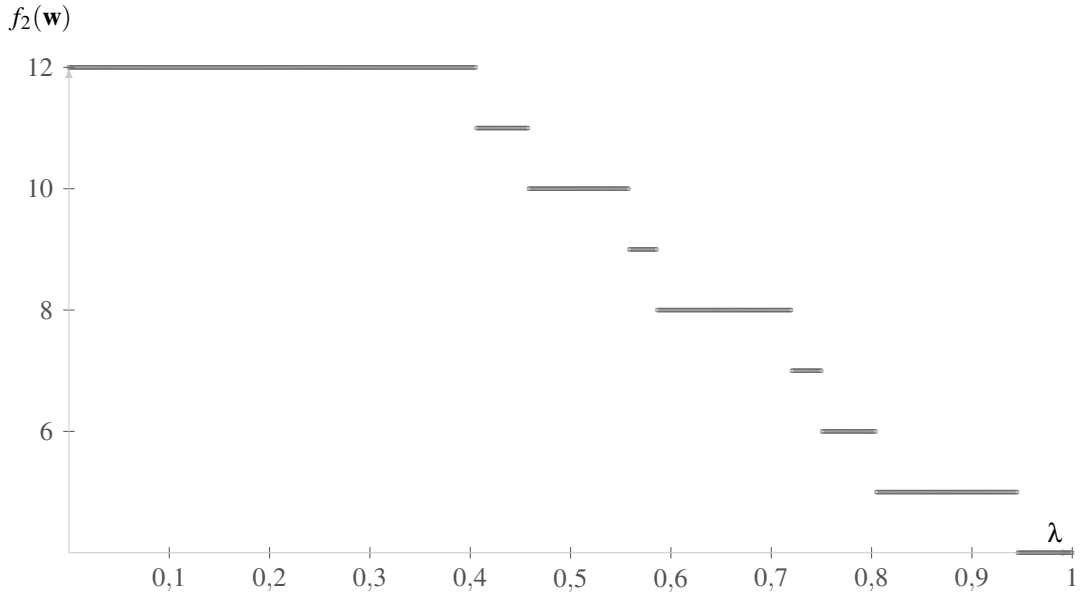


Figura V.3: Resultado da FO $f_2(\mathbf{w})$ (Variedade de Culturas) *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.3.

A Figura V.4 mostra o somatório da área utilizada ($f_3(\mathbf{x})$, descrita na Equação IV.21c), uma informação importante sobre o uso da área disponível para plantio, considerando cada valor de λ investigado neste estudo. Através dos resultados apresentados na Figura V.4, podemos identificar um melhor aproveitamento

da área disponível para plantio tendo em vista que o objetivo não é apenas maximizar o lucro líquido obtido.

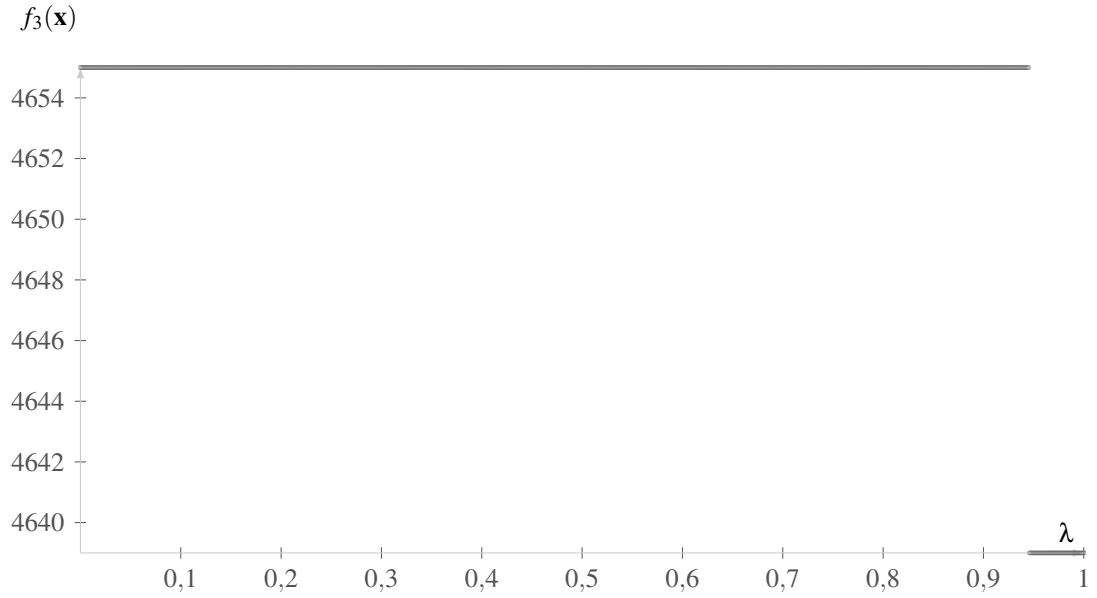


Figura V.4: Resultado da FO $f_3(\mathbf{x})$ (Área Utilizada) *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.3.

Por fim, Figura V.5 apresenta um gráfico de coordenadas paralelas no qual é possível verificar o comportamento da quantidade de área destinada a cada cultura em função da variação λ e sua respectiva influência na FO da receita líquida (Equação IV.21a) e da diversidade de culturas plantadas (Equação IV.21b). Um gráfico de coordenadas paralelas é uma ferramenta visual utilizada para explorar e interpretar dados multivariados. Nele, cada variável é representada por um eixo vertical paralelo, e cada observação do conjunto de dados é exibida como uma linha que conecta os valores correspondentes em cada eixo. Para interpretar o gráfico, é importante observar os padrões formados pelas linhas, como agrupamentos, cruzamentos e tendências, que podem indicar correlações, diferenças ou similaridades entre as variáveis. Linhas que seguem trajetórias semelhantes sugerem características compartilhadas entre as observações, enquanto cruzamentos frequentes podem indicar relações inversas ou maior variabilidade nos dados. Na Figura V.5 o primeiro eixo vertical é λ que é nosso parâmetro que está sendo avaliado, cada eixo (variável) descreve uma cultura que compõe o modelo, conforme listadas na Tabela IV.1, e ao longo do texto e a escala do cores é baseada na função objetivo escolhida, sendo mais próximo de preto para os menores valores e mais próximo de vermelho para os maiores valores da FO. Assim podemos verificar o impacto da variação do valor de λ em cada cultura individualmente, assim como cada cultura contribui no nível de valor da FO em tela, e ainda, de que forma cada variável interage entre si. Nos códigos computacionais disponibilizados e descritos na Seção VI.2 é possível encontrar a versão interativa de todos os gráficos de coordenadas paralelas apresentados neste trabalho, sendo possível realizar filtragem nos valores das coordenadas paralelas e explorar melhor os resultados.

A Figura V.5 *(i)* mostra o gráfico de coordenadas paralelas que correlaciona $f_1(\mathbf{x})$ (Equação IV.21a) com λ e como cada variável de decisão é alterada em função de λ. Assim como na Figura V.5 *(ii)* verificamos o

mesmo comportamento frente a saída da FO $f_2(\mathbf{w})$ (Equação IV.21b).

Os seguintes comportamentos podem ser observados na solução ilustrada em Figura V.5:

- Valores de λ abaixo de 0,4 produzem baixo rendimento líquido (Figura V.5 *(i)*), mas produzem uma variedade muito alta de culturas plantadas (Figura V.5 *(ii)*).
- Culturas de Beterraba (x_2), Cravo (x_3), Cebolinha (x_5), Batata de Outono (x_6), e Tomate (x_9), ao participarem, contribuem apenas com o valor mínimo definido para uma cultura a ser plantada, como esperado.
- As áreas plantadas de Fava (x_4), Girassol (x_7), Milho (x_8) e Quiabo (x_{11}) apresentam uma grande variedade de configurações conforme o valor de λ varia na FO.
- As áreas plantadas de Trigo (x_1), Beterraba (x_2), Cravo (x_3), Cebolinha (x_5), Batatas de Outono (x_6), Tomates (x_9), Pepinos (x_{10}) e Melancia (x_{12}) respondem pouco à variação de λ.
- E as áreas plantadas de Trigo (x_1), Fava (x_4) e Quiabo (x_{11}) para nenhum dos valores de λ resultam em um valor de área plantada igual a zero.

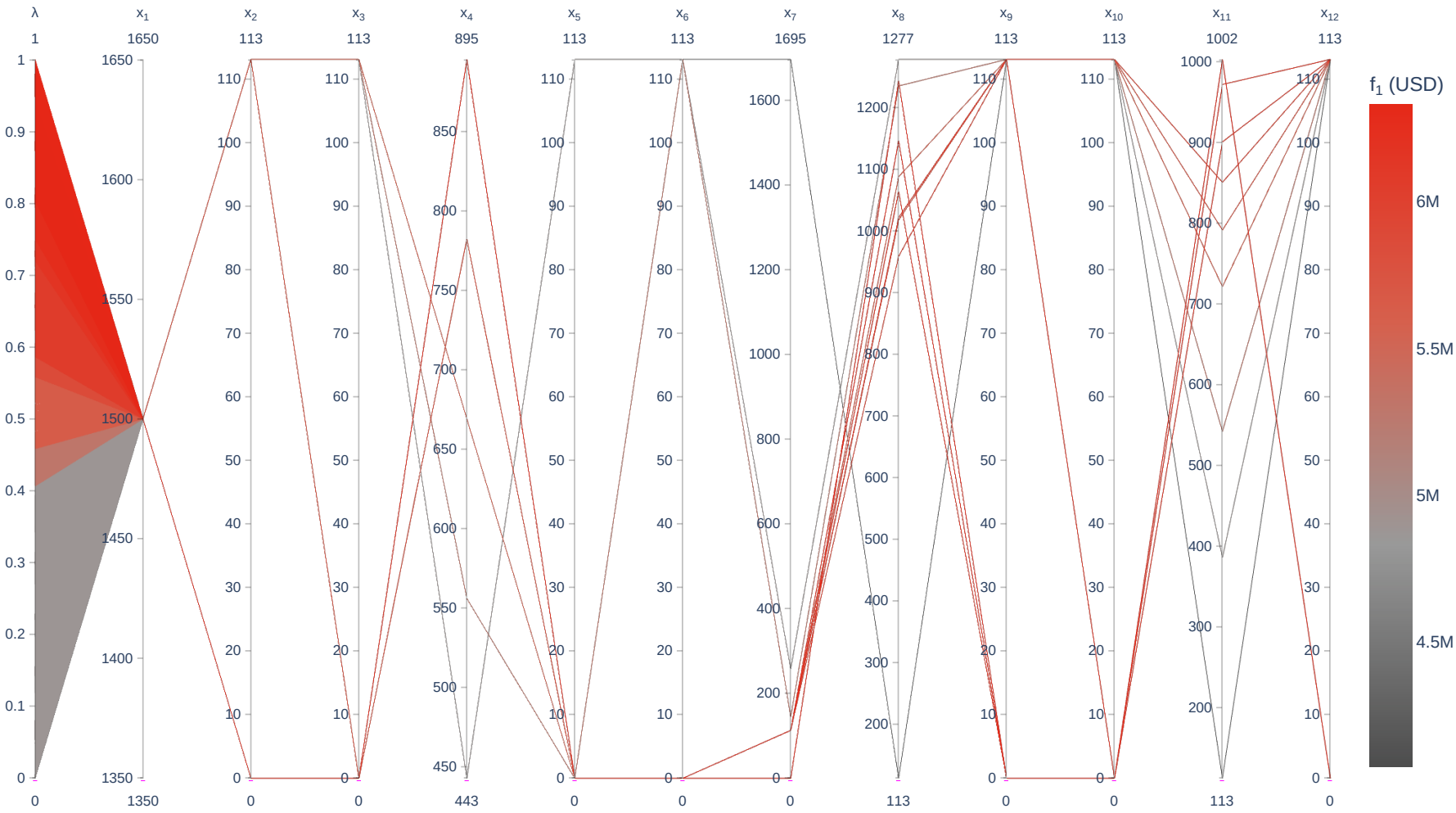


Figura V.5: (*i*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 3 (PPCM) - FO $f_1(\mathbf{x})$ *vs* λ.

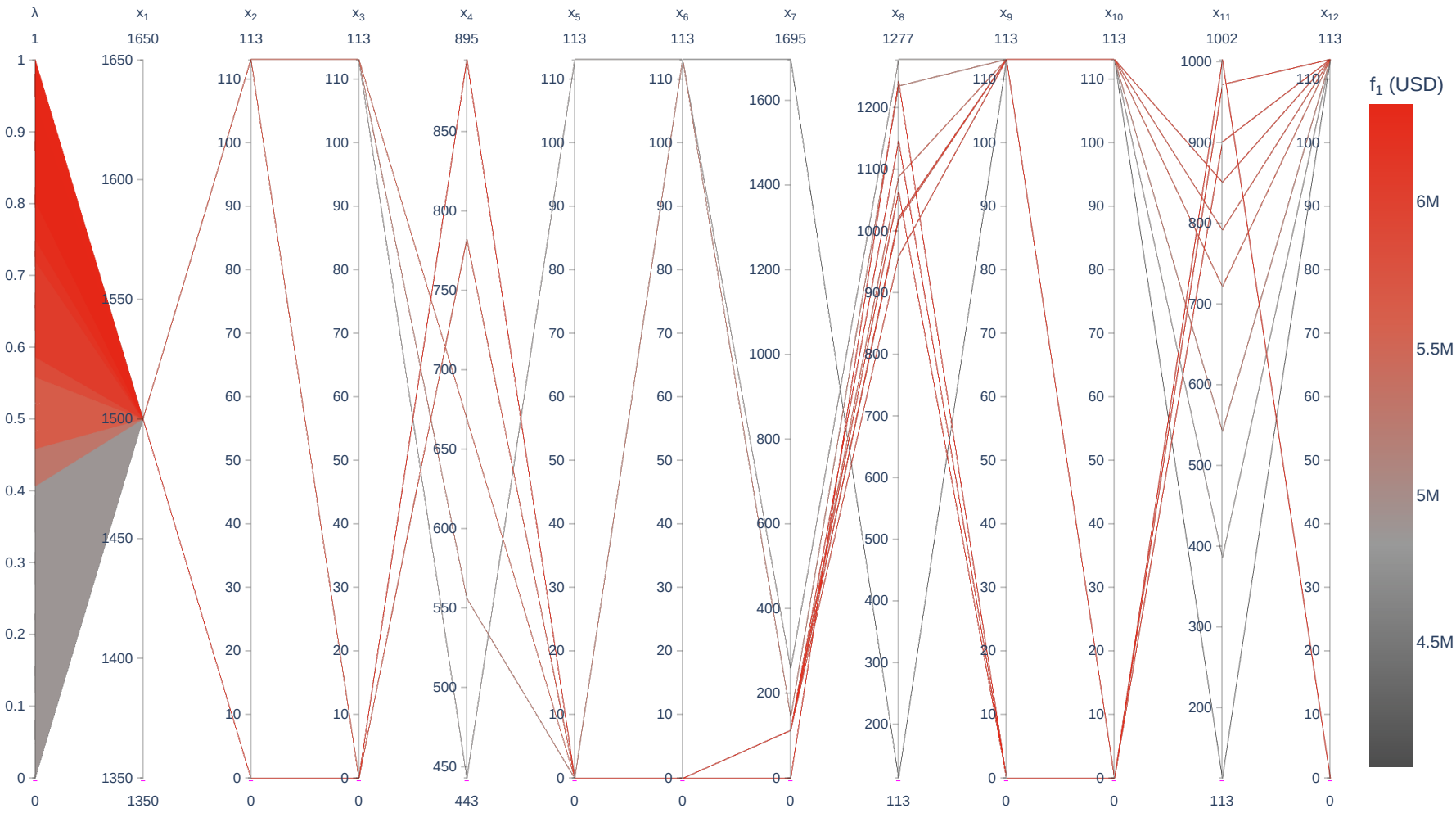


Figura V.5: (*ii*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 3 (PPCM) - FO $f_2(\mathbf{w})$ *vs* λ.

V.4 Estudo de Caso 4: Modelo 4 - Planejamento de Rotação de Culturas Multiobjetivo para Dois Anos

Esta seção discute os resultados do modelo apresentado em Seção IV.2.4 para o PPRCM considerando todas as culturas ($n = 12$) e dois anos ($m = 2$) de horizonte de planejamento. Dessa forma, temos um total de 24 variáveis de decisão no conjunto $\mathbf{u}$ e igual número no conjunto $\mathbf{v}$. Foram utilizadas todas as culturas que dispõem-se de dados ($n = 12$), a saber: Trigo ($i = 1$), Beterraba ($i = 2$), Cravo-da-Índia ($i = 3$), Fava ($i = 4$), Cebolinha ($i = 5$), Batata de Outono ($i = 6$), Girassol ($i = 7$), Milho ($i = 8$), Tomates ($i = 9$), Pepinos ($i = 10$), Quiabo ($i = 11$) e Melancia ($i = 12$).

Para resolver o modelo descrito na Equação IV.23, as equações foram normalizadas e aplicado o Método de Soma Ponderada, descrito na Seção III.4.2. Assim a Equação IV.23 pode ser reescrita na Equação V.8, abaixo.

$$
\begin{aligned}
\text{maximizar} \quad & g(\mathbf{u},\mathbf{v}) && = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \overline{g_i}, && \text{(V.8a)}\\
\text{sujeito a} \quad & \mathbf{1}_2 \otimes \mathbf{A}\cdot\mathbf{u} && \leq \mathbf{1}_2 \otimes \mathbf{b}, && \text{(V.8b)}\\
& -\mathbf{I}_{24}\cdot\mathbf{u} + \eta\mathbf{I}_{24}\cdot\mathbf{v} && \leq \mathbf{0}_{24}, && \text{(V.8c)}\\
& \mathbf{u} && \geq \mathbf{1}_2 \otimes \mathbf{q}, && \text{(V.8d)}\\
& -u_1 + u_{15} + u_{16} && \leq 0, && \text{(V.8e)}\\
& -u_3 - u_4 + u_{20} && \leq 0. && \text{(V.8f)}
\end{aligned}
$$

onde $p = 3$, $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i = 1$ e

$$
\alpha_i = \begin{cases} \lambda & i = 1 \\ \frac{(1-\lambda)}{(n-1)} & i \neq 1 \end{cases} \tag{V.9}
$$

Com isso, foram realizadas variações do valor de $\lambda \in [0,1]$ usando uma discretização linear igualmente espaçada com 1000 elementos, como feito para resolver o PPCM (Seção V.3). O resultado da FO normalizada para o problema estudado considerando cada valor de λ é mostrado na Figura V.6. Nesta figura podemos ver que a FO tem um comportamento convexo com seus valores máximos nos extremos do intervalo de λ. E ainda, em torno do ponto de equilíbrio entre as funções ($\lambda = 0,5$), o valor da FO normalizada (Equação V.8a) atinge valores próximos a $0,9$. Tal fato mostra que também é possível estabelecer um compromisso entre os objetivos conflitantes no modelo de rotação de culturas de dois anos.

A Figura V.7 descreve o efeito da variação de λ na FO $g_1(\mathbf{u})$, baseada no lucro líquido e descrita na Equação IV.23. Verifica-se que quando $\lambda = 0$, onde é considerado apenas o objetivo de variação da safra, o lucro

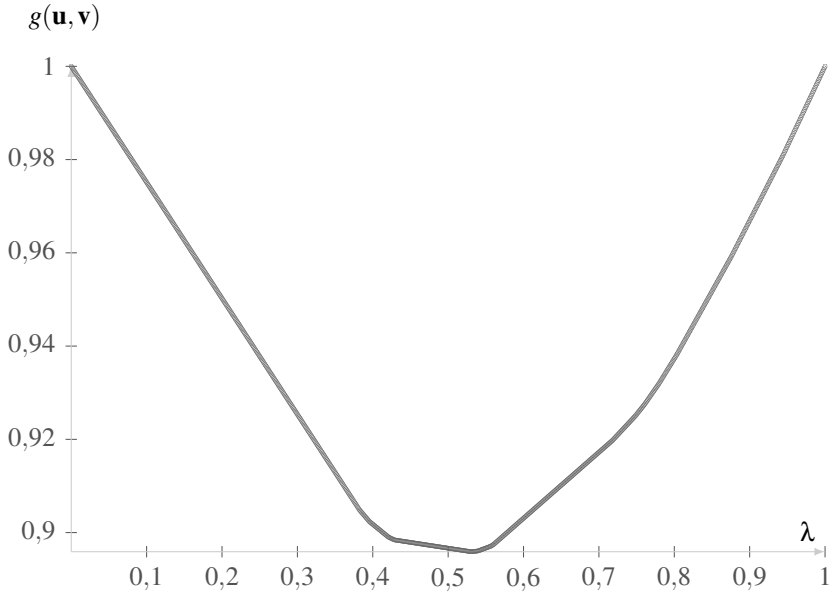


Figura V.6: FO normalizada $g(\mathbf{u},\mathbf{v})$ *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.4.

líquido obtido é de $7 360 349,00. Isso representa cerca de 58% do lucro líquido obtido no modelo apresentado em Seção IV.2.2, que visa apenas o lucro líquido. Com o aumento de λ para valores próximos ao equilíbrio entre os objetivos ($\lambda = 0,5$) obtemos um lucro líquido em torno de $11 134 990,00, isso representa 88% do valor alcançado pelo modelo com apenas o objetivo de maximizar o lucro líquido. Assim, percebe-se que no ponto de equilíbrio entre os objetivos, os modelos para o PPCM de um ano e o para o PPRCM de dois anos preservam a mesma proporção de receita líquida quando comparados aos seus pares que visam apenas maximizar o lucro (i.e. PPC e PPRC).

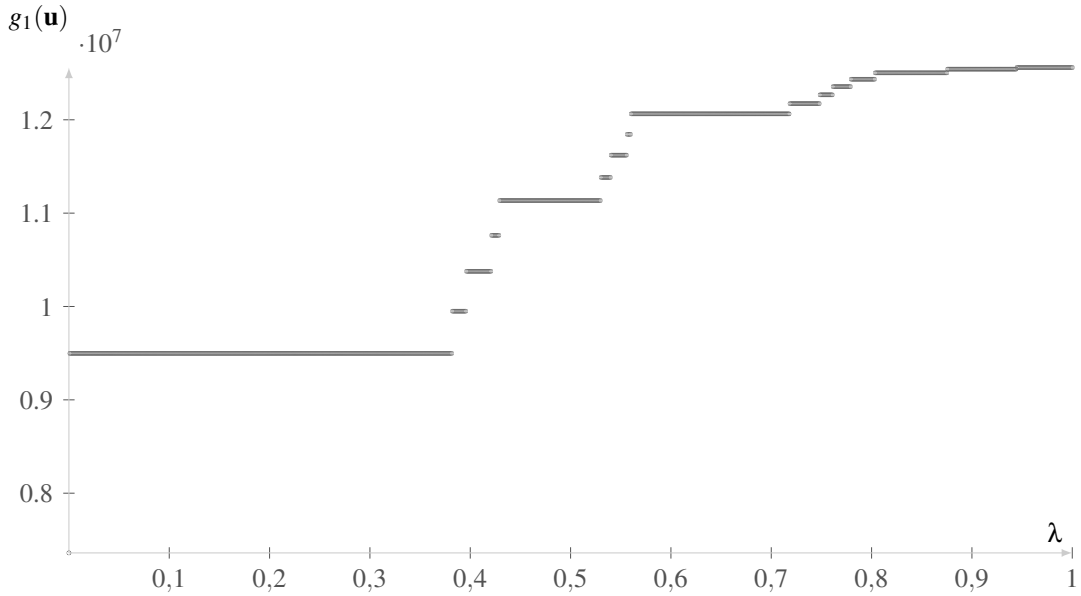


Figura V.7: Resultado da FO $g_1(\mathbf{u})$ (Lucro Líquido, em USD) *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.4 (dados de dois anos).

Na Figura V.8 podemos verificar o efeito da mudança de λ na FO $g_2(\mathbf{v})$ (Equação IV.23b), com base

no número de culturas diferentes cultivadas e descritas em Equação IV.23. Fica evidente que conforme λ cresce, ou seja, a função lucro líquido ganha mais peso, a variedade de cultivos diminui, como também ocorre no modelo para apenas um ano, que é um comportamento esperado. Em torno do ponto de equilíbrio entre as FO, temos 20 culturas plantadas. Isso são todas as culturas plantadas, exceto cebolinha e batata de outono (nos dois anos), pois ambas tem maior capital requirido para plantio e a cebolinha baixo valor de retorno líquido. Tal resultado representa um aumento de 100% na variedade de culturas plantadas com rendimento líquido reduzido em menos de 12% quando comparado ao modelo com apenas o objetivo de maximizar o rendimento líquido.

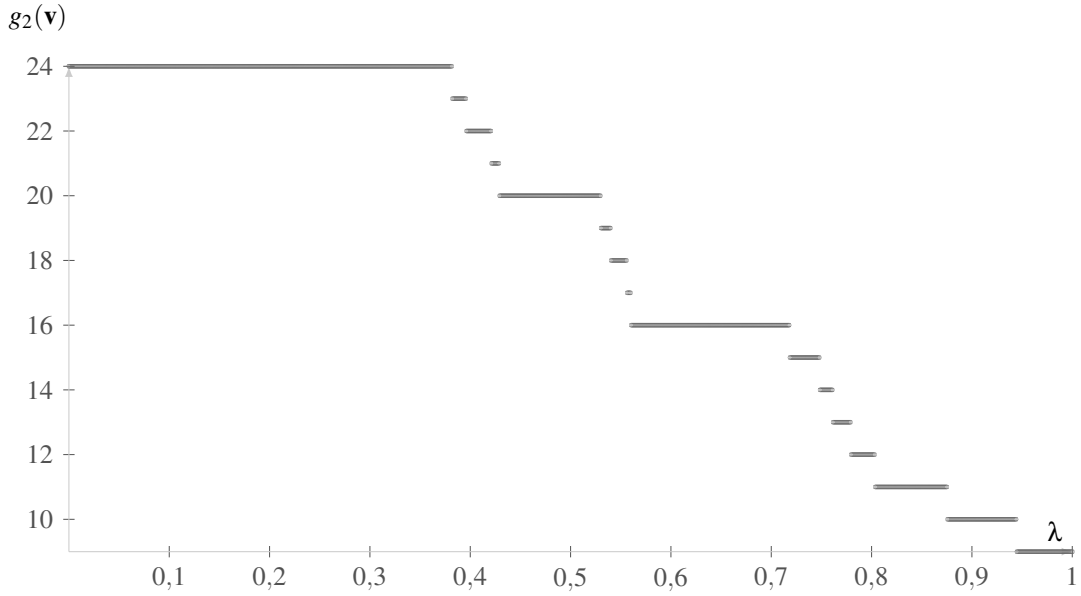


Figura V.8: Resultado da FO $g_2(\mathbf{v})$ (Variedade de Culturas) *vs* λ para o modelo proposto na Seção IV.2.4 (dados de dois anos).

Ainda, analisando Figura V.7 e comparando seus resultados com os apresentados na Figura V.8, pode-se observar que quando o valor de λ fica em torno de 0,6 obtemos um lucro líquido de $12 063 670,00, cerca de 96% do lucro líquido do modelo apresentado na Seção IV.2.1 (com apenas um objetivo), e ainda temos 16 lavouras plantadas (considerando os dois anos), uma melhoria de 60% na diversidade de lavouras (mais de três em cada ano). Neste cenário, são plantadas as culturas de trigo, fava, girassol, milho, tomate, pepino, quiabo e melancia, em ambos os anos.

Por fim, tem-se as Figura V.9 e Figura V.10, que apresentam um gráfico de coordenadas paralelas no qual é possível verificar o comportamento da quantidade de área destinada a cada cultura em função da variação de λ e sua respectiva influência na FO que expressa o lucro líquido (Equação IV.23a) e a variedade de culturas plantadas (Equação IV.23b). A Figura V.9 descreve o resultado para o primeiro ano e a Figura V.10 descreve o resultado para o segundo ano.

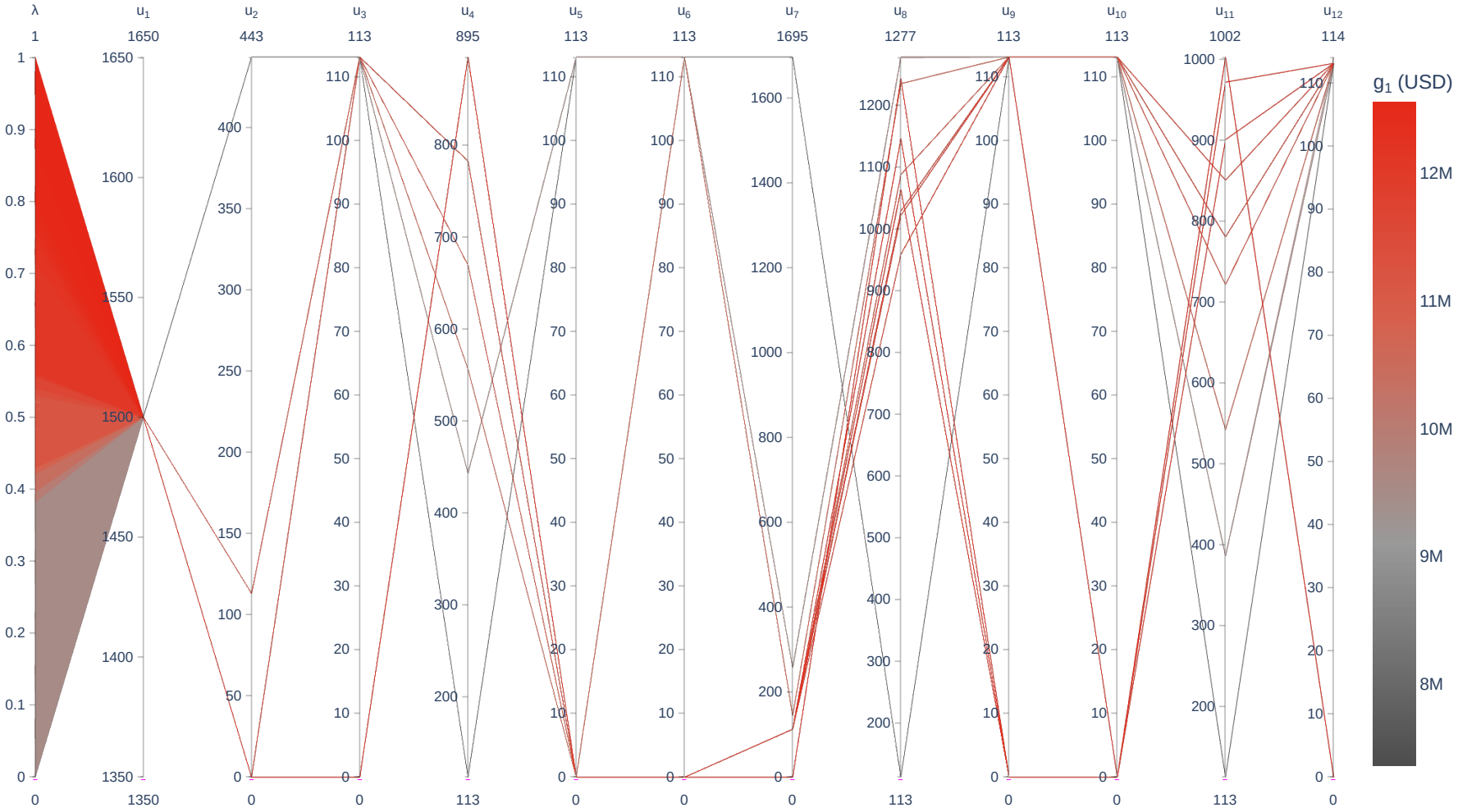


Figura V.9: (*i*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 4 (PPRCM) - FO $g_1(\mathbf{u})$ *vs* λ (para culturas do primeiro ano).

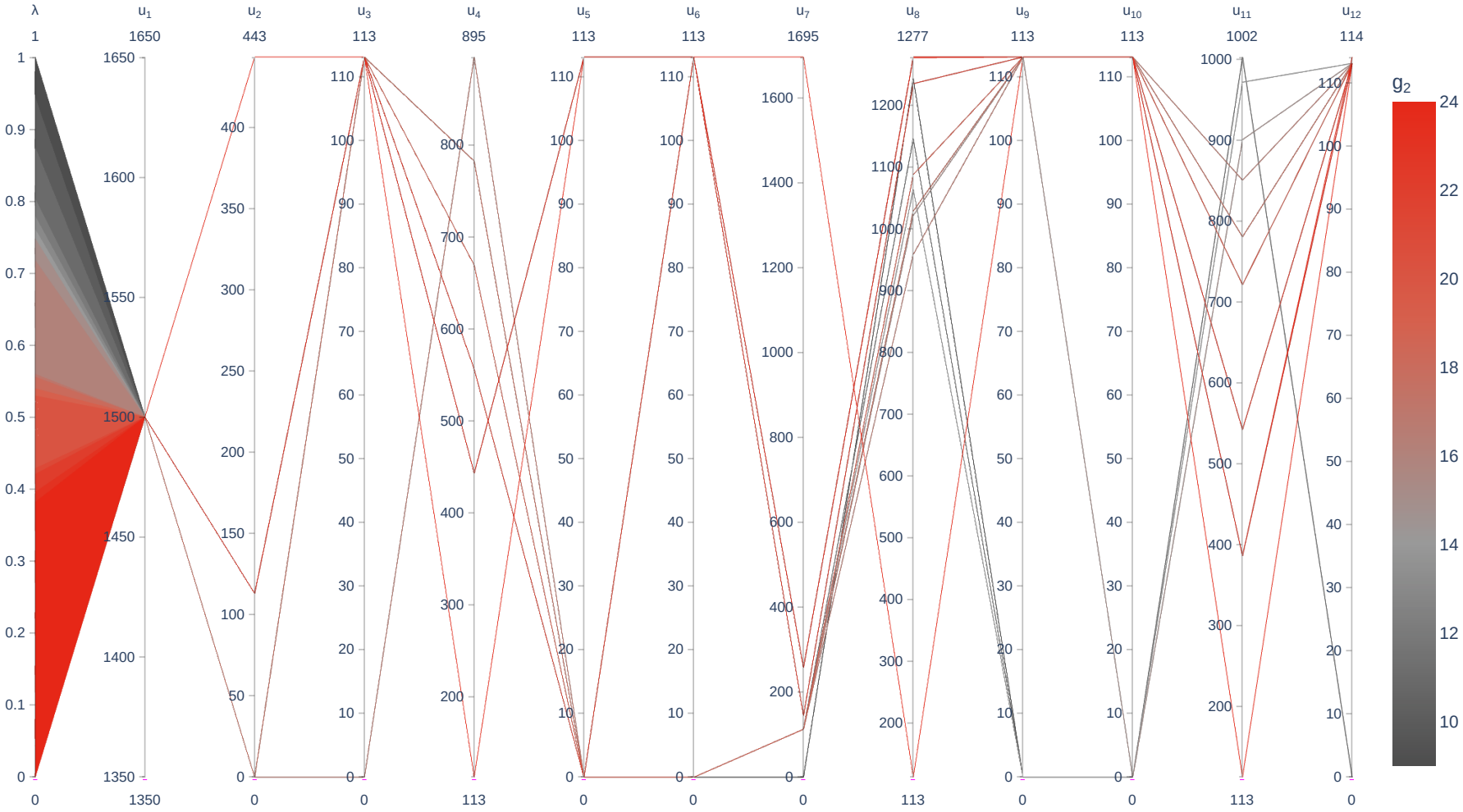


Figura V.9: (*ii*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 4 (PPRCM) - FO $g_2(\mathbf{v})$ *vs* λ (para culturas do primeiro ano).

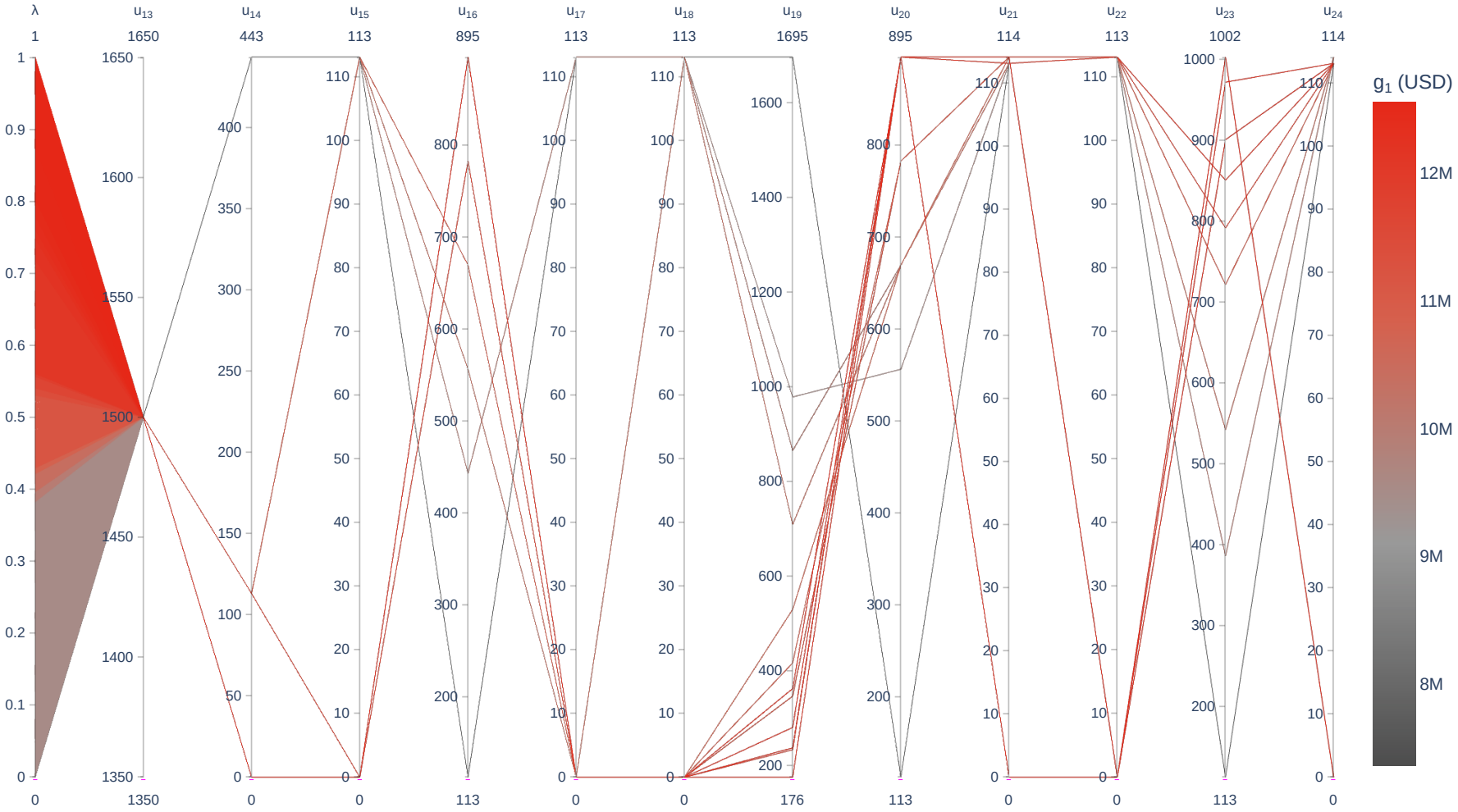


Figura V.10: (*i*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 4 (PPRCM) - FO $g_1(\mathbf{u})$ *vs* λ (para culturas do segundo ano).

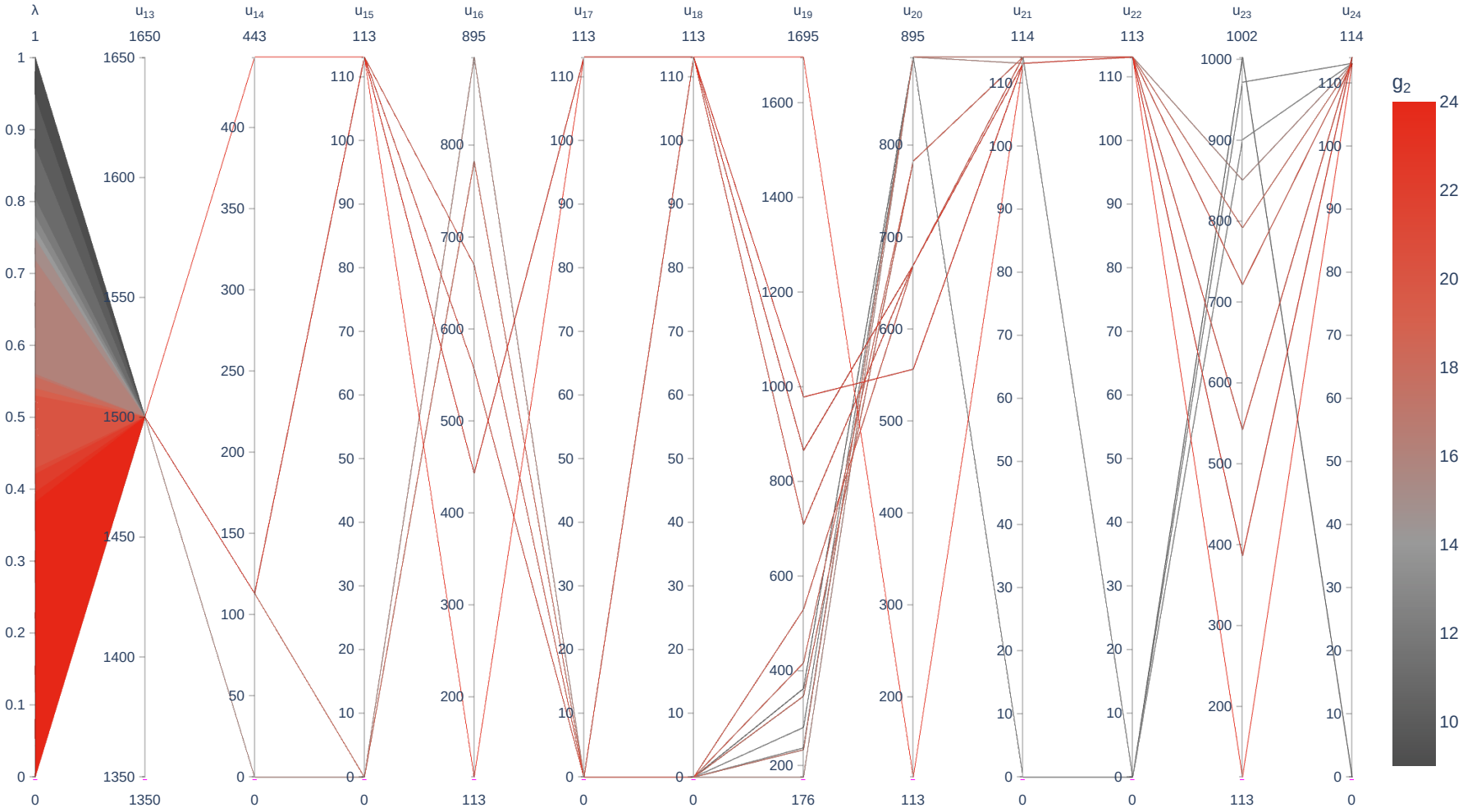


Figura V.10: (*ii*) Gráfico de coordenadas paralelas - Modelo 4 (PPRCM) - FO $g_2(\mathbf{v})$ *vs* λ (para culturas do segundo ano).

A partir das Figura V.9 e Figura V.10 são verificados os seguintes comportamentos na solução:

- No primeiro e segundo ano, valores de λ abaixo de 0,4 produzem baixo rendimento líquido (Figura V.9 *(i)* e Figura V.10 *(i)*), mas produzem uma variedade muito alta de culturas plantadas (Figura V.9 *(ii)* e Figura V.10 *(ii)*).
- No primeiro e segundo ano, as culturas de Beterraba ($u_{2,1}$, $u_{2,2}$), Cravo-da-Índia ($u_{3,1}$, $u_{3,2}$), Cebolinha ($u_{5,1}$, $u_{5,2}$), Batata de Outono ($u_{6,1}$, $u_{6,2}$), Tomate ($u_{9,1}$, $u_{9,2}$) e Pepino ($u_{10,1}$, $u_{10,2}$), quando participantes da solução, contribuem apenas com cerca do valor mínimo definido para uma cultura a ser plantada.
- No primeiro e segundo ano, as áreas plantadas de Fava ($u_{4,1}$, $u_{4,2}$), Girassol ($u_{7,1}$, $u_{7,2}$), Milho ($u_{8,1}$, $u_{8,2}$) e Quiabo ($u_{11,1}$, $u_{11,2}$) apresentam uma grande variedade de configurações conforme o valor de λ varia na FO.
- No primeiro ano, as áreas plantadas das culturas Trigo ($u_{1,1}$), Fava ($u_{4,1}$), Milho ($u_{8,1}$) e Quiabo ($u_{11,1}$) para nenhum dos valores de λ resultam em um valor de área plantada igual a zero.
- No segundo ano, as áreas plantadas das culturas Trigo ($u_{1,2}$), Fava ($u_{4,2}$), Girassol ($u_{7,2}$), Milho ($u_{8,2}$) e Quiabo ($u_{11,2}$) para nenhum dos valores de λ resultam em um valor de área plantada igual a zero.
- E as áreas utilizadas pelas culturas nos dois anos são aproximadamente semelhantes em seu comportamento devido à variação de λ.

De forma geral, observa-se que o modelo apresentou comportamento similar ao modelo desenvolvido para apenas um ano. Os ganhos financeiros e de diversidade próximo ao ponto de compromisso ($\lambda = 0{,}5$) apresentaram percentuais de mesma ordem e no ponto de $\lambda = 0{,}6$ a mesma performance, sendo o melhor ponto em ganho de diversidade *vs* retorno financeiro. No estudo de caso a seguir será explorado um horizonte mais longo de tempo bem como utilizadas outra técnica de combinação das funções para explorar melhor a associação entre as funções.

V.5 Estudo de Caso 5: Modelo 4 - Planejamento de Rotação de Culturas Multiobjetivo (Máximo Horizonte Suportado)

Neste estudo de caso serão apresentados e discutidos os resultados obtidos com o modelo apresentado em Seção IV.2.4 para o PPRCM considerando o maior horizonte de tempo (maior instância) suportada pelo solver escolhido. Como método de combinação das funções serão aplicados o Método de Soma Ponderada, (Seção III.4.2), e o Método ε-restrito (Seção III.4.1). E foram consideradas todas as culturas disponíveis no conjunto de dados ($n = 12$), a saber: Trigo ($i = 1$), Beterraba ($i = 2$), Cravo-da-Índia ($i = 3$), Fava ($i = 4$), Cebolinha ($i = 5$), Batata de Outono ($i = 6$), Girassol ($i = 7$), Milho ($i = 8$), Tomate ($i = 9$), Pepino ($i = 10$), Quiabo ($i = 11$) e Melancia ($i = 12$).

V.5.1 Solução com Método da Soma Ponderada

Para resolver o modelo apresentado na Equação IV.23, as equações foram normalizadas e aplicado o Método de Soma Ponderada. Assim a Equação IV.23 pode ser reescrita segundo a Equação V.10. Foram utilizadas todas as culturas ($n = 12$) e o horizonte de planejamento foi variado até o limite em que o solver foi capaz de executar (15 anos) com limite de tempo de 12 horas.

$$
\begin{aligned}
\text{maximizar} \quad & g(\mathbf{u},\mathbf{v}) && = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \overline{g_i}, && \text{(V.10a)}\\
\text{sujeito a} \quad & \mathbf{1}_m \otimes \mathbf{A}\cdot\mathbf{u} && \leq \mathbf{1}_m \otimes \mathbf{b}, && \text{(V.10b)}\\
& -\mathbf{I}_{12m}\cdot\mathbf{u} + \eta\mathbf{I}_{12m}\cdot\mathbf{v} && \leq \mathbf{0}_{12m}, && \text{(V.10c)}\\
& \mathbf{u} && \geq \mathbf{1}_m \otimes \mathbf{q}, && \text{(V.10d)}\\
& -u_{(1+12(k-2))} + u_{(3+12(k-1))} + u_{(4+12(k-1))} && \leq 0 \quad \text{Se } m < 1 \Rightarrow k = \{2,\ldots,m\}, && \text{(V.10e)}\\
& -u_{(3+12(k-2))} - u_{(4+12(k-2))} + u_{(8+12(k-1))} && \leq 0 \quad \text{Se } m < 1 \Rightarrow k = \{2,\ldots,m\}. && \text{(V.10f)}
\end{aligned}
$$

onde $p = 3$, $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i = 1$ e

$$
\alpha_i = \begin{cases} \lambda & i = 1 \\ \frac{(1-\lambda)}{(n-1)} & i \neq 1 \end{cases} \tag{V.11}
$$

Dessa forma, temos no modelo um total de variáveis de decisão igual a $24m$ e o total de $45m-2$ restrições, onde m é o número de anos avaliados.

Para execução e obtenção de soluções não dominadas foram avaliadas diferentes variações do valor de $\lambda \in [0,1]$ usando; uma discretizações obedecendo uma função linear ($x = y$) igualmente espaçada (Figura V.11); e duas funções sigmoides (Equação V.12) com $\sigma = -0.004$ (Figura V.12), adotar-se-á a notação **SIG004** para identifica-lá, e com $\sigma = -0.06$ (Figura V.13), a notação **SIG06** será aplicada para identifica-lá. Todas as três funções foram discretizadas com 1000 elementos.

$$
\text{sig}(x,\sigma,\nu) = \frac{1}{1+\exp\left(\sigma\cdot\left(x-\frac{\nu}{2}\right)\right)} \tag{V.12}
$$

Na Equação V.12, x é a variável de entrada, σ é o parâmetro de inclinação da sigmoide, e o termo $-\frac{\nu}{2}$ define um deslocamento do centro da sigmoide, com ν sendo igual ao número de elementos da discretização.

A Tabela V.5, apresenta um consolidado das diferentes variações de α avaliadas e dos resultados obtidos. Nela estão apresentados a quantidade de anos para qual foi executado o estudo, quantidade de variáveis de decisão e restrições, a metodologia de variação de α e o tempo médio e desvio padrão do tempo de execução considerando a solução do problema com diferentes valores de α. Além disso, os valores alcançados

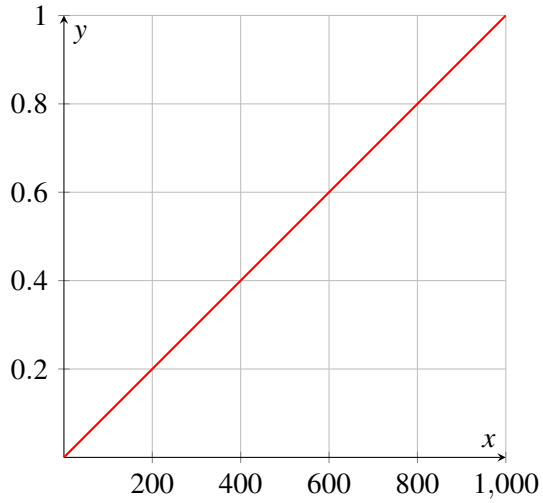


Figura V.11: Variação Linear de α.

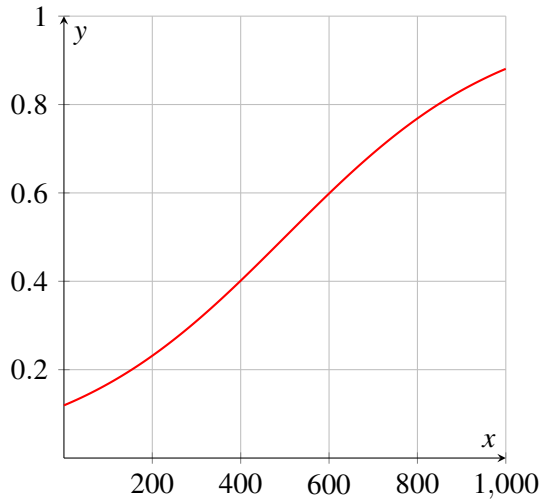


Figura V.12: Variação em Função Sigmoide ($\sigma = -0{,}004$) de α.

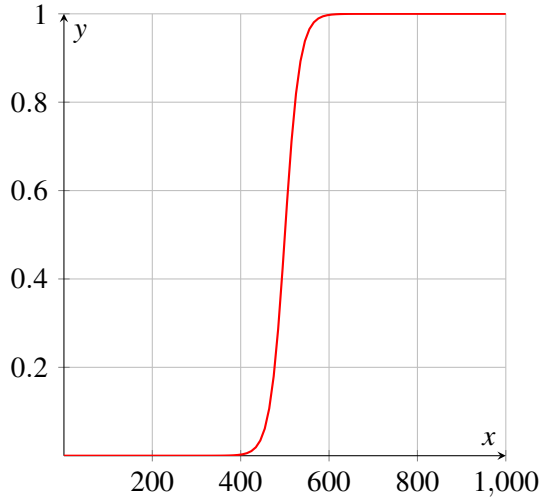


Figura V.13: Variação em Função Sigmoide ($\sigma = -0{,}06$) de α.

para cada objetivo (maximizar retorno líquido, diversidade de culturas e utilização da área disponível) são apresentados utilizando as medidas sumarizadoras de média, mínimo, máximo e desvio padrão (DP).

A análise dos resultados apresentados na Tabela V.5 revela dados importantes sobre o comportamento do modelo proposto ao longo de diferentes horizontes de planejamento e métodos de variação do parâmetro α. O tempo de execução médio, uma métrica fundamental para avaliar a viabilidade computacional, apresenta crescimento proporcional ao número de restrições e variáveis de decisão, que aumentam com a extensão do horizonte de planejamento. Nos anos iniciais, quando o modelo é menos complexo (43 restrições e 24 variáveis no Ano 1), o tempo de execução médio se mantém baixo, independentemente do método de variação. No entanto, à medida que o número de restrições e variáveis atinge patamares mais elevados, como no Ano 15 (673 restrições e 360 variáveis), o tempo de execução médio é significativamente maior, especialmente para discretizações lineares e sigmoides com $\sigma = -0{,}004$. A sigmoide com $\sigma = -0{,}06$, por outro lado, demonstra maior estabilidade em termos de variação (*DP*), sugerindo uma adequação melhor para cenários mais complexos.

O retorno líquido total, medido em milhões de dólares, cresce consistentemente ao longo dos anos, refletindo o impacto positivo da ampliação do horizonte de planejamento na maximização do retorno. Enquanto os valores iniciais giram em torno de 5 milhões de dólares, no Ano 15, a média do retorno alcança 81,17 milhões de dólares sob a variação linear. Contudo, as sigmoides, especialmente com $\sigma = -0{,}06$, apresentam maior variabilidade nos retornos (*DP* elevado), indicando que mudanças nos pesos atribuídos às funções objetivo podem causar flutuações mais expressivas nos resultados econômicos. Esse comportamento pode ser explorado em cenários nos quais ajustes finos no planejamento sejam desejáveis para lidar com incertezas no ambiente agrícola ou para atender a objetivos específicos, como sustentabilidade ou diversificação.

A utilização da área total (U. A.) segue a mesma tendência de crescimento observada no retorno líquido. Nos anos finais, como no Ano 15, a máxima utilização da área disponível, 69825 unidades, é consistentemente alcançada em variações lineares e sigmoides. Esse padrão sugere que, mesmo com diferenças metodológicas, os limites de utilização da área são plenamente atingidos, destacando a eficiência do modelo na alocação de recursos. Ademais, a estabilidade nos valores máximos de utilização reforça a capacidade do modelo de atender a restrições rígidas de planejamento, como a total ocupação do solo disponível.

Por fim, a quantidade de culturas plantadas também apresenta um crescimento notável ao longo do horizonte de planejamento, passando de uma média de 9 culturas plantadas na solução ótima no Ano 1 para 137 culturas plantadas na solução ótima no Ano 15 sob variação linear. Esse aumento reflete o potencial do modelo em incorporar diversificação agrícola ao longo do tempo, o que é essencial para práticas agrícolas sustentáveis. Apesar disso, a variação sigmoide com $\sigma = -0{,}06$ apresenta maior variabilidade nos resultados, chegando a 52 culturas no *DP*, o que indica maior flexibilidade para ajustar o modelo em busca de diversificação adicional, quando necessário.

De maneira geral, os resultados obtidos mostram que o modelo proposto é robusto e eficiente para

cenários de planejamento agrícola. Ele equilibra retornos financeiros, uso eficiente da área e diversificação de culturas, permitindo ajustes conforme os objetivos específicos do tomador de decisão. Além disso, a análise comparativa entre os métodos de variação de α aponta que a escolha da abordagem tem impactos relevantes nos resultados, podendo ser utilizada como um recurso estratégico para diferentes contextos e prioridades.

Tabela V.5: Resultado Consolidado das Execuções Usando Soma Ponderada.

Ano	Const.	V. Dec.	Var. α	Tempo (s)		Retorno Líquido Total (M $)				U. A. Total				Quantidade de Culturas			
				Méd.	DP	Mín.	Máx.	Méd.	DP	Mín.	Máx.	Méd.	DP	Mín.	Máx.	Méd.	DP
1	43	24	Linear	0,02	0,0	3,65	6,33	5,54	0,63	4639	4655	4654	4	4	12	9	3
			SIG004	0,02	0,01	4,87	6,32	5,54	0,6	4654	4655	4655	0	5	12	9	3
			SIG06	0,02	0,01	3,65	6,33	5,14	1,23	4639	4655	4648	8	4	12	8	4
2	88	48	Linear	0,03	0,01	7,31	12,56	10,98	1,34	9294	9310	9309	4	9	24	18	5
			SIG004	0,03	0,01	9,5	12,54	10,99	1,28	9309	9310	9310	0	10	24	19	5
			SIG06	0,04	0,01	7,31	12,56	10,16	2,45	9294	9310	9303	8	9	24	17	7
3	133	72	Linear	0,06	0,06	10,96	18,79	16,42	2,06	13 949	13 965	13 964	4	14	36	28	8
			SIG004	0,07	0,08	14,12	18,77	16,44	1,95	13 964	13 965	13 965	0	15	36	28	7
			SIG06	0,06	0,03	10,96	18,79	15,19	3,66	13 949	13 965	13 958	8	14	36	25	11
4	178	96	Linear	0,13	0,19	14,61	25,01	21,85	2,81	18 604	18 620	18 619	3	19	48	37	11
			SIG004	0,2	0,26	18,74	25,0	21,9	2,63	18 619	18 620	18 620	0	20	48	37	10
			SIG06	0,12	0,09	14,61	25,01	20,23	4,87	18 604	18 620	18 613	8	19	48	34	14
5	223	120	Linear	0,22	0,31	18,26	31,24	27,26	3,57	23 259	23 275	23 275	2	24	60	46	13
			SIG004	0,29	0,41	23,36	31,22	27,35	3,3	23 274	23 275	23 275	0	25	60	47	12
			SIG06	0,14	0,13	18,26	31,24	25,27	6,07	23 259	23 275	23 268	8	24	60	42	18

Tabela V.5 continuação da página anterior

Ano	Const.	V. Dec.	Var. α	Tempo (s)		Retorno Líquido Total (M $)				U.A. Total				Quantidade de Culturas			
				Méd.	DP	Mín.	Máx.	Méd.	DP	Mín.	Máx.	Méd.	DP	Mín.	Máx.	Méd.	DP
6	268	144	Linear	0,31	0,48	21,92	37,47	32,69	4,34	27 914	27 930	27 930	3	29	72	55	16
			SIG004	0,39	0,57	27,99	37,45	32,81	3,99	27 929	27 930	27 930	0	30	72	56	15
			SIG06	0,16	0,17	21,92	37,47	30,29	7,29	27 914	27 930	27 923	8	29	72	51	21
7	313	168	Linear	0,38	0,72	25,57	43,7	38,08	5,13	32 569	32 585	32 584	3	34	84	64	18
			SIG004	0,52	0,88	32,59	43,68	38,27	4,66	32 580	32 585	32 585	0	35	84	65	17
			SIG06	0,17	0,24	25,57	43,7	35,33	8,5	32 569	32 585	32 578	8	34	84	59	25
8	358	192	Linear	0,46	0,84	29,22	49,92	43,48	5,94	37 224	37 240	37 240	2	39	96	74	21
			SIG004	0,67	1,14	37,22	49,91	43,73	5,35	37 235	37 240	37 240	1	40	96	75	20
			SIG06	0,2	0,34	29,22	49,92	40,33	9,74	37 224	37 240	37 233	8	39	96	68	28
9	403	216	Linear	0,58	1,04	32,88	56,15	48,89	6,73	41 879	41 895	41 895	2	44	108	83	24
			SIG004	0,78	2,55	41,84	56,13	49,2	6,04	41 889	41 895	41 895	1	45	108	84	22
			SIG06	0,2	0,37	32,88	56,15	45,36	10,95	41 879	41 895	41 888	8	44	108	77	31
10	448	240	Linear	0,59	1,1	36,53	62,38	54,3	7,53	46 534	46 550	46 550	1	49	120	92	27
			SIG004	0,91	1,49	46,46	62,36	54,66	6,73	46 542	46 550	46 550	1	50	120	93	25
			SIG06	0,25	0,5	36,53	62,38	50,38	12,18	46 534	46 550	46 543	8	49	120	85	35

Tabela V.5 continuação da página anterior

Ano	Const.	V. Dec.	Var. α	Tempo (s)		Retorno Líquido Total (M $)				U.A. Total				Quantidade de Culturas			
				Méd.	DP	Mín.	Máx.	Méd.	DP	Mín.	Máx.	Méd.	DP	Mín.	Máx.	Méd.	DP
11	493	264	Linear	0,79	1,42	40,18	68,61	59,68	8,37	51 189	51 205	51 205	1	54	132	101	29
			SIG004	1,03	1,64	51,07	68,59	60,13	7,42	51 196	51 205	51 205	1	55	132	102	27
			SIG06	0,29	0,54	40,18	68,61	55,38	13,41	51 189	51 205	51 198	8	54	132	94	38
12	538	288	Linear	0,92	1,49	43,84	74,83	65,06	9,21	55 747	55 860	55 860	5	59	144	110	32
			SIG004	1,14	1,56	55,71	74,82	65,61	8,11	55 850	55 860	55 860	1	60	144	111	30
			SIG06	0,31	0,55	43,84	74,83	60,42	14,61	55 747	55 860	55 853	9	59	144	102	42
13	583	312	Linear	1,14	1,8	47,49	81,06	70,43	10,09	60 402	60 515	60 515	5	64	156	119	35
			SIG004	1,44	1,72	60,33	81,04	71,07	8,8	60 504	60 515	60 515	1	65	156	120	33
			SIG06	0,4	0,61	47,49	81,06	65,45	15,82	60 402	60 515	60 508	9	64	156	111	45
14	628	336	Linear	1,9	7,94	51,14	87,29	75,82	10,94	65 126	65 170	65 169	4	69	168	128	37
			SIG004	1,6	2,2	64,95	87,27	76,56	9,48	65 157	65 170	65 169	2	70	168	130	35
			SIG06	0,5	3,91	51,14	87,29	70,46	17,06	65 125	65 170	65 163	8	69	168	119	49
15	673	360	Linear	1,82	4,55	54,79	93,52	81,17	11,83	69 737	69 825	69 823	7	74	180	137	40
			SIG004	2,13	3,19	69,57	93,5	82,03	10,17	69 809	69 825	69 824	4	75	180	139	37
			SIG06	0,58	3,14	54,79	93,52	75,48	18,28	69 737	69 825	69 818	9	74	180	128	52

V.5.2 Solução com Método do ε-restrito

Esta seção apresenta e discute os resultados obtidos utilizando o Método do ε-restrito (Seção III.4.1) para resolver o PPRCM. Assim, o modelo apresentado em IV.23 pode ser reescrito como mostrado em V.13, transformando as FOs previamente apresentadas em IV.23b e IV.23c nas restrições Equação V.13g e Equação V.13h, respectivamente. Foram utilizadas todas as culturas ($n = 12$) e o horizonte de planejamento foi variado até o limite em que o solver foi capaz de executar (8 anos) com limite de tempo de até 12 horas.

$$
\begin{aligned}
\text{maximizar} \quad & g_1(\mathbf{u}) && = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} c_i u_{(i+n(j-1)}, && \text{(V.13a)}\\
\text{sujeito a} \quad & \mathbf{1}_m \otimes \mathbf{A}\cdot\mathbf{u} && \leq \mathbf{1}_m \otimes \mathbf{b}, && \text{(V.13b)}\\
& -\mathbf{I}_{12m}\cdot\mathbf{u} + \eta\mathbf{I}_{12m}\cdot\mathbf{v} && \leq \mathbf{0}_{12m}, && \text{(V.13c)}\\
& \mathbf{u} && \geq \mathbf{1}_m \otimes \mathbf{q}, && \text{(V.13d)}\\
& -u_{(1+12(k-2))} + u_{(3+12(k-1))} + u_{(4+12(k-1))} && \leq 0 \quad \text{Se } m < 1 \Rightarrow k = \{2,\ldots,m\}, && \text{(V.13e)}\\
& -u_{(3+12(k-2))} - u_{(4+12(k-2))} + u_{(8+12(k-1))} && \leq 0 \quad \text{Se } m < 1 \Rightarrow k = \{2,\ldots,m\}, && \text{(V.13f)}\\
& g_2(\mathbf{v}) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} v_{(i+n(j-1))} && \geq \varepsilon_1, && \text{(V.13g)}\\
& g_3(\mathbf{u}) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} u_{(i+n(j-1))} && \geq \varepsilon_2. && \text{(V.13h)}
\end{aligned}
$$

Onde $\varepsilon_1 = \{\varepsilon_{1i} \mid \varepsilon_{1i} \in \mathbb{Z},\, g_2^-(\mathbf{v}) \leq \varepsilon_{1i} \leq g_2^+(\mathbf{v})\}$ e $\varepsilon_2 = \{\varepsilon_{2i} \mid \varepsilon_{2i} \in \mathbb{Z},\, g_3^-(\mathbf{u}) \leq \varepsilon_{2i} \leq g_3^+(\mathbf{u})\}$ ambos os conjuntos com valores linearmente espaçados com 1000 elementos.

Dessa forma, temos um total de $24m$ variáveis de decisão e de $45m$ restrições no modelo, onde m é o número de anos avaliados.

Os resultados consolidados obtidos no estudo de caso são apresentados na Tabela V.6. Nela estão apresentados a quantidade de anos para qual foi executado o estudo, quantidade de constantes e restrições e o tempo médio de execução de cada otimização para diferentes valores de ε. Além disso, os valores alcançados para cada objetivo são apresentados utilizando as medidas sumarizadoras de média, mínimo, máximo e desvio padrão (DP), mesmo para as funções que foram transformadas em restrições. Ainda, nas funções que foram transformadas em restrições são analisados os valores mínimos e máximos aplicados ao ε.

Tabela V.6: Resultado Consolidado das Execuções Usando ε-restrito.

Ano	Const.	V. Dec.	Tempo (s)		Retorno Líquido Total (M $)				ε_1		U. A. Total				ε_2		Quantidade de Culturas			
			Méd.	DP	Mín.	Máx.	Méd.	DP	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Méd.	DP	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Méd.	DP
1	45	24	0,02	0,03	4,88	6,33	6,08	0,34	1500	4655	4639	4655	4649	8	1	12	4	12	7	2
2	90	48	0,04	0,01	9,5	12,56	11,99	0,78	3000	9310	9294	9310	9304	8	2	24	9	24	14	5
3	135	72	0,06	0,02	14,12	18,79	17,91	1,21	4500	13 965	13 949	13 965	13 959	8	3	36	14	36	21	7
4	180	96	0,08	0,03	18,74	25,01	23,82	1,66	6000	18 620	18 604	18 620	18 614	8	4	48	19	48	28	9
5	225	120	0,11	0,05	23,36	31,24	29,74	2,1	7500	23 275	23 259	23 275	23 269	8	5	60	24	60	35	12
6	270	144	0,17	0,17	27,99	37,47	35,65	2,55	9000	27 930	27 914	27 930	27 924	8	6	72	29	72	43	14
7	315	168	0,36	0,6	32,61	43,7	41,56	2,99	10 500	32 585	32 569	32 585	32 579	8	7	84	34	84	50	16
8	360	192	0,98	2,23	37,23	49,92	47,47	3,43	12 000	37 240	37 224	37 240	37 234	8	8	96	39	96	57	19

A análise dos resultados apresentados na Tabela V.6 destaca a aplicação do Método do ε-restrito como uma abordagem robusta para a resolução de problemas multiobjetivo no contexto agrícola. Esse método transforma objetivos secundários em restrições parametrizadas por ε_1 e ε_2, testando exaustivamente 1000×1000 combinações de valores para cada ano do horizonte de planejamento. Tal abordagem permite identificar soluções que atendam a múltiplas prioridades, considerando diferentes configurações de *trade-offs*.

O tempo médio de execução por ano mostra um aumento proporcional ao número de restrições e variáveis de decisão. No Ano 1, com 45 restrições e 24 variáveis, o tempo médio foi de 0,02 segundos, enquanto que no Ano 8, com 360 restrições e 192 variáveis, alcançou 0,98 segundos. Essa progressão é esperada devido à complexidade crescente do modelo e à grande quantidade de combinações de ε avaliadas. O desvio padrão (*DP*) mais elevado nos anos finais sugere maior variabilidade no desempenho computacional, possivelmente devido à dificuldade em encontrar soluções factíveis em regiões específicas do espaço de busca para configurações extremas de ε_1 e ε_2.

O retorno líquido total apresenta crescimento consistente ao longo dos anos, evidenciando o impacto do aumento do horizonte de planejamento na maximização de resultados econômicos. No Ano 1, os valores médios variam entre 4,88 milhões de dólares e 6,33 milhões de dólares, enquanto no Ano 8 atingem 37,23 milhões de dólares a 49,92 milhões de dólares. A amplitude observada nos anos finais reflete a flexibilidade do modelo em ajustar os resultados a diferentes configurações de ε. Isso demonstra que o método do ε-restrito é eficaz em explorar as possibilidades de trade-offs entre objetivos, permitindo ajustes finos conforme as preferências do tomador de decisão.

A utilização da área total (U. A.) também segue a tendência de crescimento, com valores médios que passam de 4649 unidades no Ano 1 para 37234 no Ano 8. Os valores máximos de U. A. atingem os limites do modelo, independentemente das combinações de ε, enquanto os valores médios crescem com o horizonte de planejamento. Este padrão indica que as restrições de uso do solo são satisfeitas consistentemente, ao mesmo tempo em que o modelo ajusta a ocupação média em resposta às variações dos parâmetros ε.

A quantidade de culturas plantadas, por sua vez, aumenta proporcionalmente ao horizonte de planejamento, variando em média de 7 culturas no Ano 1 para 57 no Ano 8. O desvio padrão cresce significativamente nos anos finais, refletindo maior variabilidade e indicando que a diversificação das culturas pode ser amplamente modulada por meio de ajustes em ε_2. Esta característica é particularmente valiosa para a promoção da sustentabilidade agrícola, permitindo ao tomador de decisão equilibrar objetivos econômicos com a biodiversidade agrícola.

A análise do Método do ε-restrito demonstra sua eficácia como uma abordagem estratégica para problemas multiobjetivo, especialmente em contextos agrícolas complexos. A exploração de 1000×1000 combinações de ε_1 e ε_2 permite não apenas identificar soluções que equilibram objetivos conflitantes, mas também fornecer um entendimento aprofundado dos *trade-offs* envolvidos. Essa característica torna o mé-

todo particularmente vantajoso para cenários onde é necessário priorizar tanto a eficiência econômica quanto a sustentabilidade, garantindo flexibilidade para adaptar as soluções a diferentes condições e demandas. Ao ajustar os valores de ε, o tomador de decisão pode moldar o comportamento do modelo, otimizando resultados sob múltiplas perspectivas e possibilitando a aplicação prática em planejamentos de longo prazo e cenários desafiadores de uso agrícola.

V.5.3 Comparação dos Métodos

Os métodos da Soma Ponderada e do ε-restrito foram aplicados ao mesmo modelo de otimização agrícola, proporcionando uma base robusta para a comparação empírica de suas características e impactos nos resultados. Ambos são técnicas bem conhecidas e eficientes para a resolução de problemas multiobjetivo, mas as diferenças metodológicas resultam em padrões distintos de desempenho e comportamento das soluções, conforme evidenciado pelos resultados apresentados.

O Método da Soma Ponderada utiliza pesos (α_i) para combinar múltiplos objetivos em uma única função objetivo, simplificando o problema em termos computacionais. O tempo médio de execução foi consistentemente baixo ao longo dos anos, com variações controladas mesmo para horizontes de planejamento mais longos. Por exemplo, no Ano 8, com 358 restrições e 192 variáveis de decisão, o tempo médio foi de 0,39 segundos ($DP = 0{,}57$), refletindo a eficiência da abordagem. Em contrapartida, o Método do ε-restrito, que exige a avaliação de 1000×1000 combinações de ε_1 e ε_2, apresentou tempos de execução significativamente mais elevados no mesmo ano, com média de 0,98 segundos e $DP = 2{,}23$. Essa diferença evidencia a maior complexidade computacional do ε-restrito, que, embora mais custoso computacionalmente, permite a realização de uma exploração mais detalhada do espaço de soluções.

No que diz respeito aos resultados obtidos, ambos os métodos alcançaram níveis elevados de retorno líquido total, mas o comportamento das soluções apresentou diferenças marcantes. No Ano 8, a Soma Ponderada registrou um retorno médio de $43{,}48M$ ($DP = 5{,}94M$), enquanto o ε-restrito obteve $47{,}47M$ ($DP = 3{,}43M$). O retorno mais elevado e a menor variabilidade do ε-restrito sugerem que ele pode explorar regiões do espaço de soluções que maximizam o retorno sem comprometer significativamente outros objetivos. No entanto, em anos iniciais, como o Ano 1, ambos os métodos apresentaram desempenho semelhante, com retornos médios próximos ($5{,}54M$ para Soma Ponderada e $6{,}08M$ para ε-restrito), indicando que as diferenças entre os métodos se tornam mais pronunciadas em problemas mais complexos.

A utilização da área total (U.A.) revelou outro ponto de divergência entre os métodos. Enquanto o método de Soma Ponderada manteve uma ocupação máxima consistente ao longo dos anos, com variações médias menores, o ε-restrito apresentou maior flexibilidade na ocupação média. No Ano 8, a Soma Ponderada utilizou 37234 unidades em média com desvio padrão igual a 8, enquanto o ε-restrito alcançou o mesmo valor porém com desvio padrão igual a 19, indicando maior adaptabilidade às configurações específicas de ε. Isso pode ser vantajoso em cenários onde a ocupação do solo precisa ser ajustada para atender às

restrições externas, como limites de sustentabilidade ambiental, por exemplo.

A quantidade de culturas plantadas apresentou um contraste ainda mais significativo. O método do ε-restrito mostrou maior capacidade de diversificação, com 57 culturas plantadas em média ($DP = 19$) no Ano 8, em comparação com 47 culturas em média ($DP = 15$) alcançados pelo método da Soma Ponderada. Essa flexibilidade resulta diretamente da parametrização por ε_1 e ε_2, que permite um controle mais refinado sobre os objetivos secundários. Essa característica é particularmente relevante para planejamentos agrícolas que priorizam biodiversidade ou resiliência a longo prazo, mas frequentemente exige maior esforço computacional ao considerar múltiplos critérios.

De forma geral, os dois métodos oferecem vantagens distintas, dependendo dos objetivos e das características do problema. A Soma Ponderada é uma escolha eficiente em termos computacionais, especialmente para problemas convexos, proporcionando soluções rápidas e de fácil interpretação. Em contraste, o ε-restrito é mais flexível, capaz de atender a configurações específicas e explorar um espaço de soluções mais amplo, ainda que com maior custo computacional. No presente estudo, os resultados indicam que o ε-restrito pode oferecer soluções mais robustas em cenários de alta complexidade, mas a Soma Ponderada permanece uma opção prática e eficaz para contextos onde simplicidade e velocidade são cruciais.

Essa comparação ressalta que a escolha do método deve ser informada pelos requisitos específicos do problema, pelo grau de complexidade do cenário e pela disponibilidade de recursos computacionais. Em situações práticas, a aplicação combinada de ambos os métodos pode fornecer uma análise mais completa e balanceada, conciliando eficiência, flexibilidade e sustentabilidade.

Capítulo VI

Publicações Realizadas

Durante o período de desenvolvimento deste mestrado, foram produzidos alguns resultados científicos e computacionais que vão além do escopo da dissertação. Esta seção apresentará tanto os artigos diretamente relacionados ao trabalho aqui desenvolvido quanto aqueles sem correlação direta, mas nos quais o autor contribuiu para o desenvolvimento e integra a lista de autores. Para os artigos cuja publicação não possui limitação de acesso, suas versões completas serão incluídas nos anexos desta dissertação. Além disso, são descritos os códigos computacionais implementados, disponibilizados em repositórios públicos, com o objetivo de fomentar a reprodutibilidade científica e apoiar futuras aplicações práticas dos métodos propostos.

VI.1 Artigos

Nesta subseção, são apresentados os artigos científicos publicados durante o período de realização destes estudos juntamente com uma breve descrição dos trabalhos.

VI.1.1 *Heuristic for the Students Allocation in Brazilian Public Schools: a Case Study*

O trabalho apresenta uma heurística para o Problema de Alocação de Alunos em escolas. Este problema não tem relação direta com a pesquisa desenvolvida. Os dados da publicação e seu resumo são descritos a seguir.

Título Completo: *Heuristic for the Students Allocation in Brazilian Public Schools: a Case Study*.

Autores: Carlos Roberto Vianna, Carlos AMS Teles, Roberto S. G. Pontes, Kele T. Belloze, Francisco Eduardo Cirto, Diego Brandão, Laura S. de Assis, Fernando F. de Carvalho.

Publicado em: *2023 18th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI)*.

Ano: 2023.

DOI: `https://doi.org/10.23919/CISTI58278.2023.10211339`.

Qualis: A4.

Citação: Vianna et al. [2023].

Resumo:

Anualmente, os departamentos de educação municipais e estaduais precisam matricular novos alunos nas escolas do sistema. Em grandes redes de ensino, essa tarefa é realizada automaticamente, o que possibilita aumentar a eficiência do processo de matrícula. Esse processo é conduzido considerando uma série de critérios de priorização que são confortáveis para o aluno e promovem políticas públicas. Neste trabalho, apresentamos uma solução heurística para o Problema de Alocação de Alunos, que avalia grupos de estudantes com prioridade devido a políticas públicas e às preferências de cada aluno. O método proposto foi avaliado utilizando toda a rede fornecida pela Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC-RJ). Os resultados mostraram que a heurística proposta apresentou um bom desempenho em um tempo computacional reduzido.

VI.1.2 *Multi-Objective Models for Crop Rotation Planning Problems*

Este trabalho tem relação direta com o tema desta dissertação, contendo parte do conteúdo aqui apresentado. Ele apresenta versões parciais dos modelos descritos em Seção IV.2.3 e Seção IV.2.4. A seguir realizar-se-á uma descrição do trabalho.

Título Completo: *Multi-objective models for crop rotation planning problems*.

Autores: Roberto Da Silva Gervasio Pontes, Diego Nunes Brandão, Fábio Luiz Usberti, Laura Silva De Assis.

Publicado em: *Agricultural Systems Journal*.

Ano: 2024.

DOI: `https://doi.org/10.1016/j.agsy.2024.104050`.

Qualis: A1.

Citação: Pontes et al. [2024].

Resumo:

CONTEXTO A agricultura é um componente vital da economia global e das sociedades modernas. Ela passou por consolidação e transformação significativas em resposta à crise de abastecimento alimentar, destacando a importante relação entre os seres humanos e o meio ambiente. No entanto, permanecem preocupações sobre a segurança alimentar, especialmente diante da previsão de crescimento populacional para mais de 9,5 bilhões de pessoas até 2050. A informatização das cadeias de suprimento agroalimentares emergiu como uma resposta significativa a esses desafios.

OBJETIVO (1) Desenvolver um modelo multiobjetivo que explore tanto o retorno líquido quanto a diversidade de culturas. (2) Resolver o problema utilizando técnicas que garantam a otimização das soluções. (3) Avaliar o ganho em diversidade de culturas em relação ao retorno líquido da configuração otimizada.

MÉTODOS O estudo apresenta quatro modelos de Programação Linear Inteira Mista Multiobjetivo com variáveis de decisão inteiras e binárias aplicados ao Problema de Planejamento de Rotação de Culturas. Os

objetivos são maximizar a receita líquida, aumentar a diversidade de culturas e melhorar a utilização das terras disponíveis.

RESULTADOS E CONCLUSÕES O estudo utilizou exclusivamente técnicas de programação linear para resolver os modelos, resultando em soluções ótimas. A análise comparativa com modelos existentes na literatura, que focavam principalmente na maximização da receita líquida, revelou resultados notáveis. Os modelos propostos demonstraram um aumento médio de 60% na diversidade de culturas, com perdas na receita líquida inferiores a 5%.

RELEVÂNCIA Esta pesquisa oferece informações valiosas para o planejamento da rotação de culturas e destaca a importância da gestão agrícola e da agricultura de precisão no enfrentamento dos desafios atuais. A natureza inovadora deste estudo é exemplificada pelo uso de técnicas de programação linear inteira mista para resolver um problema multiobjetivo com variáveis inteiras e binárias. Os resultados obtidos demonstram aumento na diversidade de culturas com perdas econômicas mínimas, o que tem implicações significativas para diversas áreas da ciência agrícola, formulação de políticas e práticas agrícolas.

VI.1.3 Aplicação de Técnicas de Aprendizado de Máquina na Determinação de Estoque de Carbono no Solo

O trabalho aplica técnicas de aprendizado de máquina para estimar, por meio de regressão, o valor de Estoque de Carbono do Solo. Os dados da publicação e seu resumo são descritos a seguir. O trabalho tem sua publicação disponível e foi incluída no Capítulo A.

Título Completo: Aplicação de Técnicas de Aprendizado de Máquina na Determinação de Estoque de Carbono no Solo.

Autores: Alexandre Pardelinha, Marcos Bacis Ceddia, Roberto Gervasio, Kele Belloze, Carolina de L. Aguilar, Laura Assis, Diego Brandão.

Publicado em: *Proceedings of the 39th Brazilian Symposium on Data Bases.*

Ano: 2024.

DOI: `https://doi.org/10.5753/sbbd.2024.243218`.

Citação: Pardelinha et al. [2024].

Resumo:

Os solos representam o mais significativo estoque de carbono orgânico (SOC) nos ecossistemas terrestres, sublinhando a importância crítica de estimar com precisão o carbono orgânico do solo para garantir a preservação das funções do solo e a mitigação das alterações climáticas globais. Este estudo emprega uma metodologia baseada em dados para estimar os estoques de carbono em solos brasileiros, comparando técnicas de aprendizado de máquina com diversas estratégias de otimização de hiperparâmetros. Os resultados demonstram o papel fundamental da seleção e processamento de dados, juntamente com a otimização de hiperparâmetros, na resolução deste problema, resultando em melhorias notáveis nas análises do erro médio

absoluto (MAE) e da raiz do erro quadrático médio (RMSE).

VI.2 Códigos Computacionais

Todos os códigos computacionais desenvolvidos para a implementação dos modelos propostos e para a realização das análises descritas neste trabalho, bem como o conjunto de dados utilizado, foram disponibilizados publicamente no repositório do GitHub disponível neste endereço: `https://github.com/SCICOM-CEFET-RJ/CropRotation`. Essa iniciativa tem como objetivo fomentar a reprodutibilidade científica, facilitar a validação dos resultados apresentados e promover a aplicação prática dos métodos em novos cenários.

Capítulo VII

Considerações Finais e Trabalhos Futuros

O presente trabalho apresentou uma abordagem inovadora para a resolução do Problema de Planejamento de Rotação de Culturas Multiobjetivo (PPRCM), integrando modelos matemáticos baseados na literatura mais recente com variáveis, restrições e objetivos que promovem maior diversidade de culturas. A análise comparativa entre os métodos da Soma Ponderada e do ε-restrito demonstrou que ambos os métodos oferecem soluções eficazes, embora apresentem diferenças significativas em termos de desempenho computacional, flexibilidade na diversificação agrícola e impacto nos resultados econômicos.

Os resultados indicaram que a Soma Ponderada é eficiente em termos computacionais, mantendo baixos tempos de execução e resultados economicamente consistentes, mesmo em horizontes de planejamento mais amplos. Por outro lado, o Método do ε-restrito mostrou-se mais robusto para explorar *trade-offs* complexos entre múltiplos objetivos, especialmente em cenários onde a biodiversidade agrícola e a sustentabilidade são prioritárias. A abordagem permitiu analisar 1000×1000 combinações de valores para ε_1 e ε_2, revelando a capacidade de maximizar a diversificação sem comprometer significativamente a receita líquida. Isso pode ser verificado no caso $\lambda = 0,6$, para o método da soma ponderada, em que há um aumento de 60% na variedade de cultivos com uma preservação de cerca de 95% da receita líquida, para ambos os modelos, quando comparados a Al-Nassr [2019], um modelo de PPRC com único objetivo de maximizar a renda líquida.

Na análise de sensibilidade realizada sobre o modelo proposto por Al-Nassr [2019], fica claro que há espaço para explorar melhor os recursos disponíveis. A análise de sensibilidade evidenciou que a inclusão de novas restrições e abordagens, como rotação de culturas mais diversificada, pode ampliar ainda mais a eficiência do modelo, promovendo a sustentabilidade agrícola e o uso otimizado de recursos disponíveis. A expansão da oferta de terras também se mostrou uma variável com grande potencial para melhorar os resultados gerais, ressaltando a importância de políticas públicas ou estratégias de gestão que fomentem o acesso a recursos adicionais para os produtores.

Os experimentos realizados também confirmaram que os modelos propostos conseguem resolver con-

flitos inerentes a múltiplos objetivos, equilibrando produtividade e receita com diversificação e sustentabilidade. A flexibilidade proporcionada pela parametrização, seja pelos pesos na Soma Ponderada ou pelos valores de ε no ε-restrito, oferece ferramentas valiosas para que tomadores de decisão adaptem os modelos às necessidades específicas de cada fazenda ou região, explorando diferentes cenários e definindo estratégias que atendam melhor às demandas locais.

Desta forma, conclui-se com principal contribuição deste trabalho o desenvolvimento de um modelo matemático capaz de otimizar o retorno líquido das plantações, incorporando simultaneamente parâmetros ambientais e sociais, como a diversidade de culturas e o melhor aproveitamento do solo. Essa abordagem possibilita a formulação de estratégias agrícolas mais equilibradas, que conciliam produtividade econômica com sustentabilidade socioambiental. Um aspecto notável é a acessibilidade do modelo, projetado para ser executado sem a necessidade de ferramentas ou *solvers* pagos, o que é especialmente relevante em contextos rurais de países com distribuição de renda desigual e acesso limitado à tecnologia.

Além disso, o trabalho demonstra que a inclusão de variáveis e objetivos associados a práticas sustentáveis gera impactos mínimos no retorno financeiro, ao mesmo tempo que potencializa o desenvolvimento socioambiental das regiões agrícolas. Essa constatação é de grande importância para gestores e formuladores de políticas públicas, pois evidencia que é possível promover a sustentabilidade sem comprometer significativamente a viabilidade econômica. Dessa forma, o modelo proposto contribui para o avanço do planejamento agrícola sustentável, oferecendo uma ferramenta prática e acessível para apoiar decisões estratégicas em diferentes contextos.

Como desdobramentos deste estudo, propõe-se explorar abordagens híbridas que combinem as vantagens da Soma Ponderada e do Método do ε-restrito, potencializando tanto a eficiência computacional quanto a flexibilidade nos resultados. Além disso, a incorporação de técnicas baseadas em aprendizado de máquina para estimar parâmetros e prever cenários agrícolas pode enriquecer os modelos, aumentando sua capacidade de adaptação a contextos variados. Também se sugere o desenvolvimento de modelos que considerem restrições mais detalhadas relacionadas a fatores ambientais, como consumo de água, adubação verde, restrição de famílias botânicas e emissões de carbono, ampliando o escopo para o planejamento agrícola sustentável. Por fim, estudos futuros podem explorar a aplicação dos métodos propostos em escalas maiores, como cooperativas ou regiões agrícolas inteiras, avaliando o impacto econômico e ambiental em larga escala.

Ainda, como futuros estudos, propõe-se o desenvolvimentos de uma base de dados com informações de fazendas agrícolas brasileiras, seja por levantamento de dados de bases consolidadas ou por interpolação de dados de fontes de solo similares. Isso permitira a avaliação do modelo proposto em um cenário nacional, a a mensuração de valor frente a realidade agrária brasileira.

Referências

Al-Nassr, R. S. The optimal crop rotation of ai-rasheed district farms using linear programming technique. *The Iraqi Journal of Agricultural Sciences*, 50:113–127, 2019. 11, 19, 27, 33, 35, 50, 54, 55, 56, 61, 103

Alfandari, L., Lemalade, J. L., Nagih, A., and Plateau, G. A mip flow model for crop-rotation planning in a context of forest sustainable development. *Annals of Operations Research*, 190:149–164, 2011. 16, 26

Alfandari, L., Plateau, A., and Schepler, X. A branch-and-price-and-cut approach for sustainable crop rotation planning. *European Journal of Operational Research*, 241:872–879, 2015. 18, 26

Alotaibi, A. and Nadeem, F. A review of applications of linear programming to optimize agricultural solutions. *International Journal of Information Engineering and Electronic Business*, 13:11–21, 2021. 9, 20, 27

Azab, R., Mahmoud, R. S., Elbehery, R., and Gheith, M. A bi-objective mixed-integer linear programming model for a sustainable agro-food supply chain with product perishability and environmental considerations. *Logistics*, 7:46, 2023. 22, 28, 35

Barghash, M. A., Shurbaji, T. R., and Romman, R. Applying operation research methodologies to hydroponic crop scheduling in a closed system: An integer programming approach. *The Open Agriculture Journal*, 17, 2023. 22, 28

Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J., and Sherali, H. D. *Linear Programming and Network Flows*. John Wiley and Sons, Inc., 4th edition, 2010. 39, 40, 41, 47, 48

Bertsimas, D. and Tsitsiklis, J. N. *Introduction to linear optimization*. Athena Scientific, 1997. 39, 47, 48

Branke, J., Deb, K., Miettinen, K., and Słowiński, R., editors. *Multiobjective Optimization - Interactive and Evolutionary Approaches*. Springer Berlin Heidelberg, 2008. 47

Bullock, D. G. Crop rotation. *Critical Reviews in Plant Sciences*, 11:309–326, 1992. 10

Cai, R., Mullen, J. D., Wetzstein, M. E., and Bergstrom, J. C. The impacts of crop yield and price volatility on producers' cropping patterns: A dynamic optimal crop rotation model. *Agricultural Systems*, 116:52–59, 2013. 11, 13, 17, 24, 31

Capitanescu, F., Marvuglia, A., Gutiérrez, T. N., and Benetto, E. Multi-stage farm management optimization under environmental and crop rotation constraints. *Journal of Cleaner Production*, 147:197–205, 2017. 10, 14, 19, 27, 35

Castellazzi, M. S., Wood, G. A., Burgess, P. J., Morris, J., Conrad, K. F., and Perry, J. N. A systematic representation of crop rotations. *Agricultural Systems*, 97:26–33, 2008. 9, 10

Clarke, H. R. Combinatorial aspects of cropping pattern selection in agriculture. *European Journal of Operational Research*, 40:70–77, 1989. 15, 24

Cohon, J. L. *Multiobjective Programming and Planning*. Academic Press, 1978. 41, 45, 46

Collette, Y. and Siarry, P. *Multiobjective Optimization*. Springer Berlin Heidelberg, 2004. 43

Costa, A. M., Santos, L. M. R. D., Alem, D. J., and Santos, R. H. Sustainable vegetable crop supply problem with perishable stocks. *Annals of Operations Research*, 219:265–283, 2014. 18, 31, 34

da Costa, D. S., Santos, L. N. D., Ferreira, N. R., Takeuchi, K. P., and Lopes, A. S. Mairá-potato (casimirella sp.): Botanical, food, pharmacological, and phytochemical aspects. *Molecules*, 28, 2023. 9

Deb, K. *Multi-objective Optimization*. Springer US, 2014. 41, 42, 43, 45

Detlefsen, N. K. and Jensen, A. L. Modelling optimal crop sequences using network flows. *Agricultural Systems*, 94:566–572, 2007. 10, 16, 24, 25

Dogliotti, S., Rossing, W., and van Ittersum, M. Rotat, a tool for systematically generating crop rotations. *European Journal of Agronomy*, 19:239–250, 2003. 15, 25

Dogliotti, S., Rossing, W. A., and Ittersum, M. K. V. Systematic design and evaluation of crop rotations enhancing soil conservation, soil fertility and farm income: A case study for vegetable farms in south uruguay. *Agricultural Systems*, 80:277–302, 2004. 10, 15, 25

Dury, J., Schaller, N., Garcia, F., Reynaud, A., and Bergez, J. E. Models to support cropping plan and crop rotation decisions. a review. *Agronomy for Sustainable Development*, 32:567–580, 2012. 10, 11, 14, 17, 24

El-Nazer, T. and McCarl, B. A. The choice of crop rotation: A modeling approach and case study. *American Journal of Agricultural Economics*, 68:127–136, 1986. 15, 24

Eum, W. and Lee, J. D. Alternative paths of diversification for developing countries. *Review of Development Economics*, 26:2336–2355, 2022. 9

Far, S. T. and Rezaei-Moghaddam, K. Impacts of the precision agricultural technologies in iran: An analysis experts' perception & their determinants. *Information Processing in Agriculture*, pages 173–184, 2018. 9, 10

Fatemi, A., Glaum, M., and Kaiser, S. Esg performance and firm value: The moderating role of disclosure. *Global Finance Journal*, 38:45–64, 2018. 11

Fikry, I., Eltawil, A., and Gheith, M. A robust crop rotation optimization model with water scarcity and net return uncertainty considerations. *IEEE Access*, 9:128938–128950, 2021a. 9, 10, 20, 26, 35

Fikry, I., Gheith, M., and Eltawil, A. A new formulation and solution for the crop rotation planning problem. In *49th International Conference 2019 (CIE49)*. Computers and Industrial Engineering, 2019. 20, 25, 26

Fikry, I., Gheith, M., and Eltawil, A. A new integrated mathematical model for agro-food supply chain. In *2021 IEEE 8th International Conference on Industrial Engineering and Applications, ICIEA 2021*, pages 432–438. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2021b. 20, 26

Filho, A. A., de Oliveira Florentino, H., Pato, M. V., Poltroniere, S. C., and da Silva Costa, J. F. Exact and heuristic methods to solve a bi-objective problem of sustainable cultivation. *Annals of Operations Research*, 314:347–376, 2022. 21, 30, 34

Filho, A. A., Florentino, H. D. O., and Pato, M. V. A genetic algorithm for crop rotation. In *Proceedings of the 1st International Conference on Operations Research and Enterprise Systems - ICORES*, pages 454–457. INSTICC, SciTePress, 2012. 17, 30, 34

Filho, A. A., Florentino, H. D. O., and Pato, M. V. Metaheuristics for a crop rotation problem. *International Journal of Metaheuristics*, 3:199, 2014. 17, 25, 30, 34

Filho, A. A., Florentino, H. D. O., and Pato, M. V. Metodologias de escalarizações para o problema de rotação de culturas biobjetivo. In *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*. SBMAC, 2018. 11, 19, 28, 33, 34, 35, 45, 47

Filippi, C., Mansini, R., and Stevanato, E. Mixed integer linear programming models for optimal crop selection. *Computers & Operations Research*, 81:26–39, 2017. 19, 27

Forrester, R. J. and Rodriguez, M. An integer programming approach to crop rotation planning at an organic farm. *The UMAP Journal*, 38:5–25, 2018. 19, 27

Furlanetto, R. H., Crusiol, L. G. T., Gonçalves, J. V. F., Nanni, M. R., de Oliveira Junior, A., de Oliveira, F. A., and Sibaldelli, R. N. R. Machine learning as a tool to predict potassium concentration in soybean leaf using hyperspectral data. *Precision Agriculture*, 24:2264–2292, 2023. 9

Groot, J. C. and Yang, X. Trade-offs in the design of sustainable cropping systems at a regional level: A case study on the north china plain. *Frontiers of Agricultural Science and Engineering*, 0:0, 2022. 21, 29

Heady, E. O. Simplified presentation and logical aspects of linear programming technique. *Journal of Farm Economics*, 36:1035, 1954. 24

Hillier, F. S. and Lieberman, G. J. *Introduction to Operations Research*. McGraw-Hill, 8th edition, 2005. 47, 48

Hou, Y., Liu, Y., Xu, X., Fan, Y., He, L., and Wang, S. Improving food system sustainability: Grid-scale crop layout model considering resource-environment-economy-nutrition. *Journal of Cleaner Production*, 403:136881, 2023a. 22, 29

Hou, Y., Liu, Y., Xu, X., Fan, Y., Ma, S., and Wang, S. Grid-scale crop dynamic layout optimization model considering stakeholders' cropping preferences and practice behaviours. *Ecological Indicators*, 155:110963, 2023b. 14, 22, 32

IBGE. Censo agropecuário 2017, 2019. 9

Kharisma, A. and Perdana, T. Linear programming model for vegetable crop rotation planning: a case study. *International Journal of Agricultural Resources, Governance and Ecology*, 15:358, 2019. 20, 27

Lee, G., Bao, C., Langrene, N., and Zhu, Z. Choosing crop rotations under uncertainty: a multi-period dynamic portfolio optimization approach. In *MODSIM2015, 21st International Congress on Modelling and Simulation*. Modelling and Simulation Society of Australia and New Zealand, 2015. 18, 31

Li, J., Rodriguez, D., Zhang, D., and Ma, K. Crop rotation model for contract farming with constraints on similar profits. *Computers and Electronics in Agriculture*, 119:12–18, 2015. 11, 14, 18, 31

Liu, X., Lehtonen, H., Purola, T., Pavlova, Y., Rötter, R., and Palosuo, T. Dynamic economic modelling of crop rotations with farm management practices under future pest pressure. *Agricultural Systems*, 144:65–76, 2016. 11, 14, 19, 24, 31

Mauri, G. R. Improved mathematical model and bounds for the crop rotation scheduling problem with adjacency constraints. *European Journal of Operational Research*, 278:120–135, 2019. 14, 20, 25, 34

McCarl, B. A., Candler, W. V., Doster, D. H., and Robbins, P. R. Experiences with farmer oriented linear programming for crop planning. *Canadian Journal of Agricultural Economics/Revue canadienne d'agroeconomie*, 25:17–30, 1977. 15, 24

Meshram, V., Patil, K., Meshram, V., Hanchate, D., and Ramkteke, S. Machine learning in agriculture domain: A state-of-art survey. *Artificial Intelligence in the Life Sciences*, page 100010, 2021. 9

Muhamediyeva, D., Rahmonova, M., and Shaazizova, M. Application of artificial intelligence technologies to select the optimal cotton crop root scheme. page 3. SPIE, 2023. 23, 30

Muhamediyeva, D. and Raxmonova, M. Application of a genetic algorithm for solving problems of optimization of placement and rotation of crops in cotton crops. page 30. SPIE, 2023. 23, 30

Nevo, A., Oad, R., and Podmore, T. H. An integrated expert system for optimal crop planning. *Agricultural Systems*, 45:73–92, 1994. 15, 24, 25

Pahmeyer, C., Kuhn, T., and Britz, W. 'fruchtfolge': A crop rotation decision support system for optimizing cropping choices with big data and spatially explicit modeling. *Computers and Electronics in Agriculture*, 181, 2021. 14, 20, 27, 35

Pardelinha, A., Ceddia, M. B., Gervasio, R., Belloze, K., de L. Aguilar, C., Assis, L., and Brandão, D. Aplicação de técnicas de aprendizado de máquina na determinação de estoque de carbono no solo. In *Anais do XXXIX Simpósio Brasileiro de Banco de Dados (SBBD 2024)*, pages 673–679. Sociedade Brasileira de Computação - SBC, 2024. 101

Paudel, B., Chan, C., Halbrendt, J., Crow, S. E., Radovich, T. J., and Norton, G. Bioeconomic optimization of conservation agriculture production systems (caps) for smallholder tribal farmers in the hill region of nepal. *Journal of Soil and Water Conservation*, 71:103–117, 2016. 14, 18, 28, 35

Pavón, R., Brunelli, R., and von Lücken, C. *Determining Optimal Crop Rotations by Using Multiobjective Evolutionary Algorithms*. Springer-Verlag, 2009. 16, 29

Piech, B. and Rehman, T. Application of multiple criteria decision making methods to farm planning: A case study. *Agricultural Systems*, 41:305–319, 1993. 15, 24, 41, 42, 46

Pontes, R. D. S. G., Brandão, D. N., Usberti, F. L., and Assis, L. S. D. Multi-objective models for crop rotation planning problems. *Agricultural Systems*, 219:104050, 2024. 100

Purola, T. and Lehtonen, H. Evaluating profitability of soil-renovation investments under crop rotation constraints in finland. *Agricultural Systems*, 180, 2020. 9, 10

Ramón, A., Delgado, A., Ventura, S., Dib, M., and Rodrigues, P. RotaÇÕes de culturas agrÍcolas utilizando programaÇÃo inteira binÁria. *Pesquisa Operacional para o desenvolvimento*, 5:428–442, 2013. 17, 25, 34

Ridier, A., Chaib, K., and Roussy, C. A dynamic stochastic programming model of crop rotation choice to test the adoption of long rotation under price and production risks. *European Journal of Operational Research*, 252:270–279, 2016. 19, 32

Rusdiansyah, A., Malano, S. N., Isnaini, F., and Dewi, R. S. Optimization model of crop planning considering crop rotation with adjacency plots and nutrient cycling. *Agriculture and Natural Resources*, 57:569–578, 2023. 22, 28

Ruzika, S. and Wiecek, M. M. Approximation methods in multiobjective programming. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 126:473–501, 2005. 41, 42, 45

Rădulescu, C. Z. and Rădulescu, M. A decision support tool based on a portfolio selection model for crop planning under risk. *Studies in Informatics and Control*, 21:515–524, 2012. 17, 26

Saath, K. C. d. O. and Fachinello, A. L. Crescimento da demanda mundial de alimentos e restrições do fator terra no brasil. *Revista de Economia e Sociologia Rural*, pages 195–212, 2018. 9

Santos, L. M., Munari, P., Costa, A. M., and Santos, R. H. A branch-price-and-cut method for the vegetable crop rotation scheduling problem with minimal plot sizes. *European Journal of Operational Research*, 245:581–590, 2015. 18, 26, 34

Santos, L. M. R. D., Costa, A. M., Arenales, M. N., and Santos, R. H. S. Sustainable vegetable crop supply problem. *European Journal of Operational Research*, 204:639–647, 2010. 16, 26, 34

Santos, L. M. R. D., Michelon, P., Arenales, M. N., and Santos, R. H. S. Crop rotation scheduling with adjacency constraints. *Annals of Operations Research*, 190:165–180, 2011. 16, 25, 30, 34

Sarker, R. and Ray, T. An improved evolutionary algorithm for solving multi-objective crop planning models. *Computers and Electronics in Agriculture*, 68:191–199, 2009. 16, 30, 45, 46

Schuler, J., Sattler, C., Helmecke, A., Zander, P., Uthes, S., Bachinger, J., and Stein-Bachinger, K. The economic efficiency of conservation measures for amphibians in organic farming – results from bioeconomic modelling. *Journal of Environmental Management*, 114:404–413, 2013. 14, 17, 28

Schönhart, M., Schmid, E., and Schneider, U. A. Croprota – a crop rotation model to support integrated land use assessments. *European Journal of Agronomy*, 34:263–277, 2011. 17, 26

Sharp, R. T., Henrys, P. A., Jarvis, S. G., Whitmore, A. P., Milne, A. E., Coleman, K., Mohankumar, S. E. P., and Metcalfe, H. Simulating cropping sequences using earth observation data. *Computers and Electronics in Agriculture*, 188:106330, 2021. 32

United Nations. Goal 2: Zero hunger, 2015. 9, 10

United Nations. The Sustainable Development Goals Report 2022. Technical report, United Nations, 2022a. 9, 10

United Nations. World population prospects 2022: Summary of results. Technical report, Department of Economic and Social Affairs, Population Division, 2022b. 9

United Nations. The sustainable development goals report 2023: Special edition – towards a rescue plan for people and planet. Technical report, United Nations, 2023. 9

United Nations. United Nations – Population Division, 2024. 9

Vianna, C. R., Teles, C. A., Pontes, R. S., Belloze, K. T., Cirto, F. E., Brandão, D., de Assis, L. S., and de Carvalho, F. F. Heuristic for the students allocation in brazilian public schools: a case study. In *2023 18th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI)*, pages 1–7. IEEE, 2023. 99

von Lücken, C., Acosta, A., and Rojas, N. *Solving a Many-Objective Crop Rotation Problem with Evolutionary Algorithms*. Springer, 2021. 21, 29, 35

Ángel Galán-Martín, Pozo, C., Guillén-Gosálbez, G., Vallejo, A. A., and Esteller, L. J. Multi-stage linear programming model for optimizing cropping plan decisions under the new common agricultural policy. *Land Use Policy*, 48:515–524, 2015. 18, 27

Apêndice A

Artigo Aplicação de Técnicas de Aprendizado de Máquina na Determinação de Estoque de Carbono no Solo

Aplicação de Técnicas de Aprendizado de Máquina na Determinação de Estoque de Carbono no Solo

Alexandre Pardelinha[1], **Marcos Bacis Ceddia**[2], **Roberto Gervasio**[1], **Kele Belloze** [1], **Carolina de L. Aguilar**[1], **Laura Assis**[1], **Diego Brandão**[1]

[1]Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ
Rio de Janeiro – RJ – Brasil

[2]Instituto de Agronomia - UFRRJ, Seropédica

diego.brandao@cefet-rj.br

Abstract. *Soils represent the most significant stock of organic carbon (SOC) in terrestrial ecosystems, underscoring the critical importance of accurately estimating soil organic carbon to ensure the preservation of soil functions and the mitigation of global climate change. This study employs a data-driven methodology to estimate carbon stocks in Brazilian soils, comparing machine learning techniques with various hyperparameter optimization strategies. The results demonstrate the fundamental role of data selection and processing and hyperparameter optimization in solving this problem, resulting in notable improvements in mean absolute error (MAE) and root mean square error (RMSE) analyses.*

Resumo. *Os solos representam o mais significativo estoque de carbono orgânico (SOC) nos ecossistemas terrestres, sublinhando a importância crítica de estimar com precisão o carbono orgânico do solo para garantir a preservação das funções do solo e a mitigação das alterações climáticas globais. Este estudo emprega uma metodologia baseada em dados para estimar os estoques de carbono em solos brasileiros, comparando técnicas de aprendizado de máquina com diversas estratégias de otimização de hiperparâmetros. Os resultados demonstram o papel fundamental da seleção e processamento de dados, juntamente com a otimização de hiperparâmetros, na resolução deste problema, resultando em melhorias notáveis nas análises do erro médio absoluto (MAE) e da raiz do erro quadrático médio (RMSE).*

1. Introdução

O solo desempenha um papel crucial na sustentação da sociedade e dos ecossistemas, oferecendo uma gama de funções vitais. Destacam-se suas capacidades na produção de alimentos e na absorção e filtragem da água da chuva, contribuindo para reabastecer os lençóis freáticos e mitigar o risco de inundações e erosão [Ferreira et al. 2023].

Além disso, o solo atua como um vasto reservatório de carbono, desempenhando um papel crítico na regulação das concentrações de dióxido de carbono (CO_2) na atmosfera e, consequentemente, na mitigação das mudanças climáticas. Contudo, apesar de sua importância vital, os solos em todo o mundo enfrentam desafios crescentes, incluindo degradação devido à erosão, contaminação, urbanização desordenada e práticas agrícolas

insustentáveis. Portanto, compreender e preservar a saúde do solo é essencial para garantir a segurança alimentar, a sustentabilidade ambiental e a estabilidade climática em nosso planeta [Haddad et al. 2018].

A importância do estoque de carbono orgânico no solo (SOCs) na regulação das mudanças climáticas tem impulsionado a demanda por técnicas que auxiliem na determinação dessa característica [Szatmari et al. 2023, Ye et al. 2021]. Entre essas técnicas, destacam-se os algoritmos de aprendizado de máquina. Nos últimos anos, tem havido um aumento significativo nas atividades de mapeamento de solos, impulsionado pela demanda por informações quantitativas e espaciais [Haddad et al. 2018, Wadoux et al. 2020].

Os algoritmos de Aprendizado de Máquina (AM), por não estarem condicionados a seguir nenhuma suposição estatística, geralmente parecem mais precisos que os modelos estatísticos convencionais, lidando bem com dados massivos e altamente multicolineares. Por este motivo, muitos trabalhos têm focado na aplicação de AM como modelos caixa-preta [Wadoux et al. 2020], sem uma atenção significativa à qualidade e ao tratamento dos dados utilizados no treinamento de tais modelos [Kumar et al. 2023].

Neste sentido, o presente trabalho visa utilizar uma abordagem centrada em dados, comparando diferentes técnicas de AM para estimar a quantidade de estoque de carbono orgânico no solo (SOCs) no território brasileiro. Os modelos desenvolvidos foram avaliados pelas métricas de Média dos Erros Absolutos (MAE) e da Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE). Uma avaliação com dados da Amazônia Central foi realizada e os resultados obtidos mostram que a abordagem desenvolvida consegue ser mais precisa quando comparada com abordagens centradas no modelo [Ferreira et al. 2023].

O artigo está organizado em mais 4 seções. A Seção 2 apresenta uma breve discussão sobre os trabalhos relacionados. A Seção 3 descreve a metodologia. Os resultados são discutidos na Seção 4 e, por fim, a Seção 5 apresenta as considerações finais.

2. Trabalhos Relacionados

Com o crescente volume de dados gerados e com uma maior complexidade dos problemas da área de ciência do solo, o uso de técnicas de Aprendizado de Máquina (AM) cresceu significativamente [Wadoux et al. 2020]. A maioria dos trabalhos de ciência do solo foca na utilização de técnicas de AM como modelos caixa-preta, de certa forma negligenciado tanto os aspectos do pré-processamento de dados, como seleção de atributos, redução de dimensionalidade, validação cruzada, entre outros, quanto as técnicas para otimizar os hiperparâmetros dos modelos.

No contexto brasileiro, diversos trabalhos foram desenvolvidos para avaliar a quantidade de estoque de carbono em solos (SOCs) usando técnicas estatísticas [Ceddia et al. 2015, Ceddia et al. 2016]. Tais trabalhos utilizavam funções de pedotransferência para determinar uma estimativa de densidade do solo e, posteriormente, determinar o SOCs. Essas funções consistem em modelos físico-matemáticos que permitem determinar variáveis complexas a partir de variáveis mais facilmente encontradas, no entanto são técnicas que necessitam de premissas em relação a distribuição dos dados, o que dificulta sua utilização [Tranter et al. 2007, Al-Qinna and Jaber 2013].

Com a capacidade dos métodos de aprendizado de máquina de trabalharem com

dados sem nenhuma suposição estatística *a priori*, alguns trabalhos começaram a ser desenvolvidos comparando essas técnicas com as funções de pedotransferência. Em [Haddad et al. 2017], os autores compararam o desempenho de uma função de pedotransferência com uma rede neural (RN) para estimar a densidade do solo e, posteriormente, o SOCS na região da Amazônia Central com resultados superiores para a técnica de RN. Em [Haddad et al. 2018] os autores utilizaram um comitê de regressores neurais para estimar a densidade do solo.

Em [Gomes et al. 2019] os autores utilizaram diversas técnicas de AM para determinar o SOCs em diferentes regiões do Brasil. Os autores indicaram que os melhores resultados foram obtidos por meio da técnica de *Random Forest* (RF), corroborando com os resultados da revisão de literatura apresentada em [Wadoux et al. 2020] sobre o uso intenso desta técnica na área de ciência do solo. Além disso, os autores identificam que a região que possui o maior valor de SOCs no território brasileiro é a região da Amazônia.

Uma revisão detalhada sobre os modelos de AM usados na determinação de estoque de carbono no solo no Brasil pode ser vista em [Ferreira et al. 2023]. Este estudo explorou a previsão de SOC nas áreas remotas da Amazônia com o uso de 21 covariáveis. O estudo comparou os desempenhos por meio da MAE e do RMSE com os algoritmos de árvore de regressão (RT) e RF. Os resultados mostraram que os modelos de AM tiveram maior precisão na camada de 100cm, onde provavelmente, segue padrões mais estruturais da paisagem representados pelas covariáveis.

A partir da busca por trabalhos relacionados, não foram encontrados trabalhos no domínio de solos que realizassem uma investigação centrada em dados associada a otimização de hiperparâmetros no contexto brasileiro. Assim, este trabalho realiza uma introdução neste assunto, realizando um pré-processamento dos dados associado com técnicas de determinação de hiperparâmetros no contexto da determinação de estoque de carbono no solo (SOCs) nas regiões brasileiras.

3. Metodologia

A Figura 1 ilustra a metodologia adotada: base de dados, representando a coleta e análise de dados; pré-processamento dos dados; seleção de atributos; treinamento do algoritmo de AM supervisionado associado com a técnica de otimização dos hiperparâmetros; e a avaliação de desempenho dos modelos.

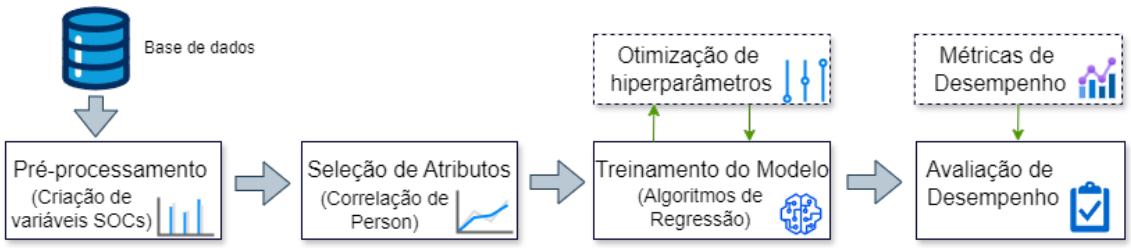


Figura 1. *Pipeline* da metodologia adotada.

O conjunto de dados utilizado nesta pesquisa é baseado no trabalho anterior realizado por [Haddad et al. 2018]. O conjunto de dados completo consiste de 3.404 registros, abrangendo todas as cinco regiões geográficas do Brasil. Esses registros foram obtidos de

69 fontes distintas de publicações de dados de solo. A inclusão de diversas fontes contribui para uma representatividade mais abrangente dos dados, possibilitando uma modelagem mais representativa. Os dados brutos utilizados foram: *(i)* densidade aparente do solo, *(ii)* areia, *(iii)* silte, *(iv)* argila, *(v)* pH (água), *(vi)* soma de cátions básicos como preditor, *(vii)* acidez provocada pela hidrólise do alumínio (Al^{3+}), *(viii)* hidrogênio, *(ix)* material orgânico no solo (MO) e *(x)* a espessura em relação à superfície (T), totalizando 10 atributos [Haddad et al. 2017, Haddad et al. 2018].

A etapa de pré-processamento dos dados envolveu ainda a inclusão da informação de SOCs na base de dados. Uma forma de determinar o SOCs consiste em calcular o produto da densidade aparente do solo (DS) pela concentração do Material Orgânico no Solo (MO) e pela profundidade do horizonte (espessura em relação à superfície) (T) [Ferreira et al. 2023], conforme descrito na Eq. 1. Esta medida fornece a quantidade de estoque de carbono por unidade de área. Por fim, ainda nesta etapa, os dados numéricos foram normalizados para eliminar a discrepância das unidades de medida entre as variáveis.

$$SOCs = DS * MO * T \tag{1}$$

Onde, SOCs em Kg C m^{-2}, MO em g Kg^{-1}, DS em Mg m^{-3} e T em m.

Na etapa de seleção de atributos, o método estatístico da Correlação de Pearson (CP) foi empregado para avaliar as relações lineares entre os atributos contínuos. O valor desse coeficiente varia entre -1 e 1, onde valores próximos de 1 indicam uma correlação positiva forte, valores próximos de -1 indicam uma correlação negativa forte, e valores próximos de 0 indicam ausência de correlação linear. Essa análise permite que atributos que tenham baixa relação com a variável a ser predita sejam eliminados.

No desenvolvimento dos algoritmos de aprendizado de máquina, observou-se que na área de ciência do solo alguns artigos bem citados utilizavam a técnica de RF [Wadoux et al. 2020, Wadoux et al. 2023, Ferreira et al. 2023]. Tal algoritmo consiste em uma extensão da técnica de árvores de regressão, onde são geradas diversas árvores de tamanho menor e o modelo resultante consiste na média dos valores obtidos por todas as árvores [Silatsa et al. 2020]. Partindo deste princípio, optou-se por avaliar outros algoritmos baseados em árvores.

O *Gradient boosting* (GBoost) é uma técnica que cria várias árvores de decisão sequencialmente geradas a partir dos erros de previsão do modelo da árvore anterior [Mahmoudzadeh et al. 2020]. Outro modelo utilizado foi a Árvore de Decisão (AD), que constrói modelos de regressão na forma de uma estrutura de árvore, dividindo o conjunto de dados em subconjuntos cada vez menores [Mousavi et al. 2022].

Para avaliar os modelos desenvolvidos foram utilizadas as métricas: MAE e RMSE. Essas medidas resumem a diferença média nas unidades de valores observados (y_i) e previstos ($\hat{y}_i$) para o SOCs, conforme descrito nas Eq. 2 e 3, respectivamente.

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mid y_i - \hat{y}_i \mid^2 \tag{2}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (3)$$

Os modelos de aprendizado de máquina utilizados possuem diversos hiperparâmetros a serem ajustados antes do processo de treinamento em si. Na área de ciência do solo observou-se que a maioria dos trabalhos utiliza os valores padrão para estes hiperparâmetros [Wadoux et al. 2020, Wadoux et al. 2023, Ferreira et al. 2023]. A otimização de hiperparâmetros consiste no processo de encontrar a combinação certa de valores de hiperparâmetros para obter o máximo desempenho do modelo [Japa et al. 2023].

Na busca pela melhor combinação dos hiperparâmetros, foram avaliadas duas técnicas de otimização associadas com validação cruzada (k-fold=5). O *Grid Search* (GS) é uma técnica que envolve a definição de um espaço de busca (*grid*) composto por um conjunto de valores possíveis para cada hiperparâmetro e a avaliação exaustiva de todas as combinações possíveis desses valores [Song et al. 2022]. O *Random Search* (RS) seleciona aleatoriamente combinações de valores de hiperparâmetros a partir de um espaço de busca predefinido [Japa et al. 2023].

4. Resultados

Os experimentos foram realizados em uma máquina Dell Inspiron Intel Core i7-1255U CPU 3.20GHz, com 10 núcleos e 16GB de memória RAM. Os códigos foram implementados em Python versão 3 com as bibliotecas *pandas*[1], *numpy*[2] e *scikit-learn*[3].

A partir do resultado da técnica da Correlação de Pearson, decidimos pela exclusão do atributo "silte" pois foi o menos relevante para a criação de um modelo preditivo. A Tabela 1 apresenta o resultado para SOCs com as técnicas de otimização de hiperparâmetros. Nela, pode-se observar que, para o estoque de carbono orgânico, os dois métodos de otimização de hiperparâmetro associados ao GBoost obtiveram melhores resultados nas duas métricas de desempenho avaliadas em relação aos métodos AD e RF. Além disso, o tempo computacional para o GBoost e para a AD foram equivalentes enquanto para a técnica de RF este tempo foi três vezes maior.

Tabela 1. Resultado para SOCs e otimização de hiperparâmetro com dados de todas as regiões do Brasil.

Variável alvo	Modelo de AM	Otimizacão de Hiperparâmetro	RMSE	MAE
SOCs	RF	RS	0,26	0,17
	RF	GS	0,26	0,17
	GBoost	RS	0,19	0,13
	GBoost	GS	0,19	0,13
	AD	RS	0,37	0,26
	AD	GS	0,37	0,26

[1]https://pandas.pydata.org/
[2]https://numpy.org/
[3]https://scikit-learn.org/stable/

Os modelos gerados foram comparados com os resultados do artigo [Ferreira et al. 2023]. Tal escolha deve-se tanto ao fato da importância ambiental da Amazônia Central, quanto o fato de os autores utilizarem a técnica RF sem técnicas de pré-processamento e otimização dos hiperparâmetros, o que auxilia na comparação. No entanto, os autores fizeram avaliações em diferentes níveis de profundidade do solo, 0-30cm e 0-100cm (SOCS30 e SOCS100), pois a concentração de carbono no solo é maior nas camadas mais superficiais. Observando que os dados de SOCS100 compreendem os dados de SOCS30 e mais 32% de dados, neste trabalho optou-se por avaliar os dados de solos referentes até 100cm de espessura.

A Tabela 2 apresenta a comparação dos resultados obtidos pela técnica de RF desenvolvida aqui com os resultados obtidos em [Ferreira et al. 2023]. Observa-se que os resultados deste trabalho obtiveram melhores valores tanto para o RMSE quanto para o MAE, indicando que um tratamento adequado dos dados com técnicas de pré-processamento e que a otimização dos hiperparâmetros podem auxiliar no desenvolvimento de modelos mais precisos.

Tabela 2. Comparação das métricas RMSE e MAE do modelo RF com o artigo referente à Amazônia Central.

Modelo de AM	Variável alvo	RMSE	MAE
RF	SOCS100 [Ferreira et al. 2023]	2,48	1,90
RF	SOCS (resultado)	0,26	0,17

5. Considerações Finais

O presente trabalho demonstra a eficácia das técnicas de aprendizado de máquina, especialmente RF, GBoost e AD, na estimativa do estoque de carbono orgânico do solo (SOCs) em solos brasileiros. Os resultados obtidos indicam que a seleção dos dados e otimização de hiperparâmetros feitos de forma adequada são cruciais para melhorar a precisão dos modelos preditivos. Em particular, os modelos desenvolvidos superaram as abordagens existentes na literatura para a região da Amazônia Central [Ferreira et al. 2023].

Embora a técnica RF tenha mostrado bons resultados de previsão, os modelos desenvolvidos são de difícil interpretação, mesmo com o pré-processamento realizado neste trabalho, onde foram identificadas as variáveis que mais contribuíram para estimar o valor de SOCS. A complexidade inerente do RF destaca a importância de explorar novas técnicas e abordagens que possam oferecer uma interpretação mais clara dos resultados. Para trabalhos futuros, propomos testar outros algoritmos de aprendizado de máquina e buscar regressores que possam facilitar a interpretação do modelo. A continuidade desta pesquisa é fundamental para avançar na compreensão e gestão dos recursos de solo, contribuindo para práticas agrícolas sustentáveis e a mitigação das mudanças climáticas. Além disso, futuras pesquisas devem considerar a aplicação dessas técnicas em diferentes contextos geográficos e ambientais para validar a generalização dos modelos desenvolvidos. A integração de novas fontes de dados pode ser um caminho promissor para aprimorar a precisão e a aplicabilidade das estimativas de SOCs.

Referências

Al-Qinna, M. and Jaber, S. (2013). Predicting soil bulk density using advanced pedotransfer functions in an arid environment. *Transactions of the ASABE*, 56(3):963–976.

Ceddia, M. B. et al. (2015). Spatial variability of soil carbon stock in the urucu river basin, central amazon-brazil. *Science of the Total Environment*.

Ceddia, M. B. et al. (2016). The use of pedotransfer functions and the estimation of carbon stock in the central amazon region. *Scientia Agricola*.

Ferreira, A. C. S. et al. (2023). Predicting soil carbon stock in remote areas of the central amazon region using machine learning techniques. *Geoderma Regional - Elsevier*.

Gomes, L. C. et al. (2019). Modelling and mapping soil organic carbon stocks in brazil. *Geoderma*, 340:337–350.

Haddad, D. B. et al. (2017). A first approach using neural network to estimating soil bulk density of urucu basin in central amazon-brazil. *IEEE - Institute of Electrical and Electronic Engineers*.

Haddad, D. B. et al. (2018). Brazilian soil bulk density prediction based on a committee of neural regressors. *IEEE - Institute of Electrical and Electronic Engineers*.

Japa, L. et al. (2023). A population-based hybrid approach for hyperparameter optimization of neural networks. *IEEE Access*, 11:50752–50768.

Kumar, S. et al. (2023). Potential impact of data-centric ai on society. *IEEE Technology and Society Magazine*, 42(3):98–107.

Mahmoudzadeh, H. et al. (2020). Spatial prediction of soil organic carbon using machine learning techniques in western iran. *Geoderma Regional - Elsevier*.

Mousavi, S. R. et al. (2022). Three-dimensional mapping of soil organic carbon using soil and environmental covariates in an arid and semi-arid region of iran. *Journal of the International Measurement Confederation - Elsevier*.

Silatsa, F. B. et al. (2020). Assessing countrywide soil organic carbon stock using hybrid machine learning modelling and legacy soil data in cameroon. *Geoderma - Elsevier*.

Song, J. et al. (2022). Estimation of soil organic carbon content in coastal wetlands with measured vis-nir spectroscopy using optimized support vector machines and random forests. *Remote Sensing - MDPI*.

Szatmari, G. et al. (2023). Countrywide mapping and assessment of organic carbon saturation in the topsoil using machine learning-based pedotransfer function with uncertainty propagation. *Catena - Elsevier*.

Tranter, G. et al. (2007). Building and testing conceptual and empirical models for predicting soil bulk density. *Soil Use and Management*, 23(4):437–443.

Wadoux, A. M.-C. et al. (2020). Machine learning for digital soil mapping: applications, challenges and suggested solutions. *Earth-Science Reviews - Elsevier*.

Wadoux, A. M. J.-C. et al. (2023). Shapley values reveal the drivers of soil organic carbon stock prediction. *Soil*.

Ye, Z. et al. (2021). Using machine learning algorithms based on gf-6 and google earth engine to predict and map the spatial distribution of soil organic matter content. *Sustainability - MDPI*.