CEFET/RJ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

UM OLHAR PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ENCONTROS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEMs): DELINEAMENTO DE UMA TENDÊNCIA

Tiêgo dos Santos Freitas

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência, Tecnologia e Educação, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Ciência, Tecnologia e Educação.

Orientadora: Profa. Dra. Tereza Maria Rolo Fachada Levy Cardoso

Rio de Janeiro
Novembro – 2019

UM OLHAR PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ENCONTROS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEMs): DELINEAMENTO DE UMA TENDÊNCIA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência, Tecnologia e Educação, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título em Doutor em Ciência, Tecnologia e Educação.

Tiêgo dos Santos Freitas

Banca Examinadora:

Presidenta, Dra. Tereza Maria R. Fachada Levy Cardoso (CEFET/RJ), orientadora

---

Dra. Maria Raidalva Nery Barreto (IFBA)

Dr. Silvanio de Andrade (UEPB)

Dra. Maria Renilda Nery Barreto (CEFET/RJ)

Dra. Sheila Cristina Ribeiro Rego (CEFET/RJ)

Rio de Janeiro
Novembro de 2019

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

F866 Freitas, Tiêgo dos Santos.
Um olhar para a resolução de problemas nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs): delineamento de uma tendência / Tiêgo dos Santos Freitas – 2019.
183f. : il. color., grafs., tabs. ; enc.

Tese (Doutorado). Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2019.
Bibliografia: f. 173-183.
Orientadora: Tereza Maria Rolo Fachada Levy Cardoso.

1. Matemática – Aprendizagem – Avaliação. 2. Matemática – História. 3. Redes sociais. 4. Professores – Análise de redes. 5. Encontros Nacionais de Educação Matemática. I. Cardoso, Tereza Maria Rolo Fachada Levy (Orient.). II. Título.

CDD 372.7

Elaborada pelo bibliotecário Leandro Mota de Menezes CRB-7/5281

DEDICATÓRIA

À minha mãe, que sempre me incentivou a estudar “para ser alguém na vida”.

AGRADECIMENTOS

A Deus, criador do céu e da terra, pelo dom da vida, pela minha família e por todas as conquistas realizadas.

Elencar as pessoas que, de forma direta e indireta, contribuíram para o meu caminhar ao longo do doutoramento não é tarefa simples, são tantas as pessoas com as quais convivo, convivi e passei a conviver ao longo desse processo ... Assim, de forma geral, agradeço...

À Dra. Tereza Fachada, orientadora desse trabalho e parceira de outras produções, a qual não consigo expressar com palavras o auxílio prestado ao longo do processo de produção da pesquisa... obrigado por sua humanidade!

À banca de avaliação desse trabalho, constituída por Dr. Silvanio de Andrade, Dra. Sheila Rego, Dra. Raidalva Barreto e Dra. Renilda Barreto; em especial, à Dra. Sheila e ao professor Dr. Silvanio, que sempre me incentivou e orientou-me na vida acadêmica e além dela.

Aos professores do PPCTE, em especial ao Dr. Alvaro Chrispino, Dra. Andrea Guerra e Dr. Marco Braga.

Aos colegas conquistados ao longo das diferentes disciplinas, especialmente a Dayvisson Vittorazzi, José Renato Pin, Liliane Faria, Daniele Gouveia e Renata Barbosa.

Aos colegas de trabalho e estudo, com os quais convivo e passei a conviver, especialmente a Adalgiza Lucena, minha "quase" irmã, Helder Linhares, Samara Gomes, Leonardo Lira e Elivelton Silva.

A todos os profissionais de educação com os quais trabalhei e trabalho, bem como aos meus antigos mestres, dos anos iniciais de escolarização ao término do curso de mestrado. Especialmente, a Rubenice Macedo, Andrea Bernardo, Acácio Gustavo e Jussara Lacerda, que sempre me apoiaram em diversas atividades.

Aos colegas conquistados na época em que residi no Rio de Janeiro, especialmente a Bruno Filgueiras, Fabrício Guedes, Marcel, Edna Holanda e Rodrigo Filardes.

Aos que, mesmo não mencionados aqui, me apoiaram de forma direta ou indireta, meu muito obrigado.

EPÍGRAFE

“[...] educar é realizar a mais bela e complexa arte da inteligência. Educar é acreditar na vida, mesmo que derramemos lágrimas. Educar é ter esperança no futuro, mesmo que os jovens nos decepcionem no presente. Educar é semear com sabedoria e colher com paciência. Educar é ser um garimpeiro que procura os tesouros do coração.”

Dr. Augusto Cury.

RESUMO

Um olhar para a Resolução de Problemas nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs): delineamento de uma tendência.

Nesta pesquisa, objetivou-se, a partir da Resolução de Problemas, identificar, em uma abordagem de cunho histórico, características da inserção da Resolução de Problemas no cenário nacional, especificamente, como uma tendência de pesquisa e ensino dentro da Educação Matemática nos anais das 12 edições dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs), de 1987 a 2016. Adotamos a História da Educação Matemática como referencial teórico-metodológico, segundo perspectivas de pesquisadores do campo da História e da História da Educação. O *corpus* de pesquisa foi composto pelos anais e livros de resumos dos ENEMs, documentos produzidos a fim de registrar a memória desses encontros e o processo de criação e consolidação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Considerando as vertentes, *sobre*, *para* e *através/via* da Resolução de Problemas, com foco nesse último viés, a partir das comunicações e minicursos apresentados, foi utilizada a metodologia de análise de redes sociais com o intuito de delinear a elaboração de redes para os principais autores, instituições de pesquisas, palavras-chave e grupos de pesquisa. Realizou-se a catalogação das principais referências utilizadas nos trabalhos e destacou-se as regiões geográficas nas quais se situam as instituições de pesquisa dos autores. Os resultados foram discutidos em categorias que trataram das convergências dos trabalhos, considerando as comunicações e os minicursos. Constatou-se a presença de trabalhos com o uso da Resolução de Problemas desde a primeira edição do evento, bem como a existência de um grupo de pesquisa, o Grupo de Estudos de Resolução de Problemas (GERP), liderado por Maria do Carmo Santos Domite, como um dos pioneiros das pesquisas nessa temática com uma abordagem metodológica, cujos integrantes contribuíram para a disseminação dessa tendência. A partir do III ENEM passa a surgir trabalhos que se vinculam ao Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), um dos principais grupos de pesquisa nessa abordagem e que se destaca pelo número de trabalhos e pela relação com outros grupos e instituições. Esse grupo se evidencia nas redes elaboradas, bem como a sua coordenadora, a professora Lourdes Onuchic, como expoentes da produção de trabalhos na vertente do *através/via*, influenciando diversos pesquisadores que trabalham nessa mesma linha. Verificou-se a centralidade da Unesp (Rio Claro) e da região Sudeste, seguida da Sul e da Nordeste na produção de trabalhos, possuindo, assim, uma diversidade de temas abordados nas pesquisas e a ênfase nas produções desenvolvidas na Educação Básica, através de intervenções pedagógicas ou de oficinas.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; História da Educação Matemática; Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM).

ABSTRACT

A Look at Problem Solving at National Mathematics Education Meetings (ENEMs): Outlining a Trend.

In this research, the objective was, based on Problem Solving, to identify, in a historical approach, characteristics of the insertion of Problem Solving in the national scenario, specifically, as a tendency of research and teaching within Mathematical Education in the annals of 12 editions of the National Meetings of Mathematical Education (ENEMs), from 1987 to 2016. We adopted the History of Mathematical Education as a theoretical-methodological framework, according to the perspectives of researchers from the field of History and the History of Education. The research corpus was composed by the ENEMs annals and abstract books, documents produced in order to record the memory of these meetings and the process of creation and consolidation of the Brazilian Society of Mathematical Education (SBEM). Considering the strands on, for and through / through Problem Solving, focusing on this last bias, from the presented communications and short courses, the methodology of analysis of social networks was used in order to outline the elaboration of networks for top authors, research institutions, keywords, and research groups. The cataloging of the main references used in the works was performed and the geographical regions in which the authors' research institutions are located. The results were discussed in categories that dealt with the convergence of the works, considering the communications and the short courses. The presence of works using Problem Solving since the first edition of the event was verified, as well as the existence of a research group, the Problem Solving Study Group (GERP), led by Maria do Carmo Santos Domite. , as one of the pioneers of research on this subject with a methodological approach, whose members contributed to the dissemination of this trend. From the III ENEM onwards, works are linked to the Working Group and Studies on Problem Solving (GTERP), one of the main research groups in this approach and that stands out for the number of works and the relationship with other groups and institutions. . This group is evidenced in the elaborated networks, as well as its coordinator, Professor Lourdes Onuchic, as exponents of the production of works in the cross / pathway, influencing several researchers who work along the same lines. It was verified the centrality of Unesp (Rio Claro) and the Southeast region, followed by the South and Northeast in the production of works, thus having a diversity of themes addressed in the research and the emphasis on the productions developed in Basic Education, through pedagogical interventions or workshops.

Palavras-chave: Troubleshooting; History of Mathematical Education; National Meeting of Mathematical Education (ENEM).

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Propagação de um patógeno. 152
Figura 2: Relações homossexuais em uma escola americana. 153
Figura 3: Rede social com relações unidirecional e direcional. 153
Figura 4: Rede social dos autores. 155
Figura 5: Rede social dos grupos de pesquisa. 157
Figura 6: Rede social das instituições. 160
Figura 7: Rede social das palavras-chave. 161
Figura 8: Percentual e quantidades de trabalhos por regiões geográficas. 164

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Relação das instituições, cidades e anos onde ocorreram os ENEMs. 57
Quadro 2: "Como resolver um problema" (POLYA, 1995, pp. XII-XIII, grifos do autor).....78
Quadro 3: Número de participantes nas edições dos ENEMs. 105
Quadro 4 : Síntese das comunicações sobre Resolução de Problemas. 107
Quadro 5: Síntese dos minicursos sobre Resolução de Problemas 108
Quadro 6: Síntese das atividades diversas sobre Resolução de Problemas. 109
Quadro 7: Trabalhos sobre Resolução de Problemas, I ENEM (1987), São Paulo. 111
Quadro 8: Categoria 1 – O aluno como resolvedor de problemas. 113
Quadro 9: Categoria 2 – Problemas e suas características. 115
Quadro 10: Categoria 3 – Teorias sobre Resolução de Problemas. 116
Quadro 11: Categoria 4 – Resolução de Problemas e o processo de ensino e aprendizagem. .117
Quadro 12: Categoria 5 – Formação docente e a Resolução de Problemas. 119
Quadro 13: Categoria 6 – Resolução de Problemas e o uso de tecnologias. 120
Quadro 14: Síntese da duração das atividades com uso da Resolução de Problemas. 122
Quadro 15: Minicursos da categoria 1 – Alunos, problemas e suas caraterísticas. 129
Quadro 16: Minicursos da categoria 2 – Teorias sobre a Resolução de Problemas. 131
Quadro 17: Minicursos da categoria 3 – Resolução de Problemas e o processo de ensino e aprendizagem. 133
Quadro 18: Total de trabalhos por vieses em cada edição e valores percentuais. 135
Quadro 19: Medidas de centralidade de grau e de intermediação para autores. 157
Quadro 20: Medidas de centralidade para as principais palavras-chave. 163
Quadro 21: Principais obras/publicações utilizadas sobre Resolução de Problemas. 164
Quadro 22: Principais obras/publicações utilizadas – Educação Matemática. 166
Quadro 23: Principais obras/publicações utilizadas – Educação. 167
Quadro 24: Principais obras/publicações – livros didáticos/manuais de matemática. 167

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ABP	Aprendizagem Baseada em Problemas
APM	Associação de Professores de Matemática
ARS	Análise de Redes Sociais
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEFET/MG	Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
CEFET/RJ	Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca
CEM	Centro de Educação Matemática
CIAEM	Conferência Interamericana de Educação Matemática
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CTS	Ciência-Tecnologia-Sociedade
EJA	Educação de Jovens e Adultos
EMR	Educação Matemática em Revista
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
FURB	Fundação Universitária Regional de Blumenau
GCIEM	Grupo Colaborativo de Investigação em Educação Matemática
GEPEP	Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Educação e Pós-modernidade
GERP	Grupo de Estudos de Resolução de Problemas
GHEMAT	Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil
GT	Grupo de Trabalho
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas
IBICT	Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia

ICME	Congresso Internacional de Educação Matemática
ICME	International Congress on Mathematical Education
ICMI/IMUK	Comissão Internacional de Instrução Matemática
IFSP	Instituto Federal de São Paulo
LIBRAS	Língua Brasileira de Sinais
NCTM	Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PET	Programa de Educação Tutorial
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PISA	Programme for International Student Assessment
PPCTE	Programa de Pós-Graduação em Ciência, Tecnologia e Educação
PPGECEM	Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática
PUC – PR	Pontifícia Universidade Católica do Paraná
PUC – SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
SIPEM	Seminários Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
TDM	Teoria da Disciplina Mental
UCSal	Universidade Católica do Salvador
UEM	Universidade Estadual de Maringá
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba
UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande
UFMS	Universidade Federal de Santa Maria
UFN	Universidade Franciscana de Santa Maria

UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFRN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UFS	Universidade Federal de Sergipe
UnB	Universidade de Brasília
UNESP	Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
UniBH	Universidade de Belo Horizonte
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNICSUL	Universidade Cruzeiro do Sul
UNISINOS	Universidade do Vale do Rio dos Sinos
USP	Universidade de São Paulo
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO **16**

Enlaces: o pesquisador e o tema da pesquisa 16

Problematização 23

Objeto de pesquisa 25

Objetivos 25

Recorte temporal 26

Justificativa 26

Contribuição historiográfica: enlaces entre a História, a historiografia e a História da Educação Matemática. 28

Corpus de pesquisa: os documentos fonte da investigação 32

Aspectos metodológicos da pesquisa 36

Fundamentação teórico-metodológica 39

Organização dos capítulos 41

Capítulo 1 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONSTITUIÇÃO DE UMA ÁREA DE PESQUISA **43**

1.1 Educação Matemática no Brasil e no mundo 43

1.2 Os Encontros Nacionais de Educação Matemática - ENEM 54

Capítulo 2 - UM CAMINHAR PELA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS **59**

2.1 Resolução de Problemas: antecedentes históricos 59

2.2 George Polya e a arte de resolver problemas 73

2.3 Resolução de Problemas: uma tendência de ensino na Educação Matemática 86

Capítulo 3 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ENEMs: CAMINHOS PERCORRIDOS **103**

3.1 Comunicações nas edições dos ENEMs 110

3.2 Minicursos nas edições dos ENEMs 126

3.3 Uma narrativa acerca da Resolução de Problemas nos ENENs: entre o sobre, o para e o através/via. 135

Capítulo 4: UM OLHAR EM REDE PARA AS PRODUÇÕES EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 151

CONSIDERAÇÕES FINAIS.....168

REFERÊNCIAS 173

INTRODUÇÃO

Enlaces: o pesquisador e o tema da pesquisa

Buscar compreender elementos que se fazem presentes no processo de ensino e aprendizagem, em específico no Componente Curricular Matemática, é uma constante em meu desenvolvimento pessoal e profissional.

Desde os anos iniciais de minha existência, fase pré-escolar, possuo uma estreita aproximação com o processo educacional. Assim, ao longo de toda a minha formação, passando por diversas transformações do corpo e também da mente, o ambiente escolar faz parte de minha vida. No ano em que iniciei a última série do Ensino Médio, em 2008, aos 18 anos, além de desempenhar o papel de aluno, passei a exercer a atividade remunerada de vigilante junto à Prefeitura Municipal de Queimadas – PB, lotado na Secretaria de Educação.

Esse trabalho poderia não possuir relação direta com o contexto educacional, exceto por trabalhar em um estabelecimento de ensino no turno da manhã. Porém, aproximou-me de forma quase que inseparável desse campo chamado Educação. Durante os cinco anos em que exerci essa função, atuei na realização de diversas atividades nos mais variados contextos de uma escola pública municipal de Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano). Secretário escolar, bibliotecário, responsável pelo censo escolar, programas e projetos relativos ao governo federal, estadual e municipal, além de tantas outras atividades que me foram designadas. Mesmo sabendo que tais tarefas não competiam às minhas funções laborais, me engajei para a sua realização e sempre dei o melhor de mim nas mais diversas atividades que me foram solicitadas.

Iniciei, em 2009, concomitantemente ao trabalho, a graduação em Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), ao longo da qual pude participar de um Programa de Educação Tutorial (PET), intitulado Conexões dos Saberes em Matemática e Estatística e, posteriormente, do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Assim, ao longo dos dois anos em que

participei desses projetos, um semestre no primeiro e três no segundo, pude realizar diversas atividades, com destaque para a iniciação científica, análise de livros didáticos, monitoria, estudo de conteúdos, além das disciplinas do curso, ministração de aulas, elaboração e apresentação de minicursos, participação em eventos etc.

Dentre as várias atividades desenvolvidas nos projetos em que atuei enquanto aluno de graduação, destaco a iniciação científica em Resolução de Problemas. Durante o semestre em que estive no PET, pude realizar leituras e discutir sobre a Resolução de Problemas como uma tendência na Educação Matemática. Essa aproximação com o tema me levou a cursar, como aluno especial, a disciplina Resolução de Problemas e Construtivismo Social no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), despertando ainda mais meu interesse pela temática.

Todo esse processo formativo, nas diferentes esferas de atuação, contribuiu para o meu aperfeiçoamento profissional e me conduziu a sempre buscar compreender elementos que se fazem presentes no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Nesse contexto, passei a realizar leituras e participar de eventos relativos à Educação Matemática, área que me despertou grande interesse devido às temáticas que são abordadas. Assim, em março 2013, concluí a graduação e iniciei o curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática na UEPB.

Ao longo de dois anos, pude realizar estudos e investigações acerca da Educação Matemática enquanto um campo de investigação que se relaciona de forma direta com os processos de ensino e aprendizagem desse Componente Curricular. Em minha pesquisa, busquei identificar as dificuldades dos alunos do 1º ano do Ensino Médio na resolução de problemas matemáticos, especificamente, acerca da influência da Língua Materna e da Linguagem Matemática no processo de leitura e interpretação dos enunciados de problemas matemáticos.

Concluída essa etapa, no mesmo ano, 2015, tentei seleção de doutorado no Rio de Janeiro, obtendo aprovação. Receoso, por se tratar de um programa em outra região geográfica, diante de tantas coisas que implicariam em uma mudança brusca de vida, decidi deixar as dúvidas de lado e partir para essa nova jornada em meu ciclo de estudos na Educação Superior.

Assim se deu a minha relação com o Doutorado Acadêmico em Ciência, Tecnologia e Educação, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ciência, Tecnologia e Educação (PPCTE), do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ.

O projeto de pesquisa apresentado como requisito para o ingresso no programa tratava-se de um aprofundamento de minha pesquisa de mestrado, que versava sobre as questões da Língua Materna e da Linguagem Matemática e suas influências no processo de resolução de problemas. A proposta de pesquisa sofreu diversas alterações, e a investigação desenvolvida para a elaboração da tese, dentro da área de Educação Matemática, se relaciona aos aspectos históricos relativos ao desenvolvimento inicial, expansão e consolidação da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino do Componente Curricular Matemática no contexto brasileiro.

Essas mudanças e alterações foram necessárias para adequação ao escopo do programa e contribuíram com o meu amadurecimento enquanto pesquisador em formação, promovendo diálogos e ajustes que favorecem reflexões. Isso me possibilitou ir além do que designamos de "porto seguro". Em específico ao tema de nossa investigação, esse se relaciona à linha 1 do programa, *História e Filosofia da Ciência e da Tecnologia no Ensino*, somando-se às produções desenvolvidas pelos integrantes do *Laboratório de História da Ciência*, que realizam investigações, produção, divulgação e armazenamento de materiais didáticos diversos no campo da História da Ciência e da Educação; agregando-se aos trabalhos orientados pela professora Tereza Maria Rolo Fachada Levy Cardoso, que atua na condução de trabalhos acerca da *História da Educação e da Ciência, de trajetórias de intelectuais ligados às ciências e ao ensino*.

Nesse quadro, situamos nosso **tema de pesquisa** dentro do contexto dos trabalhos realizadas no âmbito da Educação Matemática, campo de investigação que possui amplas reflexões acerca de como promover um ensino com compreensão, utilizando-se de diversas estratégias e recursos didáticos que visem facilitar o trabalho dos professores e a aprendizagem dos alunos no contexto da Matemática. Em específico, nossa pesquisa ancora-se nos estudos desenvolvidos no âmbito da História da Educação Matemática, vertente que, segundo Valente (2007, p. 29), "está inscrita no campo da história. Mais especificamente, ela reporta-se à história da educação". Ademais, sobre as investigações desenvolvidas dentro desse campo de conhecimento,

destaca “que qualquer um pode apropriar-se do passado da educação matemática. E, apropriando-se dele, contar a sua história da maneira que assim o desejar” (VALENTE, 2013, p. 23).

Dessa forma, não entrando na seara de discussões sobre em que vertente devem ser consideradas as pesquisas com aspectos históricos relativas à Matemática, se em História da Matemática, História da Educação Matemática ou História da Educação; as discussões sobre o ser matemático puro e ser educador matemático, bem como sobre as pesquisas desenvolvidas por cada um e as discussões sobre investigações qualitativas e quantitativas, Kilpatrick (1996, p. 119), ao tratar sobre o campo da Educação Matemática, destaca que “pesquisadores em Educação Matemática não provam teoremas. As reinvindicações que eles fazem são condicionais, tentativas e profundamente envolvidas em um contexto”. Indo além, aponta a necessidade desse campo investigativo se relacionar com as diversas áreas de conhecimento, fazendo avançar em suas investigações, pois,

> Assim como uma diversidade genética ajuda a assegurar a saúde de populações futuras, a diversidade na maneira em que a pesquisa é feita ajuda a manter o campo ativo e em crescimento. A Educação Matemática necessita de perspectivas múltiplas que diferentes abordagens trazem para o estudo do ensino e da aprendizagem. (KILPATRICK, 1996, p. 101).

Destarte, apesar de possuir pouca experiência como professor de Matemática, reconheço que ela é um dos Componentes Curriculares que apresenta altos índices de reprovação, baixo desempenho dos alunos nos diversos exames de aprendizagem aos quais são submetidos (principalmente as avaliações em larga escala), e de insatisfação por parte de professores e de alunos, conforme apontam diversas pesquisas e avaliações educacionais da aprendizagem, como a provinha Brasil e a Prova Brasil (constituintes do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB), os sistemas de avaliações estaduais, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o *Programme for International Student Assessment*[1] (PISA).

Nesse sentido, ao considerarmos os resultados do SAEB e do PISA no ano de 2015, bem como ao longo das últimas edições, é possível constatar o baixo desempenho

[1] Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - é uma iniciativa internacional de avaliação comparada, aplicada a estudantes na faixa dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países, sendo aplicada a cada três anos.
Fonte: Disponível em <http://portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-alunos> Acesso em : 03 mar. 2017.

de nossos alunos nas áreas avaliadas, principalmente nos conhecimentos matemáticos, ocasionando lacunas em sua formação e contribuindo para um "analfabetismo matemático". É importante considerarmos que as rápidas mudanças sociais e econômicas, a partir da

> emergência de uma economia mundial altamente competitiva e tecnológica [...] [tem] feito crescer a necessidade de uma alfabetização matemática para a participação responsável e informada de uma sociedade moderna democrática. E quando a maioria de estudantes fracassa e/ou abandona o estudo dessa disciplina, que é a porta de entrada para a competência e a literacia, isso é julgado como uma deficiência não dos estudantes, mas do sistema educacional. (ONUCHIC, 2013, p. 92).

Destarte, ao buscarmos respostas na literatura acerca desses problemas em nosso sistema educacional, encontramos autores que nos fazem perceber que essa crise não é restrita apenas ao nosso país, pois, conforme aponta Sadovsky (2010), em seu livro "O ensino de Matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios", além dos problemas presentes no ensino de matemática, há diversos outros presentes no meio educacional, sobre os quais a pesquisadora apresenta um questionamento pertinente, a saber:

> Como encontrar fundamentos para o otimismo, quando a *realidade* produz desassossego? Jovens acusados de não saber nada; docentes insatisfeitos e cansados de lidar com adolescentes que parecem desprezar o que eles têm a oferecer; distâncias intransponíveis entre escolas frequentadas pelos *ricos* e as que alojam os *pobres*; assimetrias injustas não só na distribuição, mas também nas possibilidades de aproveitamento dos recursos que circulam; participantes da escola – todos – acusados de adotar a cultura da *facilitação*. (SADOVSKY, 2010, p. 11, grifos da autora).

As palavras de Sadovsky (2010) refletem a situação do ensino de Matemática na Argentina, mas estas problemáticas relatadas não se restringem apenas a esse país, pois percebemos que as situações retratadas pela pesquisadora, também se fazem presentes em nosso sistema educacional, sempre criticado pelos baixos índices de desempenhos de nossos alunos nas mais variadas avaliações educacionais das quais eles participam, sejam de caráter voluntário ou imposto pelo sistema educacional. Além desse baixo desempenho, há problemas relacionados à infraestrutura das escolas, à desvalorização docente e à baixa qualidade do ensino oferecido, principalmente, na rede pública municipal e estadual de educação.

A Matemática é uma das principais áreas do conhecimento que possui aplicação em diversos campos do saber. Sobre a importância do conhecimento matemático, Gómez-Granell (1997, p. 257) afirma que "saber matemática é uma necessidade

imperativa numa sociedade a cada dia mais complexa e tecnológica, em que se torna difícil encontrar setores em que esta disciplina não esteja presente".

Dessa forma, conforme destacado nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), é urgente

> a necessidade de reverter o quadro em que a Matemática se configura como um forte filtro social na seleção dos alunos que vão concluir, ou não, o ensino fundamental e a necessidade de proporcionar um ensino de Matemática de melhor qualidade, contribuindo para a formação do cidadão. (BRASIL, 1998, p. 15).

Ademais, a resolução de problemas, principalmente a partir da década de 1980 com as recomendações propostas pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática (National Council of Teachers of Mathematics – NCTM), tem sido destacada como uma das principais ferramentas a serem exploradas nas salas de aula de matemática. Inicialmente, ela foi exposta em contexto local nos Estados Unidos, e posteriormente, essas discussões e recomendações se espalham pelo mundo todo, influenciando diversas reformulações curriculares. Nesse sentido, visa-se favorecer uma melhora do quadro relativo ao ensino de matemática, bem como proporcionar a construção do conhecimento matemático de forma que faça sentido para os alunos e permita uma maior aproximação desse público com essa área de conhecimento. Destarte,

> Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. Todavia, tradicionalmente, os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos. A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações. Consequentemente, o saber matemático não se tem apresentado ao aluno como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação. (BRASIL, 1998, p. 39-40).

Nesse cenário, em um dos trabalhos pioneiros na vertente da Resolução de Problemas no Brasil, Gazire (1988, p. 3) sublinha que "é comum ouvir que o ensino de Matemática pode contribuir para o desenvolvimento da habilidade de Resolução de Problemas, na medida em que auxilia o indivíduo a utilizar o seu raciocínio analítico e a sua capacidade de abstração". Ademais, destaca que na escola a concepção dessa temática é restritiva e "geralmente limita o assunto apenas à solução de problemas verbais, em que o processo de solução envolve apenas a escolha de uma operação e, consequentemente, a utilização de algoritmos e fórmulas." (GAZIRE, 1988, p. 3).

Mediante o exposto, nos propomos a desenvolver uma pesquisa dentro do campo de investigação da História da Educação Matemática a partir da utilização do referencial da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, buscando identificar, por meio de uma abordagem de cunho histórico, características de sua inserção no cenário nacional, especificamente como uma tendência de pesquisa dentro da Educação Matemática nos anais das 12 edições dos *Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs)*.

Destacamos a Resolução de Problemas, em detrimento de outras tendências, pela ênfase dada por publicações internacionais, a exemplo do *Teaching Mathematics through Problem Solving* – Grade 6 (NCTM, 2003) e o *Teaching Mathematics through Problem Solving* – Grades 6-12 (NCTM, 2003), orientações curriculares de diversos países, como Portugal e Estados Unidos, pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), bem como pela Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), além das diversas discussões e investigações realizadas no âmbito da Educação Matemática que destacam essa tendência como um dos principais caminhos para se "fazer Matemática" em sala de aula.

Nesse sentido, como destacado por Hsia (2013, p. 155):

> A metodologia da resolução de problema tem sido foco de interesse no movimento da educação matemática, cujo objetivo deve permitir que o aluno seja agente do seu próprio aprendizado, ao argumentar e se apropriar de ideias matemáticas de situações problema, desafiando o aprendiz a mobilizar seu conhecimento prévio e fazendo-o refletir sobre os resultados.

Além disso, no trabalho com essa vertente de ensino, a Proposição de Problemas tem ganhado destaque e tem sido enfatizada como um dos caminhos que possibilitam ir além nas atividades com o uso da resolução de problemas em sala de aula, sendo

considerada por Malaspina (2016) como um dos aspectos essenciais da atividade matemática.

Problematização

Nesse enredo, nossas inquietudes com relação aos aspectos históricos da Resolução de Problemas nos levaram a procurar trabalhos que tratassem sobre essa temática. Assim, após a busca em diferentes repositórios institucionais, principalmente no repositório da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), a partir dos termos "resolução de problemas", "história da resolução de problemas", "história da matemática" e "resolução de problemas" e, por fim, "história" e "resolução de problemas", identificamos uma grande quantidade de trabalhos que versavam sobre a Resolução de Problemas em diferentes contextos, mas que não possuíam uma abordagem histórica, bem como vimos duas teses que se relacionavam com nosso interesse de pesquisa.

O trabalho de Hsia (2013), desenvolvido na Pontifícia Universidade de São Paulo (USP), trata sobre o processo evolutivo da Resolução de Problemas nos Estados Unidos, na China e no Brasil. A partir de um estudo bibliográfico, destaca que a resolução de problemas desenvolvida nos Estados Unidos é diferente da praticada na China, pois "os chineses se concentram mais em buscar insights a partir de contextos, enquanto os americanos são mais analíticos e buscam experiências para testar hipóteses, justificando perspectivas diferentes ao adotar a resolução de problemas" (HSIA, 2013, p. 179). Já no Brasil, essa tendência possui um forte impacto no meio acadêmico, principalmente a partir de grupos de pesquisa, mas pouco dessa metodologia chega às salas de aula da educação básica.

O trabalho de Morais (2015) aborda o processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática a partir da elaboração de um inventário com documentos dos Congressos Internacionais em Educação Matemática (*International Congress on Mathematical Education* - ICME). Com base em suas análises, destaca que "foi possível identificar movimentos da

Resolução de Problemas de maneira que só fez sentido concebê-la em processo de constituir-se e nunca constituída" (MORAIS, 2015, p. 15). Assim, de uma fase de não abordagem da temática no ICME, de sua imersão e consolidação como linha de investigação, a pesquisadora destaca "o surgimento de dois novos aspectos, indissociáveis, a Resolução de Problemas no Currículo e a maturidade da pesquisa" (MORAIS, 2015, p. 15).

Nesse contexto, a pesquisadora verificou, a partir do *corpus* de investigação, que a temática analisada passou a ser foco de discussões de grupos de pesquisas específicos, como ocorreu no VIII ICME (1996) com o Grupo de Trabalho (TG 10) *Problem Solving Throughout the Curriculum* (Resolução de Problemas ao longo do Currículo). Nesse grupo, os pesquisadores "falaram sobre como garantir que programas de Matemática dessem atenção adequada à Resolução de Problemas e sobre quais os desafios enfrentados ao projetar e administrar avaliações apropriadas de Resolução de Problemas" (MORAIS, 2015, p. 407). Ademais, sobre a maturidade da pesquisa, sublinha que países como Japão, Singapura, Inglaterra e Austrália implementaram essa temática em seus currículos de Matemática, constituindo-se como tema central, por exemplo, no currículo de Singapura.

Assim, considerando as investigações mencionadas e as constatações apresentadas anteriormente, nos remetemos às seguintes indagações:

Como se deu a inserção da Resolução de Problemas como campo investigativo nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs)? Quais as caraterísticas das produções apresentadas ao longo das 12 edições dos ENEMs (1987 – 2016) acerca da temática Resolução de Problemas?

Mediante esses questionamentos, buscamos identificar, a partir dos anais das 12 edições dos ENEMs, características acerca do desenvolvimento histórico, de sua fase embrionária aos dias atuais, da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino no cenário nacional, bem como visamos identificar como se deu a inserção da temática Resolução de Problemas junto a esse evento nacional, considerado como o mais representativo da área no Brasil, e apontar características das produções acadêmicas apresentadas em suas diferentes edições.

Objeto de pesquisa

O **objeto de investigação** é a inserção da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino nos anais das 12 edições dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs).

Objetivos

Para essa investigação, temos como **objetivo principal** identificar como se deu a inserção da Resolução de Problemas como campo acadêmico e profissional nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs).

E como **objetivos específicos**, destacamos:

- Apresentar aspectos históricos da Resolução de Problemas como uma linha de investigação dentro da Educação Matemática, considerando aspectos do cenário internacional e, principalmente, do nacional;
- Destacar as principais fases da Resolução de Problemas no cenário nacional;
- Identificar características das produções acadêmicas acerca da Resolução de Problemas nos anais dos ENEMs;
- Realizar um mapeamento geográfico e institucional a partir dos trabalhos identificados;
- Analisar, de forma quantitativa, os principais temas de pesquisa dos trabalhos, os grupos de pesquisas e as referências das produções, a fim de identificar os perfis das obras mais relevantes para a temática em estudo;
- Gerar redes de autores, instituições e palavras-chaves dos trabalhos, bem como verificar a representatividade de determinados autores e grupos de pesquisas que se ancoram na Resolução de Problemas.

Recorte temporal

O recorte temporal de pesquisa será dos anos de 1987 até 2016, nos quais se situam as 12 edições do evento que vem ocorrendo, atualmente, a cada 3 anos.

Justificativa

Destacamos a importância do trabalho com aspectos históricos da Resolução de Problemas, no cenário nacional pelas poucas pesquisas desenvolvidas no campo da História da Educação Matemática, conforme nos assegura Valente (2012, p. 164), ao sublinhar que, "se, de uma parte, a idade das pesquisas em educação matemática é centenária; de outra, é recente a área de estudos denominada 'história da educação matemática'".

Ademais, é preciso enfatizar a relevância dos ENEMs para a comunidade de pesquisadores brasileiros, sendo esse evento um dos marcos da consolidação da área de Educação Matemática, bem como acerca da importância da Resolução de Problemas como um campo investigativo da Educação Matemática, sendo esta tendência um tema "efetivamente central na teoria do conhecimento", considerada por D´Ambrosio (2017a, p. 11) "como a característica dominante da espécie humana. Desde os primeiros hominídeos, resolver problemas e lidar com questões do cotidiano têm sido essencial para sobreviver". Nesse cenário, diversas pesquisas são desenvolvidas e apontam que essa temática "se consolidou como uma **prática de desenvolvimento social e de construção e desenvolvimento do conhecimento**, não só no âmbito da matemática, mas também em outros campos de estudos como física, filosofia, psicologia, antropologia, etc" (LEAL JUNIOR, 2018, p. 72, grifos do autor).

Nesse enredo, acerca da Resolução de Problemas como uma tendência de pesquisa na Educação Matemática e na estreita relação dessa área com os diversos processos que ocorrem no cotidiano escolar, especificamente na sala de aula de

matemática, Leal Junior e Miskulin (2017, p. 305) destacam que esse "é um campo de estudos complexo e multifacetado, que envolve aspectos epistemológicos e didático-pedagógicos dos processos de ensinar e aprender Matemática".

Nessa vertente, possuindo um olhar para a pesquisa científica e para a pesquisa pedagógica, considerando a primeira como uma prática "intelectual intencional que visa a responder às necessidades humanas" (ONUCHIC; NOGUTI, 2014, p. 55) e que adota um rigor científico e com cunho mais generalista de suas questões; e a segunda, que se utiliza de elementos da científica, mas busca, "em sua essência, melhorar os processos de ensino e aprendizagem em sala de aula, utilizando para isso o ponto de vista do professor, [que ao desenvolver uma pesquisa pedagógica] deverá fazer uso de elementos da pesquisa científica que darão validade ao seu trabalho". (ONUCHIC; NOGUTI, 2014, p. 67). Um grupo que se destaca no tocante à realização de investigações nessa temática, possuindo impacto nas produções nacionais e contribuindo com produções internacionais, é o GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas.

Considerado por diversos pesquisadores como o principal expoente na realização e divulgação de atividades nessa área, possuindo preocupações com os vários níveis educacionais, da Educação Básica à pós-graduação, bem como com a relação entre as pesquisas desenvolvidas na universidade e suas relações com a escolarização básica, esse grupo de pesquisa, vinculado à UNESP de Rio Claro e coordenado pela professora Dra. Lourdes de La Rosa Onuchic, desde 1992, é apontado como "o núcleo gerador de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas e Formação de Professores" (MORAIS, 2015, p. 8).

Pertencente a esse grupo e conhecendo seus integrantes e as produções desenvolvidas ao longo dos anos, Morais (2015) destaca que, na época em que desenvolveu sua pesquisa, não existia trabalhos produzidos pelo grupo que tivessem se dedicado a investigar a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino na perspectiva histórica. Fato que, posteriormente, pudemos constatar ao buscar por trabalhos dessa natureza em repositórios institucionais. Assim, por essa lacuna, e considerando o trabalho desenvolvido por Hsia (2013) e Morais (2015), bem como tendo em vista nosso interesse em realizar investigações nessa temática, optamos por pesquisar os anais dos ENEMs, relacionando-os com a tendência da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino no contexto brasileiro.

Dessa forma, com o desenvolvimento do presente estudo, pretendemos contribuir para a História da Educação Matemática em relação à Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino (de seu surgimento aos dias atuais), apresentando um panorama global das publicações nessa temática ao longo das 12 edições dos ENEMs.

Focaremos nosso olhar para o viés no qual a Resolução de Problemas é tomada como uma metodologia de ensino, com denominação *através ou via* (faremos uso do *através/via*, contemplando ambos os termos, considerando que essa abordagem é tratada por diferentes pesquisadores por um desses rótulos ou mesmo pelos dois), sendo considerado por Allevato e Onuchic (2014, p. 39), que usa a denominação *através*, como a abordagem mais atual dessa tendência e, segundo suas crenças, "uma das alternativas metodológicas adequadas ao cenário de complexidade em que se encontram atualmente as escolas, onde se insere o relevante trabalho do educador matemático"; mas também destacaremos as perspectivas *sobre* e *para* (SCHROEDER; LESTER, 1989), que utilizam a expressão *via*, nas quais a ênfase se dá no ensino de estratégias e no trabalho com problemas como aplicação dos conteúdos estudados, respectivamente, tomando-as como categorias prévias de análise e buscando avançar sobre essa classificação, considerando os avanços da pesquisa nessa temática de pesquisa.

Contribuição historiográfica: enlaces entre a História, a historiografia e a História da Educação Matemática.

A pesquisa em História possui características específicas que devem ser levadas em consideração na busca por compreender fatos do passado. Nesse sentido, conforme destacado por Torres (1996, p. 54), "constata-se uma preocupação [de autores diversos] em distinguir ou equiparar história (enquanto processo humano/conhecimento intelectual) e historiografia". Para ele, a historiografia "corresponde ao conhecimento histórico produzido num certo período, sobre determinados temas" (TORRES, 1996, p. 58). Em síntese, como popularmente é tratada, seria o produto acabado resultante de um trabalho histórico desenvolvido por historiadores ao longo de um tempo.

A História, enquanto Ciência, ao contrário da forma como é vista popularmente, não é o estudo do passado ou seu resgaste. Sobre a História, Bloch (2002), historiador francês e um dos fundadores da *Escola dos Annales*, movimento historiográfico do século XX que se destacou pelo diálogo com os métodos das Ciências Sociais na pesquisa histórica, sublinha: "'Ciência dos homens', dissemos. É ainda vago demais. É preciso acrescentar: dos homens, 'no tempo'. O historiador não apenas pensa 'humano'. A atmosfera em que seu pensamento respira naturalmente é a categoria da duração" (BLOCH, 2002, p. 55). Ademais, complementa que:

> não há senão uma ciência dos homens no tempo e que incessantemente tem necessidade de unir o estudo dos mortos ao dos vivos." [...] A vida é muito breve, os conhecimentos a adquirir muito longos para permitir, até para o mais belo gênio, uma experiência total da humanidade. O mundo atual terá sempre seus especialistas, como a idade da pedra ou a egiptologia. A ambos pede-se simplesmente para se lembrarem de que as investigações históricas não sofrem de autarquia. Isolado, nenhum deles jamais compreenderá nada senão pela metade, mesmo em seu próprio campo de estudos; e a única história verdadeira, que só pode ser feita através de ajuda mútua, é a história universal. Uma ciência, entretanto, não se define apenas por seu objeto. Seus limites podem ser fixados, também, pela natureza própria de seus métodos. (BLOCH, 2002, p. 67-68).

Nesse sentido, é importante ressaltar o movimento da *Escola dos Annales*, surgido principalmente a partir dos historiadores Lucien Febvre (1878-1956) e Marc Bloch (1886-1944), em oposição à corrente intitulada como positivismo histórico, na qual, em sua visão, bastava aos historiadores exporem as fontes, sem a necessidade de interpretá-las e interrogá-las, bem como não as confrontar com outros materiais. Destarte, a renovação no fazer histórico, possibilitando ir além de uma história descritiva e limitada, centrada em grandes eventos, fatos e heróis, possibilitou a inauguração da noção de "história como problema". Assim, a história não poderia mais ser compreendida como "uma 'ciência do passado', uma vez que, segundo Bloch, 'passado não é objeto de ciência'. Ao contrário, era no jogo entre a importância do presente para a compreensão do passado e vice-versa que a partida era, de fato, jogada" (SCHWARCZ, 2002, p. 7).

É a partir dessa perspectiva de fazer história, tomando como suporte os conhecimentos dessa ciência, que desenvolvemos o presente estudo. Ele se insere no âmbito das pesquisas em História da Educação Matemática. Apesar de ser uma vertente recente no âmbito das investigações desenvolvidas na área da Educação Matemática, as

pesquisas em História da Educação Matemática possuem distintas tendências (VALENTE, 2013).

De acordo com Valente (2013), há investigadores da História da Educação Matemática que se localizam na História da Matemática e a tomam como um subconjunto dessa tendência; outros, no âmbito das pesquisas em Didática da Matemática, consideram que ela deve contribuir com a aprendizagem em matemática; há pesquisadores que tomam por base a vertente da Filosofia e produzem escritos que podem ser considerados como uma Filosofia da História da Educação Matemática e, outros que situam-se como um tema de estudos dentro das pesquisas em História da Educação, que, por sua vez, estão ancorados nos diversos temas das pesquisas no campo da História.

Nesse sentido, considerando as diferentes vertentes, situamos nossa investigação dentro da História da Educação, apoiando-se em conhecimentos das áreas da Educação Matemática, História da Matemática e da Educação. Assim, mesmo considerando essa categorização, bem como a transversalidade da temática, podemos nos apoiar e fazer uso das diferentes características dos 4 campos supracitados. Dessa forma, como nas pesquisas realizadas pelos diferentes membros do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT), "esse posicionamento, desde logo, implica na necessidade de apropriação e uso do ferramental teórico-metodológico elaborado por historiadores para escrita da história" (VALENTE, 2013, p. 24).

Essa posição, a de buscar subsídio no campo da história, é considerada também por pesquisadores que desenvolvem investigações na área da História da Educação. Sobre essa assertiva, Luchese (2014, p. 147), ao realizar suas pesquisas no campo da história educacional, sublinha que suas reflexões produzidas nessa área são "construídas, especialmente, a partir do vínculo teórico com autores da Nova História, com ênfase, na História Cultural".

Assim, considerando o nosso objetivo de pesquisa, à luz do exposto, buscamos compreender uma parte da História da Educação Matemática brasileira no processo de constituição da temática Resolução de Problemas nos anais dos ENEMs. Nesse contexto, é importante destacar que "vai já longe o tempo em que a escrita da história deixa de ser pensada como algo que busca retratar o passado, sendo-lhe cópia fiel"

(VALENTE, 2013, p. 24.). Nesse sentido, corroboramos das ideias de Luchese (2014), ao destacar que essa ciência não é neutra e nem uma:

> verdadeira versão do passado, contínua, linear, progressiva, pautada na ideia de sujeitos fundantes e de origens, celebratória dos rumos escolhidos pelo ser humano no tempo, bem como não tenho privilegiado olhares explicativos binários sobre a realidade. Compreendo a história como processo que, em suas multiplicidades, descontinuidades, brechas e atravessamentos constitui os momentos do passado-presente (LUCHESE, 2014, p. 147).

Assim, no desenvolvimento dessa pesquisa no campo da História da Educação Matemática, adotamos a perspectiva teórica de inserir-nos:

> numa história do tempo presente, caracterizada pelo fato de o pesquisador ser contemporâneo de seu objeto de estudos; ou, ainda, testemunha dos acontecimentos de seu tempo. [...] a história do tempo presente é assumida como um conceito em construção, portanto inacabado e em movimento permanente, como o próprio fazer historiográfico do presente, marcado por uma natureza provisória, seletiva e incompleta. (MUNIZ, 2013, p. 12).

Nesse sentido, o trabalho do historiador passa a ser visto de outra forma, pois "a ele não cabe mais coletar fatos do que ocorreu noutros tempos descrevendo-os consoante os documentos que encontra. Seu ofício é o de *construir* esses fatos" (VALENTE, 2013, p. 25, grifos do autor). Assim, a história e o historiador assumem uma nova maneira de representar fatos/momentos do passado, sendo esta representação através de narrativas. Essa narrativa, como destaca Luchese (2014, p. 153), construída pelo discurso do historiador, "vai sendo entrecortada por notas e citações. Dialogando com outros autores, mas especialmente com documentos de época, o texto produzido é apropriação da palavra do outro, à sua maneira, para dar sentido ao seu próprio texto".

Assim, segundo Souto (2006, p 117):

> Historiar é fazer ciência e arte. É fazer a ciência dos homens em sociedade no tempo. É perscrutar consciências humanas e analisar a dinâmica das sociedades e no interior delas, a movimentação dos homens. Historiar é vasculhar no fundo das eras e trazer de volta à vida não o passado, por natureza inacessível, mas o conhecimento que dele podemos alcançar. É fazer arte com o uso da intuição, da imaginação criadora e da capacidade de abstração, elementos que nos fazem chegar a pessoas e lugares convenientes e nos levam a colocar as questões mais pertinentes frente aos indícios do passado. [...] sem perder de vista a margem de liberdade e criatividade de cada indivíduo dentro do contexto em que se movia. É aceitar inclusive, a liberdade de escolhas e a criatividade próprias daquele que se propõe a escrever uma história. Em particular, historiar é para nós, aprendizes de historiadores, lançar-se à aventura de adentrar-se por searas que não as nossas, arriscando a andar às vezes sem rumo certo, mas encorajados pelo fascínio do caminho que se vai fazendo ao caminhar.

Nessa asserção, "como é próprio do ofício do historiador, toma-se um tema de interesse, do qual decorrem algumas escolhas – de fontes, de procedimentos, de abordagens, de caminhos a trilhar" (SOUTO, 2006, p. 118). Nesse sentido, a escolha do objeto de pesquisa é uma opção definida pelo historiador, na qual dimensões objetivas e subjetivas se mesclam, relacionadas ao contexto de vida do pesquisador e as experiências construídas (LUCHESE, 2014). Certau (1982) enfatiza que a "operação histórica se refere à combinação de um lugar *social*, de *práticas* 'científicas' e de uma *escrita,* [...] [e que] toda pesquisa historiográfica se articula com um lugar de produção socioeconômico, político e cultural" (CERTAU, 1982, p. 66, grifos do autor). Assim, ao tratar sobre a importância das perguntas para o trabalho do historiador, Garnica (2013, p. 55) sublinha que uma operação historiográfica consiste em um movimento constituído por "um conjunto de ações que se iniciam quando se tem à mão um problema a partir do qual saímos à procura de fontes (ou criamos fontes) para, a partir dessas fontes, analítica e metodicamente, compor uma narrativa historiográfica".

É sobre essas fontes, sobre a criação, armazenamento e análise de documentos em sentido amplo, que vão além dos documentos considerados oficiais, bem como a crítica as fontes, como destacado por Luchese (2014), Valente (2013), Garnica (2013), Bloch (2002), entre outros, que discorremos, no tópico a seguir, sobre as nossas fontes de pesquisa: os anais dos ENEMs.

Corpus de pesquisa: os documentos fonte da investigação

Sublinhamos, de antemão, que essa investigação não se relaciona de forma direta com questões didáticas relativas ao processo de ensino e aprendizagem de matemática em sala de aula. Nossa pesquisa, por mais que aborde a temática da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino a partir dos anais dos 12 ENEMs, como explicitado por Valente (2007, p. 38), ao tratar sobre o significado de produzir história da educação matemática, destaca que "a produção da história da educação matemática historicamente deve desvencilhar-se dos imperativos didáticos. Ela deve afirmar-se como produção histórica e, desse modo, não estar orientada por necessidades imediatas da prática pedagógica".

Porém, essa composição de uma história da Educação Matemática, que tem ocorrido principalmente a partir de livros didáticos, no estudo das práticas de educação matemática de outros tempos, somado a outros diversos materiais, a exemplos dos anais dos ENEMs em nossa pesquisa, permitem reflexões no presente, a partir do estudo do passado, objetivando o "entendimento de como se dá, na história, o processo de escolarização dos saberes e, em particular, da matemática, a partir de um instrumental teórico-metodológico utilizado por historiadores" (VALENTE, 2007, p. 47).

Nossas fontes são, como destaca Bloch (2002), vestígios do passado, que em um sentido amplo, correspondem ao que denominamos de documentos. Esses podem assumir diferentes formas, de uma ossada a um relato escrito, conforme exemplifica Bloch (2002, p. 73), que entende os documentos como "um 'vestígio' [...], a marca, perceptível aos sentidos, deixada por um fenômeno em si mesmo impossível de captar [em sua totalidade]". Sobre o trabalho do historiador e sua relação com os documentos, Luchese (2014, p. 149) assegura que sua função não é a de juntar documentos e, a partir desse *corpus*, escrever a História, pois, "todos os documentos que nos chegam do passado são plenos de relações, de jogos de sentido e significação, construídos e preservados no tempo para as gerações futuras".

Nesse sentido, nosso *corpus* documental consiste nos anais das 12 edições dos ENEMs, evento que congrega a participação de diferentes pesquisadores, sejam eles do Ensino Superior ou da Educação Básica, além de profissionais diversos, como caminho para a constituição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e o fortalecimento/agrupamento de pesquisadores que realizavam investigações nessa área de conhecimento, bem como na sociedade fundada. Na página de apresentação dos anais do I ENEM, destaca-se que esse encontro foi representativo da Educação Matemática nacional, e "demonstra como é possível realizar algo sério, organizado e competente em nosso país" (CAMPOS, 1988, p. 1). Sublinham, ainda, que o evento se deu "em benefício dos professores, para os quais dedicamos este Encontro, esperando fornecer subsídios para que se pesquise mais e se aumente a produção na grande nação brasileira" (CAMPOS, 1988, p. 1).

Sobre nosso *corpus*, inicialmente, os anais dos ENEMs, do I ao VI (1987 até 1998), se davam através de material impresso em dois volumes, anais e livro de resumo dos trabalhos apresentados; do VII ao XI (2001 até 2013), em meio digital/magnético,

CD do VII ao X e DVD para o XI, todos em "volume" único; o XII encontro (2016) tem seus anais em uma página da internet, não sendo produzidas mídias físicas (CD/DVD/pendrive) nessa edição. Esse material, em quase totalidade, está disponível através de um acervo on-line no site da SBEM, a partir do projeto "Memória SBEM – 25 anos" (desenvolvido pela gestão da sociedade no triênio 2010 – 2013). Objetivando a reconstrução histórica da Sociedade, diversos acervos documentais foram digitalizados e disponibilizados para acesso através da página da entidade. Nesse contexto, grande parte dos arquivos resultantes das diferentes edições dos ENEMs se encontra no meio virtual. Porém, considerando que, nas edições iniciais, ocorria a publicação de dois volumes impressos, os anais e o livro de resumo com os trabalhos, no material digitalizado, encontramos, exceto para o VI, um ou outro volume.

Esse problema foi relatado por Pereira (2005), em sua tese de doutorado acerca da história do movimento que criou a SBEM, com relação ao I ENEM, mas que pode se estender às edições seguintes, sublinhando que:

> O caderno de Resumos foi confeccionado à época de forma rudimentar em relação à tecnologia disponível hoje. Justapuseram cópias dos artigos submetidos pelos participantes, tal e qual. Não há uma edição padronizada, alguns textos são datilografados, o uso do microcomputador era ainda incipiente. Estão organizados em duas partes: "Comunicações, Conferências e Mesas-Redondas" e "Minicursos". Têm a vantagem, em relação aos Anais, de possuírem o conteúdo das apresentações. No entanto, os Anais apresentam o conteúdo das Conferências e listam Minicursos, Mesas-Redondas e Sessões Coordenadas que não constam no caderno de Resumos. (PEREIRA, 2005, p. 86-87).

Consideramos importante destacar que esses documentos, produzidos com uma intencionalidade, principalmente pelos organizadores das diferentes edições do evento, objetivaram e objetivam, além de manter a memória histórica das produções, bem como das palestras e atividades afins, contribuir para a consolidação da área da Educação Matemática, demarcando território no que concerne às preocupações relativas aos processos de ensino e aprendizagem da matemática em seus diferentes níveis, aproximação de diferentes pesquisadores com o propósito de criarem programas de pós-graduação, implantação de disciplinas que tratassem do tema nas licenciaturas em matemática e pedagogia, cursos de formação continuada, projetos de pesquisas, verbas para o desenvolvimento de ações diversas relativas ao letramento matemático dos alunos e formação dos professores, criação de laboratórios de ensino de matemática, produção e divulgação de materiais didáticos diversos etc.

Hoje, em nosso contexto social, consideramos comum consultar obras digitalizadas ou mesmo produzidas totalmente através de computadores e distribuídas pela internet. Nessa asserção, Luchese (2014, p. 151) ressalta que "na contemporaneidade o armazenamento de grandes volumes de informação - no caso de documentos históricos digitais e de acervos arquivísticos inteiros em formatos disponibilizados na web - tem facilitado os acessos, usos e cruzamentos de informações". Corroborando do exposto, Valente (2005, p. 190) nos diz que, "ao que tudo indica, vive-se uma transição, um momento em que está por ser normatizada e estabilizada uma nova etapa de trabalho para o historiador, em meio ao mundo das fontes digitalizadas".

Sobre essa relação entre a produção de material digital, impresso, mesclas entre impresso e digital ou mesmo na digitalização de material impresso, Chartier (1998, p. 138) destaca que:

> Efetivamente, mesmo que seja exatamente a mesma matéria editorial a fornecida eletronicamente, a organização e a estrutura da recepção são diferentes, na medida em que a paginação do objeto impresso é diversa da organização permitida pela consulta dos bancos de dados informáticos.

Considerando o que para muitos foi uma grande revolução entre a cultura do manuscrito e a do impresso, referindo-se ao trabalho dos copistas e à prensa criada por Gutemberg, Chartier (1998) pontua que, com relação aos textos eletrônicos, a primeira tentação é a de comparar a revolução eletrônica com a propiciada pelo invento de Gutemberg. Mas que nessa transição de diferentes suportes e modos de produção não ocorreu uma interrupção/substituição brusca e grandes alterações, pois características como paginação, numeração, índices, sumários, tamanho dos livros, são itens que existem e se mantém desde a época dos manuscritos, sendo herdados por Gutemberg e perpassados para os livros modernos. O autor também afirma que "há, portanto, uma continuidade muito forte entre a cultura do manuscrito e a cultura do impresso, embora durante muito tempo se tenha acreditado numa ruptura total entre uma e outra" (CHARTIER, 1998, p. 9).

É importante destacarmos, ainda, que, conforme nos assegura Valente (2005, p. 187), há problemas de preservação dos patrimônios documentais, principalmente devido à sua deterioração, bem como a perda, má conservação, falta de interesse na preservação da memória histórica de determinadas entidades, "que vêm motivando iniciativas em

todo o mundo de elaboração de bibliotecas e acervos virtuais. Desse modo, historiadores vão defrontando-se, mais e mais, com o uso de referências documentais digitalizadas em sua prática intelectual".

Aspectos metodológicos da pesquisa

A pesquisa, em sentido formal, pode ser definida como "um conjunto de processos sistemáticos, críticos e empíricos aplicados no estudo de um fenômeno" (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013, p. 30). Para o desenvolvimento da presente investigação, na qual buscamos compreender como se deu a inserção da Resolução de Problemas como campo acadêmico e profissional nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs), trabalhamos com textos produzidos por autores diversos, versando sobre um tema comum, "buscando trabalhar com qualidades dos dados à espera de análise" (BICUDO, 2011, p. 14). Mesmo o termo qualidade sendo compreendido de diferentes modos, no sentido da pesquisa qualitativa, explora-se a forma como a qualidade se expressa através de um processo de compreensão e interpretação. Nesse contexto, "os dados trabalhados não se permitem generalizar e transferir para outros contextos. Admitem apenas tecerem-se generalidades sustentadas por articulações efetuadas sucessivamente com os sentidos do que está sendo expresso" (BICUDO, 2011, p. 21).

Assim, corroboramos das ideias de D'Ambrosio (2017b, p. 21), ao apontar que a pesquisa qualitativa "lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas". Pelo exposto, considerando que trabalhamos com discursos e narrativas expressas através de trabalhos apresentados nos anais de diferentes edições dos ENEMs, desenvolvemos uma investigação de natureza qualitativa, com técnica de pesquisa bibliográfica e utilização do método histórico. A partir de nossas leituras, tendo em vista o sentido amplo da expressão *documentos*, classificamo-la como uma pesquisa documental e bibliográfica. Segundo Gil (2016), essa técnica "é elaborada com base em material já publicado. Tradicionalmente, esta modalidade de pesquisa inclui material impresso, como [...] anais de eventos científicos.". Ainda de acordo com esse autor, "a pesquisa bibliográfica também é

indispensável nos estudos históricos. Em muitas situações, não há outra maneira de conhecer os fatos passados se não com base em dados bibliográficos.” (GIL, 2016, p. 30).

Sobre os métodos investigativos das ciências sociais, em específico ao histórico, Marconi e Lakatos (2016) destacam que:

> Partindo do princípio de que as atuais formas de vida social, as instituições e os costumes têm origem no passado, é importante pesquisar suas raízes, para compreender sua natureza e função. Assim, o método histórico consiste em investigar acontecimentos, processos e instituições do passado para verificar a sua influência na sociedade de hoje. (MARCONI; LAKATOS, p. 88-89).

Ademais, pelo olhar proposto a partir da História da Educação Matemática, considerando a utilização do método histórico, caracterizamos nossa investigação como uma pesquisa historiográfica, na qual realizamos a escrita de uma história, resgatando aspectos da memória das produções acerca da Resolução de Problemas nos anais dos ENEMs. Assim, a partir das considerações anteriores, na qual situamos nossa temática de pesquisa como uma especificidade da história da educação, sublinhamos que, nesse contexto, as pesquisas desenvolvidas dentro dessa área são, predominantemente, pesquisas qualitativas e possuem como objeto de investigação diversos fenômenos do processo educacional. Nessas investigações, busca-se o conhecimento local, em profundidade, não visando fazer generalizações. Assim, essa tem sido um dos principais tipos de pesquisas desenvolvidas na área da Educação, conforme apontam Bogdan e Biklen (1994, p. 16):

> As experiências educacionais de pessoas de todas as idades (bem como todo o tipo de materiais que contribuam para aumentar o nosso conhecimento relativo a essas experiências), tanto em contexto escolar como exteriores à escola, podem constituir objeto de estudo. A investigação qualitativa em educação assume muitas formas e é conduzida em múltiplos contextos.

Dessa forma, compreendemos que os estudos de natureza qualitativa “utilizam a coleta de dados sem medição numérica para descobrir ou aprimorar perguntas de pesquisa no processo de interpretação” (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013, p. 33). Assim, considerando a complexidade do fenômeno educativo, no qual diferentes variáveis influenciam de forma direta ou indireta no processo de ensino e aprendizagem, reforça-se ainda mais a importância da utilização desse enfoque nas pesquisas desenvolvidas nos programas de Ensino/Educação.

Ademais, destacamos a posição defendida por Bogdan e Biklen (1994) acerca dessa abordagem, ao evidenciarem que utilizam a:

> Expressão *investigação qualitativa* como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por *qualitativos,* o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objetivo de investigar os fenómenos em toda a sua complexidade e em contexto natural. Ainda que os indivíduos que fazem investigação qualitativa possam vir a selecionar questões específicas à medida que recolhem os dados, a abordagem à investigação não é feita com o objetivo de responder a questões prévias ou de testar hipóteses. Privilegiam, essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação. As causas exteriores são consideradas de importância secundária. Recolhem normalmente os dados em função de um contato aprofundado com os indivíduos, nos seus contextos ecológicos naturais. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 16, grifos dos autores).

Além disso, ao tratar sobre a pesquisa qualitativa de um modo geral, e na Educação Matemática em particular, D´Ambrosio (2017b, p. 21), um dos maiores expoentes dessa área de investigação no Brasil e no mundo, sublinha que, em seu entendimento, esse tipo de investigação "é o caminho para escapar da mesmice, [pois ela] lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. E a análise dos resultados permitirá propor os próximos passos". Indo além, destaca não ser possível definir o que é uma boa pesquisa qualitativa, por ser difícil a adoção de critérios:

> sem o grande risco de despersonalizar e manietar o pesquisador. Algumas pesquisas dirão mais, outras dirão menos, algumas terão credibilidade, outras não. A análise comparativa de uma variedade de pesquisas, conduzidas com metodologias distintas, pode definir cursos de ação, mas seus resultados jamais poderão ser considerados definitivos. (D´AMBROSIO, 2017b, p. 21).

Nesse sentido, considerando o objetivo proposto, nossa investigação se dá a partir de um estudo exploratório (GIL, 2016), que proporciona maior familiarização com o tema/problema a ser investigado, com o propósito de torná-lo mais explícito, no qual, em uma perspectiva histórica, buscamos identificar como se deu a inserção da Resolução de Problemas como campo investigativo nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs).

Nosso percurso investigativo, considerando nossas fontes de dados, se dará pela leitura dos documentos produzidos pelas diferentes edições do evento supracitado,

tendo em vista as comunicações apresentadas, minicursos, palestras, exposições, relatos de experiência e demais itens apresentados nas diferentes edições dos eventos, buscando construir uma narrativa acerca da inserção da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, caracterizando os trabalhos produzidos e apresentando um panorama global dessas produções.

Fundamentação teórico-metodológica

As bases teóricas e metodológicas de nossa pesquisa se constituíram de artigos, livros, dissertações e teses que versam sobre a temática explorada e que orbitam temas comuns da produção.

Nossa investigação se desenvolveu a partir da Resolução de Problemas, tema de pesquisa da área de Educação Matemática. As discussões sobre essa área de conhecimento no Brasil se dão, principalmente, a partir do livro de Muniz (2013) sobre a trajetória histórica dos 25 anos (1988-2013) de criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM); do artigo de Miguel *et al.* (2004), que apresenta um breve histórico da Educação Matemática, ações implementadas e questões sobre o processo de disciplinarização dessa área de conhecimento; documentos e artigos sobre a criação da SBEM (BERTONI, 2004; CAMPOS, 2004; LINS, 2004) e as teses de Fiorentini (1994) e Pereira (2005), que tratam, respectivamente, sobre as pesquisas acadêmicas brasileiras na área da Educação Matemática entre os anos de 1900 até a 1980 e acerca do movimento histórico que criou a SBEM. A maioria dessas obras também trata sobre a criação e consolidação dos ENEMs, considerando que a criação da SBEM está intimamente relacionada ao surgimento desses encontros.

Em específico ao campo histórico, fazemos uso do livro *Apologia da História ou O Ofício de Historiador*, de Bloch (2002), obra seminal desse autor que trata sobre elementos metodológicos da pesquisa em História, sendo esta a "ciência que estuda os homens no tempo" (BLOCH, 2002, p. 55). A História da Educação Matemática é trabalhada a partir de artigos de Valente (2005, 2007, 2011, 2013), que defende ser ela um campo de pesquisa da História da Educação, e de um trabalho de Garnica (2013), que apresenta problematizações sobre a historiografia na Educação Matemática. Sobre o

campo da História da Educação e seus modos de pesquisa, sublinhamos o artigo de Luchese (2014), que traz reflexões sobre essa área e apresenta pressupostos e alternativas metodológicas para o desenvolvimento de pesquisas nesse viés.

Relativo aos aspectos metodológicos, sublinhamos características da pesquisa qualitativa com base em Bicudo (2011) e Bogdan e Biklen (1994); especificidades da pesquisa com abordagem histórica embasada em Marconi e Lakatos (2016) e procedimentos de seleção do *corpus* e técnicas de leituras com o apoio de Gil (2016).

As discussões sobre a Resolução de Problemas, considerando aspectos históricos dessa tendência, se dão com base na tese de Morais (2015), que tratou sobre o processo constitutivo dessa temática de pesquisa a partir dos documentos dos Congressos Internacionais de Educação Matemática (ICMEs); da dissertação de Andrade (1998), que aborda o processo de ensino e aprendizagem da matemática *através*/*via* da resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas, considerando a multicontextualidade da sala de aula; de vários artigos e capítulos produzidos por membros do grupo GTERP, que possuem uma expressiva produção tendo por base a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino: Onuchic (1999; 2013), Onuchic e Allevato (2011, 2014), Morais e Onuchic (2014), Justulin (2016), Leal Junior (2018); da obra de Thorndike (1936) e de Polya (1995), precursoras dessa teoria, respectivamente, sobre o ensino da aritmética com ênfase em problemas e nas heurísticas propostas por Polya para a resolução de problemas, sendo este considerado o pai dessa tendência.

Ademais, além de outros artigos de Polya (1971, 1985), utilizamos Frank (2004) e Guimarães (2011) que discutem sobre a vida e obra de Polya; destacamos o artigo de Schoenfeld (2007), que realiza um levantamento da produção americana sobre a Resolução de Problemas entre os anos de 1970 e 2008; bem como o artigo de Cai e Lester (2012), Vale, Pimentel e Barbosa (2015), o livro de Dante (2010), a tese de Domite (1993) e a dissertação de Gazire (1989) que, considerando suas especificidades, abordam esse tema com olhares distintos, sendo o último trabalho um dos marcos da pesquisa nesse tema no cenário nacional.

Organização dos capítulos

Este trabalho está dividido, além da introdução, em 4 capítulos. Inicialmente, na **Introdução**, foram apresentados os principais elementos de nossa investigação: questão de pesquisa, objetivos, justificativa, considerações metodológicas e demais elementos que compõem o escopo preliminar do presente estudo.

No **capítulo 1** - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONSTITUIÇÃO DE UMA ÁREA DE PESQUISA, apresentamos uma breve exposição acerca da constituição da Educação Matemática enquanto área de investigação no cenário internacional e nacional, seus principais precursores, avanços e estado atual do campo, situando o contexto de criação do ENEM, seus objetivos e importância para a comunidade de educadores matemáticos brasileiros.

No **capítulo 2 -** UM CAMINHAR PELA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, tratamos sobre a fase embrionária, desenvolvimento e inserção da Resolução de Problemas como um campo de conhecimento da Educação Matemática, situando o seu estado atual, bem como identificando suas principais características no cenário brasileiro e internacional.

No **capítulo 3 -** RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ENEMs: CAMINHOS PERCORRIDOS, apresentamos nossas análises a partir dos anais dos ENEMs, destacando o quantitativo de trabalhos nos vieses **para**, **sobre** e **através/via** nas 12 edições desse evento, focando nosso olhar para essa última classificação. Bem como apresentamos uma narrativa acerca da Resolução de Problemas nos ENEMs, considerando as três abordagens supracitadas e os trabalhos não identificados, relacionando autores-chave desse tema, relações com grupos de pesquisas e caraterísticas gerais dos trabalhos desenvolvidos.

No **capítulo 4 -** UM OLHAR EM REDE PARA AS PRODUÇÕES EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, categorizamos os trabalhos que abordam o viés metodológico, o *através/via*, e situamos caraterísticas das produções desenvolvidas, evidenciando, a partir de uma análise em rede, os principais pesquisadores, instituições de vinculação, palavras-chaves e grupos de pesquisas.

Nas CONSIDERAÇÕES FINAIS, sublinhamos nossas sínteses acerca da investigação desenvolvida, destacando possíveis limitações e avanços no trabalho executado, bem como apontando cenários para pesquisas futuras.

Por fim, serão apresentadas as **Referências** que subsidiaram o desenvolvimento da pesquisa em tela, a partir do diálogo com diferentes pesquisadores e fontes de dados.

Capítulo 1 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONSTITUIÇÃO DE UMA ÁREA DE PESQUISA

Considerando que a constituição da área de Educação Matemática no cenário nacional e internacional passou por diversos momentos, bem como visando situar nossa temática de pesquisa nesse campo, apresentamos algumas considerações sobre fatos históricos que marcaram o estabelecimento dessa área de pesquisa.

Pontuamos questões relativas ao encontro inicial de pesquisadores que favoreceu o debate em torno da possibilidade de criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, bem como a realização dos primeiros ENEMs.

1.1 Educação Matemática no Brasil e no mundo

Ao discutir sobre os aspectos históricos da Educação Matemática, Miguel *et al*. (2004) destacam que desde a antiguidade já se identificavam preocupações com questões relativas ao ensino de matemática. Ubiratan D'Ambrosio, um dos principais expoentes da Educação Matemática no cenário nacional e internacional, acerca do contexto de surgimento/desenvolvimento da Educação Matemática, em entrevista sobre os 25 anos de criação da SBEM, afirma estar convicto de que a:

> matemática é um dos instrumentos intelectuais mais poderosos desenvolvidos pela espécie humana, ao longo de sua evolução, para lidar com situações críticas e resolver problemas. Essas situações críticas envolvem muitas vezes interesses internacionais. [...] poderíamos falar da Educação Matemática na Antiguidade, no Ocidente e no Oriente, nas civilizações andinas pré-colombianas, nas populações nativas da Amazônia e do Círculo Polar Ártico, enfim, de todos os continentes (MUNIZ, 2013, p. 29).

Nesse sentido, é importante destacarmos que, de forma inicial, o campo que hoje denominamos de Educação Matemática surgiu a partir de preocupações com questões relativas ao como ensinar esse Componente Curricular, promovendo discussões sobre como facilitar o processo de ensino e aprendizagens, muitas vezes com reflexões

pessoais acerca da forma como determinados matemáticos conduziam suas aulas. Nesse cenário, como destaca Fernandes e Menezes (2002, p. 2), "a preocupação com o ensino da matemática é histórica. Na Grécia antiga, a matemática foi ensinada na escola pitagórica, como um conhecimento necessário para a formação dos filósofos e dos futuros governantes".

Miguel *et al*. (2004) destacam, ainda, que após a revolução industrial (1767), revolução americana (1776) e revolução francesa (1789), as preocupações com a educação matemática dos jovens passou a ganhar destaque. D'Ambrosio corrobora do exposto, destacando que uma maior ênfase no processo de ensino e aprendizagem da matemática ocorreu "no momento de intensificação da industrialização e da grande competição entre impérios. Portanto, a motivação para a Educação Matemática tem um componente político" (MUNIZ, 2013, p. 31). Nesse contexto, o surgimento da Educação Matemática como:

> uma área prioritária na educação ocorre na transição do século XIX para o século XX. Os passos que abrem essa nova área de pesquisa são devidos a John Dewey (1859-1952), ao propor em 1895, em seu livro *Psicologia do número*, uma reação contra o formalismo e uma relação não tensa, mas cooperativa, entre aluno e professor, e uma integração entre todas as disciplinas. (MIGUEL *et al*., 2004, p. 71).

A partir de então, alguns pesquisadores, principalmente matemáticos renomados, passaram a escrever sobre educação, em contexto geral, e sobre a Educação Matemática em particular. Nesse contexto, quando a formação de professores secundários passou a ser "uma função crescentemente importante das universidades, a Educação Matemática começou a ser reconhecida como uma matéria universitária" (KILPATRICK, 1996, p. 8). Assim, os matemáticos "que se preocupavam em como sua matéria estava sendo ensinada" (KILPATRICK, 1996, p. 8), constituíram-se nos primeiros educadores matemáticos.

Com a publicação do livro *Matemática elementar de um ponto de vista avançado,* em 1908, do matemático alemão Felix Klein (1849-1925), ocorreu o estabelecimento da Educação Matemática como disciplina. Defendendo que nas escolas a apresentação da matemática ocorresse a partir de uma base mais psicológica, em oposição à forma sistemática que vinha sendo trabalhada (MIGUEL *et al*. 2004). Nesse sentido, Kilpatrick (1996) destaca que a psicologia estava ganhando espaço, sendo considerada como "ciência mestra" do contexto escolar. Considerando a formação de

professores, os estudantes universitários, ao se deterem sobre os aspectos psicológicos da aprendizagem das crianças, foram dando sustentação ao campo da Educação Matemática, a partir da impregnação mútua das disciplinas de Matemática e Psicologia.

Destarte, a Educação Matemática passou a ser um campo de investigação em expansão, contando cada vez mais com a colaboração de novos pesquisadores, tanto da matemática pura quanto da área da educação, além das contribuições advindas da psicologia. Sua consolidação, como uma subárea da matemática e educação, configurando-se como um campo interdisciplinar, "se dá com a fundação, durante o Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, em 1908, da Comissão Internacional de Instrução Matemática, conhecida pelas siglas IMUK/ICMI, sob liderança de Felix Klein" (MIGUEL *et al*., 2004, p. 72).

Dessa forma, passam a surgir diversos grupos de pesquisas que tomam questões relativas ao processo de ensinar e aprender matemática como cerne de suas investigações, sendo o Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos (NCTM), fundado por professores de Matemática em 1920, um dos importantes espaços de reflexões sobre as questões ligadas ao ensino desse Componente Curricular. Conforme assegura Miguel *et al*. (2004), as pesquisas nesse campo de conhecimento passavam por um processo de expansão, mas não eram o foco de discussão dos membros do NCTM, que em suas reuniões anuais contava com a participação de poucos investigadores em Educação Matemática, sendo "maior presença de autores de livros didáticos. Alguns autores eram importantes pesquisadores em educação matemática, mas suas presenças nessas reuniões tinham outra finalidade" (MIGUEL *et al*. p. 72).

Sobre a criação do NCTM, D'Ambrosio destaca que ele surge, de certa forma, "como uma dissidência da *American Mathematical Society*. Uma dissidência no seguinte sentido, 'a nossa preocupação é Matemática, é pesquisa, a Educação é muito importante, mas não é de nossa área, portanto vocês se preocupem com isso'" (MUNIZ, 2013, p. 32-33, grifos do autor). Dessa forma, a *American Mathematical Society* se encarrega de pesquisas e divulgações acerca da matemática pura e aplicada, ficando o NCTM encarregado de discutir propostas e questões relativas ao processo de ensino e aprendizagem de matemática na educação escolar básica, dando vez e voz aos professores das escolas, contando com o apoio de mais de 100 mil sócios. Similar ao

contexto americano, no Brasil, temos a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

No cenário brasileiro, as propostas defendidas por Klein inspiraram docentes que, após reformas no currículo de matemática, principalmente, a reforma Francisco Campos, em 1931, passaram a "introduzir ideias renovadoras, que foram influenciadas essencialmente por Felix Klein" (FERNANDES; MENEZES, 2002, p. 4). Mesmo sofrendo resistências de mudanças por parte da Igreja Católica, no fim da "primeira metade do século XX [....] [ocorreram] mudanças centralizadas, essencialmente no eixo Rio-São Paulo" (FERNANDES; MENEZES, 2002, p. 5). Essa resistência, principalmente por parte da Igreja, se dava porque ela possuía um grande domínio sobre as escolas. Porém, considerando a falta de uma estrutura básica, o restante do país não conseguiu acompanhar as mudanças que aconteceram nesse eixo, passando a ocorrer apenas reflexos pontuais dessas modificações, através de expoentes que trabalhavam com alguns livros ou que ministravam cursos de matemática, a exemplo dos Estados do Ceará, Maranhão, Pernambuco e Paraná (FERNANDES; MENEZES, 2002).

Essas discussões e reformas ainda eram pontuais. Todavia, a partir dos anos 50:

> as questões de ensino-aprendizagem da Matemática começaram a ser discutidas com maior intensidade [...] principalmente como um dos frutos dos primeiros Congressos Nacionais de Ensino de Matemática, realizados em 1955 (Salvador), 1957 (Porto Alegre) e 1959 (Rio de Janeiro). A seguir foram criados os Círculos de Professores de Matemática e uma Associação Brasileira de Professores e Pesquisadores de Matemática e, tornam-se mais frequentes, os Congressos Estaduais de Professores de Matemática. (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, [s/d], *on-line*).

No contexto do pós-guerra, ocorreu uma ampla expansão da Educação Matemática em todo o mundo, considerando as competições entre grandes impérios e a necessidade de um maior desenvolvimento científico e tecnológico. Dessa forma, surgiram diversas propostas de renovação curricular "em vários países da Europa e dos Estados Unidos. Floresce o desenvolvimento curricular. Psicólogos como Jean Piaget, Robert M. Gagné e Jerome Bruner, B. F. Skinner dão a base teórica de aprendizagem de suporte para as propostas" (MIGUEL *el al*., 2004, p. 72). Nesse sentido, surgem vários projetos de grande importância em diversos países, eclodindo o movimento denominado de Matemática Moderna, que exerceu forte influência pelo mundo. Assim:

> Nas décadas de 60/70, o ensino de Matemática no Brasil, assim como em outros países, foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Matemática Moderna. A Matemática Moderna nasceu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente do ensino por se considerar que, juntamente com a área de Ciências, ela constituía uma via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico. Para tanto procurou-se aproximar a Matemática desenvolvida na escola da Matemática como é vista pelos estudiosos e pesquisadores. (BRASIL, 1998, p. 19).

Consoante a esses diferentes movimentos de reorientações curriculares, alterou-se a forma como os docentes lecionavam, os alunos aprendiam e os profissionais eram formados para atuarem na docência. Os próprios professores não conseguiram acompanhar as orientações propostas, possuindo dificuldades de colocar em prática o que elas propunham, uma vez que a forma de ensino proposta por esse movimento tinha como fundamento as "grandes estruturas que organizam o conhecimento matemático contemporâneo e enfatizava a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia etc." (BRASIL, 1998, p. 19).

A partir desse movimento, considerando o grande número de projetos existentes, em 1963, ocorreu a criação da Câmara Internacional em Ciência e desenvolvimento curricular em Matemática. Sendo que, "em 1969, realizou-se em Lyon, França, o Primeiro Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 1); em 1972, realizou-se o ICME 2, em Exeter (Inglaterra), e desde então, a cada quatro anos, reúne-se um ICME, com a presença de pesquisadores em educação matemática de todo o mundo" (MIGUEL *et al*., 2004, p. 73). Esse congresso é um marco para a Educação Matemática em nível mundial, congregando pesquisadores de diversos países, discutindo e refletindo ações sobre Educação Matemática em todos os níveis de ensino.

No cenário brasileiro, conforme destacado por Fiorentini (1994), as transformações sociais, principalmente com o processo de industrialização do início do século XX, contribuíram para o fortalecimento de movimentos com preocupações sociais, como acesso à educação pela classe operária, criação de associações e entidades de classe etc.

> A partir do século XX, a sociedade brasileira passa a tornar-se cada vez mais urbana. Com a industrialização crescente surge a classe operária que começa a reivindicar mudanças político-sociais. Dentre essas mudanças reivindicadas estava a ampliação do sistema escolar para atender também aos operários e seus filhos. Essa reivindicação viria ao encontro da "crença de que, pela multiplicação das instituições escolares, pela disseminação da educação escolar, seria possível incorporar grandes camadas da população na senda do

> progresso nacional e colocar o Brasil no caminho das grandes nações do mundo. (FIORENTINI, 1994, p. 29).

Esse processo de busca de conquistas sociais, conforme Rosar (2011, p. 145), ocorreu em um momento no qual ações articuladas entre "a teoria e a prática da educação e os movimentos sociais em sua plena efervescência, no final dos anos 1970, quando se deu o combate à ditadura militar pelos setores organizados da sociedade civil, identificados com a construção histórica do socialismo". Esse cenário contribuiu para o crescimento de preocupações relativas ao processo de ensino e aprendizagem nos níveis primário e secundário, principalmente, da matemática.

Nesse sentido, ao tratar sobre os rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática nos cursos de pós-graduação, com foco para a produção acadêmica, Fiorentini (1994) destaca que, antes da década de 70, já ocorriam eventos e publicações preocupados com processos de ensino e aprendizagem da matemática. Sublinha, ainda, que publicações em periódicos na área educacional, capítulos de livros e publicações de obras com orientações pedagógicas já se faziam presentes no contexto nacional. Ademais, entre 1955 e 1966, aponta a realização de 5 Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática. Esses eventos, realizados em Salvador (1955), Porto Alegre (1957), Rio de Janeiro (1959), Belém (1961) e São José dos Campos (1966):

> contribuíram para que centenas de matemáticos e professores de matemática voltassem sua atenção para o ensino primário e secundário. O envolvimento desses profissionais deveu-se, em grande parte, a um anseio brasileiro de engajar-se ao movimento internacional de reformulação e modernização do currículo escolar da matemática. (FIORENTINI, 1994, p. 90).

Destarte, sublinha que, mesmo com a realização desses congressos, com preocupações relativas às mudanças curriculares, com um intenso movimento de mobilização nacional em torno do ensino primário e secundário e de um grande volume de trabalhos apresentados nesses eventos, eles se configuram, em sua quase totalidade, em descrições sem um processo sistemático de análise. Sobre essas produções, aponta que a maioria tinha apenas preocupações com o ensino primário e secundário, constituindo-se de ensaios, reflexões, pontos de vista, relato de experiência, estudos históricos da matemática e prescrições didático-metodológicas (FIORENTINI, 1994).

A partir da década de 70, principalmente com a implantação da pós-graduação, passa a ocorrer nas universidades, especialmente nos programas de Educação, um processo de crescimento de produções acadêmicas na Educação Matemática. No

período de 1979 a 1983, devido a um programa temporário de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática na UNICAMP e, posteriormente, a partir de 1987 com o primeiro programa de pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, a produção na área passa a ser ainda mais expressiva, passando de 20 trabalhos (dissertação/tese) por ano (FIORENTINI, 1994). Nesse sentido, as bases para a constituição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), bem como para o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), principais marcos para a consolidação dessa área de conhecimento, ocorreu com o retorno da

> delegação brasileira à 6ª Conferência Interamericana de Educação Matemática em Guadalajara [CIAEM], México, em novembro de 1985 [...]. Eram onze especialistas de diferentes Estados da Federação, a saber: Ubiratan D'Ambrósio, Terezinha Nunes, Esther Grossi, Eduardo Sebastiani Ferreira, Anna Franchi, Vânia Maria Pereira dos Santos, Lucília Bechara Sanches, Antônio Silva e Luiz Carlos Guimarães. A surpresa de muitos em participarem da maior delegação estrangeira no evento foi superada pelo fato de poucos se conhecerem entre si ou não conhecerem o teor dos trabalhos e pesquisas dos colegas. Foi assim que este grupo decidiu, num memorável jantar, retomar os congressos brasileiros de Educação Matemática e criar a Sociedade Brasileira de Educação Matemática. (CAMPOS, 2004, p. 25).

Nesse contexto, podemos perceber que vários pesquisadores, em diferentes instituições e localidades, já desenvolviam investigações no campo da Educação Matemática. Nessa época, conforme destaca Muniz (2013), D'Ambrosio já era uma personalidade influente na área, assumindo posições de destaque em comitês e associações internacionais, porém, foi nessa conferência que ocorreu a aproximação dele com os demais pesquisadores brasileiros. Assim, em suas palavras, durante a conferência, encontrou vários pesquisadores brasileiros, que para sua surpresa, nem se conheciam. O estranhamento maior se dá pelo desconhecimento de muitos da própria figura do brasileiro D'Ambrosio, pesquisador mais velho e que possuía maior envolvimento com questões da área, ocupando posições de destaque: "mas muita gente que encontrei lá me perguntava: quem é você? De onde é? O que está acontecendo? E sentimos um mal-estar ou bem-estar geral de nos conhecermos em Guadalajara" (MUNIZ, 2013, p. 35).

Nessa ocasião, eles decidem realizar um jantar de confraternização dos brasileiros, assumindo o compromisso por escrito, através de uma carta explicitando que, após voltarem para o Brasil, iriam iniciar o processo de criação de uma sociedade de Educação Matemática. Essa carta está sob a guarda do professor D'Ambrosio, sendo

transcrita na tese de Pereira (2005, p. 20-21) acerca do movimento histórico de criação da SBEM:

> Nós, abaixo-assinados, brasileiros reunidos na 6a. Conferência Interamericana de Educação Matemática, em Guadalajara, Jalisco, México, de 23 a 27 de novembro de 1985, considerando: que o número de brasileiros aqui reunidos e a diversidade de cidades representadas demonstram a existência de uma quantidade significativa de pessoas de diferentes formações acadêmicas ocupadas com a Educação Matemática no Brasil – que uma parte importante dos trabalhos aqui apresentados constituem uma contribuição da comunidade científica e educacional brasileira para a 6a. CIAEM; - que muitos dos brasileiros aqui reunidos encontram-se pela primeira vez para uma discussão e análise conjunta de suas idéias, nos dirigirmos aos colegas brasileiros que se ocupam de Educação Matemática para propor a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, com o objetivo de estimular e coordenar o intercâmbio de estudos e atividades realizadas no Brasil na área de Educação Matemática.Motiva-nos a força da experiência aqui vivida caracterizada pela oportunidade de conhecer e refletir sobre muitos trabalhos científicos que se reforçam e se completam no confronto e na discussão.A efetiva organização da Sociedade Brasileira sobre Educação Matemática poderá se fazer no Encontro Nacional que sugerimos para os dias 8, 9 e 10 de agosto de 1986 em local a ser determinado.
> Assinam: Antonio José Lopes, Esther Pillar Grossi, Anna Franchi, Vânia Maria Pereira dos Santos, Ubiratan D´Ambrosio, Terezinha Nunes Carraher, Lucília Bechara Sanchez, Eduardo Sebastiani, Circe Silva, Neivaldo (Pará), Luis Carlos Guimarães (UFRJ).

A carta é um marco importante no movimento que visava à criação da sociedade, apontando o engajamento de diversos profissionais atuantes na área. Porém, como ocorreu anteriormente com a proposta de criação da sociedade da América Latina, após a volta dos pesquisadores para o Brasil, o movimento perdeu força. Ao perceber isso, D'Ambrosio passa a realizar reuniões com diversas pessoas, algumas que estiveram com ele no VI CIAEM e com outros pesquisadores, decidindo, efetivamente, a organização dos trabalhos para a criação da Sociedade (MUNIZ, 2013).

É importante destacar que esse movimento pró-SBEM se dá, principalmente, a partir de diversos pesquisadores que, mesmo trabalhando de forma isolada em diversos estados brasileiros, vinham contribuindo para a constituição da área de Educação Matemática. Nesse contexto, as dúvidas e questionamentos acerca da proposta de constituição dessa entidade eram diversos, nesse sentido, D'Ambrosio (1998 *apud* MUNIZ, 2013, p. 40) destaca que:

> Em várias reuniões, o grupo dos 11 signatários, modificado pela deserção de alguns e pela adesão de outros, verificou que a tarefa não seria fácil. Pressões diretas e indiretas questionavam a criação da nova Sociedade ("Porque mais uma?") e mesmo desacreditavam que a ideia de um congresso nacional era factível ("Ainda não há massa crítica de pesquisa que possa alimentar um

> congresso do gênero"; "Não há capacidade organizacional"). A primeira coisa era atrair a comunidade, não podia ser uma Sociedade formada por poucos. Tinha que ser nacional e representativa. E como nós faríamos aquilo? Daí surgiu a ideia de reunir educadores matemáticos de vários lugares em um congresso brasileiro de Educação Matemática e daí apareceu uma pessoa decisiva, a professora Tania Campos, da PUC de São Paulo, que ofereceu o espaço para isso. E nós fizemos o que seria "o zero-ésimo" Encontro Nacional de Educação Matemática, em São Paulo, em 1987. A partir daí, deflagrou-se o processo de criação da SBEM.

Nesse cenário de dúvidas e incertezas, ocorreu o I ENEM em fevereiro de 1987, contando com a participação de aproximadamente 550 pessoas. O evento, conforme apontam os organizadores, superou as expectativas quanto ao número de trabalhos nas sessões coordenadas; contando, ainda, com a realização de mesas redondas, conferências e minicursos. Durante a realização da assembleia geral desse evento, que contou com um grande número de educadores matemáticos de diversas regiões do país, foi proposta por aclamação a criação SBEM, sendo sugeridos alguns princípios que norteassem a sua fundação. Assim, nesse evento, ficou acordado que, após um ano para preparação coletiva do estatuto da Sociedade, durante o II ENEM, ocorreria a homologação do estatuto e fundação da SBEM. Para Lins (2004):

> Oficialmente, a SBEM foi fundada em janeiro de 1988, em assembléia realizada durante o Segundo Encontro Nacional de Educação Matemática (II ENEM). Mas eu penso que antes disto, no I ENEM, no começo de 1987, a SBEM já existia. E mesmo antes disto, em 1986, quando foi decidido, por um grupo de educadores matemáticos e educadoras matemáticas, que o encontro de 87 seria realizado [...] eu penso que a SBEM foi fundada como uma oficialização, com ritual e cartório, da existência de uma comunidade profissional que já possuía identidade bem antes da oficialização. Em tudo, este processo se assemelha ao que fazem casais que já moravam juntos sem se casar, e a certa altura decidem "oficializar o relacionamento". Este meu entendimento se opõe à tese de que a SBEM foi fundada como forma de enfrentar a opressão que a comunidade dos matemáticos realizava sobre a comunidade dos educadores matemáticos; não que não houvesse tensão aí, mas não considero que a SBEM tenha surgido por isso. (LINS, 2004, p. 2).

Dessa forma, foi em uma assembleia realizada com cerca de 600 educadores matemáticos e professores de matemática de todas as regiões do país que ocorreu, durante o II ENEM, a fundação da SBEM e a aprovação de seu estatuto. O processo não foi simples, acarretando muitas discordâncias entre os presentes, que durante o ano de 1987 se reuniram em diversos grupos pelo país para discutir o estatuto da nova Sociedade e a indicação da primeira diretoria nacional (MUNIZ, 2013).

> A seguir o Professor Ubiratan D'Ambrosio, manifestou-se em nome da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI) e do Comitê Inter -

> Americano de Educação Matemática (CIAEM), congratulando-se com a SBEM pelo preenchimento de uma lacuna há muito sentida no cenário nacional. Cumprimentou todo os que trabalharam desde a VI (Sexta) Conferência Inter - Americana de Educação Matemática (CIAEM) em Guadalajara - México em novembro de 1.985 (hum mil novecentos e oitenta e cinco) quando se firmou a intenção de fundação da Sociedade. Em seguida se dirigiu particularmente àqueles que dedicaram esforço físico e emocional para que a Sociedade se concretizasse. Parabenizou enfim a Educação Matemática do Brasil confirmando: "Estamos Fundados". (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1988a, p. 3).

Após a fundação em Maringá, durante o II ENEM, a sociedade, que tinha Nilza Bertoni da Universidade de Brasília (UnB) como diretora (na época, era chamada de secretária geral), passou a contar com a filiação de seus sócios. Assim, ‘‘eleita a Diretoria, foi imediatamente providenciado material para as filiações, pois depois as pessoas não estariam presentes para fazê-lo, e nós, nem endereço tínhamos’’ (BERTONI, 2004, p. 3). Após o retorno de Nilza para a UnB, o processo de filiação ocorreu através dos correios. Sobre a consolidação e expansão da SBEM, Campos (2004, p. 1) destaca que a professora Nilza Bertoni ‘‘foi eleita a primeira Secretária Geral da Sociedade e foi sua a responsabilidade de implantar esta Sociedade, que se solidificou num processo democrático’’.

Mesmo após a fundação da Sociedade, alguns problemas, como a abertura de uma conta em nome da entidade, a produção e distribuição de informativos, as respostas às cartas com questionamentos e a filiação de novos sócios, se constituíram como desafios que, com o apoio de diversos profissionais envolvidos, foram sendo sanados. Assim, aos poucos, com empenho e dedicação das pessoas que encabeçavam a SBEM, foi ocorrendo o processo de expansão e consolidação junto às demais sociedades existentes e a diferentes órgãos e entidades que se relacionam com questões relativas ao processo de ensino e aprendizagem da matemática (CAMPOS, 2004).

Nesse contexto, a SBEM:

> tem se feito representar e tem mostrado a que veio nos seus 16 (dezesseis) anos de existência. Tem sido representada no Ministério da Educação, nas Secretarias de Educação e no Ministério de Ciência e Tecnologia. Tem ocupado espaços importantes e contribuído para implementação de políticas públicas educacionais. Muitos de seus membros tem ocupado papel de destaque nas comissões nacionais devido a contribuição que tem dado à área e a seus currículos. Muitos de seus membros participam de Comissões Científicas de Eventos Internacionais Representativos da área e participam também de Comitês Científicos de Revistas Internacionais indexadas e bem referenciadas. A SBEM está representada na área de conhecimento em que atua. (CAMPOS, 2004, p.5).

Possuindo dois periódicos próprios e avaliados na área de Ensino pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), a Educação Matemática em Revista (EMR) e a revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, sendo responsável pela realização dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), além dos Seminários Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), a área vêm passando por um processo de expansão, principalmente a partir dos inúmeros programas de pós-graduação que já estão em funcionamento e das novas propostas que sempre são encaminhadas para avaliação pela CAPES. Assim, podemos falar de uma área de conhecimento que possui sua consolidação no cenário nacional, cooperando, entre seus objetivos, pela melhoria dos processos de ensino e aprendizagem da matemática em seus diferentes níveis.

Para fecharmos essa sessão, considerando todo o exposto, nos chama a atenção uma citação de Miguel *et al*. (2004, p. 89), na qual define que a comunidade de educadores matemáticos, eclética e heterogênea, é constituída por:

> professores de matemática que não pesquisam suas práticas e que não veem com bons olhos os pesquisadores acadêmicos em educação matemática; pesquisadores acadêmicos em matemática e em educação que participam da formação desses professores, mas que não gostam muito de fazer isso e, se pudessem, não o fariam; de matemáticos que não pesquisam nem matemática e nem educação, mas que formam, a gosto ou a contragosto, professores de matemática; pesquisadores matemáticos que gostariam de fazer educação matemática, mas que se acham impedidos de fazer o que desejariam fazer; pedagogos e psicólogos, por alguns considerados matematicamente incultos, mas que realizam pesquisas em educação matemática; matemáticos conteudistas de última hora, moralizadores, arrogantes e inflexíveis, que se imaginam salvadores da pátria e legítimos proprietários e defensores do nível e do rigor da educação matemática da população; mas também por professores de matemática, pesquisadores em matemática, pesquisadores em educação matemática e outros profissionais que fazem e acreditam na educação matemática e tentam, de fato, levar a sério o que fazem.

E, de fato, essa diversificação de profissionais com formações distintas, com diferentes concepções de mundo, ensino, aprendizagem, avaliação, formas de atuar e pesquisar, com seus mais diversos jogos de interesse, constitui o campo de pesquisa da Educação Matemática. Esse campo interdisciplinar, que possui estreita aproximação com a Educação e com a Matemática, possui diferentes conceituações pelos diversos pesquisadores da área, sendo, em linhas gerais, definida como uma área de investigação e estudos que tem suas bases ancoradas na Educação e na Matemática, “mas que também está contextualizada em ambientes interdisciplinares. Por este motivo,

caracteriza-se como um campo de pesquisa amplo, que busca a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática" (FLEMMING *et al.*, 2005, p. 13).

1.2 Os Encontros Nacionais de Educação Matemática - ENEM

O surgimento do ENEM se dá no contexto de criação da SBEM, sendo que "a História dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM) está ligada de forma orgânica à própria história da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, demarcando, inclusive a sua origem" (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA[2], 2016).

Após as diversas reuniões do movimento pró-SBEM, decidiu-se pela realização de um evento que congregasse os diversos profissionais da área. Nas palavras de Tânia Campos, em entrevista concedida a Pereira (2005, p. 86):

> Em 1985, quando houve o memorável jantar, o grupo que ali estava, chegou ao Brasil e por motivos diversos não conseguiram dar andamento àqueles planos de Guadalajara. Foi nesse momento que eles procuraram a PUC para reunir e fazer o primeiro Encontro Nacional de Educação Matemática. Então, para avaliar essa situação, nós fizemos uma reunião, tentando agrupar as pessoas de Guadalajara; não conseguimos todos, mas reunimos uma parte. Foi discutida a viabilidade de se criar a Sociedade e se criar o primeiro Encontro Nacional de Educação Matemática. Foi por isso que a PUC sediou o primeiro ENEM.

As barreiras para a realização do primeiro encontro foram muitas. Sem a liberação dos recursos financeiros solicitados às agências de fomento e com poucas verbas, os organizadores buscaram parcerias com diversas entidades. Nesse sentido, os organizadores fizeram "o primeiro ENEM com grandes dificuldades. Trouxemos aqui para PUC-SP um anfiteatro cheio. As pessoas estavam nos hotéis e não tínhamos um tostão para pagar ninguém, porque o dinheiro dos ministérios não havia chegado até aquele momento" (PEREIRA, 2005, p. 86-87).

Através de parcerias diversas, os organizadores "contando com uma grande empresa de aviação como patrocinadora [...] realizaram o ENEM com um sucesso total,

[2] Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/apresentacao.html>. Acesso em : 08 fev. 2019.

com participação massiva de todos os grupos e pólos regionais, o CEM em peso, G-RIO, GEPEM, FUNDÃO" (PEREIRA, 2005, p. 87). Esses grupos foram essenciais para o sucesso do evento e, posteriormente para a fundação da SBEM, proporcionando o agrupamento dos diversos investigadores em Educação Matemática existente no país, principalmente os do eixo Rio-São Paulo.

Ao observarmos o *folder* de divulgação do evento, percebemos que a companhia aérea foi a já extinta Varig. Além dessa empresa, o evento contou com o apoio da PUC SP, CAPES, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), Secretaria de Estado de Educação de São Paulo e da Atual Editora.

Esse evento resultou de uma série de encontros com características locais, que vinham sendo organizados desde 1980 por vários grupos "constituídos por professores, estudantes e pesquisadores no país, preocupados com questões referentes à Educação Matemática, [que] promoveram debates e discussões com vistas a um futuro promissor no espaço que lhes cabia no campo educativo" (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA[3], 2016).

Sobre a organização desse evento e sua relevância para área de Educação Matemática brasileira, bem como acerca da consolidação desse campo de conhecimento, Lins (2004, p. 2) destaca que:

> a organização do I ENEM não aconteceu com sentimentos de confrontação ou insegurança. Um exemplo claro do sentimento de segurança de então, é o fato de que a equipe organizadora não estruturou o evento ao redor de nomes famosos, que poderiam "promovê-lo" – como em encontros que anunciam a vinda de um famoso educador deste ou daquele país. Ao contrário, o I ENEM foi um encontro científico, para o qual as pessoas enviaram suas propostas de apresentação ou mini-cursos, para serem avaliadas, e aceitas ou não, e sendo um encontro científico nacional, sua organização foi a afirmação da existência de uma comunidade nacional da área.

Na página de apresentação do último ENEM, 2016, destaca-se que ele é o evento de maior importância no cenário nacional:

> porque congrega o universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática: professores da Educação Básica, Professores e Estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, Estudantes da Pós-graduação e Pesquisadores. A cada encontro constatamos o interesse pelas discussões sobre a Educação Matemática, seus fazeres múltiplos e complexos, novas

[3] Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/apresentacao.html>. Acesso: 08 fev. 2019.

> tendências metodológicas e pesquisas que dão sustentação ao campo. (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA[4], 2016).

Campos (2004, p. 2) complementa que os encontros do ENEM têm "recebido à massa crítica de professores/pesquisadores que trabalham nesta área de conhecimento vindos de todas as Unidades da Federação", se constituindo como "uma oportunidade única para intercâmbios e trocas de experiências entre os professores de matemática especialmente os em exercício". Sendo realizado bianualmente até 1995, após isso, passou a ser realizado a cada 3 anos (trianual), o ENEM consta como um dos princípios proposto na fundação da SBEM: "5) responsabilizar-se pela continuidade dos ENEMs e dar cobertura aos encontros estaduais" (MUNIZ, 2013, p. 41).

O evento inicial, realizado em 1987, contou com a participação de aproximadamente 550 pessoas, sendo mais de 65% dos participantes do Rio de Janeiro e São Paulo. Os demais estados que possuíam um grande número de pessoas foram Minas Gerais, Pernambuco e Bahia, além de outras localidades. O evento teve a representação de 12 estados brasileiros. A maioria dos participantes atuava no Ensino Superior, 45,8%; os representantes da Educação Básica que totalizaram 36,9% e 17,3% foram agrupados na categoria outros (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1988, p. 161-163). Os objetivos propostos para esse evento, conforme *folder* de divulgação do mesmo, foram:

> 1) Reunir profissionais das áreas de matemática, pedagogia, psicologia, professores de 1.º, 2.º e 3.º graus, bem como pesquisadores em educação matemática ou áreas afins, em busca de caminhos para a melhoria do ensino de matemática em todos os níveis.
> 2) Propiciar a troca de experiência entre os participantes, bem como divulgar tendências atuais em educação matemática.
> 3) Caracterizar a educação matemática como uma área de estudos com objeto próprio e de caráter interdisciplinar. (PEREIRA, 2005, p. 89).

Dentre as diversas atividades desenvolvidas, ocorreram conferências, mesas-redondas, sessões coordenadas com a apresentação de trabalhos, relatos de experiências e minicursos.

A edição seguinte ocorreu em 1988, na Universidade Estadual de Maringá, no Paraná, sendo o marco de criação da SBEM, contando com a participação de

[4] Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/apresentacao.html>. Acesso: 08 fev. 2019.

aproximadamente 600 pessoas. Seguindo os objetivos gerais já mencionados, o evento teve os seguintes objetivos específicos:

> - Troca de experiências entre as diferentes realidades regionais;
> - Divulgação de pesquisas na área, que possam repercutir na prática do dia-a-dia da sala de aula;
> - Estimar a realização de trabalhos de pesquisas em Educação Matemática;
> - Fomentar aos licenciandos participantes o interesse pela realização de cursos de pós-graduação na área;
> - Edição de um livro com as palestras e trabalhos de destaque do II ENEM;
> - Determinação do local e data da realização do III ENEM;
> - Aprovação do Estatuto da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM);
> - Eleição da primeira diretoria da SBEM. (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1988, p. 3).

A partir de então, esse evento passou a fazer parte da agenda dos pesquisadores em Educação Matemática brasileira e de diversas pessoas que possuem relação com essa área de conhecimento, congregando, a cada edição, um número maior de participantes. No quadro a seguir, listamos os dados relativos às 12 edições já realizadas do ENEM, citando ano, cidade e instituição na qual ocorreu o evento.

Quadro 1: Relação das instituições, cidades e anos onde ocorreram os ENEMs.

Evento	Ano	Cidade	Instituição
I ENEM	1987	São Paulo - SP	Pontifícia Universidade Católica – PUC SP
II ENEM	1988	Maringá - PR	Universidade Estadual de Maringá - UEM
III ENEM	1990	Natal - RN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
IV ENEM	1992	Blumenau - SC	Fundação Universitária Regional de Blumenau - FURB
V ENEM	1995	Aracaju - SE	Universidade Federal de Sergipe - UFS
VI ENEM	1998	São Leopoldo-RS	Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS
VII ENEM	2001	Rio de Janeiro - RJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ
VIII ENEM	2004	Recife - PE	Universidade Federal de Pernambuco – UFPE
IX ENEM	2007	Belo Horizonte - MG	Universidade de Belo Horizonte - UniBH
X ENEM	2010	Salvador - BA	Universidade Católica do Salvador – UCSal
XI ENEM	2013	Curitiba - PR	Pontifícia Universidade Católica - PUC PR
XII ENEM	2016	São Paulo - SP	Universidade Cruzeiro do Sul - UNICSUL

O último encontro realizado, o XIII ENEM, ocorreu na cidade de Cuiabá – Mato Grosso, no período de 14 a 17 de julho de 2019. Considerando nosso prazo de conclusão da presente pesquisa, os anais dessa edição não foram analisados. Mas, de uma forma geral, tendo em vista nossa atuação como parte da comissão de avaliação de trabalhos desse evento, dentro dessa temática, foi possível identificar uma forte presença de pesquisas desenvolvidas nos primeiros anos do Ensino Fundamental I (1º ao 5º ano) e no Ensino Superior, explorando uma diversidade de temáticas, com a participação de pesquisadores de diferentes regiões do país.

A partir do objetivo de identificar como se deu a inserção da Resolução de Problemas como campo acadêmico e profissional nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), no capítulo a seguir, discorremos acerca da Resolução de Problemas, buscando situar, principalmente, o seu surgimento e sua inclusão como uma temática de pesquisa no campo da Educação Matemática.

Capítulo 2 - UM CAMINHAR PELA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No presente capítulo, discorreremos sobre os primórdios da Resolução de Problemas, focando a fase inicial, seu desenvolvimento e situação atual desse campo de pesquisa, destacando as perspectivas de produção nessa tendência da Educação Matemática.

Nosso interesse é buscar compreender como se deu a inserção da Resolução de Problemas como temática presente na matemática de forma geral e na Educação Matemática em particular.

2.1 Resolução de Problemas: antecedentes históricos

A afirmação de que problemas fazem parte do desenvolvimento histórico da humanidade, estando intimamente relacionados ao desenvolvimento humano e à criação e aperfeiçoamento de várias técnicas, como a caça, pesca, plantio e colheita, construções, etc., é defendida por diversos pesquisadores (ONUCHIC, 1999, 2013; HUANCA, 2008; ANDRADE, 1998; MORAIS, 2015; JUSTULIN, 2016). Dessa forma,

> Com o aumento populacional e o domínio das técnicas de agricultura surge a necessidade de instrumentos intelectuais para o planejamento do plantio, da colheita, armazenamento e demais atividades voltadas à sobrevivência do homem, seja no campo ou na cidade. Essa dinâmica caracteriza-se pela demanda constante em solucionar problemas diários caso contrário "a vida perde seu movimento". Assim também é a Matemática que, sem problemas, é como "o moinho sem água. (MORAIS, 2015, p. 21).

Assim, se fizermos um levantamento do passado da humanidade, desde suas primeiras eras, encontramos diversos indícios deixados pelos homens na busca de aperfeiçoar as mais variadas atividades de seu cotidiano, como a coleta de frutos e a caça. O posterior aperfeiçoamento dessas atividades e o desenvolvimento de alguns artefatos de pedra ou madeira para facilitar a sua sobrevivência foram essenciais para

que o homem permanecesse vivo em épocas tão remotas (EVES, 2004). E todo esse desenvolvimento, como apontado por Huanca (2008) e Morais (2015), se deu através da resolução de problemas.

Com o aperfeiçoamento de algumas técnicas de produção de artefatos e o surgimento de civilizações caracterizadas pelo uso de metais, passou a ocorrer um maior desenvolvimento social e científico dessas sociedades. Esse desenvolvimento teve lugar primeiro em vales de rios, do Egito, Mesopotâmia, Índia e China (BOYER, 1996). As civilizações, que na época possuíam conhecimentos de diversas áreas, como a Astronomia, Filosofia, Matemática, Medicina etc., obtinham esses saberes a partir dos estudiosos (Heródoto, Confúcio, por exemplo), que nelas viviam e das conquistas sobre outras diversas culturas, incorporando, além dos bens materiais, os conhecimentos das sociedades que eram dominadas:

> Os problemas serviram de motor para impulsionar o desenvolvimento e a evolução da espécie nos mais variados campos, os primeiros homens tiveram que desenvolver métodos para resolver problemas da vida como, por exemplo, localizar-se no tempo e no espaço e, também, tentar descrever e explicar o mundo físico. Eles criaram maneiras de comparar, classificar e ordenar, de medir, quantificar e inferir elementos fundamentais que a tradição da cultura nomeou de Matemática. (HUANCA, 2008, p. 1).

Eves (2004) considera a matemática como a ciência mais antiga resultante dos primeiros esforços do homem para sistematizar os conceitos de grandeza, forma e número. Surgida por necessidades inerentes ao ser humano, ela assumiu hoje a sua própria autonomia e desenvolve-se a partir da busca de solução para problemas do mundo real ou para solucionar problemas de seu próprio campo de conhecimento.

Assim, através da resolução de diversos problemas relacionados ao cotidiano do próprio homem, ocorreu o desenvolvimento da matemática enquanto campo científico do saber. Exemplos dessa necessidade se deram a partir do surgimento das primeiras noções de número por pastores de ovelhas, que associavam pedras a cada animal para saber se seu rebanho aumentava ou diminuía ou faziam riscos em ossos para representar seu rebanho; outra situação-problema que acarretou o aprimoramento da matemática foi a questão das medições de terras às margens do rio Nilo, proporcionando o surgimento dos conhecimentos acerca das frações.

Nesse cenário, problemas, de uma forma geral, trazem a ideia de algo que se busca resolver ou de situações com as quais nos deparamos e que, inicialmente, não

sabemos como solucioná-las. Assim, para Dante (2010, p. 11), um problema é "um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo".

Nesse sentido, é importante destacar que: (1) os homens e mulheres, em diversas situações cotidianas, desde as primeiras civilizações, resolvem problemas de ordens diversas, sejam eles problemas relacionados à caça, pesca, construção de monumentos, casas, irrigação de plantações etc; (2) dentre os diversos problemas cotidianos, existem os que são resolvidos a partir dos conhecimentos matemáticos, considerando que essa área de conhecimento é uma das formas criadas pelo homem para resolver problemas; e que (3) o ato de resolver problemas é uma vertente do conhecimento matemático que se estuda na Educação Matemática, bem como a Resolução de Problemas é um campo teórico dessa área, na qual se inclui o estudo dos processos de resolução de problemas por diferentes atores, principalmente por parte dos alunos; constituindo-se como uma tendência no ensino da matemática e de pesquisa na Educação Matemática. Essa linha de investigação e de ensino, a partir dos anais dos ENEMs, é o nosso campo de pesquisa.

Destarte, diferentes pesquisadores (MORAIS, 2015; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011; JUSTULIN, 2016; LEAL JUNIOR, 2018), em seus trabalhos, diferenciam os termos resolução de problemas e Resolução de Problemas, sendo que o primeiro:

> refere-se ao ato de resolver problemas ou situações-problemas, algo que pode ser esporádico ou momentâneo, uma atividade de cunho recognitivo e puramente heurístico, que vise à exploração pontual de problemas matemáticos e que pode assumir várias nuanças dependendo dos sistemas de ensino e crenças dos docentes. Já a expressão Resolução de Problemas diz de uma prática institucionalizada ou um movimento educacional, algo que acontece em atividades e perpassa todo um movimento educacional e, por sua vez, ultrapassa os limites impostos pelo tempo e pelo espaço, *extravasando* as paredes da escola, problematizando a vida de alguma forma (LEAL JUNIOR, 2018, p. 71, grifos do autor).

Nosso interesse, nessa investigação, se dá com os problemas presentes no ensino da matemática, considerando, principalmente, a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino e campo de pesquisa. Esses, conforme destacado por Stanic e Kilpatrick (1989), Andrade (1998), Onuchic (1999) e Huanca (2008), se fazem presentes no ensino desde as antigas civilizações.

No contexto de problemas matemáticos em sociedades primitivas, Stanic e Kilpatrick (1989, p. 4) apontam que um dos mais antigos exemplos de coleção de

problemas matemáticos é o “Papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes, cerca de 1650 A. C., de um documento mais antigo, é um manuscrito matemático egípcio que consiste numa colecção de problemas”. Esses problemas, de acordo com os pesquisadores, eram elaborados por alguém e apresentados para outras pessoas, que passavam a conhecê-los e buscavam solucioná-los. Assim, “séculos se passaram, e problemas com tratamento semelhante são encontrados, inclusive, em livros de matemática dos séculos XIX e XX” (ONUCHIC, 2013, p. 94).

Segundo os PCN (1998), um problema matemático “é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado” (BRASIL, 1998, p. 41); para Dante (2003, p. 13), um problema matemático é “qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la”; já para Onuchic (2013, p. 215) um problema é "tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver". Ou seja, ocorre um problema quando há um objetivo a ser alcançado, porém, ainda não se sabe o caminho para chegar à solução, é preciso pensar, investigar, procurar problemas similares e fazer uso do conhecimento matemático para se chegar à solução.

Nesse contexto, um dos objetivos da Educação Básica é estimular os alunos para que possam “questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (BRASIL, 1998, p. 9). Essa premissa também é defendida nos Parâmetros do Ensino Médio (BRASIL, 1999), nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006) e em diversos documentos oficiais e propostas curriculares. Ademais, essa habilidade é destacada no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e nas principais avaliações em larga escala, as quais os alunos são submetidos, a exemplo do SAEB e do PISA. Pontuamos, ainda, que esse debate em torno da resolução de problemas por parte dos documentos oficiais, visa acompanhar os diferentes encaminhamentos presentes nos trabalhos da área de Educação Matemática, considerando a literatura nacional e internacional.

Ademais, a habilidade de resolver problemas é temática central no ensino de matemática, sendo umas das principais metas a serem alcançadas no ensino desse Componente Curricular. Porém, como destacado por Morais (2015, p. 21), “a sala de

aula de Matemática, em vez de contribuir com a construção de conceitos matemáticos, que deveriam auxiliar o cidadão em sua vida cotidiana, tem produzido efeito contrário". Um exemplo dessa situação se dá com a primeira edição da avaliação do SAEB, em 1993, apontando para um estado preocupante com relação aos conhecimentos dos alunos nesse Componente Curricular, na medida em que vão progredindo nos estudos. Assim:

> na primeira série do ensino fundamental, 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, tornava a cair para 3,1%, na quinta série e subia para 5,9% na sétima série. Nas provas de Matemática, aplicadas em 1995, abrangendo alunos de quartas e oitavas séries do ensino fundamental, os percentuais de acerto por série/grau e por capacidades cognitivas, além de continuar diminuindo à medida que aumentavam os anos de escolaridade, indicavam também que as maiores dificuldades encontravam-se nas questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas. (BRASIL, 1998, p. 23-24).

Situação semelhante, de baixo desempenho dos alunos em matemática, foi verificada em vários países. Nos Estados Unidos, por exemplo, já ocorriam discussões pontuais e propostas de reformulação curricular em diversas áreas, mas pouco se trabalhava para a efetivação dessas propostas. Uma atenção especial ao aspecto curricular se dava em contextos de crises nacionais, envolvendo questões de guerras; uma preocupação com assuntos relativos à aprendizagem matemática teve forte impacto social em meados de 1940, quando constatado que os recrutas do exército americano possuíam poucos conhecimentos matemáticos, sendo necessário que esse órgão promovesse treinamentos em matemática para a execução de atividades básicas, como o trabalho com a aritmética para questões relativas à contabilidade (SCHOENFELD, 2007).

Porém, após o lançamento do satélite Sputnik pelo governo soviético, em outubro de 1957, ocorreu a intensificação de mudanças curriculares, principalmente nas áreas de ciências e matemática:

> O lançamento do Sputnik provocou um pânico, tanto na opinião pública quanto nos mais altos escalões da sociedade e do governo norte-americano, que levou também à realização de uma profunda autocrítica nacional. E, de forma natural, a educação pública do país passou a ser mais uma vez revista, em meio a um pensamento praticamente unânime de que a perigosíssima defasagem americana em relação aos soviéticos se devia, em boa ou em sua maior parte, aos problemas da educação pública do país. (PONTES, 2014, p. 153).

Assim, após a II segunda guerra mundial, diversos movimentos e reformulações curriculares passam a ocorrer no ensino de matemática:

> O pós-guerra representou uma efervescência da educação matemática em todo o mundo. Propostas de renovação curricular ganharam visibilidade em vários países da Europa e dos Estados Unidos. Floresce o desenvolvimento curricular. Psicólogos como Jean Piaget, Robert M. Gagné e Jerome Bruner, B. F. Skinner dão a base teórica de aprendizagem de suporte para as propostas. Europeus como Georges Papy, Zoltan Dienes e Caleb Gattegno tornaram-se conhecidos em todo o mundo. Um dos primeiros projetos a ter repercussão internacional nos Estados Unidos foi o University of Illinois Committee on School Mathematics, criado em 1951 sob a liderança de Max Bieberman. Em seguida, com grande projeção, foi criado, em 1958, na Stanford University, o School Mathematics Study Group (SMSG), sob a liderança de Edward G. Begle. O mesmo se passava com as demais ciências. (MIGUEL *et al*., 2004, p. 72).

O contexto de reformulação curricular e busca por um maior aprofundamento científico dos Componentes Curriculares, principalmente pelo baixo desempenho em matemática, se deu, efetivamente, a partir da contribuição de educadores, educadores matemáticos, matemáticos, psicólogos e também sociólogos. Apoio na realização de pesquisas, reflexões sobre o ensinar e aprender passaram a ser chave na compreensão dos problemas presentes no meio educacional (MORAIS, 2015).

No cenário de mudanças e estudos curriculares, Edward Lee Thorndike e Robert Sessions Woodworth buscaram compreender se o currículo americano, estruturado a partir da Disciplina Formal ou Teoria da Disciplina Mental (TDM), que foi criada pelo psicólogo alemão Christian Wolff em 1740, estava proporcionando um processo de ensino e aprendizagem adequado aos alunos, considerando as exigências recentes no contexto do pós-guerra.

A teoria proposta por Wolff considerava que a mente humana era composta por uma série de faculdades ou potências (observação, atenção, memorização, raciocínio, exatidão, concentração) que seriam fortalecidas pelos conteúdos, que necessitava de um constante treinamento para melhoria da inteligência. Nessa teoria, a ênfase com o treino de determinadas faculdades era maior do que com a aprendizagem; acreditando que ao se treinar uma faculdade, por um processo de transferência, toda a mente estava sendo treinada (SANTOS, 2006; MORAIS, 2015).

Buscando verificar se o desenvolvimento de uma faculdade mental acarretaria, por transferência, o desenvolvimento de outras faculdades, no ano de 1901, os psicólogos Thorndike e Woodworth publicaram o resultado de uma pesquisa

experimental, "o texto *The influence of improvement in one mental function upon the efficiency of other functions* [A influência da melhora em uma função mental sobre a eficiência de outras funções], que alterou o entendimento da aprendizagem baseada na teoria das "faculdades", fazendo com que o tema se tornasse foco de debate durante várias décadas" (SANTOS, 2006, p. 127-128, grifos do autor).

Os resultados dessa pesquisa mostraram que o treinamento de determinadas capacidades não implicava na melhora de outras, derrubando o que era defendido por Wolff. Assim, não passava de ilusão o treinamento de uma função, por exemplo, "a "função atenção", e pensar que a mente se desenvolveria por transferência geral, pois a "função atenção" pode significar atenção para um grupo de funções (atenção à palavra fogo, atenção a todos os tipos de coisas) e não para uma específica" (MORAIS, 2015, p. 22-23).

Assim, os problemas presentes no ensino, principalmente no ensino de matemática, segundo Thorndike (1936), ocorriam porque os:

> Professores acreditavam e agiam baseados na teoria de que a mente era uma coleção de faculdades ou capacidade – observação, atenção, memória, raciocínio, sentimento e outras – e que o ganho em uma faculdade era o ganho para a faculdade como um todo. Melhorar a atenção para gramática ou o Latim poderia assim significar um aperfeiçoamento da melhoria da capacidade para prestar atenção em todas as tarefas. (THORNDIKE, 1936, p. 236).

A partir desse experimento, Thorndike (1936) passa a realizar novas investigações e continua a defender que a Teoria da Disciplina Mental não promove contribuições no processo de ensino e aprendizagem, considerando a questão do treinamento das faculdades mentais. Diversos matemáticos "importantes adeptos à TDM questionaram a legitimidade da pesquisa de Thorndike e Woodwhorth, apresentada no citado texto *The Influence* e, muito provavelmente, esse posicionamento indicava que a TDM continuava a orientar o currículo" (MORAIS, 2015, p. 23, grifos do autor). Nesse contexto, mesmo em meio às pesquisas desenvolvidas e às críticas que recebia, a TDM esteve presente nos currículos até meados de 1924. Assim, embora diante de diversas críticas por grupos de matemáticos, Thorndike dedicava seus estudos ao desenvolvimento de uma nova teoria, conhecida como teoria conexionista ou conexionismo (MORAIS, 2015).

Considerando seus novos estudos e a divulgação de sua teoria, bem como a preocupação com um processo de ensino e aprendizagem que fizesse sentido para as demandas sociais vigentes na época, no ano de 1921, Thorndike publicou o livro *The New Methods in Arithmetic* [os novos métodos na aritmética]. Conforme destacado por Morais (2015), essa obra foi publicada no Brasil em 1936, em português, após ser editado pela livraria do Globo no Rio Grande do Sul, intitulado de "A nova metodologia da Aritmética". Formulada com base no conexionismo e em oposição a TDM, Thorndike defendia que fosse priorizado em sala de aula o trabalho com problemas que promovessem o desenvolvimento do raciocínio e que os aprendizes pudessem aplicar seus conhecimentos em "situações reais, semelhantes àquelas apresentadas pela vida, considerando os conteúdos aritméticos não só como uma 'ginástica para a mente', mas como um auxílio à vida prática, eliminando do enunciado elementos que tivessem pouca probabilidade de ocorrer" (SANTOS, 2006, p. 133).

Preocupado com a seleção de problemas a serem trabalhados em sala de aula pelos professores, tendo em vista que esses itens deveriam possuir uma dupla função, exercitando a capacidade intelectual dos alunos e que pudesse ser aplicado em situações do cotidiano, ele destaca, no capítulo I da obra "A nova metodologia da Aritmética", que "os velhos métodos ensinavam a aritmética pela própria aritmética, sem consideração às necessidades da vida. Os novos métodos põem em relevo os processos que a vida exige e os problemas que ela oferece" (THORNDIKE, 1936, p. 9).

Além disso, como crítica à TDM, no capítulo IV da obra supracitada, a formação de hábitos e os exercícios de repetição aponta que "os velhos métodos punham grande fé na mera frequência das conexões – isto é, na mera repetição para a aquisição de conhecimentos, de hábitos e desembaraço, em aritmética. Os alunos recitavam as suas tabuadas uma, duas, três, cinco, dez, vinte vezes" (THORNDIKE, 1936, p. 77). Essas repetições e treinamentos precisavam ser constantes e não promoviam uma aprendizagem com compreensão. Para ele, qualquer palavra ou algarismo "só adquire sentido, quando associados a algum objeto, acontecimento, qualidade ou relação real. Seis é um absoluto não senso, que só deixa de sê-lo, quando ligado a seis seres reais, como meninos, contas, palitos, polegadas, pés ou o que for" (THORNDIKE, 1936, p. 122).

Sobre os problemas a serem trabalhados em sala de aula nos novos métodos, o autor sugere que sejam levadas em consideração as seguintes características:

> 1) Versar sobre situações que apresentem toda a probabilidade de ocorrer muitas vezes na vida real;
> 2) Tratá-las do modo por que o seriam na vida prática;
> 3) Apresenta-las sob uma feição nem muito mais difícil, nem muito mais fácil de entender do que o seriam se a própria realidade as apresentasse aos sentidos dos alunos;
> 4) Despertar, de certo modo, o mesmo grau de interesse que acompanha a resolução dos problemas que se lhe deparam no curso real de suas ocupações. (THORNDIKE, 1936, p. 153-154).

Nesse sentido, um ensino que preparasse os alunos para a vida e proporcionasse, através dos problemas trabalhados em sala de aula, o desenvolvimento de conhecimentos e a resolução de situações que fossem reais, necessitaria ser desenvolvido através da facilitação do ensino para os aprendizes, para que eles pudessem encontrar as soluções corretas para os problemas propostos, sendo necessária a consideração de três elementos base na solução de um problema: "(1) a compreensão exata da questão, (2) o conhecimento dos fatos que se devem utilizar para solucioná-la, (3) o uso desses fatos em corretas relações aritméticas" (THORNDIKE, 1936, p. 154).

Sobre a **técnica de resolver problemas** e formular a solução, o autor defende que até o 5º ano era aconselhado "voltar a atenção do aluno quase exclusivamente para a obtenção da resposta e, só raramente, levá-lo a expor o que pensa fazer, antes de fazê-lo, ou porque o fez, depois de tê-lo feito" (THORNDIKE, p. 167). Já no 5º ou 6º ano, sugere que os alunos iniciem a técnica de resolver problemas refletindo sobre as situações, seguindo alguns princípios:

> 1) Se tem a certeza que sabe resolver o problema, resolva-o imediatamente.
> 2) Se não tem, considere a questão, os dados e o que poderá fazer com eles, perguntando a si mesmo:
> Que é que se quer saber neste problema? Que tenho de procurar?
> De que dados disponho para achar a solução? Que sei a respeito deles?
> 3) Pense no que vai fazer e porque vai fazê-lo assim e indique as operações de modo a saber o que fez;
> 4) Tire a prova dos resultados: veja se são razoáveis, se estão de acordo com o que diz o problema. (THORNDIKE, 1936, p. 167).

No 7º ou 8º ano, os alunos, a partir do trabalho com problemas mais simples, típicos e familiares, devem buscar por generalizações no processo de resolução de problemas empregando "termos diversos ou símbolos mais econômicos [...] como: seja y = o número de milhas que um trem percorre em uma hora. d = a distância percorrida

(em milhas). t = o total do tempo (em horas) que esteve em movimento para percorrer essa distância" (THORNDIKE, 1936, p. 167).

Em seus escritos, Thorndike (1905), em oposição ao treino mecânico e sem contexto real para os problemas matemáticos, bem como a partir dos 4 princípios destacados para o processo de resolução de problemas, demonstra sua preocupação com um processo de ensino e aprendizagem que atenda às demandas sociais da época e possa contribuir para a formação dos alunos. Porém, sua teoria ficou fortemente relacionada a uma forma mais geral de aprendizagem. A obra *The New Methods in Arithmetic* teve forte impacto nos anos seguintes ao seu lançamento, em 1921, "o tratamento dado à resolução de problemas assumiu novas abordagens, com enfoque nos processos de aprendizagem e processos cognitivos" (MORAIS, 2015, p. 26). Assim, o método proposto por Thorndike para o desenvolvimento da aritmética "marca uma importante virada no trabalho com resolução de problemas, no que se refere ao papel dos problemas matemáticos na vida real" (MORAIS, 2015, p. 26).

A preocupação com o sentido dado ao ensino da aritmética, principalmente com as questões que relacionavam esse conteúdo às aplicações do cotidiano, foram muito fortes na década de 1920, necessitando de maiores investigações acerca da utilização desse conteúdo no dia a dia e do tempo gasto com seu ensino na grade curricular. Na década de 1930, ocorreu uma observação mais favorável acerca da utilidade social da aritmética ensinada na escola, sendo destacado um olhar que fosse além dos cálculos e que abordasse o pensamento quantitativo. Dessa forma, desde a década de 1930, a teoria da repetição ou teoria conexionista da aritmética passou a ser alvo de críticas, considerando uma série de pesquisas quantitativas e uma maior ênfase aos estudos que abordavam a resolução de problemas e o raciocínio quantitativo de variedade não calculada (MORAIS, 2015).

Ademais, a crítica mais forte à teoria conexionista se dava porque, de acordo com a visão de aprendizagem construída pelos professores em seu fazer pedagógico, os alunos precisavam, no processo de resolução de problemas, responder de acordo com a forma ensinada por eles. Destarte, os estágios de pensamentos dos alunos em situações novas precisavam ser de acordo com o modelo ensinado pelo professor, não podendo ir além do que foi dado, pois isso faria com que o docente desconsiderasse o novo processo seguido pelo aluno (MORAIS, 2015).

Essas diferentes formas de ver o processo de ensino e aprendizagem, a partir das variadas orientações advindas do campo da psicologia, promoviam rápidas alterações nas orientações a serem desempenhadas pelos professores em sala de aula. Assim:

> Deixou de ser assumido que o estudo da Matemática promove inevitavelmente o pensamento das pessoas. Esta visão estabelece as condições para uma maior ênfase da parte dos educadores matemáticos como, exactamente, os alunos devem melhorar a sua capacidade de pensar, de raciocinar, de "resolver problemas", através do estudo da Matemática. Muitos dos nossos antepassados profissionais, contudo, estavam relutantes em desistir da tradição que vinha desde Platão e dava um lugar tão proeminente à Matemática nos currículos escolares. (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 8).

Em meio a essas mudanças, no decorrer da década de 1930 e durante a década de 40, predominou a defesa da *teoria da aprendizagem incidental*. Nela, considerava-se que o ensino de um dado conceito ou habilidade "não deveria ocorrer pelo menos até que as crianças estivessem maduras para aprender e que a aprendizagem de Aritmética seria melhor se não fosse sistematicamente ensinada" (MORAIS, 2015, p. 27).

Nesse intervalo, no ano de 1935, William Arthur Brownell, psicólogo educacional americano, faz duras críticas à *teoria da repetição* e à *teoria da aprendizagem incidental*, apresentando a *teoria significativa*. Em um artigo clássico, publicado pela revista Mathematics Teacher (Professor de Matemática), em 1944, Brownell destaca a necessidade dos professores darem mais atenção ao processo de aprendizagem dos alunos, não apenas ao produto final, pois, ao trabalharem sob a orientação da formação de conexões, davam ênfase apenas ao produto. Destaca que o estudo do processo de aprendizagem com ênfase na formação de conexões é valido para fins psicológicos ou neurológicos, não sendo útil para os professores, bem como sublinha que um bom professor é aquele que, além de conhecer o produto a ser alcançado, sabe descobrir, avaliar e orientar o aluno para a concretização dos objetivos a serem atingidos (BROWNELL, 1944).

O autor destaca que:

> the connectionistic view of learning leads us to give the child at the outset the form of response which we want him ultimately to have. And we are inclined to do this quite without regard to his attained stage of thinking when we present the new learning task. At best, the result is pseudo-learning,

> memorization, and superficial, empty verbalization[5] (BROWNELL, 1944, p. 29).

Em oposição às teorias comportamentais de aprendizagem, Brownell, no livro *The Psychology of Learning* (A psicologia da aprendizagem), de 1942, em um capítulo acerca da Resolução de Problemas, apresenta algumas recomendações para que os professores de matemática possam trabalhar de forma satisfatória com o processo de resolução de problemas em sala de aula:

> (1) Para ser proveitosa, a prática de resolução de problemas não deveria consistir de repetidas experiências de resolução dos mesmos problemas com as mesmas técnicas e, sim, na resolução de diferentes problemas através das mesmas técnicas e na aplicação de diferentes técnicas para os mesmos problemas; (2) Um problema não está necessariamente "resolvido" porque se obteve a resposta correta. Um problema não está verdadeiramente resolvido a menos que o aluno compreenda o que fez e saiba por que fez e saiba por que as suas ações foram apropriadas; (3) Em vez de ser "protegida" contra o erro, a criança deveria ser exposta ao erro muitas vezes, ser encorajada a detectar e a demonstrar o que está errado, e por quê. (BROWNELL, 1942, p. 439-440 *apud* KRULIK; REYS; 1980, p. 65-66).

Com base em Kilpatrick (1996), Morais (2015) destaca que a teoria significativa defendida por Brownell tem sua inserção em propostas curriculares norte-americanas a partir de 1950, mesmo sendo iniciada em 1930 e se tornando popular na década de 40. Além disso, sublinha que "de certo modo, a 'teoria significativa' antecipou a Nova Matemática, ou Matemática Moderna (MM), que começou a vigorar nos Estados Unidos na década de 1950" (MORAIS, 2015, p. 28). Nesse contexto, com base na teoria defendida por Brownell, a Resolução de Problemas passa a ser tomada como uma teoria para o ensino de matemática. Porém, como discorrido acerca da importância do ensino da aritmética com base nos estudos desenvolvidos por Thorndike, além de outros pesquisadores, forte ênfase vinha sendo dada acerca da importância dos problemas no ensino de matemática. Assim, English, Lesh e Fennewald (2008, p. 1) apontam que:

> Research on mathematical problem solving has received a good deal of attention in past decades. Among the notable developments have been Polya's (1945) seminal work on how to solve problems, studies on expert problem solvers (e.g., Anderson, Boyle, & Reiser, 1985), research on

[5] Tradução nossa: a visão conexionista de aprendizagem nos leva a dar a criança no início a forma de resposta que nós queremos que ele finalmente tenha. E estamos inclinados para fazer isso sem levar em conta o seu estágio de pensamento quando apresentamos uma nova tarefa de aprendizagem. Na melhor das hipóteses, o resultado é pseudo-aprendizagem, memorização, e verbalização superficial e vazia.

> teaching problem solving strategies, and heuristics and fostering metacognitive processes (e.g., Charles & Silver, 1988; Lester, Garofalo, & Kroll, 1989), and, more recently, studies on mathematical modeling[6] (e.g., Lesh, in press; English, 2007).

Acerca do desenvolvimento mundial das pesquisas sobre resolução de problemas, bem como no que se refere às experiências mais antigas nessa temática, Andrade (1998, p. 7) complementa que:

> Em nível mundial, as investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares têm início aproximadamente na década de 70. Grande parte da literatura que hoje se conhece sobre resolução de problemas foi desenvolvida a partir dos anos 70. Entretanto, é preciso reconhecer que os trabalhos de George Polya datam de 1944. A primeira vez em que a resolução de problemas é tratada como tema de interesse para professores e estudantes, nos níveis superiores, foi a partir do livro "How to solve it" [publicada no Brasil com o título *A arte de Resolver Problemas*] de Polya, cuja primeira edição data de 1945. Antes desse período, entretanto, houve algumas experiências e alguns estudos enfatizando os produtos da resolução de problemas. As experiências mais remotas e significativas podem ser creditadas a Dewey, entre 1896 e 1904. Nessas experiências, as crianças estudavam através de projetos que reproduziam as situações sócio-econômicas (estudo/resolução de problemas de interesse da comunidade.

Em um levantamento acerca do desenvolvimento da Resolução de Problemas no cenário americano entre 1970 e 2008, Schoenfeld (2007) situa a questão do sistema educacional dos americanos, marcado pela ausência de um currículo nacional, destacando a ênfase nas pesquisas no campo da Educação Matemática nos anos 1960, sendo elas de natureza estatística. Assim, considerando as diferentes fases pelas quais passou a investigação em Resolução de Problemas, sublinha que entre 1970 e 1985 a ênfase dos trabalhos se dava na identificação das características dos solucionadores de problemas bem sucedidos, treinamentos com base nas heurísticas propostas por Polya, comparativo entre o sucesso e o fracasso de solucionadores de problemas (considerando novatos e veteranos) e no treinamento de estratégias. Nessa época, os estudos possuíam forte base comparativa e de natureza estatística, com foco em estudos de casos, no pensar alto pelos resolvedores e na análise de protocolos.

---

[6] Tradução nossa: Pesquisas sobre resolução de problemas matemáticos receberam muita atenção nas últimas décadas. Entre os desenvolvimentos notáveis estão o trabalho seminal de Polya (1945) sobre como resolver problemas; os estudos de hábeis resolvedores de problemas (por exemplo, Anderson, Boyle & Reiser, 1985); a pesquisa sobre o ensino de estratégias em resolução de problemas; e heurísticas e posteriores processos metacognitivos (por exemplo, Charles & Silver, 1988; Lester, Garofalo & Kroll, 1989); e, mais recentemente, estudos sobre modelagem matemática (por exemplo, Lesh & English, 2007).

Entre 1982 e 1994, a metacognição passa a ser considerada nos estudos, ao se abordar, também, questões de afeto e treinamento da metacognição, influências sociais e resolução de problemas com contextos. Essas pesquisas, até 1990, enfatizavam o estudo de caso, protocolos de solução e o pensar em voz alta, passando a serem utilizados métodos etnográficos após esse período. Esses estudos, principalmente com o emprego de métodos estatísticos, foram essenciais para o desenvolvimento da Resolução de Problemas. No início da década de 1990, os estudos com essa temática sofrem uma redução, principalmente considerando a multiplicidade de abordagens que se faziam presentes no campo da Educação Matemática. Mas, de acordo com Schoenfeld (2007), mesmo com a utilização de outras abordagens, a pesquisa nessa temática ainda se desenvolvia e foi base para a criação, pelo NCTM, em 1989, do Currículo e Padrões de Avaliação de Matemática para a Matemática Escolar, conhecido como os Padrões:

> The *Standards* emphasized problem solving, reasoning, making mathematical connections, and communicating with mathematics as important goals of instruction. Researchers began to design instruction aimed at these broader goals, often using methods called "design experiments" in which they created and explored the properties of instruction and the theories that lay behind[7]. (SCHOENFELD, 2007, p. 4, grifos do autor).

Mesmo desprezando essas recomendações e com uma falsa implantação da resolução de problemas em sala de aula, encoberta por modificações pontuais nos livros didáticos utilizados e nos exercícios dessas obras, com uma forte utilização do nome de Polya e com ênfase nos quatros estágios da resolução de problemas, as pesquisas com o uso dessa temática foram se expandindo e sua importância e contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da matemática sendo disseminados (SCHOENFELD, 2007).

Assim, para os educadores matemáticos, principalmente os que trabalham com a tendência da Resolução de Problemas, o marco para os estudos dessa teoria se dá com a publicação do livro de George Polya, *How to solve it: a new aspect of mathematical method*, em 1945. Sobre esse fato, Onuchic e Allevato (2011, p. 77), destacam que "a pesquisa sobre Resolução de Problemas e as iniciativas de considerá-la como uma

[7] Tradução nossa: Os *Padrões* enfatizavam a resolução de problemas, o raciocínio, o estabelecimento de conexões matemáticas e a comunicação com a matemática como importantes objetivos da instrução. Os pesquisadores começaram a projetar instruções destinadas a esses objetivos mais amplos, geralmente usando métodos chamados "experimentos de design" nos quais criavam e exploravam as propriedades da instrução e as teorias que estavam por trás.

forma de ensinar Matemática receberam atenção a partir de Polya (1944), considerado o pai da Resolução de Problemas".

A obra clássica de George Polya foi traduzida e publicada no Brasil em 1986, pela editora Interciência, recebendo o título de *A Arte de Resolver Problemas*. A seguir, discorremos acerca de Polya e da importância de seus estudos nessa temática, principalmente a partir de sua obra seminal.

2.2 George Polya e a arte de resolver problemas

O matemático e educador matemático húngaro George Polya nasceu em 13 de dezembro de 1887, em Budapeste, e faleceu em 7 de setembro de 1985, nos Estados Unidos. Apontado como um excelente aluno no decorrer do ensino secundário, Polya foi destaque também em sua formação inicial em Matemática. Porém, antes de optar por essa formação, ele tentou seguir os passos de seu pai ao iniciar o curso de Direito. Não se sentindo familiarizado com a área, estudou Línguas e Literatura, bem como Latim, Física e Filosofia.

Polya "viveu na cidade em que nasceu até terminar os seus estudos secundários e onde também se doutorou em Probabilidades (1912). Depois, [...] decidiu passar dois anos na Universidade de Göttingen" (GUIMARÃES, 2011, p. 35). No tempo em que esteve nessa instituição, ele teve contato com "Félix Klein, já aposentado, e com muitos dos grandes nomes da Matemática da época, como Hilbert, Landau, Toeplitz, Courant e Herman Weyl, e frequentado cursos leccionados por vários desses matemáticos" (GUIMARÃES, 2011, p. 35).

Em 1912, publicou o seu primeiro artigo. Após viajar por diversos lugares, assumiu o compromisso de lecionar no Instituto Federal de Tecnologia da Suíça, em Zurique, permanecendo até 1940:

> Foi neste período que George Polya desenvolveu grande parte do seu trabalho académico e científico e encontrou grandes matemáticos da altura — Plancherel, Gonseth, Weyl (de novo), Bernays e outros, desenvolvendo trabalho e relações de amizade com alguns deles. Começou aqui também a sua intensa e prolongada colaboração com Gábor Szegö, com quem viria a escrever a sua "obra-prima" matemática *Problemas e Teoremas em Análise*, publicada em alemão em 1925. Em 1924 passou um ano em Inglaterra — Oxford e Cambridge — onde conheceu G. H Hardy e J. H. Littlewood com

> quem privou e trabalhou — o livro *Inequalities* (1934), elaborado em colaboração com estes matemáticos, viria a ser considerado um "clássico" e uma "referência" durante várias dezenas de anos. (GUIMARÃES, 2011, p. 35, grifos do autor).

Polya atuou no instituto suíço até 1940, ano em que, por receio de uma invasão alemã, durante a II guerra mundial, mudou-se para os Estados Unidos, passando a trabalhar como professor na Universidade de Stanford, permanecendo nessa instituição até 1953. Nesse intervalo, ele conheceu diversos matemáticos famosos e teve uma importante contribuição para a área de Matemática, resolvendo problemas e divulgando resultados de importantes pesquisas desenvolvidas nesse campo de estudo.

Polya já era considerado um matemático ilustre nessa época. Em sua atuação, buscava fundamentar seu ensino com novas perspectivas de resolução de problemas. Em suas palestras e cursos, ele sempre destacava que sua primeira preocupação era a promoção e manutenção de uma independência de raciocínio no processo de resolução de problemas (FRANK, 2004; MORAIS, 2015).

Diversos estudiosos anteriores a Polya já possuíam grande preocupação com o processo de aprendizagem e questões relativas à heurística, principalmente diferentes cientistas, filósofos e matemáticos húngaros. Assim, "the notion of a new type of learning, utilizing problem solving and the heuristic method came to be proposed by European immigrant scientists and mathematicians, several of them Hungarians."[8] (FRANK, 2004, p. 22). Os estudos nessa corrente estavam passando por um processo de crescimento, e a heurística, que Polya assegura não ser fácil de definir, foi apresentada por ele como táticas de solução de problemas. Além disso, destaca que ela "is an interdisciplinary nary no man's land which coul by claimed by scientists and philosophers, logicians and psychologists, educationalists and computer experts."[9] (POLYA, 1971, p. 624). Acrescenta, ainda, que a heurística é bastante desconhecida por diversos especialistas que poderiam ter grande interesse nessa estratégia, mesmo ela tendo sua origem desde a antiguidade.

---

[8] Tradução nossa: "a noção de um novo tipo de aprendizado, utilizando a solução de problemas e o método heurístico, veio a ser proposta por cientistas e matemáticos imigrantes europeus, vários deles húngaros."

[9] [9] Tradução nossa: "é uma terra interdisciplinar de ninguém, que poderia ser reivindicada por cientistas e filósofos, lógicos e psicólogos, pedagogos e especialistas em computação".

Sobre a sua preocupação com o processo de resolução de problemas, em entrevista a Jeremy Kilpatrick, que foi seu aluno e também assistente, Polya afirma que precisou preparar um resumo para um exame do liceu, explicando a resolução de um dado problema. Porém, não conseguiu fazer. Assim, segundo ele, "à noite sentei-me e inventei esta [representação]. Este foi o início do meu interesse explícito pela resolução de problemas" (GUIMARÃES, 2011, p. 30):

> *Jeremy Kilpatrick:* Foi então ao tentar ensinar [ao miúdo] que lhe surgiram estas questões.
> *George Polya:* Não, não, isso apareceu depois. Foi só o principal, a representação com um grafo. Eu não conhecia a palavra *grafo*, etc. mas inventei esta representação e depois melhorei-a, fiz uma figura geométrica. "Mas esta invenção germinou aí e foi este o princípio do meu interesse explícito [na resolução de problemas]. Implicitamente, provavelmente, já estava interessado antes, também tinha interesse [na questão de] como é que as pessoas descobrem. Foi Ernest Mach que disse que só se consegue realmente compreender uma teoria, se se souber como ela foi descoberta. Eu li o livro dele e influenciou-me muito, levou-me da filosofia à física. Mach era muito contra a filosofia [do seu tempo].
> *Jeremy Kilpatrick:* O grafo apareceu primeiro do que as suas questões ou sugestões do tipo, "Qual é a incógnita", "Consegue fazer uma figura"?
> *George Polya:* Sim, o grafo apareceu primeiro. Nessa altura eu estava muito interessado em Descartes, nas *Regulae*.
> *Jeremy Kilpatrick:* Nas *Regras*.
> *George Polya:* Posso mostrar-lhe, tenho aqui… Aonde é que estará?
> (Procura o livro mas não encontra). Tenho uma edição [bilingue]
> das *Regras*, de um lado está o original em latim, do outro a tradução francesa. Julgo que é [com] estas questões com que agora se inicia o *How to Solve It.*" (GUIMARÃES, 2011, p. 30-31).

De acordo com Frank (2004), vários trabalhos foram publicados por Polya acerca da questão de fornecer e manter independência do raciocínio no processo de resolução de problemas. Provavelmente, o trabalho mais antigo nessa perspectiva foi *Geometrische Darstellung einer Gedankenkette* (Representação Geométrica – um pensamento em cadeia), no ano de 1919. No ano de 1931, estando ainda na Suíça, "ele apresentou, na pesquisa chamada *Comment chercher la solution d¨un problème de mathématiques*? [como procurar a solução de um problema de matemática?] (1931), um modelo para a resolução de problemas, sugerindo uma coleção organizada de regras e conselhos metodológicos, considerados por ele como 'heurística modernizada" (MORAIS, 2015, p. 30, grifos do autor).

Sobre a importância do trabalho de Polya em diversos campos da matemática, principalmente na resolução de problemas, Frank (2004) destaca que ele teve uma participação ativa no trabalho com diversas teorias, como a:

> theory probability, complex analysis, combinatorics, analytic number theory, geometry, and mathematical physics. In the United States after 1940, and at Stanford as of 1942, Polya became the highest authority on the teaching of problem solving in mathematics.With his arrival at the United States, Polya started a new career based on his new found interest in teaching and in heuristics. He developed several new courses such as his — "Mathematical Methods in Science", which he first offered in the Autumn 1945 Quarter at Stanford, introducing general and mathematical methods, deduction and induction, the relationship between mathematics and science, as well as the — "use of physical intuition in the solution of mathematical problems". In his popular and often repeated Mathematics 129 course on — "How to Solve the Problem?" Polya taught mathematical invention and mathematical teaching[10]. (FRANK, 2004, p. 29-30).

Após sua chegada aos Estados Unidos, decorridos anos de trabalho e investigações, principalmente no campo da matemática pura, possuindo uma vasta experiência com a heurística e resolução de problemas, Polya publicou sua principal obra nessa temática, o livro *How to solve it*, 1945, editado pela Princeton University Press nos Estados Unidos, após ser recusado por quatro editoras. Segundo Alexanderson (2000 *apud* GUIMÃES, 2011, p. 36), essa recusa pode ter se dado porque a temática abordada no livro estava "fora da corrente principal da matemática e da educação" (). Atualmente essa obra está traduzida em 21 idiomas, tendo vendido mais de um milhão de exemplares (GUIMARÃES, 2011).

Somado ao *How to solve it*, outros livros foram lançados por Polya, visando auxiliar no trabalho docente com a resolução de problemas, a saber: *Mathematics and Plausible Reasoning* (Matemática e Raciocínio Plausível) - Vol. I (1954) e Vol. II (1968); *Mathematical Discovery* (Descoberta Matemática) - Vol. I (1962) e Vol. II (1965); *Mathematical Methods in Science* (Métodos Matemáticos na Ciência, 1963), *The Stanford Mathematics Problem Book, with hints and solutions* (O Livro de Problemas Matemáticos de Stanford, com sugestões e soluções - com J. Kilpatrick, 1974).

---

[10] Tradução nossa: teoria da probabilidade, a análise complexa, a combinatória, a teoria analítica dos números, a geometria e a física matemática. Nos Estados Unidos, após 1940, e em Stanford a partir de 1942, Polya tornou-se a mais alta autoridade no ensino de resolução de problemas em matemática.
Com sua chegada aos Estados Unidos, Polya iniciou uma nova carreira com base em seu novo interesse pelo ensino e pela heurística. Desenvolveu vários cursos novos, como o seu "Métodos matemáticos na ciência", oferecido pela primeira vez no outono de 1945, em Stanford, introduzindo métodos gerais e matemáticos, dedução e indução, a relação entre matemática e ciência, bem como o "uso de intuição física na solução de problemas matemáticos". Em seu popular e repetido curso de Matemática, 129 vezes sobre "Como resolver o problema?" Polya ensinou invenção matemática e ensino de matemática.

De sua longa experiência e preocupação com o processo de ensino e aprendizagem na resolução de problemas, Polya promoveu diversos cursos relacionados à heurística, com foco em problemas e soluções, a partir da utilização de métodos da lógica clássica para a lógica heurística a públicos diversos, principalmente para alunos da área de Educação, Psicologia e Filosofia. Nesses cursos, ele se baseava em sua principal obra, o *How to solve it* (FRANK, 2004). É importante destacarmos que, conforme nos assegura Polya (1995, p. 86), "o objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção". Para ele, esse ramo de estudo, que teve Descartes e Leibnitz como principiais estudiosos na busca de sua sistematização, estava praticamente esquecido. Assim, em *How to solve it*, ele destaca que esse "livro é uma tentativa de reviver este estudo de forma moderna e modesta" (POLYA, 1995, p. 86), tratando-se de uma heurística moderna. Em sua definição, essa nova heurística "procura compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as *operações mentais*, *típicas* desse processo, que tenham utilidade. Dispõe de várias fontes de informações, nenhuma das quais deve ser desprezada" (POLYA, 1995, p. 87, grifos do autor).

Além disso, sublinha que um estudo cuidadoso da heurística "deve levar em conta, tanto as suas bases lógicas quanto as psicológicas" (POLYA, 1995, p. 87), bem como a importância dos escritos de autores clássicos desse ramo de estudos, como Pappus, Descartes, Leibnitz e Bolzano, que escreveram sobre "o assunto, mas muito menos pode desprezar a experiência imparcial. A experiência na resolução de problemas e a experiência na observação dessa atividade por parte de outros devem constituir a base em que se assenta a Heurística." (POLYA, 1995, p. 87). Destaca, ainda, que no estudo da heurística não devemos descuidar de "nenhum tipo de problema, e sim procurar aspectos comuns na maneira de tratar de problemas de toda sorte: devemos considerar os aspectos gerais, independentemente do assunto específico do problema." (POLYA, 1995, p. 87). Nesse contexto, na heurística moderna, menciona que ela possui objetivos "práticos", enfatizando que o "melhor conhecimento das típicas operações mentais que se aplicam à resolução de problemas pode exercer uma certa influência benéfica sobre o ensino, particularmente sobre o ensino da Matemática." (POLYA, 1995, p. 87).

Polya, nas diversas palestras e minicursos que ministrava aos professores, enfatizava que a resolução de problemas, em sua visão, "was seen as 'one third mathematics and two thirds common sense'."[11] (FRANK, 2004, p. 31). Em seu clássico *How to solve it,* propõe uma sequência de 4 etapas, procurando auxiliar na organização do processo de resolução de problemas. As etapas propostas devem ser tomadas como um guia no processo resolutivo, não se constituindo em passos rígidos e lineares, permitindo um movimento de ir e vir entre as etapas, na busca de solucionar os problemas matemáticos, a saber: 1º) compreensão do problema; 2º) estabelecimento de um plano; 3º) execução do plano e 4º) Retrospecto.

Além das etapas, ele descreve no livro alguns questionamentos e sugestões. No quadro a seguir, elaborado a partir da seção "como resolver um problema", expomos uma síntese de cada etapa, conforme apresentada em "A Arte de Resolver Problemas":

Quadro 2: "Como resolver um problema" (POLYA, 1995, pp. XII-XIII, grifos do autor).

Etapas	**Características e questionamentos**
1º) É preciso *compreender* o problema	**Compreensão do problema**
	Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?
2º) Encontre a conexão	**Estabelecimento de um plano**
	Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? *Conhece um problema correlato?* Conhece um problema que lhe poderia ser útil? *Considere a incógnita!* E procure pensar num problema

[11] Tradução nossa: "era vista como um terço de matemática e dois terços do senso comum".

entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um *plano* para a resolução.	conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. *Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo?* É possível utilizar seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte às definições. Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter dos dados alguma coisa útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si? Utilizou todos os dados? Utilizou a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?
3º) *Execute* o plano	**Execução do plano**
	Ao executar o seu plano de resolução, *verifique cada passo*. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?
	Retrospecto
4º) *Examine* a solução	É possível *verificar o resultado*? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?

obtida	É possível perceber isto num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

É importante destacar a similaridade das etapas propostas por Polya em *How to solve it* (1945) e os princípios para a resolução de problemas propostos por Thorndike no *The New Methods in Arithmetic* (1921).

No primeiro princípio, "*se você sabe ao certo como resolver o problema, então siga em frente e resolva*", é dada ao aluno a oportunidade de, caso ele conheça ou já tenha em mente uma estratégia para resolver o problema proposto, seguir em frente e solucioná-lo. Isso pode acontecer através de uma possível familiarização do aluno com o problema, ou mesmo pelo fato do problema se caracterizar como um simples exercício. Conforme destacado por Polya, em um artigo de 1967, publicado pela Revista do Professor de Matemática (RPM) da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), em 1985, intitulado "O ensino por meio de problemas": "há problemas e problemas e toda uma sorte de diferenças entre problemas. [...]. O problema que não se resolve por rotina exige um certo grau de criação e originalidade por parte do aluno, enquanto o problema de rotina não exige nada disso" (POLYA, 1985, p. 1). Ademais, podemos considerar que, com base nesse princípio, o aluno pode ter um equívoco em seu processo resolutivo ou ter uma falsa impressão acerca da solução a ser obtida, necessitando executar as fases defendidas por Polya ou recorrendo ao princípio 2 e demais itens elencados por Thorndike.

No princípio 2, "*se você não enxerga uma forma de resolver o problema, considere a questão, os dados e a sua utilização e faça as seguintes perguntas a você mesmo: Qual pergunta é feita? O que eu faço para descobri-la? Como devo usar esses dados? O que eu devo fazer com esses números e com o que eu conheço sobre eles?*", há uma aproximação à etapa 1, na qual é preciso que o aluno compreenda o problema, bem como os questionamentos e sugestões propostos por Polya nessa primeira fase se assemelham aos elencados por Thorndike.

O terceiro princípio, "*planejar o que você irá fazer, e porquê, e organizar seu trabalho de modo que você saiba o que você fez*", é bem similar ao defendido por Polya

na segunda fase, na qual é necessário o estabelecimento de um plano para se chegar à solução do problema, considerando os dados e condições.

O quarto princípio, "*cheque as respostas obtidas para ver se valem e se o raciocínio feito está de acordo com o que o problema disse*", é similar à quarta etapa, retrospecto, na qual é necessário revisar a solução obtida, verificando o resultado encontrado, os argumentos que foram utilizados, bem como indo além, buscando novos caminhos para o resultado, a essência do problema e do método resolutivo empregado e a extensão do resultado e do método para outro problema.

Mesmo ocorrendo grandes aproximações acerca dos princípios propostos pelo psicólogo americano Edward L. Thorndike (1874 – 1949) e as fases apresentadas por George Polya (1887 – 1985), não há menção de Polya a Thorndike, em sua obra *The New Methods in Arithmetic*. Sobre sua motivação para a elaboração das fases para a resolução de problemas, Polya, em uma entrevista concedida a Jeremy Kilpatrick, em 1978, destacou que a "motivação para a escrita dessas fases veio quando, ao participar de um exame no liceu, desejando explicar um problema, não foi capaz", depois disso, pensando nessa situação, "escreveu as fases da resolução de um problema, caracterizando esse como o início de seu interesse pelo tema" (MORAIS, 2015, p. 31).

Sobre a perspectiva de Polya na resolução de problemas, Stanic e Kilpatrick (1989) destacam que, para ele:

> a resolução de problemas era uma arte prática, "como nadar, ou fazer esqui ou tocar piano" (1981, p. ix). Aprendem-se tais artes por imitação e por prática. Polya assumia que nem a resolução de problemas por si só, sem uma orientação, conduz a um melhor comportamento, nem o estudo da Matemática pela sua natureza própria, nos eleva o nível geral de inteligência. Em vez disso, reconhecia que as técnicas de resolução de problemas precisam de ser ilustradas pelo professor, discutidas com os alunos e praticadas de uma maneira compreendida e não mecanizada. Além disso, ele observou que, embora os problemas de rotina pudessem ser usados para cumprir certas funções pedagógicas do ensino dos alunos, para seguir um procedimento específico ou usar uma definição corretamente, só através de um uso judicioso de problemas não rotineiros podem os alunos desenvolver a sua capacidade de "resolver problemas". (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 16).

De acordo com Polya, o professor é o elemento essencial na escolha dos problemas apropriados e na condução dos alunos para o seu processo resolutivo, fazendo a mediação e auxiliando os discentes de forma adequada. Em artigo de 1985, ao discutir sobre questões relativas ao ensino de matemática por meio de problemas, sublinha que seu ponto de vista acerca do ensino nas escolas secundárias (Ensino

Fundamental II e Ensino Médio) é que a principal tarefa do ensino é instruir os alunos a pensar. Porém, o processo de ensinar "é uma ação complexa que depende em grande parte das personalidades envolvidas e das condições locais. Não existe, hoje, uma ciência do ensino propriamente dita e não haverá nenhuma em um futuro previsível" (POLYA, 1985, p. 1). Além disso, destaca que "não existe método de ensino que seja indiscutivelmente o melhor, como não existe a melhor interpretação de uma sonata de Beethoven" (POLYA, 1985, p. 1). Dessa forma, complementa que "há tantos bons ensinos quanto bons professores: o ensino é mais uma arte do que uma ciência. (Isso não exclui, é claro, que o ensino possa beneficiar-se de uma atenção judiciosa aplicada às experiências e teorias psicológicas)". (POLYA, 1985, p. 1).

Sobre as características que deveriam permear nosso ensino, destaca que ele:

> deveria englobar os aspectos principais do pensamento matemático, na medida em que isso é possível a nível secundário. As atividades mais marcantes do matemático são: a descoberta de demonstrações rigorosas e a construção de sistemas axiomáticos. Existem, no entanto, outras atividades que, por deixarem menos sinais na obra acabada do matemático são, por isso, menos aparentes mas não menos importantes tais como: reconhecer e extrair um conceito matemático de uma situação concreta; em seguida fazer várias formas de adivinhações, ou seja, prever o resultado, prever as grandes linhas de uma demonstração antes de realizá-la em detalhe. "Adivinhar", assim compreendido, pode também englobar generalizações a partir de casos observados, um raciocínio indutivo, uma argumentação por analogia, etc. O ensino da Matemática dará somente uma idéia unilateral, diminuída, do pensamento do matemático se suprimir atividades "não formais" como adivinhar e extrair conceitos matemáticos do mundo visível que nos rodeia; ele desprezará o que pode ser a parte mais interessante para muitos alunos, a mais instrutiva para o futuro usuário da Matemática e a mais fecunda e rica para o futuro matemático. (POLYA, 1985, p. 1).

Preocupando-se com um ensino que preze pelo pensar dos alunos, ao destacar o papel central do professor no processo de ensino e aprendizagem, além da complexidade do ato de ensinar, sendo que os diferentes estilos de ensino e de aprendizagem enriquecem as ações que se desenvolvem no âmbito da sala de aula, centra sua preocupação com uma aprendizagem ativa. Para Polya, "para aprender eficazmente, o aluno deve descobrir, por si só, uma parte tão grande da matéria ensinada quanto possível, dadas às circunstâncias" (POLYA, 1985, p. 1), pois esse princípio educativo é o mais antigo e menos controverso, sendo encontrado desde Sócrates. Afirma, ainda, que a matemática "não é um esporte para espectadores: não pode ser apreciada e aprendida sem participação ativa, de modo que o princípio da aprendizagem

ativa é particularmente importante para nós, matemáticos professores, [...] ensinar as crianças a pensar" (POLYA, 1985, p. 1).

O autor também destaca a importância da promoção de coisas simples, evoluindo para algo mais complexo, para que a inteligência dos alunos seja desenvolvida. Assim, sublinha que atividades mais simples e naturais devam ser trabalhadas inicialmente, em detrimento de outras mais complexas, favorecendo a construção de conceitos e proporcionando a aprendizagem dos alunos. Nesse contexto, menciona que "adivinhar é mais fácil do que demonstrar, resolver problemas concretos é mais natural do que construir estruturas conceituais. Em geral, o concreto vem antes do abstrato; a ação e a percepção antes das palavras e dos conceitos, os conceitos antes dos símbolos, etc" (POLYA, 1985, p. 1-2), já que os alunos devem aprender por seus próprios esforços, com uma postura ativa, e não de modo passivo, apenas sendo receptores no processo de ensino e aprendizagem, pois nossos aprendizes devem "se familiarizar inicialmente com o concreto, posteriormente com o abstrato; inicialmente com a variedade de experiências e posteriormente com a unificação dos conceitos, etc". (POLYA, 1985, p. 1-2).

Essa postura de trabalho, em sua concepção, conduz à resolução de problemas matemáticos, já que, de acordo com o autor é "a atividade matemática mais próxima do centro do pensamento do dia a dia. Temos um problema sempre que procuramos os meios para atingir um objetivo" (POLYA, 1985, p. 2). Em nosso dia a dia, sempre que almejamos alguma coisa e, inicialmente, não conseguimos realizar/satisfazer, passamos a ocupar nossos pensamentos nos meios e estratégias para conseguirmos e, dessa forma, estamos diante de um problema. Nesse sentido, a maior parte de nossos pensamentos, "que não seja simplesmente sonhar acordado, se ocupa daquilo que desejamos e dos meios para obtê-lo, isto é, de problemas" (POLYA, 1985, p. 2). Nesse contexto, a maioria dos problemas cotidianos, "conduzem a problemas matemáticos simples e o professor, com um pouco de habilidade, pode tornar fácil e natural para o aluno o passo de abstração entre o problema cotidiano e o problema matemático" (POLYA, 1985, p. 2). Assim, como destacado por ele, se refletirmos sobre o nosso dia a dia iremos perceber que, todos os dias, os problemas "são o centro do nosso pensamento cotidiano, [dessa forma, seguindo esse raciocínio, no processo de ensino e aprendizagem] pode-se

esperar que os problemas matemáticos estejam no centro do ensino da Matemática" (POLYA, 1985, p. 2).

Para Polya (1985), a resolução de problemas é considerada vital no ensino de matemática, desde a época do papiro de Rhind. Nesse contexto, sobre a importância do trabalho com problemas para a aprendizagem da matemática, destaca que Euclides conseguiu realizar uma proeza pedagógica em sua obra, ao analisar a geometria através de problemas manejáveis. Assim, para Polya, os problemas sempre tiveram a sua importância no processo de desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos, sendo que, em sua opinião, a resolução de problemas ainda permanece como "a espinha dorsal do ensino a nível secundário e me constrange que algo tão evidente precise ser ressaltado" (POLYA, 1985, p. 2).

A preocupação com os tipos de problemas a serem utilizados em sala de aula, considerando a sua diversificação, é tratada por ele ao discutir sobre problemas rotineiros e não rotineiros. Os rotineiros não exigem criação e originalidade dos alunos em seu processo resolutivo, ao contrário dos não rotineiros, que podem e devem ser utilizados em sala de aula, mas em momentos certos e de forma adequada. Para isso, é imperioso o cuidado do professor na seleção dos problemas e na condução do processo de ensino e aprendizagem, pois o excesso de trabalho com problemas rotineiros faz com que os alunos se desencantem pela disciplina. (POLYA, 1985).

Polya ainda faz uma crítica aos manuais escolares, pois tanto os tradicionais quanto os novos fazem uso exaustivo dos problemas rotineiros, sendo que, os ditos modernos, apostam em termos e simbologias que em nada contribuem com a aprendizagem, "como consequência, os problemas no fim do capítulo são problemas rotineiros, particularmente chatos, a maior parte deles simples questões de vocabulário" (POLYA, 1985, p. 2). Destarte, em seu ponto de vista sobre os manuais escolares, supõe "que o desserviço prestado ao aluno é da mesma natureza nos dois casos. Não há muito que escolher entre 'tradicional' e 'moderno' se a escolha ficar entre uma rigidez estreita e um excesso de palavras sem ligação com fatos" (POLYA, 1985, p. 2).

Nesse sentido, ao escolher trabalhar com problemas não rotineiros, os professores fazem com que os alunos se esforcem em seu processo resolutivo, pois se eles não tiverem razões para se dedicarem aos problemas propostos, não terão motivação para buscar solucioná-los, e a motivação é chave para despertar o interesse

no processo de resolver problemas, que devem se mostrar interessantes e atraentes para os alunos. Além da escolha, menciona que a apresentação dos problemas merece atenção por parte dos professores, pois:

> Uma boa apresentação evidencia relações com coisas familiares e torna compreensível o objetivo. O princípio do ensino ativo nos sugere um pequeno truque, muito útil: o professor deveria começar não pelo enunciado completo do problema, mas por sugestões apropriadas e deixar aos alunos o cuidado de uma formulação definitiva. Vez ou outra deve se oferecer à classe um problema mais importante, rico em conteúdo e que possa servir de abertura para um capítulo inteiro de Matemática. E a classe deveria trabalhar com um tal problema de pesquisa, sem pressa e de modo que, segundo o princípio do ensino ativo, os alunos possam descobrir (ou sejam levados a descobrir) a solução e possam explorar sozinhas algumas consequências da solução (POLYA, 1985, p. 2).

O autor finaliza o artigo destacando a importância do processo de conduzir os alunos à descoberta da solução dos problemas propostos, bem como o conhecimento da heurística por parte dos professores, para que possa orientar os discentes sem dar informações em excesso ou tirar deles a oportunidade de avançar em suas descobertas. Para ele, "a primeiríssima coisa, quando se trata de ajudar o aluno, é não ajudá-lo demais: ele deve fazer o máximo possível por si só" (POLYA, 1985, p. 2), pois ao auxiliar o aluno, "o professor deve dar apenas uma ajuda *interior*, isto é, sugestões que poderiam ter nascido na mente do próprio aluno, e evitar uma ajuda *exterior*, isto é, evitar dar pedaços de solução que não tenham relação com o que se passa na mente do aluno" (POLYA, 1985, p. 3). Ademais, sobre o conhecimento da heurística, considerada por ele como a arte de adivinhar no processo de resolver problemas, sublinha que "as ideias mais simples da Heurística são as mais importantes para o professor, que poderia, aliás, extraí-las de sua própria experiência, pois que elas decorrem do simples bom senso. (Mas bom senso é tão pouco comum, como observou Descartes)". (POLYA, 1985, p. 3).

Sobre as pesquisas desenvolvidas por Polya, Morais (2015, p. 36) menciona que, quando elas começaram a ganhar espaço, a temática resolução de problemas era, "ainda, considerada prática inerente às aulas de Matemática. [e que] foi a partir de Polya que a Resolução de Problemas assumiu *status* de teoria, ao menos no âmbito do que dizem pesquisadores que se dedicam a investigar o tema". Nesse sentido, destaca que "nesse momento, pesquisadores que partilhavam das mesmas crenças de Polya sobre o ensino de Matemática destinaram suas pesquisas a investigar o tema, dando início a um

movimento de pesquisa que se desenvolveu paralelamente aos currículos oficiais.” (MORAIS, 2015, p. 36-37, grifos do autor).

Assim, as investigações acerca da resolução de problemas passam a tomar esse tema como uma teoria, não mais como uma habilidade a ser desenvolvida nas aulas de matemática, passando a ocupar lugar central nas discussões no âmbito da Educação Matemática. É sobre essa teoria, que passaremos a discorrer no tópico a seguir.

2.3 Resolução de Problemas: uma tendência de ensino na Educação Matemática

Sobre o desenvolvimento dos estudos no campo da Resolução de Problemas, temática que passou a ser recorrente nos diversos encontros e discussões no âmbito da Educação Matemática e dos processos de ensino e aprendizagem nessa área de conhecimento, Andrade (1998) destaca que, de modo geral:

> os estudos de resolução de problemas preocuparam-se **inicialmente (período anterior a 60)** com o **desempenho bem sucedido na obtenção da solução** de problemas. Não há preocupação com o processo. Para desenvolver sua capacidade de resolução de problemas, a criança deveria exercitar-se exaustivamente na solução de uma grande quantidade de problemas do mesmo tipo. O ensino de resolução de problemas limitava-se ao ensino de solução de problemas, tipo treino, num esquema cognitivo estímulo-resposta. **Posteriormente (período 60-80), a preocupação era com o processo** envolvido na resolução de problemas. Nessa ocasião, o ensino de resolução de problemas centra-se no ensino e no uso de estratégias. Nos fins dos anos 70, a Resolução de Problemas ganha espaço no mundo inteiro. Começa o movimento a favor do ensino da resolução de problemas. A década de 80 é marcada por vários acontecimentos. O NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), entidade norte-americana, situa, como primeiro item, na sua lista de recomendações para a década, a idéia de que a resolução de problemas deve ser o foco da Matemática escolar e, apresenta o documento: An Agenda for Action - Recommendations for school mathematics of the 1980s (Uma agenda para ação - Recomendações para a Matemática escolar dos anos 80). A ATM (Association of Teachers of Mathematics), entidade inglesa, estabelece que a habilidade em Resolução de Problemas seja o centro do ensino da Matemática e que deveria substituir a aritmética elementar como tema principal nas classes primárias. Na metade da década de 80, Resolução de Problemas passa a ocupar as atenções de quase todos os congressos de nível internacional. (ANDRADE, 1998, p.8, grifos do autor).

Nesse cenário internacional, a Resolução de Problemas passa a ser um tema que recebe maior destaque por parte de diversos investigadores. Onuchic (2013, p. 99) argumenta que, na década de 80, diversos “recursos em resolução de problemas haviam

sido desenvolvidos visando o trabalho de sala de aula, na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em resolução de problemas". Essa diversificação de material passou a subsidiar o trabalho docente e fez com que a resolução de problemas passasse a ser o eixo central de seu trabalho. Destaca, ainda, que nessa década as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem, por parte de alunos e professores, "passaram a ser consideradas como objetos de estudo e de reconceitualização por educadores e pesquisadores na educação matemática. Entretanto, havia diferentes linhas de pesquisa por eles defendidas" (ONUCHIC, 2013, p. 100).

Destarte, as dúvidas e incertezas sobre como trabalhar com a resolução de problemas nas aulas de matemática, principalmente a partir das recomendações propostas no documento *Uma agenda para a ação*, se tornaram frequentes, tanto para professores de matemática quanto para educadores matemáticos e pesquisadores em todo o mundo. Entretanto, a resolução de problemas passou a ser tomada como uma abordagem metodológica a partir de Polya e, apesar de ter demorado para ser aceita, considerando as mudanças de correntes teóricas e tendências vigentes no currículo, "muitos pesquisadores, em diferentes lugares do mundo, contribuíram direta ou indiretamente para que a Resolução de Problemas viesse, mais tarde, a ser incorporada em alguns poucos currículos de Matemática" (MORAIS, 2015, p. 37).

É importante destacar as mudanças ocorridas no cenário de trabalhos sobre resolução de problemas a partir das investigações desenvolvidas por Polya, entre 1940 e 1960, principalmente a partir do livro *A arte de resolver problemas*. Contudo, outros pesquisadores também se dedicaram ao tema, como Kilpatrick, que realizou, em 1967, uma ampla revisão das investigações desenvolvidas nessa temática. Orientado por Polya no mestrado e tendo atuado como seu assistente, Kilpatrick é apontado como um dos pioneiros no movimento de investigações sobre resolução de problemas após as publicações de seu orientador.

Durante o II Congresso Internacional de Educação Matemática, realizado em Exeter, na Inglaterra, no ano de 1972, Polya foi homenageado e falou sobre a importância de considerar a resolução de problemas como estratégia de ensino. Nesse mesmo evento, pesquisadores de diferentes nacionalidades trataram sobre a temática resolução de problemas, sendo possível constatar maior ênfase na produção de trabalhos

com o uso dessa temática, mesmo com variações, em diferentes países, como, por exemplo, no Japão (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

Destaca-se, também, a realização do primeiro Seminário de Pesquisa em Resolução de Problemas, em maio de 1975, na Universidade da Geórgia (Estados Unidos), ocorrendo, ainda, a realização de 5 encontros no decorrer desse mesmo ano. Esse evento contou com a colaboração de diversas pessoas que já estavam engajadas com pesquisas em resolução de problemas há mais de 5 anos. Sublinha-se que, a partir desse seminário, passou a ocorrer uma maior colaboração entre pesquisadores da área, promovendo um aprofundamento e expansão das pesquisas sobre o tema. As investigações desenvolvidas eram constantemente divulgadas em diversos eventos, periódicos e publicados em livros, principalmente nos Estados Unidos. Um marco dessa produção se dá com a publicação do livro *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar*, do Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos, em 1980, sendo todas as pesquisas da obra desenvolvidas nos Estados Unidos. (STANIC; KILPATRICK, 1989; MORAIS; ONUCHIC, 2014; MORAIS, 2015).

Essa obra foi traduzida e publicada no Brasil em 1997. Em seu prefácio, um dos tradutores, Hygino H. Domingues, destaca que o livro, composto por 22 artigos de especialistas em Educação Matemática, "muito poderá ajudar o professor de matemática a lidar, lúcida e conscientemente, com a resolução de problemas" (DOMINGUES, 1997, p. 6). E sublinha que "resolver problemas tanto pode ser uma atividade estimulante e enriquecedora como enfadonha e improdutiva. Isso depende de vários fatores. Existem problemas medíocres e problemas inteligentes" (DOMINGUES, 1997, p. 6), cabendo ao professor a escolha dos problemas adequados a serem explorados em sala de aula, a fim de visar um processo de ensino e aprendizagem que promova a compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos, bem como uma atuação deles diante dos problemas propostos, pois "a resolução de um problema medíocre e rotineiro pode até dar uma falsa sensação de euforia ao aluno, mas realmente pouco proveito lhe traz. Só com a resolução de problemas inteligentes e não rotineiros o aluno poderá ganhar muito" (DOMINGUES, 1997, p. 5).

No cenário nacional, acompanhando o movimento internacional de pesquisas no campo da Educação Matemática, em 1998, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), trazem, em seu texto de apresentação, a indicação de que a

resolução de problemas deve ser o ponto de partida da atividade matemática. Além disso, destacam que um dos objetivos a serem alcançados no ensino de matemática é levar os alunos a valorizarem os conhecimentos desse Componente Curricular como um "instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o **desenvolvimento da capacidade para resolver problemas** (BRASIL, 1998, p. 15, grifo nosso). Nesse contexto, apresentam um tópico sobre as propostas do NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos) presentes no documento *Uma agenda para ação*, destacando que as recomendações estão sendo discutidas e incorporadas nas propostas curriculares de municípios e estados, existindo experiências que mostrem a sua contribuição (BRASIL, 1998).

Destacam-se, ainda, princípios para o trabalho com a resolução de problemas em sala de aula, a conceituação do que é um problema matemático, o que é preciso para os alunos resolverem os problemas propostos, chamando a atenção para o fato de que a resolução de um problema não se limita na compreensão do que "foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido" (BRASIL, 1998, p. 42).

No contexto de pesquisas, Fiorentini (1994) sublinha que os estudos em resolução de problemas, no Brasil, se deram a partir da segunda metade da década de 80, inicialmente, com produções acadêmicas desenvolvidas no âmbito da Pós-graduação (mestrado, doutorado, livre docência) da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), em Rio Claro. Em seu levantamento sobre essa área de conhecimento, aponta o desenvolvimento de 14 trabalhos, sendo 12 dissertações de mestrado, uma tese de doutorado e outra de livre docência. Destaca, ainda, que antes desse período, outros 2 trabalhos foram desenvolvidos nessa linha em São Paulo. Esses estudos, assim como a maioria dos "norte-americanos da época, [focavam] apenas o desempenho dos alunos na solução de problemas e não com os processos de que se utilizavam" (FIORENTINI, 1994, p. 190).

Em um levantamento realizado nos 5 principais periódicos brasileiros (Boletim GEPEM, BOLEMA, Educação Matemática em Revista, Educação Matemática Pesquisa e ZETETIKÉ), sendo estes os mais antigos da área em nosso país, Justulin (2016)

destaca que o primeiro artigo publicado em periódico acerca da resolução de problemas se deu em 1977, no Boletim GEPEM. Nesse trabalho, as autoras Queiroz e Fainguelernt:

> trouxeram uma experiência pedagógica da Universidade de Indiana/ Estados Unidos, discutida na Palestra do Professor George Springer. Nesta exposição abordou-se o Projeto "Mathematics Education Development Center" que realizou uma experiência com 400 alunos com idade entre 10 e 12 anos. Destes, 200 estudantes, durante seis semanas, foram incentivados a resolver de 15 a 20 problemas, procurando identificar as quatro fases indicadas por Polya. Um pós teste verificou que, dos alunos do grupo experimental, 68% utilizou métodos próprios na resolução de problemas, em oposição aos 23% apresentados pelo grupo de controle. O objetivo do projeto foi o desenvolvimento de métodos próprios, o uso da criatividade e intuição (JUSTULIN, 2016, p. 879-890).

Essa informação não vai de encontro ao exposto por Fiorentini (1994) por se tratar do relato de uma experiência vivenciada em outro país, apenas sendo publicado em um periódico brasileiro por pesquisadores nacionais. Corroborando do exposto por Fiorentini (1994), Justulin (2016) destaca que os trabalhos em Resolução de Problemas datam de 1980, década em que ocorreu a publicação de 8 artigos. Além disso, sobre a inserção dessa temática no cenário nacional, de acordo com Diniz (2011, p. 2), ela foi "difundida entre os educadores pela entrada no país das publicações norte-americanas e por meio dos primeiros mestrados e doutorados de brasileiros orientados por pesquisadores daquele país [Estados Unidos]".

Tendo em vista os diferentes movimentos em torno da resolução de problemas, marcadamente no território americano, outros, em diversos países, passaram a ocorrer após a publicação do documento *Uma agenda para ação*, do NCTM, a partir da mobilização em prol de mudanças no ensino de matemática na década de 1980. "Embora pesquisas sobre Resolução de Problemas viessem sendo realizadas na Inglaterra, Japão, China, Austrália, Singapura, dentre outros, foi a partir da década de 1980 que esse movimento foi intensificado" (MORAIS, 2015, p. 46), sendo essa década considerada como a "idade de ouro" da Resolução de Problemas.

Em uma síntese sobre as perspectivas pelas quais as pesquisas em resolução de problemas têm passado, Vale, Pimentel e Barbosa (2015) destacam que:

> Uma grande quantidade de estudos desenhados, sobretudo nas décadas de 1970 e 1980, a partir deste trabalho [o livro *A arte de resolver problemas*], focaram-se essencialmente sobre o modo como os alunos talentosos resolviam problemas (*e.g.* Anderson, Boyle & Reiser, 1985), sobre o ensino

> de estratégias de resolução (heurísticas) e processos metacognitivos (*e.g.* Charles & Silver, 1988; Lester, Garofalo & Kroll, 1989; Schoenfeld, 1992), e, mais recentemente, sobre a relação com a modelação matemática (*e.g.* English et al., 2008) (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 40, grifos dos autores).

Nesse sentido, tratando sobre a multiplicidade de perspectivas sobre as quais residem a Resolução de Problemas no âmbito da Educação Matemática, Leal Junior (2018, p. 74) destaca que ela "se constitui um campo multifacetado e bastante retalhado, que pode apresentar confluências e, até mesmo, divergir dependendo dos pressupostos teóricos imbricados na prática educacional". Assim, considerando as diferentes perspectivas acerca dessa temática, a partir dos discursos de diferentes estudiosos do tema, o autor identificou 24 compreensões desse assunto. De forma geral, expôs que:

> Há situações em que a Resolução de Problemas aproxima-se da égide de uma metodologia, enquanto que, em outro panorama, ela pode ser concebida como algo mais amplo e complexo, que visa dar conta de campos, elementos e conceitos problemáticos como: sujeito, objeto (matemático), sociedade, Educação Matemática, fazer e/ou ter ciência, valores, conhecimento (matemático), pedagogia, didática, enfim, uma gama de assuntos podem ser trabalhados sob essa perspectiva, aproximando-a de uma Filosofia da Educação Matemática (LEAL JUNIOR, 2018, p. 10).

Nessa asserção, Gazire (1989) apresentou três perspectivas pedagógicas da Resolução de Problemas na Educação Matemática, a saber: *resolução de problemas como um novo conteúdo, uma forma de aplicar o conteúdo e um meio de ensinar matemática*:

- *Um novo conteúdo*: a resolução de problemas é tratada como um conteúdo a ser ensinado, considerando que proporcionar aos alunos o conhecimento de várias técnicas e estratégias contribui para o desenvolvimento de suas habilidades na resolução de problemas;
- *Aplicação de conteúdos*: parte-se da concepção de que a matemática é um Componente Curricular pronto, sendo os problemas encarados como aplicação dos conteúdos estudados. Assim, nessa segunda categoria, a premissa defendida é a de que a aprendizagem de um conteúdo é potencializada quando ocorre a sua aplicação;
- *Um meio de ensinar matemática:* a resolução de problemas é tomada como o ponto inicial do trabalho com os conteúdos matemáticos, destacando que a aprendizagem através de um problema, considerando

> os conhecimentos prévios dos alunos, promove a interiorização do conhecimento a ser aprendido.

Ademais, Onuchic e Allevato (2011), embasadas nos estudos realizados por Schroeder e Lester (1989), apresentaram os três modos de abordagem da resolução de problemas, que auxiliam na compreensão e reflexão sobre as diferenças de entendimento ou de abordagem que se faziam presentes nas investigações nessa área. Essa classificação decorre dos estudos de Schroeder e Lester a partir dos trabalhos desenvolvidos durante a década de 1980. Assim, no contexto do ensino, com forte ênfase para alguns estudos em detrimento de outros, sobressaem-se os seguintes modos:

> (1) ensinar *sobre* resolução de problemas; (2) ensinar matemática *para* resolver problemas; e (3) ensinar matemática *através/via* da resolução de problemas. Ocorre que, a partir das recomendações do NCTM, seguidores de Polya, com algumas variações, acreditavam em teorizar *sobre* esse tema, ou seja, que era necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas. Outros a interpretavam no sentido de que o professor deveria apresentar a matemática formal para, depois, oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa matemática construída, acreditando que deveriam ensinar matemática *para* resolver problemas. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 79, grifos dos autores).

As perspectivas pedagógicas consideradas por Gazire (1989) e os modos de abordagem apontados por Schroeder e Lester (1989) são bem similares, destacando três diferentes formas nas quais os estudos em resolução de problemas estavam sendo desenvolvidos. Dessas três abordagens, o ensino *sobre* se deu, principalmente, a partir dos seguidores de Polya, considerando as orientações propostas pelo NCTM. Nesse sentido, "com algumas variações, acreditavam em teorizar *sobre* esse tema, ou seja, que era necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 79, grifos dos autores). Já os defensores do ensino *para* a resolução de problemas, consideravam que o ensino de matemática deveria ocorrer em sentido formal, ficando os problemas para o encerramento dos tópicos trabalhados, como uma aplicação prática do conteúdo estudado. Assim, após conclusão do trabalho formal com a matemática, o professor deveria "oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa matemática construída, acreditando que deveriam ensinar matemática *para* resolver problemas". (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 79, grifos dos autores).

A resolução de problemas como uma metodologia de ensino, o *através/via*, se dá, de forma mais sistematizada e difundida, a partir da publicação dos *Principles and Standards for School Mathematics* (Princípios e Padrões para Matemática Escolar) pelo

NCTM, no ano de 2000, ou *Standards 2000*, como ficaram conhecidos. Essa orientação apresentou seis princípios "(Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação, e Tecnologia); cinco Padrões de Conteúdo (Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida, e Análise de Dados e Probabilidade); e cinco Padrões de Procedimento, [sendo a Resolução de Problemas o primeiro], seguido por Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões; e Representação". (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 79) e serviu de guia para a produção de diversas obras que tinham, como eixo central, o trabalho com a Resolução de Problemas, além dos princípios, padrões de conteúdo e dos demais padrões de procedimentos, tendo sido traduzida para o português de Portugal pela Associação de Professores de Matemática (APM), com a primeira edição em 2007 e a segunda em 2008 (MORAIS, 2015).

De forma geral, pelo exposto, podemos relacionar ambas as classificações, sendo a perspectiva *um novo conteúdo* equivalente ao *sobre*, o *aplicação de conteúdos* ao viés *para* e *um meio de ensinar matemática* ao *através/via*. É importante destacarmos que, no trabalho com o viés *através/via*, perspectiva metodológica, os demais vieses também são contemplados, sendo que o foco do trabalho passa a ser a utilização de problemas para a aprendizagem dos novos conteúdos matemáticos. Nesse sentido, Schroeder e Lester (1989) sublinham que, quando os professores ensinam matemática *através/via* resolução de problemas, bem como tratam *sobre* o processo de resolução e enfatizam um trabalho *para* a resolução de problemas variados, a partir da aplicação dos conteúdos estudados, estão contribuindo para um processo de ensino e aprendizagem com compreensão, aumentando a capacidade dos alunos de utilizarem a matemática como uma ferramenta para a resolução de problemas diversos.

Sobre o impacto dos *Standards 2000,* Onuchic e Allevato (2011) nos asseguram que, a partir dessa obra, os educadores matemáticos passaram a teorizar acerca de uma metodologia de ensino-aprendizagem de matemática "*através/via* da resolução de problemas. Nessa concepção [metodológica de trabalho], o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo". (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, pp. 79-80, grifos dos autores). Acerca dessa estratégia metodológica, Onuchic (1999, p. 208) destaca que, ao se trabalhar com a Resolução de Problemas em sala de aula, se tem como principal

objetivo, “ajudar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito em cada unidade temática”.

Onuchic (1999) propôs, inicialmente, um modelo para guiar os professores na utilização da metodologia de ensino-aprendizagem de matemática *através/via* Resolução de Problemas. A partir de pesquisas orientadas e das investigações desenvolvidas junto ao Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP, ela apresentou, em 2013, em colaboração com Allevato, uma versão atualizada desse modelo. Assim, considerando sua experiência de anos de pesquisa nessa temática, bem como as dificuldades apresentadas pelos professores “para trabalhar matemática com seus alunos, não raras vezes por falta de conhecimentos prévios; em outras, porque se rebelam, demonstrando aversão aos conteúdos trabalhados ou à forma de ensinar” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83), propõem o seguinte roteiro:

1) *Preparação do problema:* o professor seleciona o problema ou conjunto de problemas a serem explorados, visando à construção de novos conceitos, princípios ou procedimentos. Ressalta-se que esse problema será chamado de problema gerador, pois será utilizado para o desenvolvimento de um conteúdo matemático a ser iniciado em sala de aula (ainda não conhecido dos alunos). Assim, para o seu processo resolutivo, é importante que os alunos não conheçam o conteúdo necessário para sua resolução, caso contrário, ele se configuraria como um exercício.
2) *Leitura individual:* sugere-se que seja entregue para cada aluno uma cópia do problema a ser explorado, solicitando a sua leitura.
3) *Leitura em conjunto:* os alunos devem formar grupos e o professor solicita uma nova leitura do problema, dessa vez em grupo. O professor pode auxiliar os alunos na leitura, esclarecendo dúvidas, caso ocorram dificuldades de entendimento. Ademais, caso o problema apresente termos desconhecidos, o professor pode ajudar, junto com os demais alunos da turma, a esclarecer as dúvidas, podendo recomendar o uso do dicionário.
4) *Resolução do problema:* após entendimento do enunciado, os alunos, em grupos, buscam resolver o problema proposto. É importante que essa execução se dê através de um trabalho cooperativo e colaborativo por parte dos aprendizes. “Considerando os alunos como co-construtores da

matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, pp. 83-84, grifos dos autores).

5) *Observar e incentivar:* nessa etapa o professor acompanha e incentiva o trabalho dos grupos, atuando como um mediador do processo. Assim, enquanto os alunos, em grupo, estão buscando resolver o problema proposto, "o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles". (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 84). Deve-se sugerir a utilização de conhecimentos prévios e procedimentos/técnicas já conhecidas, a busca por diferentes caminhos para a resolução. O professor precisa agir como um interventor e questionador, acompanhando o processo resolutivo dos grupos e auxiliando-os, quando for preciso. Caso seja necessário, pode propor problemas secundários ou lembrar de problemas anteriores que podem ser úteis na busca de solução, bem como auxiliar em dificuldades que podem se fazer presentes ao longo do processo de resolução, como questões de notação, entendimento e passagem da linguagem materna para a linguagem matemática, técnicas operatórias e conceitos que se relacionam, visando um caminhar resolutivo por parte dos alunos.
6) *Registros das resoluções na lousa:* representantes dos grupos expõem na lousa suas soluções. Destaca-se que resoluções corretas, erradas e feitas por diferentes caminhos devem ser expostas para que todos possam analisá-las e discuti-las.
7) *Plenária:* todos os alunos são convidados para discutirem as diferentes resoluções expostas na lousa, visando defenderem seus pontos de vista e esclarecendo as dúvidas. "O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem." (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 84).

8) *Busca do consenso:* "Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto." (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 84).
9) *Formalização do conteúdo:* no processo de formalização, o professor expressa na lousa uma apresentação estruturada e que esteja organizada em linguagem matemática, formal, "padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto". (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, pp. 84-85).

Nessa proposta metodológica, o problema passa a ser o condutor dos conteúdos a serem trabalhados. Assim, antes da apresentação de um novo tópico matemático, trabalha-se com problemas que expressam aspectos essenciais do conteúdo a ser ensinado, requerendo o desenvolvimento de técnicas matemáticas na busca de solução pertinentes ao expresso no problema. Nesse contexto, o processo de avaliação de desenvolvimento dos alunos será realizado de forma contínua e cumulativa, durante o processo de resolução do problema (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Acerca dessa estratégia metodológica, isto é, do ensino *através/via* Resolução de Problemas, Vale, Pimentel e Barbosa (2015, p. 43) sublinham que "nesta perspectiva a resolução de problemas é uma parte integrante da aprendizagem da matemática, não sendo considerada como um tópico separado no currículo, mas como um meio para o ensino de conceitos e competências matemáticas". Nessa asserção, discutem sobre a importância dos problemas a serem utilizados, explicitando que "nem todos os problemas devem ser usados, mas apenas os que valem a pena para o objetivo, ou seja, tarefas desafiantes e contendo um nível de desafio que convida à especulação e ao trabalho", permitindo a condução dos alunos "na investigação de ideias matemáticas e modos de pensamento importantes" (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 43).

A Resolução de Problemas, em suas diferentes abordagens, mesmo sendo uma temática que possui o desenvolvimento de diversos estudos, em diferentes perspectivas, vem apresentando um declínio nos últimos 30 anos, conforme nos assegura Onuchic (2013), English, Lesh e Fennewald (2008) e Vale, Pimentel e Barbosa (2015). Nesse contexto, as pesquisadoras portuguesas sublinham que, "apesar dos enormes avanços

conseguidos na área da investigação em resolução de problemas, o seu impacto no currículo e, sobretudo, na sala de aula de matemática de modo a produzir bons resolvedores de problemas tem sido muito limitado" (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 39), apontando, também, que as investigações existentes não são cumulativas pela "falta de uma base teórica e porque o campo da educação matemática tem oscilado entre um realce curricular em resolução de problemas e em factos básicos" (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 44), bem como a mudança pela qual o foco da resolução de problemas sofreu nos últimos 20 anos, pois essas diferenças "incluem agora o conhecimento e as capacidades necessárias para criar e modificar modelos matemáticos usando conhecimentos interdisciplinares ou conhecimento que integra modos de pensar diferentes, e ainda com o apoio das tecnologias" (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 44).

Em um contexto geral, ao tratar sobre as pesquisas desenvolvidas com o uso da Resolução de Problemas, Cai (2010) sublinha que ainda há muitos questionamentos acerca de como trabalhar com o uso dessa tendência em sala de aula, independente de qual viés seja enfatizado, principalmente em como tornar os alunos bem-sucedidos no processo de resolução de problemas. Assim, ocorre consenso na importância dos problemas serem os condutores do processo de aprendizagem, mas a forma como essa atividade deve ser desenvolvida; o impacto desse trabalho no processo de aprendizagem dos alunos; como conduzir essa atividade em sala de aula de forma a proporcionar uma aprendizagem com compreensão, na qual o professor seja o mediador do processo, são pontos nos quais os pesquisadores dessa temática não possuem um consenso, levando-os a possuírem visões diferentes acerca de um mesmo processo.

Nesse sentido, sobre os novos cenários que incluem as pesquisas em Resolução de Problemas, Vale, Pimentel e Barbosa (2015) destacam o trabalho com a *modelação matemática*. Nessa visão, o trabalho envolve diferentes ciclos de compreensão dos dados presentes no problema e dos objetivos a serem alcançados. Elencam, ainda, que essa perspectiva é mais propícia para os níveis de escolaridade elevados, pois adequa-se de forma "mais natural ao ensino e aprendizagem em níveis intermédios ou elevados, mas para os níveis mais elementares os modelos matemáticos a que se recorre estão muito próximos das estratégias de resolução de problemas propostos por Polya e seguidores" (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 44).

Em uma investigação acerca da *Resolução de Problemas e a Modelação Matemática* com professores em formação continuada, Huanca (2014, p. 119) afirma que a modelização no processo de ensino-aprendizagem de matemática pode ser uma alternativa "para despertar, no aluno, o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece. Pois, ao mesmo tempo em que ele aprende a arte de modelar, ele utiliza os modelos matemáticos criados para generalizar, buscando um padrão em determinadas situações". Embasado em Van de Walle (2009), Huanca (2014) destaca as 5 possíveis representações para o conceito de modelo no ensino de matemática, a saber: figuras, modelos manipulativos, símbolos escritos, situações do mundo real e linguagem oral. Assim, considerando as possibilidades de representações no processo de modelação e as barreiras impostas pela busca por um modelo matemático (fórmula ou expressão), que são mais difíceis de serem formuladas pelos alunos da Educação Básica, essa variação de modelos destacada permite aos aprendizes a formulação de uma tabela, gráfico ou mesmo uma expressão em linguagem oral/escrita como um modelo a ser encontrado no processo de aprendizagem com a Resolução de Problemas e a modelação matemática.

Como uma síntese das discussões, a partir de perspectivas de diferentes investigadores, Huanca (2014, p. 127) entende "a modelização como um processo que vai além da ideia generalizada de construir modelos, para situar-se na noção de prática envolvida na resolução de problemas por meio da construção, (re)construção e interpretação de modelos".

Outra vertente da Resolução de Problemas, intitulada *ensino com resolução de problemas*, é defendida por Vale, Pimentel e Barbosa (2015). Em suas investigações, as pesquisadoras destacam que, embora concordando que a resolução de problemas é um caminho frutífero para o processo de ensino-aprendizagem da matemática, há excessos na definição de aprendizagem através dessa temática, pois, segundo elas, até mesmo os pesquisadores que defendem o ensino *através/via* resolução de problemas, apontam que nem todas as atividades desenvolvidas em sala de aula precisam se dar a partir de problemas. Nesse contexto, no processo de aprendizagem matemática, visando o desenvolvimento de diversas habilidades, é necessário o trabalho com exercícios de treino. Ademais, consideram "que esta situação é real e sabemos que os professores se confrontam com ela diariamente. Sem algum treino não é possível adquirir destreza de

procedimentos de rotina, que é necessária mesmo para resolver problemas complexos" (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 46).

Nessa vertente, no *ensino com resolução de problemas*, que segundo as pesquisadoras se apresenta de maneira mais apropriada com a prática, é defendido que a resolução de problemas precisa caminhar junta com o currículo e com a prática de sala de aula, "a par de outras tarefas mais procedimentais, desenvolvendo a compreensão dos conceitos e da estrutura matemática, e levar os alunos a ir progressivamente adquirindo um rol de estratégias úteis e produtivas noutras abordagens" (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 45). Ademais, essa visão de ensino corrobora do exposto por Schroeder e Lester (1989), considerando um trabalho com a vertente *através/via*, sem desconsiderar o *sobre* e o *para*, na qual o processo de ensino e aprendizagem se complementa com uso dessas diferentes abordagens.

Nessa asserção, situam a estratégia *procurar ver* como um recurso que pode auxiliar os alunos no processo de resolução de problemas. Embasadas em Schoenfeld (1992), destacam que as heurísticas propostas por Polya são bem genéricas, necessitando que os alunos desenvolvam um número maior de estratégias mais específicas. Argumentam que existem diversos problemas que possuem grande potencial para serem resolvidos, por completo ou em partes, através da resolução visual. Assim, a estratégia de formação de imagens, sejam elas mentais, com auxílio de lápis e papel ou com uso de tecnologias, pode ser útil na descoberta e compreensão dos conhecimentos matemáticos. A estratégia do *procurar ver* no contexto do trabalho com a resolução de problemas não substitui nenhuma outra vertente da resolução de problemas, sendo uma forma de abordagem que não tem sido desenvolvida em sala de aula e que pode ser um grande instrumento para auxiliar os aprendizes, visando "à sua apropriação pelos alunos, defendemos, não um ensino prescritivo de estratégias, mas a sua análise de modo natural em sala de aula, e sempre que se proporcione, quer pelo professor quer através da partilha de estratégias usadas pelos colegas" (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 48).

Por fim, e não menos importante, está o destaque à utilização da proposição/formulação de problemas pelos alunos, temática bastante frequente nas diferentes investigações no âmbito da Educação Matemática. A recomendação para seu uso se faz presente nos *Standards 2000*, incentivando o emprego integrado da

proposição/formulação e resolução dos problemas criados pelos próprios alunos, além dos que são propostos pelo professor. Pinheiro e Vale (2013, p. 483) destacam que a literatura sobre o processo de proposição/formulação de problemas revela que essa atividade é importante em diferentes perspectivas e promove "também conexões entre a formulação de problemas e a criatividade. No Componente Curricular Matemática, a essência do pensamento matemático e a sua conexão com a criatividade deriva da ligação entre a formulação e a resolução de problemas". Sobre a importância do trabalho com a proposição/formulação de problemas e sua influência no processo de resolução de problemas, Vale, Pimentel e Barbosa (2015, p. 46) expõem que:

> a formulação de problemas pode ser um meio poderoso para que os alunos desenvolvam competências de resolução de problemas e se tornem bons resolvedores. O professor pode usar uma ou mais estratégias para formular novos problemas ou encorajar os alunos nas aulas de matemática a tornarem-se competentes na formulação e resolução de problemas. Estas estratégias podem depender de múltiplos fatores, entre eles, os conteúdos matemáticos, o nível de conhecimento dos alunos, a avaliação ou o tipo de raciocínio que se pretende promover.

Malaspina (2016, p. 31), em um livro síntese do ICME 13, elaborado em Hamburgo, 2016, sublinha que "problem posing and problem solving are two essential of the mathematical activity; however, researchers in mathematics education have not emphasized their attention on problem posing as much as problem solving[12]".

Nesse sentido, Andrade (2017), pesquisador que investiga a temática da Resolução de Problemas já em sua pesquisa de mestrado, insere a abordagem da proposição/formulação de problemas em uma perspectiva mais ampla, denominada de ensino-aprendizagem de matemática via Exploração, Resolução e Proposição de problemas ou apenas Exploração de Problemas. Nessa abordagem, sublinha que o trabalho com a Exploração de Problemas sempre compreende tanto a resolução como a proposição/formulação de problemas. Nesse contexto, destaca que sua abordagem não vai de encontro aos estudos de Resolução de Problemas, que, inicialmente, se limitavam à busca de solução de problemas, mas que, desde sua investigação de mestrado, possui uma forte preocupação com a perspectiva sócio-político-cultural, embasando-se em uma educação progressista, crítica e libertadora. Tomando por base os estudos de Paulo

12 Tradução nossa: "A proposição de problemas e a resolução de problemas são dois aspectos essenciais da atividade matemática; no entanto, pesquisadores em educação matemática não enfatizam sua atenção na proposição de problemas tanto quanto na resolução de problemas".

Freire, Vygotsky e a filosofia de Lakatos, pontua que, a partir de sua experiência, na proposta de trabalho por ele defendida:

> a Exploração, a Resolução e a Proposição de Problemas, além de serem assumidas como uma metodologia de ensino, são tratadas à luz de uma perspectiva de Educação Progressista, Crítica e Libertadora, não é olhada apenas no nível de processos e conceitos matemáticos, mas também, no nível de questões de natureza sócio-político-cultural, da educação em geral e da educação matemática em particular e a sala de aula é observada/olhada em todos os seus múltiplos aspectos, isto é, em toda sua multicontextualidade. Especificamente, dar-se-á a oportunidade de vivenciar e discutir extensivamente o que é uma sala de aula de matemática via Resolução, Exploração, Codificação e Descodificação de Problemas. (ANDRADE, 2017, p. 359).

Indo além, a temática da proposição/formulação de problemas vem se destacando em várias pesquisas acadêmicas, sejam elas de mestrado, doutorado e através de artigos, bem como tem se destacado em eventos nacionais e internacionais da área. Foi tema, por exemplo, de uma mesa redonda no XIII ENEM (2019), intitulada *Exploração, Resolução, Proposição de Problemas e Investigações Matemáticas nas interfaces pesquisa, formação do professor e sala de aula*, proferida por Lourdes de la Rosa Onuchic, Silvanio de Andrade e Luiz Carlos Leal Júnior, integrantes do GTERP; bem como se faz presente como um dos *Topic Study Group* (Tópicos dos Grupos de Estudo, TSG) a serem trabalhados no *the 14th International Congress on Mathematical Education* (14º Congresso Internacional de Educação Matemática, ICME – 2020), a ser realizado em 2020 em Xangai, China, o TSG 17, *Problem Posing and Solving in Mathematics Education* (Proposição de Problemas e Resolução de Problemas na Educação Matemática).

Nessa asserção, percebemos que diferentes pesquisadores em diversos centros de pesquisas, por vários países, possuem diversas variações para os estudos desenvolvidos no âmbito da Resolução de Problemas no contexto da Educação Matemática. E são essas diferentes abordagens, com suas variações, que mantém essa temática sempre presentes nos diversos encontros, simpósios, congressos nacionais e internacionais de pesquisas na área de Educação Matemática.

Situando-se na vertente do trabalho com a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino de matemática, nessa pesquisa, buscamos compreender, a partir das diferentes perspectivas dos trabalhos apresentados nas últimas 12 edições dos ENEMs, características acerca do desenvolvimento histórico, de sua fase embrionária

aos dias atuais, da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino no cenário nacional, bem como visamos identificar como se deu a inserção da temática Resolução de Problemas junto a esse evento nacional, considerado como o mais representativo da área no Brasil, e destacar características das produções acadêmicas apresentadas em suas diferentes edições.

No capítulo a seguir, discorremos acerca dos aspectos metodológicos de nossa pesquisa, caracterizando as investigações de natureza qualitativa, tratamos dos caminhos percorridos, a partir da consulta aos anais das diferentes edições dos ENEMs.

Capítulo 3 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ENEMs: CAMINHOS PERCORRIDOS

Valente (2007, p. 32) sublinha que os fatos históricos não existem por natureza, "eles são produzidos pelos historiadores a partir de seu trabalho com as fontes, com os documentos do passado, que se quer explicar a partir de respostas às questões previamente elaboradas. Assim, não há fontes sem as questões do historiador". Ademais, conforme nos assegura Bloch (2002, p. 80), os "textos ou os documentos arqueológicos, mesmo os aparentemente mais claros e mais complacentes, não falam senão quando sabemos interrogá-los. [...] [nesse sentido], toda investigação histórica supõe, desde seus primeiros passos, que a busca tenha uma direção". É nesse contexto que, a partir dos documentos produzidos nos encontros dos ENEMs, anais e livros de resumos, buscamos compreender como se deu a inserção da Resolução de Problemas como campo de investigação nas diferentes edições desse evento. Em específico, como uma metodologia de ensino.

Autores como Bloch (2002), Valente (2007), Luchese (2014), Marconi e Lakatos (2016) sublinham a importância da crítica ao documento. Nesse sentido, como mencionado no início dessa investigação, nosso *corpus* documental consiste, prioritariamente, de material digitalizado ou arquivos produzidos e alocados em páginas da internet, principalmente no site da SBEM.

Em um processo de aproximação com esses documentos, percebemos falhas na digitalização dos arquivos das edições iniciais dos ENEMs, considerando que nessa época a produção dos encontros se dava através de publicações impressas. Verificamos que faltavam páginas nos arquivos; páginas fora de ordem, ou digitalizadas dobradas; em alguns arquivos constavam identificações que, provavelmente, eram dos proprietários dos materiais, escrito à caneta etc. Como forma de solucionar esses problemas, passamos a buscar, junto a alguns pesquisadores, os arquivos dessas edições. Conseguimos os anais do I e IV encontros e o livro de resumos do II, bem como o

folder com a programação do II evento. Os arquivos estavam em bom estado, sem folhas rasgadas, amassadas ou com nomes de pessoas escritos, apesar das folhas estarem um pouco amareladas e com um cheiro forte de mofo, devido à ação do tempo e umidade.

De posse de nossos documentos, em suportes escritos e arquivos digitais, passamos a uma leitura preliminar dos arquivos das 6 primeiras edições. Essa leitura exploratória, conforme Gil (2016, p. 59), nos permite ter uma "visão global da obra, bem como de sua utilidade para a pesquisa". Sobre a leitura, em suas diferentes perspectivas, Chartier (1998, p. 77) nos diz que ela "é sempre apropriação, invenção, produção de significados. [...] o leitor é um caçador que percorre terras alheias".

Após a leitura exploratória, passamos a uma leitura seletiva (GIL, 2016), sendo esta mais aprofundada que a anterior, porém, não ainda definitiva, permitindo a inclusão ou exclusão de itens considerados para a pesquisa. Nesses dois tipos de leituras, focamos nossa atenção para os termos "resolução de problemas", "problemas", "metodologia", "formulação de problemas" e "exploração de problemas"; sejam nos títulos dos trabalhos, resumos, e quando existente, nas palavras-chave. Após a identificação dos trabalhos, minicursos, palestras, conferência ou outra modalidade de atividade existente que se relacionasse com o nosso tema de investigação, selecionávamos, anotando as páginas, e, posteriormente, passávamos à leitura analítica. Nesse tipo de leitura, selecionamos e ordenamos as informações contidas em nossas fontes, considerando que elas possibilitam a obtenção de respostas para nossa questão de pesquisa. (GIL, 2016).

Por fim, como última etapa, passamos à leitura interpretativa, "que tem por objetivo relacionar o que o autor afirma com o problema para o qual se propõe uma solução. [...] mediante sua ligação com outros conhecimentos" (GIL, 2016, p. 60).

Da 7ª à 12ª edição, utilizamos a busca automática para as mesmas expressões, seja no arquivo em CD, nos textos em PDF ou no *site*. Esse processo, mais ágil, nos permitiu identificar, de forma mais rápida, os trabalhos relacionados com nossa temática de pesquisa.

Referente ao número total de participantes em cada edição, temos:

Quadro 3: Número de participantes nas edições dos ENEMs.

I ENEM – 1987 – 550 pessoas	VII ENEM – 2001 – 2623 pessoas
II ENEM – 1988 – 600 pessoas	VIII ENEM – 2004 – 2000 pessoas
III ENEM – 1990 – 1041 pessoas	IX ENEM – 2007 – sem dados
IV ENEM – 1992 – sem dados	X ENEM – 2010 – 4035 pessoas
V ENEM – 1995 – 1053 pessoas	XI ENEM – 2013 – 4047 pessoas
VI ENEM – 1998 – 2390 pessoas	XII ENEM – 2016 – sem dados

De forma geral, os anais das diferentes edições apresentam dados referentes ao número de participantes, programação, textos das conferências, minicursos, comunicações orais, pôsteres, relatos de experiência e das sessões coordenadas. Em algumas edições, foram incluídas sessões com resumo de teses, workshops e jogos, exposição de trabalhos, palestras, projeções de vídeos, exposição de livros e material didático, lançamento de livros, grupos de trabalho, quiosques, painéis e sessões especiais com discussões de tópicos variados. Essas atividades eram diversificadas em cada edição, algumas mudavam de nomenclatura, outras não eram realizadas e inseriam-se novas propostas. Os textos resultantes dessas atividades distintas, quando possível, constam na maioria das edições, sendo que em outras constam apenas o título das atividades e seus autores/responsáveis. Em todas as edições registraram-se assembleias da SBEM.

É importante destacar que os resumos, nas edições iniciais, em sua maioria são bem curtos, possuindo poucas informações. Para evitar perdê-las, considerando a possibilidade de descartar trabalhos ou atividades que possuíssem apenas o título e o nome do autor ou autores, optamos por inseri-los em nossas análises. Consideramos pertinente, mesmo que essa não tenha sido uma tarefa fácil, classificar os trabalhos considerando três categorias a priori: **para**, **sobre** e **através/via**. Tomamos essas três vertentes destacadas por Onuchic e Allevato (2011), com base nas pesquisas desenvolvidas por Schroeder e Lester (1989), para as quais, além do exposto pelos pesquisadores, consideramos que:

1) Os trabalhos classificados na categoria **para** apresentaram propostas de trabalho que visam o ato de resolver problemas como uma atividade essencial no ensino de matemática. Assim, o trabalho docente fica centrado

no processo de aplicação dos conteúdos estudados para a resolução de diferentes tipos de problemas;

2) A categoria **sobre** contemplou trabalhos que versavam sobre o que era Resolução de Problemas, suas características, com foco no trabalho de Polya e variações desse método;
3) Na categoria **através/via**, nosso foco de pesquisa, consideramos as comunicações que abordavam a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino de matemática, na qual os problemas são trabalhados como elementos geradores de conceitos e com o propósito de se aprender matemática fazendo matemática, se deparando com problemas e buscando solucioná-los, de forma a construir novos conhecimentos a partir dos preexistentes. Ademais, nessa vertente, "o ensino de tópicos matemáticos começa com uma situação-problema que incorpora aspectos-chave desse tópico e técnicas são desenvolvidas como respostas razoáveis para problemas razoáveis" (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 30).

Destacamos que essa classificação necessita ser ampliada, dado o movimento de produção de trabalhos com abordagens múltiplas em Resolução de Problemas a partir dos anos 2000. Sublinhamos, ainda, que há perspectivas mistas entre essas categorias, mas que algumas se mostram mais fortes que as outras. Assim, para nossa categorização, consideramos os aspectos que mais se destacam nos trabalhos, considerando que alguns poderiam pertencer a mais de uma categoria.

Nesse sentido, de forma geral, consideramos na categoria **Comunicações** os trabalhos apresentados oralmente: comunicações orais, pôsteres e relatos de experiências. Os **minicursos** ficaram em uma categoria própria. Em **outros**, consideramos os trabalhos oriundos de mesas redondas, conferências, grupos de trabalho, conclusões e recomendações.

Nos quadros a seguir apresentamos o total de trabalhos por edição, considerando a soma dos valores de cada atividade para a categoria comunicação, o total de minicursos e de trabalhos que versam sobre a Resolução de Problemas, tendo em vista as categorias de classificação adotadas:

Quadro 4 : Síntese das comunicações sobre Resolução de Problemas.

Comunicações - I ao XII ENEM							
Edições	Total	Total RP	Sobre	Para	Através /via	Não identificado	Percentual
I – 1987	74	3				3	4,1
II– 1988	92	6		4	2		6,5
III – 1990	80	4		3	1		5,0
IV – 1992	88	5		4	1		5,7
V – 1995	153	7	4	1	1	1	4,6
VI – 1998	370	26	1	23	2		7,1
VII – 2001	225	13	1	7	1		5,8
VIII – 2004	249	16	3	11	2		6,4
IX – 2007	547	28	3	22	3		5,1
X – 2010	976	60	1	41	18		6,1
XI – 2013	1527	88	11	55	22		5,8
XII – 2016	1434	83	13	51	19		5,8
Total	5815	339	37	222	72	4	5,8

Percebemos que, conforme destacado por Fiorentini (1994) e Justulin (2016), os trabalhos sobre Resolução de Problemas, no Brasil, tem seu início na década de 80, na qual identificamos 9 trabalhos nas duas edições iniciais; já na década de 90, considerando uma multiplicidade de temas na Educação Matemática, dada a expansão do campo, e seguindo o panorama internacional, há uma redução de pesquisas nessa temática, voltando a ser um tema de grande relevância na década de 2000, possuindo múltiplas vertentes de trabalho, como a proposição de problemas, abordagens sócio-político-cultural, problematização, modelação etc.

Esse fato também pode ser verificado em nossa investigação, na qual a década de 90 apresentou um total de 49 trabalhos, já a década de 2000 apresentou 117, sendo similar ao comportamento do levantamento realizado por Justulin (2016) em 5 periódicos, no qual ela identificou 8, 5 e 25 trabalhos, respectivamente, nas décadas de 80, 90 e 2000. O percentual de trabalhos sobre Resolução de Problemas, considerando o quantitativo total, varia entre 4,1% e 7,1%, sendo a média das 12 edições de 5,8%.

Com relação ao número de trabalhos por edição e valores percentuais, os menores valores ocorrem na edição inicial, em 1987, sendo o percentual mais expressivo de trabalhos acerca da Resolução de Problemas de 7,1% na edição de 1998. A média de trabalhos em todas as edições se aproxima a 6%. Em relação à classificação

adotada, o maior número de trabalhos possui o viés **para**, 222; seguido do **através/via**, 73 e do **sobre**, 37. Não conseguimos classificar 4 trabalhos que só possuíam títulos e nome dos autores.

As duas últimas edições do ENEM totalizaram 171 trabalhos, um número bem superior ao da década de 2000, apontando uma expansão para as pesquisas nesse tema. A seguir, consideramos os totais de trabalhos nas 12 edições para os minicursos desenvolvidos:

Quadro 5: Síntese dos minicursos sobre Resolução de Problemas

Minicursos – I ao XII ENEM							
Edições	Total	Total RP	Sobre	Para	Através /via	Não identificado	Percentual
I – 1987	33	3		1	1	1	9,1
II– 1988	49	2		2			4,1
III – 1990	50	6		5		1	12,0
IV – 1992	61	2		2			3,3
V – 1995	63	3		1	1	1	4,8
VI – 1998	127	6	1	3	2		4,7
VII – 2001	120	4	0	4	0		3,3
VIII – 2004	140	8	3	4	1		5,7
IX – 2007	136	7	1	4	2		5,1
X – 2010	164	13	2	7	4		7,9
XI – 2013	182	10	1	5	4		5,5
XII – 2016	158	5	1	3	1		3,2
Total	1283	69	9	41	16	3	5,4

O comportamento dos minicursos se aproxima ao das comunicações, nos quais, tomando a divisão por décadas, apresenta os seguintes números: 5, 17 e 32, respectivamente, nas décadas de 80, 90 e 2000. Já as duas últimas edições totalizaram 15 minicursos, sendo que em 2016 o número dessa atividade nessa temática foi metade da edição de 2013.

Para essa categoria, o menor índice percentual (3,2%) ocorreu na edição de 2016, sendo que a quantidade mínima de trabalhos, 2, ocorreu em dois encontros, 1988 e 1992. O índice geral de todas as edições se aproxima do valor da categoria comunicações, ocorrendo comportamento semelhante com relação à classificação adotada: **para** com 41 trabalhos, **através/via** 16 e **sobre** 9 minicursos; não sendo possível classificar 3 trabalhos.

No quadro 6, destacamos o total na categoria **outros**, na qual se inserem mesas, conferências, grupos de trabalho etc. Esses itens variam muito de uma edição para outra, sendo que algumas dessas atividades só foram realizadas em edições específicas. Assim, não computamos um total de todas essas atividades, apenas dos que versavam sobre nosso tema de investigação:

Quadro 6: Síntese das atividades diversas sobre Resolução de Problemas.

Outros - I ao XII ENEM					
Edições	Total RP	Sobre	Para	Através/via	Não identificado
I – 1987	3		2	1	
II– 1988	2				2
III – 1990	2	1			1
X – 2010	4		4		
XI – 2013	4		4		
Total	15	1	10	1	3

Em algumas edições, os trabalhos foram organizados em sessões, considerando temas comuns. Nesse contexto, observamos que a Resolução de Problemas já se fazia presente como tema de uma sessão no I ENEM. Além disso, encontramos referência à Resolução de Problemas nas vertentes **para** e **através/via**. Em específico ao ensino **para** a resolução de problemas, visando desenvolver competências e habilidades para os alunos resolverem problemas em sala de aula, destaca-se a conferência apresentada por Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, sobre *Pesquisa em Educação Matemática*; o Minicurso de Adriano Rodrigues Ruiz, sobre *O ensino do conceito de proporcionalidade*. Essas referências se dão de forma simples no texto, não aprofundando discussões, muitas vezes, apenas citando a temática.

Já nas conclusões e recomendações da Sessão Coordenada X, Matemática e alfabetização/ Etnomatemática, também na vertente **para**, aponta-se a importância da resolução de problemas para a construção do conhecimento matemático pelos alunos, declara-se, também, que os problemas devem favorecer a exposição das concepções dos alunos, bem como promover a evolução dessas concepções. Além disso, sublinha a importância da abordagem de diferentes estratégias, visando proporcionar aos alunos o conhecimento de diversos mecanismos no processo resolutivo, favorecendo o processo

de generalização e formalização do conhecimento. (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1988).

Nas recomendações, destaca-se a importância do apoio às pesquisas em Resolução de Problemas como uma das metas dos educadores matemáticos e:

> Em consequência de questões levantadas sugerindo que os problemas geradores surgissem da realidade social do aluno, recomendou-se que, entre os aspectos pesquisados, sejam inseridas indagações relativas à relação entre o contexto de um problema e a realidade social do aluno. (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1988, p. 121).

Com relação ao nosso objeto de investigação, o **através/via**, no qual a Resolução de Problemas é tomada como uma metodologia de ensino, ocorre menção na conferência *Mestrado em Educação Matemática no Brasil*, apresentada por Luiz Roberto Dante, um dos pesquisadores pioneiros nessa temática no cenário nacional, ao tratar sobre questões relativas a métodos de ensino e de aprendizagem.

Para facilitar nosso trabalho de investigação sobre os dados, bem como a leitura e organização das informações acerca das produções na vertente **através/via**, considerando que as comunicações, sejam elas nas modalidades pôster, relato de experiência e comunicação científica, possuem características comuns e diferem dos minicursos, que são voltados para ações mais práticas a serem desenvolvidas em cada edição, sendo um texto mais conciso e que destaca ações a serem realizadas em sua execução, optamos por apresentar uma análise separada desses itens.

3.1 Comunicações nas edições dos ENEMs

Nas 3 primeiras edições, considerando o exposto nos anais, as comunicações científicas agrupavam os relatos de experiência em um tema específico dentro das sessões coordenadas. Já a partir do IV encontro, ocorre uma separação; os trabalhos se agrupam em duas categorias: comunicações científicas e comunicações de experiência. Os painéis se dão no V; já os pôsteres a partir do VI.

No I ENEM, consta que ocorreu uma sessão coordenada com 3 trabalhos que ficaram agrupados no eixo Resolução de Problemas. Desses, um era de autoria de Antonio José Lopes e outro de Rômulo Campos Lins, que faziam parte do Grupo de

Estudos de Resolução de Problemas (GERP), liderado pelos professores Maria do Carmo Santos Domite, Maria Lídia Negreiros, Marcelo Lelles, Marcos Pimenta, Dulce Onaga e Maria Amabile Mansutti. Com base na proposta apresentada pelo grupo nesse evento para um minicurso, o foco de suas investigações se dava com a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, nos levando a hipótese que os trabalhos dos referidos autores poderiam seguir o mesmo viés proposto pelo grupo. Porém, constam apenas os títulos dos trabalhos e seus autores, não sendo possível inferir informações nas conclusões e recomendações dos trabalhos dessa sessão. Os trabalhos, foram:

Quadro 7: Trabalhos sobre Resolução de Problemas, I ENEM (1987), São Paulo.

Natureza do trabalho	**Título do trabalho**	**Autor/autores**
Comunicação	A Resolução de Problemas na construção de e desmi(s)tificação do conhecimento matemático	Antonio José Lopes
Comunicação	Abordagem crítica na Resolução de Problemas: dinâmicas cognitivas	Maria Cristina S. A. Maranhão
Comunicação	Construção de conhecimento matemático na sala de aula através da Resolução e da transformação de problemas	Rômulo Campos Lins

Na síntese dessa sessão de trabalho, foi destacado que:

> *Conclusões*
> A resolução de problemas constitui uma fonte primordial para construção do conhecimento matemático pelo aluno. Os problemas devem favorecer a emersão das concepções dos alunos e a evolução dessas concepções. É importante abordar estratégias que favoreçam a utilização pelo aluno de mecanismos diversificados, que são importantes para essa evolução e para a posterior generalização e formalização do conhecimento matemático.
> *Recomendações*
> O apoio à pesquisa em Resolução de Problemas deve ser uma das metas dos educadores envolvidos com a educação matemática.Em consequência de questões levantadas sugerindo que os problemas geradores surgissem da realidade social do aluno, recomendou-se que, entre os aspectos pesquisados, sejam inseridas indagações relativas à relação entre o contexto de um problema e a realidade social do aluno. (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1988, p. 121).

Fica evidenciada uma preocupação com questões relativas aos problemas a serem utilizados em sala de aula, a utilização de estratégias diversas na resolução dos problemas propostos e o trabalho com generalizações, o apoio às pesquisas nessa vertente de trabalho em sala de aula e sua importância para a construção do conhecimento matemático pelos alunos. Esses itens ainda se mantêm bem atuais no

contexto de trabalho com o uso da Resolução de Problemas em sala de aula, sendo retomados por diferentes pesquisadores em congressos, palestras, livros e publicações e nos diversos documentos oficias, desde os Parâmetros Curriculares de Matemática (BRASIL, 1997, 1998), as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

Para facilitar a organização e síntese dos trabalhos das edições seguintes, as quais, inicialmente, possuíam resumos, resumos expandidos e, por fim, trabalhos completos, consideramos categorias mistas criadas a partir da classificação de Justulin (2016) para trabalhos publicados em 5 periódicos nessa mesma temática. Destacamos que esses agrupamentos se dão nos trabalhos alocados no viés **através/via**, foco de nossa investigação. As categorias serão:

1) **O aluno como resolvedor de problemas**: Nessa categoria, agrupamos os trabalhos que possuem como foco central o desempenho dos alunos ao solucionarem problemas diversos, envolvendo questões referentes às estratégias utilizadas, recursos metacognitivos empregados no ato de resolver problemas, exploração das produções escritas ou análise audiovisual dos alunos ao resolverem problemas, "dos métodos utilizados durante a resolução de um problema, de como o aluno interpreta o enunciado ou como julga a adequação dos dados de um problema, e outros que tenham o aluno como foco de estudo" (JUSTULIN, 2016, P. 879).

De forma geral, considerando as caraterísticas dessa categoria, a maioria dos trabalhos se referem ao Ensino Fundamental (15), seguidos do Ensino Médio (12), Educação de Jovens e Adultos (EJA), 2, Ensino Superior (3) e 3 possuem abordagem teórica, com propostas para o trabalho com a resolução de problemas em sala de aula. Destacamos que, de forma geral, os trabalhos são desenvolvidos através de experiências esporádicas, como uma intervenção pontual, oficina, aplicação de uma sequência didática ou mesmo de um problema. Essas ações pontuais possuem sua importância no processo de ensino e aprendizagem, mas precisam ser mais consistentes e frequentes, com desenvolvimento de atividades mais duradouras e que essa metodologia de ensino seja assumida no cotidiano de sala, não apenas trabalhada eventualmente.

Nessas ações, os conteúdos explorados são bem diversificados, desde a resolução de problemas que requerem conhecimentos básicos e problemas recreativos

em matemática até estratégias mais específicas, com foco no processo de alfabetização, com ênfase na leitura, escrita e resolução de problemas, trigonometria, equações, operações básicas, frações, funções, números complexos, matemática financeira e análise matemática são alguns dos temas abordados. Os trabalhos classificados nessa categoria foram:

Quadro 8: Categoria 1 – O aluno como resolvedor de problemas.

Titulo	Autor/autores	Edição
ENSINO DE EQUAÇÕES: UMA TENTATIVA DO EMPREGO DE UM MÉTODO DE ENSINO ATIVO	ARLINDO JOSÉ DE SOUZA JR.	II
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO CONTEXTO NO QUAL OS CONCEITOS E HABILIDADES PODEM SER APRENDIDOS	MARIA ROSANA TYMOSZCZENKO	III
NÚMEROS COMPLEXOS VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	FLAVIA SUELI FABIANI	VI
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA PARA APRENDER MATEMÁTICA	FRANCISCA LÚCIA QUITÉRIA DA SILVA JOSÉ AIRES DE CASTRO FILHO	VIII
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: RELATO DE UMA OFICINA COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL	GIOVANI FERNANDES BROERING LETÍCIA BARCARO CELESTE IRAJÁ ANTONIO SOARES	IX
CONVERGÊNCIA DE SEQÜÊNCIAS E SÉRIES NUMÉRICAS POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	ELENI BISOGNIN MARCIO VIOLANTE FERREIRA VANILDE BISOGNIN	IX
ESTÁGIO DE DOCÊNCIA E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM ANÁLISE COMBINATÓRIA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	BRUNO RODRIGO TEIXEIRA MÁRCIA CRISTINA DE COSTA TRINDADE CYRINO	IX
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA EXPERIÊNCIA COM DIVISÃO	EDILAINE REGINA DOS SANTOS	X
O ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	RAFAEL HENRIQUE DOS SANTOS NORMA SUELY GOMES ALLEVATO	X
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE EQUIVALÊNCIA DE FRAÇÕES	VANESSA GÜNZEL DAMARES KESSLER JAQUELINE RODRIGUES DA ROSA LEONARA CARLEI FERREIRA DOS SANTOS JANTSCH CLERIA BITENCORTE MELLER	XI
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ORIENTAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE JOVENS E ADULTOS	EDNALDO VASCONCELOS DA ROCHA REGINA CÉLIA GUAPO PASQUINI	XI
A MATEMÁTICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ALGUMAS ESTRATÉGIAS E INTERVENÇÕES DE ENSINO	ANA CAROLINA FAUSTINO	XI
A UTILIZAÇÃO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM NA MATEMÁTICA	FLAVIA POLLYANY TEODORO CAROLINE HELLEN MARTENDAL DOS SANTOS SAMUEL PEDROSO	XI
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ATRAVÉS DE ATIVIDADES QUE ESTIMULEM O RACIOCÍNIO LÓGICO	CAMILA PISSATO IVANETE FÁTIMA BLAUTH DEISE NIVIA REISDOEFER	XI
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM MÉTODO ALTERNATIVO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	BRUNO MORENO FRANCISCO DANIELA MIRAY IGARASHI LUCIMARA DOS SANTOS TAMIRES VIEIRA CALADO WILLIAN BELINE	XI
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM UMA TURMA DE 8º ANO: O PROBLEMA DA PROPORÇÃO	ELAINE CRISTINA STURION KARINA DEZILIO RONALTI WALACI SANTIAGO MARTIN SUZANA DOMINGUES DA SILVA WILLIAN BELINE	XI

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: POTENCIAL PARA EXPLORAR LEITURA, ESCRITA, ORALIDADE E AUTOESTIMA EM AULAS DE MATEMÁTICA	BERNADETE VERONICA SCHAEFFER HOFFMAN THIARLA XAVIER DAL-CIN ZANON	XI
COMPREENSÕES DE IDEIAS ESSENCIAIS AO ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES VIA RESOLUÇÃO, PROPOSIÇÃO E EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS	LEDEVANDE MARTINS DA SILVA	XI
APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS (ABP) COMO ESTRATÉGIA PARA A ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO DOCENTE EM MATEMÁTICA	NILRA JANE FILGUEIRA BEZERRA ROSSITER AMBRÓSIO DOS SANTOS	XI
TRABALHANDO A MATEMÁTICA FINANCEIRA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: A PERSPECTIVA DA VISUALIZAÇÃO A PARTIR DO EIXO DAS SETAS	TAMARA VERSTEG VITALI LEANDRA ANVERSA FIOREZE	XI
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO: ANÁLISE DO PROBLEMA TORNEIO DE TÊNIS DE MESA	CARLA LARISSA HALUM RODRIGUES SUÉLEN RITA ANDRADE MACHADO ELIANE SIVIERO DA SILVA WILLIAN BELINE	XI
RELATO DE EXPERIÊNCIA DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PELO PROJETO PIBID-FAFIRE: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO PERSPECTIVA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA	POLIANA MARIA FARIAS DE ARRUDA REGINA BARRETO DOS SANTOS SILVA WANDERSON FÉLIX VIANA KARINA BALTAR MARIA CRISTIANE SANTOS CAVALCANTI	XII
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM SALA DE AULA: O PAPEL DA COMUNICAÇÃO	PRISCILA NUNES DOS SANTOS FERNANDA ZORZI	XII
UTILIZANDO A METODOLOGIA DE ENSINO ATRÁVES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA	CHARLES BRUNO DA SILVA MELO ELENI BISOGNIN	XII
A PRODUÇÃO DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: O RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA NA INICIAÇÃO À DOCÊNCIA	GABRIEL MARTINS FELIX GABRIELLA MARIE LOBO ALVES SODRÉ LILIAN MEYRE COSTA DE SOUZA DANILO MAGALHÃES FARIAS LUIZA VASCONCELOS COIMBRA WANDERLEY MOURA REZENDE	XII
UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DO TEOREMA DE BAYES NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	DANILO AUGUSTO FERREIRA DE JESUZ JULIO CEZAR RODRIGUES DE OLIVEIRA EMERSON TORTOLA	XII
O ENSINO DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	GERALDA DE FATIMA NERI SANTANA MARCELO CARLOS DE PROENÇA	XII
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS RELACIONADOS À TEORIA DE GRAFOS NO ENSINO FUNDAMENTAL	DANIEL DA ROSA MESQUITA MARILAINE DE FRAGA SANT'ANA	XII
EFEITOS DE UMA FORMAÇÃO COLABORATIVA NA APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO DE FUNÇÃO DO 1º GRAU	MÁRIO MARCOS ARAÚJO MORENO ADRIANO SANTOS LAGO	XII
RESOLUÇÃO E EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS: ESTREITANDO A DISTÂNCIA ENTRE A PESQUISA E A SALA DE AULA	ADEILSON PEREIRA DA SILVA	XII
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA METODOLOGIA PARA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DAS FUNÇÕES DEFINIDAS POR VÁRIAS SENTENÇAS	RICARDO GONÇALVES NORMA SUELY GOMES ALLEVATO	XII
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS APLICADOS A DERIVADAS: PROPOSTA METODOLÓGICA UTILIZANDO A ANÁLISE DE ERROS	ANTONIO SERGIO ABRAHÃO MONTEIRO BASTOS ÉRICA MARLÚCIA LEITE PAGANI	XII
O PROBLEMA DOS 21 VASOS, EXTRAÍDO DA OBRA O HOMEM QUE CALCULAVA, DE MALBA TAHAN	CLARICE SEGANTINI MOYSÉS GONÇALVES SIQUEIRA FILHO	XII
EXPLORANDO OS PRÍNCIPIOS ADITIVO E MULTIPLICATIVO POR MEIO DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	FRANCISCA BRUM TOLIO ELENI BISOGNIN	XII
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NUMA TURMA DE ESTATÍSTICA DO CURSO DE LICENCIATURA EM GEOGRAFIA	JULIANO PEREIRA DA SILVA	XII

2) **Problemas e suas características**: Nessa categoria, os trabalhos possuem como principal preocupação o problema. Questões acerca da classificação de

problemas, elaboração de problemas por alunos e professores e leitura e interpretação do enunciado são itens a serem considerados nesse grupo.

Um desses estudos, na 5ª edição, explora as caraterísticas da proporcionalidade através do trabalho com problemas, enfatizando a importância dessa atividade para uma aprendizagem com compreensão, além da utilização de gráficos, tabelas e expressões algébricas (BOTTA, 1995). As outras duas pesquisas, ambas produzidos no estado da Bahia, focam o trabalho com professores em processos formativos, ao elaborar e organizar problemas com o objetivo de explorá-los em sala de aula a partir da Resolução de Problemas. Uma teve como foco o trabalho com sistemas de equações do 1º grau (LAGO; GOMES, 2016); a outra focou os anos iniciais do processo de escolarização, nos quais, além dos professores elaborarem e classificarem os problemas, os alunos de uma turma também puderam elaborar questões a partir de uma imagem (OLIVEIRA, 2016).

Quadro 9: Categoria 2 – Problemas e suas características.

Titulo	Autor/autores	Edição
EXPLORANDO AS CARACTERÍSTICAS MATEMÁTICAS DA PROPORCIONALIDADE, ATRAVÉS DE PROBLEMAS	LUCIENE SOUTO BOTTA	V
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ENCONTROS FORMATIVOS DA ACIEPE E NAS AULAS DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: CONSTRUINDO AS POSSIBILIDADES	SANDRA ALVES DE OLIVEIRA	XII
FORMAÇÃO COLABORATIVA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÃO DO 1ª GRAU	ADRIANO SANTOS LAGO LARISSA PINCA SARRO GOMES	XII

3) **Teorias sobre Resolução de Problemas:** Consoante ao exposto por Justulin (2016), nessa categoria, agrupamos os trabalhos que abordam a Resolução de Problemas com foco em discussões teóricas sobre essa proposta. Assim, os temas abordados nesse item se relacionam ao papel da heurística e a Resolução de Problemas, questões referentes à metacognição, ideias propostas por George Polya e a conceituação da Resolução de Problemas como uma tarefa com grandes exigências intelectuais.

Nesse item, agrupam-se 6 trabalhos. Desses, Carvalho *et al.* (2010), Aires e Lamas (2011) e Guimarães e Lamas (2011), possuem uma abordagem com foco nas 4 etapas propostas por Polya para o trabalho com a Resolução de Problemas.

Minatel e Baraldi (2013) apresentam um resgate sobre conceitos, história e orientações sobre a Resolução de Problemas, inteligências e seu emprego com projetos

a partir de uma pesquisa bibliográfica. Destaca-se a Resolução de Problemas como uma atividade genuína para o desenvolvimento da inteligência, pensamentos complexos e da criação de estratégias, segue-se, ainda, com discussões acerca dos Parâmetros Curriculares e da organização dos conteúdos e do conceito de inteligência, finalizando com a questão das inteligências múltiplas.

Araújo (2013) traz uma abordagem da Resolução de Problemas a partir dos cadernos do programa Gestar II, destacando uma atividade integrada dessa metodologia de ensino com atividades contextualizadas, considerando as orientações desse programa de formação continuada para o trabalho com os conhecimentos matemáticos em sala de aula. Assim, vários contextos são tomados como ponto de partida para o desenvolvimento da matemática em sala de aula, como elementos sociais, culturais, hábitos alimentares, migração etc.

Já Leal Junior e Onuchic (2016) discutem sobre signos, sentidos e significados relacionados às práticas de ensino e aprendizagem com a Resolução de Problemas. Nesse sentido, a partir de uma investigação com pesquisas acadêmicas que versam sobre esses elementos, situam esses tópicos por meio das ações práticas com o uso dessa metodologia de ensino, destacando desafios e possibilidades para a área da Educação Matemática. Por fim, apontam uma ação desenvolvida em sala de aula com uma turma de ensino técnico, com destaque para o emprego de signos e significados.

Quadro 10: Categoria 3 – Teorias sobre Resolução de Problemas.

Titulo	Autor/autores	Edição
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA ALTERNATIVA DE ENSINO DO TÓPICO FUNÇÃO EXPONENCIAL: COMPARAÇÃO COM O ENSINO TRADICIONAL DO MESMO TÓPICO	EDSON RODRIGUES CARVALHO LILIAN MILENA RAMOS CARVALHO ANA REGINA PIRES CALFA SILVIA GOMES ALVES	X
ENSAIO PRIMEIRO – RETRATOS DE UM EMARANHADO POSSÍVEL: PROJETOS, RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS NA MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS	MARIA ÂNGELA DIAS DOS SANTOS MINATEL IVETE MARIA BARALDI	XI
CADERNOS DO PROGRAMA GESTAR DA BAHIA: UM RECURSO PARA EXPLORAR A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA	MARIA IZABEL LOPES DE ARAÚJO	XI
UMA ANÁLISE DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM SALA DE AULA	CRISTIANE NOGUEIRA AIRES RITA DE CÁSSIA PAVANI LAMAS	XI
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O JOGO DIVISORES EM LINHA: PRÁTICAS EM SALA DE AULA	BRUNA GUIMARÃES RITA DE CÁSSIA PAVANI LAMAS	XI
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: SIGNOS, SENTIDOS E SIGNIFICADOS	LUIZ CARLOS LEAL JUNIOR LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC	XII

4) **Resolução de Problemas e o processo de ensino e aprendizagem**: Nessa categoria, agrupamos as pesquisas que possuem como foco central o processo de ensino e aprendizagem a partir da Resolução de Problemas em sala de aula.

> Assim, nesse item, a preocupação com o trabalho através/via Resolução de Problemas assume um caráter mais amplo, envolvendo a sala de aula como um todo, na qual as relações estabelecidas entre os alunos, desses com o professor e com os problemas propostos são essenciais para o uso dessa metodologia de ensino. Nessa categoria, incluímos itens que focam a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, orientações diversas para o emprego dessa metodologia em sala de aula, a relação entre a Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, aspectos sobre o contrato didático em atividades com a Resolução de Problemas e demais itens referentes ao processo de ensino e aprendizagem nessa tendência.

Nesse item, identificamos 15 pesquisas, a maioria (8) é desenvolvida em turmas do Ensino Fundamental I e II, com prevalência do último; 2 são desenvolvidas no Ensino Médio e 5 no Ensino Superior. De forma geral, essas ações são mais duradouras, possuindo poucas intervenções pontuais; ocorrendo pesquisas de mestrado, projetos de extensão e atuação de alunos vinculados ao PIBID. Ocorre também um trabalho mais extenso com o uso da Resolução de Problemas em ações com professores em projetos de formação continuada e com alunos do Ensino Superior, na qual essa metodologia é empregada em sala de aula, de forma a contribuir com a formação de novos profissionais; bem como com projetos que visem novas formas de trabalho em sala de aula, a partir de vivências e orientações expostas e discutidas com professores em processo de formação continuada.

Quadro 11: Categoria 4 – Resolução de Problemas e o processo de ensino e aprendizagem.

Titulo	Autor/autores	Edição
DIDÁTICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO DE 1º E 2º GRAUS E NO MAGISTÉRIO (2º GRAU)	SILVANIO DE ANDRADE	IV
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE MUDANÇA APOIADA NA METODOLOGIA DE "ENSINO DE MATEMÁTICA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS"	LIVIA LOPES AZEVEDO	VI
RESOLVENDO PROBLEMAS "ESTOCÁSTICOS" EM AULAS DE MATEMÁTICA – UMA EXPERIÊNCIA COLABORATIVA	JOYCE FURLAN LIA MARQUES MAROCCI	X
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ORIENTAÇÃO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA	ROSINÉTE GAERTNER ELAINE MARIA POFFO	X
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS AINDA É UM PROBLEMA?	MARTA BURDA SCHASTAI SANDRA MARA DIAS PEDROSO	X
ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	ANALUCIA CASTRO PIMENTA DE SOUZA	X
O ENSINO DA PERMUTAÇÃO SIMPLES E DA NOÇÃO DO FATORIAL: UMA EXPERIÊNCIA COM A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UM PONTO DE PARTIDA	CARLOS PINHEIRO PEDRO SÁ ROSINEIDE JUCÁ	X

O ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA DAS TRANSFORMAÇÕES ATRAVÉS DA RESOLUÇAO DE PROBLEMAS	CÉLIA BARROS NUNES LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC	X
O PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE GEOMETRIA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PERSPECTIVAS DIDÁTICO-MATEMÁTICAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	CÉLIA BARROS NUNES	X
O ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE LIMITES PARA O CURSO DE ENGENHARIA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	ANDREA ABDELMALACK NORMA SUELY GOMES ALLEVATO	X
RESOLUÇAO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ENVOLVENDO AQUECIMENTO GLOBAL NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE CIÊNCIAS	JEFERSON GOMES MORIEL JUNIOR	X
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E JOGOS COMO METODOLOGIAS EM SALA DE AULA	PATRÍCIA MANFIO COCCO CARMEN REISDOERFER DANIELE HOLZSCHUH DE OLIVEIRA MARIELE CUNHA DE MOURA JOÃO CARLOS GILLI MARTINS	XI
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM JOGOS: UMA ESTRATÉGIA PARA FACILITAR A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	SILVÂNIA PEREIRA RODRIGUES ADRIANO ALVES DO NASCIMENTO LUCAS MENEZES GOIS RAFAEL NEVES ALMEIDA RICARDO NICASSO BENITO	XI
ETNOMATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: DO LABOR DOS TRABALHADORES DAS INDÚSTRIAS DE CERÂMICA DO MUNICÍPIO DE RUSSAS-CE AO DESENVOLVIMENTO DE UMA EXPERIÊNCIA EDUCACIONAL	PAULO GONÇALO FARIAS GONÇALVES FRANCISCO DE ASSIS BANDEIRA GILBERTO CUNHA DE ARAÚJO JÚNIOR	XI
O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL UTILIZANDO A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	GLAUCIA GARCIA BANDEIRA DE VARGAS ELENI BISOGNIN	XI

5) **Formação docente e a Resolução de Problemas**: Os trabalhos dessa categoria possuem como eixo central o processo de formação inicial e continuada de professores de Matemática, Pedagogia ou demais áreas através de atividades e projetos que envolvem a Resolução de Problemas. Artigos que tratam de aspectos relacionados às concepções de professores ou futuros professores sobre a Resolução de Problemas, registros de atividades de professores no processo de resolução de problemas, análise da contribuição de cursos e disciplinas, propostas de mudanças de atitudes frente ao trabalho com a Resolução de Problemas e temas afins são elencados nessa categoria.

Nessa categoria, identificamos 10 trabalhos, a maioria deles (6) desenvolvidos com professores da Educação Básica (3 com docente dos anos iniciais) e 4 com professores em formação inicial, sendo 3 com licenciandos em Matemática e 1 em Pedagogia. De forma geral, os trabalhos expõem ações desenvolvidas a partir de oficinas, projetos de extensão e de disciplinas ofertadas em cursos de pós-graduação. Nessas diferentes perspectivas de trabalho, o foco se dá com análise de contribuição, levantamento de dados, identificação e vivências de situações práticas a partir do contexto da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino.

No Ensino Superior, a ênfase é buscar conhecer como se dá a compreensão da Resolução de Problemas e qual a sua importância no processo de ensino e aprendizagem da matemática pelos licenciandos e da experimentação de atividades baseadas nessa proposta de ensino. Já na Educação Básica, o foco maior é na promoção de conhecimentos para os professores sobre a Resolução de Problemas, bem como na possibilidade de desenvolver experiências práticas com o uso dessa metodologia e conhecer suas crenças e concepções após estudarem essa temática e vivenciarem experiências com o seu uso.

Quadro 12: Categoria 5 – Formação docente e a Resolução de Problemas.

Titulo	Autor/autores	Edição
O ENSINO POR MEIO DE FORMULAÇÃO E SOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ATITUDE DO PROFESSOR FRENTE AO CONHECIMENTO	MARIA DO CARMO SANTOS DOMITE	II
ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: O TRABALHO COM PROBLEMAS GERADORES DE NOVOS CONCEITOS E NOVOS CONTEÚDOS	LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC FLÁVIA SUELI FABIANI MARCATTO	VII
O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	SANDRA ALVES DE OLIVEIRA	X
GEOMETRIA ESPACIAL ABORDADA POR MEIO DA METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	JOSELENE MARQUES BÁRBARA NIVALDA PALHARINI ALVIM SOUSA	XI
A INFLUÊNCIA DE UM MODELO DE FORMAÇÃO CONTINUADA NA TRANSFORMAÇÃO DE CRENÇAS RELACIONADAS À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA	LIANE GEYER POGGETTI MARIA IGNEZ DINIZ	X
FORMAÇÃO DOCENTE DE EJA: A MATEMÁTICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA	MARIA ALVES DE AZERÊDO	X
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA DISCIPLINA DE METODOLOGIA DO ENSINO COM UTILIZAÇÃO DAS TICS	SANDRA SAUSEN ETTIÈNE GUÉRIOS	X
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO EM UM CURSO DE FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES	ROSILDA DOS SANTOS MORAIS LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC LUIS RICARDO ALVES SOARES RENATA ROQUE	XI
A FORMAÇÃO DOCENTE EM PEDAGOGIA PELA METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMA	CARINA DE SOUSA GOMES SENA ELIANA MARIA DE JESUS ELISÂNGELA SOARES RIBEIRO	XII
UTILIZANDO A METODOLOGIA DE ENSINO APRENDIZAGEMAVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS	TAMILES DA SILVA OLIVEIRA FABIANE SANTANA DA SILVA	XII

6) **Resolução de Problemas e o uso de tecnologias**: Alocamos nesse item as produções que associam o uso de recursos tecnológicos e/ou equipamentos eletrônicos ao trabalho com a Resolução de Problemas. Assim, o uso de computadores e equipamentos eletrônicos diversos, a exemplo de calculadoras, utilizados como suporte no processo de ensino e aprendizagem da resolução de problemas são objetos dessa categoria.

Identificamos 3 trabalhos que versam sobre o uso de tecnologias no processo de resolução de problemas. Um foi desenvolvido a partir de uma pesquisa de doutorado

com alunos do curso de administração de empresas, Ensino Superior, através do software Winplot com foco no conhecimento algébrico dos alunos (ALLEVATO, 2004). Os outros dois foram desenvolvidos com turmas da Educação de Jovens e Adultos (EJA), nas cidades de São Bernardo do Campo – SP e Aracaju – SE.

Ferreira (2010) apresentou uma proposta que objetivava a utilização do Winplot e do Excel como recursos de apoio aos alunos da EJA no ensino e aprendizagem de funções através/via Resolução de Problemas. Nesse sentido, em suas discussões teóricas, destaca a importância da utilização dessa metodologia como facilitadora no ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, considerando as dificuldades inerentes ao trabalho com alunos da EJA (a maioria exerce atividades remuneradas durante o dia, possuem pouco tempo para estudar, possuem dificuldades em vários conteúdos matemáticos).

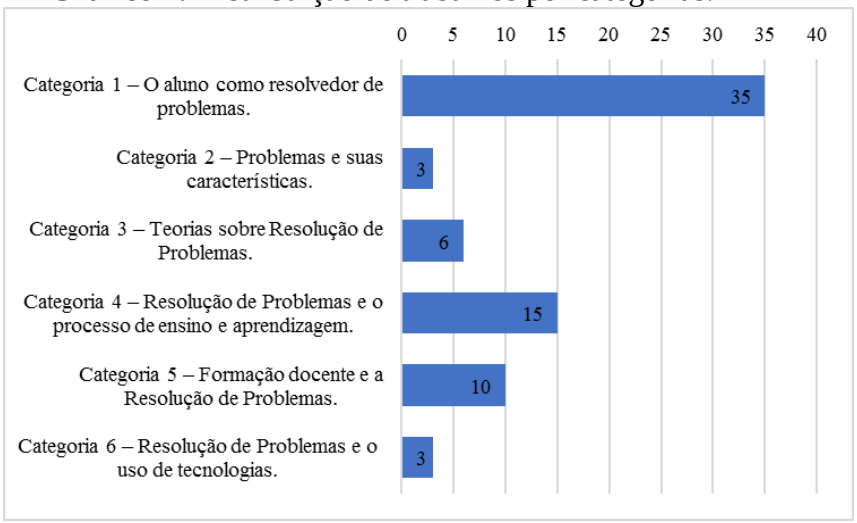
Santos e Filha (2010) apresentam uma proposta com alunos do programa Projovem Urbano a partir do material de estudos desse programa. Nessa proposta, explora-se uma situação que tratava sobre fazer compras, considerando que o valor não poderia ultrapassar 50 reais, utilizando um *folder* de supermercado e o auxílio da calculadora para verificação do resultado na etapa final. Os autores destacam pontos positivos do emprego dessa metodologia, como motivação e melhor compreensão dos conceitos empregados pelos alunos, sublinhando as dificuldades iniciais por parte dos docentes para a sua execução.

Quadro 13: Categoria 6 – Resolução de Problemas e o uso de tecnologias.

Titulo	Autor/autores	Edição
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, SOFTWARE GRÁFICO E DETECÇÃO DE LACUNAS NO CONHECIMENTO DA LINGUAGEM ALGÉBRICA.	NORMA SUELY GOMES ALLEVATO	VIII
O ENSINO DE FUNÇÕES ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS, UTILIZANDO AS TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO.	REGINALDO BOTELHO FERREIRA REDE	X
RESOLUÇÃO DE PROBLEMA NO ENSINO DE MATEMÁTICA DO PROJOVEM URBANO EM ARACAJU: EXAME DE UMA EXPERIÊNCIA.	RONE PETERSON OLIVEIRA SANTOS LIGIA SANTANA FILHA	X

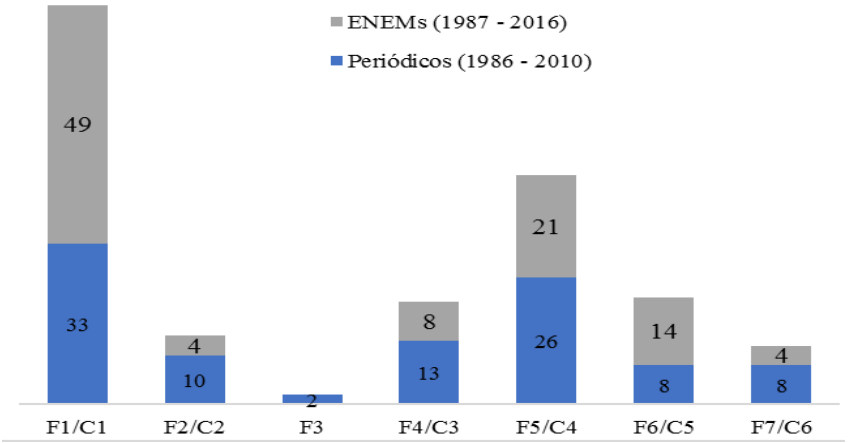
Essa distribuição das pesquisas, considerando as categorias elencadas, pode ser melhor visualizada no gráfico a seguir.

Gráfico 1: Distribuição de trabalhos por categorias.



Esses resultados se aproximam bastante do levantamento realizado por Justulin (2016), considerando os 5 principais periódicos brasileiros da área de Educação Matemática. Nessa pesquisa, considerando as publicações entre 1986 e 2010, destacou-se um maior percentual de investigações que possuem como foco de pesquisa o aluno como um resolvedor de problemas; seguindo-se de investigações que destacam questões relativas a uma teoria sobre a Resolução de Problemas, com foco nas ideias de Polya e em teorizações sobre essa tendência. Nesse sentido, consoante às produções em periódicos, em nossa investigação com os anais dos ENEMs, esses dois focos de pesquisas possuem, respectivamente, o maior número de trabalhos.

Gráfico 2: Comparativo percentual – produção em periódicos e nos ENEMs.



Com relação aos periódicos, uma redução se deu nas pesquisas que focam nos problemas e suas características (F2/C2), nas teorizações sobre a Resolução de

Problemas (F4/C3) e nas pesquisas que associam o uso de tecnologias no processo de resolução de Problemas (F7/C6). Trabalhos que associam a História da Matemática e a Resolução de Problemas (F3) não ocorreram nas diferentes edições dos ENEMs. Assim, percebemos uma maior preocupação com o processo de formação de professores para o uso dessa metodologia em sala de aula (F6/C5) e do seu emprego com alunos para a resolução de problemas diversos (F1/C1).

Consoante ao expressivo número de produções com foco no aluno como um resolvedor de problemas, no decorrer do processo de categorização dos trabalhos, ao passo que realizávamos leituras sobre as comunicações, nos chamou atenção a duração com que as atividades relatadas nas comunicações científicas ou nos relatos de experiência aconteciam. Assim, para termos uma melhor compreensão sobre a duração em que ocorrem as pesquisas ou experiências com o uso da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, sejam em contextos da sala de aula da Educação Básica, Ensino Superior, formação de professores ou produções teóricas, sintetizamos os períodos em que tais atividades são desenvolvidas, quando foi possível identificar essas informações nos trabalhos. Assim, no quadro a seguir, expomos essas informações.

Quadro 14: Síntese da duração das atividades com uso da Resolução de Problemas.

Categoria	Item	Subitem	Quant.
Educação básica	Intervenção/oficina	Um tópico ou mais – sem tempo	19
	Intervenção/oficina	Trabalho com 1 problema ou 1 atividade	9
	Intervenção/oficina	Até 5 horas de duração	2
	Intervenção/oficina	Entre 5 e 12 horas de duração	4
	Intervenção/oficina	Entre 12 e 20 horas de duração	1
	Pesquisa de mestrado	Sem definição de tempo	8
	Pesquisa de mestrado	Entre 4 e 8 meses	2
	Prática de sala de aula	Trabalho contínuo	1
	Subtotal		**46**
Trabalhos teóricos	Trabalhos teóricos	Propostas didáticas – Educação básica	4
		Reflexões teóricas	2
	Subtotal		**6**
Professores	Formação	Formação continuada – não define tempo	3
	Formação	Formação continuada – até 3 meses	3
	Formação	Formação continuada – 1 semestre ou mais	2

	Subtotal		**8**
Ensino Superior	Intervenção/oficina	Intervenção/oficina até 5 horas	3
	Intervenção/oficina	Aplicação de atividades – sem tempo definido	1
	Intervenção/pesquisa	Pesquisa de doutorado – sem definição de tempo	3
	Intervenção/oficina	Entre 1 e 3 semestres	2
	Intervenção/pesquisa	Pesquisa de mestrado – sem definição de tempo	3
	Subtotal		**12**
Total			**72**

Com relação às atividades desenvolvidas em salas de aula da Educação Básica, sem distinguir anos escolares ou modalidades, encontramos o maior percentual de trabalhos, aproximadamente 64%. Percebemos que essas ações não são frequentes em salas de aula, sendo desenvolvidas como atividades paralelas ou complementares às atividades de sala de aula. A maioria das pesquisas se dá a partir de ações desenvolvidas com um único problema, aplicação de um jogo, execução de uma atividade ou no emprego com um tópico ou mais tópicos matemáticos; prevalecendo a realização de oficinas, execução de uma intervenção didática, aplicação de uma sequência de problemas ou experiência de ensino, sendo expressivo o número de ações dessa natureza realizadas por alunos participantes do PIBID ou na execução de estágios supervisionados.

As ações mais duradouras ocorrem a partir de ações de professores que estão no desenvolvimento de intervenções em suas pesquisas de mestrado. O que também é algo pontual, pois muitos desses pesquisadores desenvolvem essas ações apenas para a coleta de dados de sua pesquisa, não se utilizando dessa metodologia de ensino no dia a dia de sala de aula. Dos 46 trabalhos vinculados a ações de ensino e aprendizagem na Educação Básica, apenas 1 relata o desenvolvimento de ações diversas no cotidiano escolar, demonstrando utilizar constantemente essa metodologia em seu fazer pedagógico.

É fato que as produções desse evento possuem limitações de páginas, não sendo possível explicitar toda uma ação desenvolvida por um longo período, mas as produções que consultamos evidenciam que a utilização da Resolução de Problemas em sala de aula tem se dado de forma esporádica, com o desenvolvimento de ações pontuais e com uma curta duração. Ademais, percebemos que algumas atividades se configuram apenas

como uma atividade de resolução de problemas, não se caracterizando como o uso da metodologia Resolução de Problemas.

Nesse sentido, como destacam Cai e Lester (2012), "em geral, quando os pesquisadores utilizam a expressão *resolução de problemas*, eles estão se referindo a tarefas matemáticas que têm o potencial de proporcionar desafios intelectuais que podem melhorar o desenvolvimento matemático dos alunos" (CAI; LESTER, 2012, p. 148, grifos dos autores). Essas ações são válidas e contribuem para um processo de ensino e aprendizagem da matemática com compreensão pelos alunos, mas se não forem explorados problemas que, de fato, contribuam com esse processo, eles desempenharão o papel de exercícios de aplicação de conteúdo, não se configurando essa prática como uma atividade legítima de Resolução de Problemas. Nesse sentido, "os problemas matemáticos que são verdadeiramente problemáticos e envolvem matemática significativa têm o potencial de fornecer os contextos intelectuais para o desenvolvimento matemático dos estudantes" (CAI; LESTER, 2012, pp. 148-149). Os autores apontam, com base em Lappan e Phillips (1998), um conjunto de critérios elaborados por estes pesquisadores para um bom problema, que a partir de experiências curriculares, tem mostrado seu potencial para a seleção e adequação dos mesmos para o trabalho didático dos professores, a saber:

> 1. O problema envolve matemática útil e importante.
> 2. O problema exige níveis mais altos de pensamento e resolução de problemas.
> 3. O problema contribui para o desenvolvimento conceitual dos alunos.
> 4. O problema cria uma oportunidade para o professor avaliar o que seus alunos estão aprendendo e onde eles estão enfrentando dificuldades.
> 5. O problema pode ser abordado por estudantes de múltiplas maneiras usando diferentes estratégias de resolução.
> 6. O problema tem várias soluções ou permite diferentes decisões ou posições a serem tomadas e defendidas.
> 7. O problema encoraja o envolvimento e o discurso dos alunos.
> 8. O problema se liga a outras importantes idéias matemáticas.
> 9. O problema promove o uso habilidoso da matemática.
> 10. O problema proporciona uma oportunidade de praticar habilidades importantes. (CAI; LESTER, 2012, p. 149).

É importante destacar que não dá para contemplar todos esses 10 critérios para a seleção de um problema, uma vez que devem atender aos objetivos propostos pelo professor. Mas, de acordo com eles, os 4 primeiros são essenciais para a seleção ou adequação de um problema. Nesse contexto, os autores apontam que o professor pode transformar os exercícios do livro didático em problemas adequados e que "o valor real

desses critérios é que eles fornecem aos professores as diretrizes para a tomada de decisões sobre como tornar a resolução de problemas um aspecto central do seu ensino" (CAI; LESTER, 2012, p. 150).

Relativo à questão do tempo em que as atividades de Resolução de Problemas precisam ser desenvolvidas, bem como o papel do professor e dos alunos nesse ambiente de trabalho, considerando as investigações desenvolvidas no contexto americano, sublinham que:

> Pesquisas sugerem claramente que a resolução de problemas não deve ser ensinada como um tópico separado no currículo da matemática. De fato, elas mostram que ensinar os alunos a usarem estratégias gerais de resolução de problemas surte pouco efeito no seu sucesso como bons resolvedores de problemas. Assim, a resolução de problemas deve ser ensinada como uma parte integrante da aprendizagem matemática, exigindo um compromisso significativo no currículo em cada nível de escolaridade e em cada tópico matemático. Além de fazerem da resolução de problemas um compromisso no currículo de matemática, os professores precisam ser estratégicos ao selecionarem tarefas apropriadas e conduzirem o discurso de sala de aula para maximizarem as oportunidades de aprendizagem. Em particular, os professores devem envolver os alunos em uma variedade de atividades de resolução de problemas, como: (a) encontrar múltiplas estratégias de resolução para um dado problema; (b) engajar-se na exploração matemática; (c) dar justificativas para suas soluções e; d) fazer generalizações. (CAI; LESTER, 2012, p. 157).

Em oposição ao quantitativo de trabalhos com alunos da Educação Básica e a duração dessas ações, as comunicações que tratam de atividades com professores, com ênfase na formação docente, são em um menor número e com uma carga horária maior. Assim, os cursos de pós-graduação, projetos de extensão e disciplinas que trataram sobre a Resolução de Problemas com os docentes em processos de formação continuada são mais extensos e apontam para vivências com o uso dessa metodologia no decorrer do curso, mesmo que algumas sejam simuladas, a partir de discussões teóricas sobre sua importância, orientações didáticas, planejamento de ações e elaboração de problemas para serem utilizados em sala de aula.

As intervenções no Ensino Superior, principalmente em cursos que não são de Licenciatura em Matemática, foco de discussões sobre a Resolução de Problemas, são ações específicas desenvolvidas como algo experimental. Até mesmo as pesquisas de mestrado desenvolvidas nesse nível apontam para ações de curto prazo, excetuando-se as ações desenvolvidas em cursos de Licenciatura em Pedagogia e Matemática, que possuem uma duração mínima de um semestre.

3.2 Minicursos nas edições dos ENEMs

Os 16 minicursos, de forma geral, visam proporcionar aos participantes, professores da Educação Básica e do Ensino Superior, uma exposição e vivência de situações/aulas com o uso da metodologia Resolução de Problemas, sendo 9 a partir de conteúdos/blocos de conhecimentos específicos e 7 em um contexto geral.

Adotaremos categorias similares às consideradas para as comunicações, ocorrendo variações e junções de elementos de categorias distintas, considerando a proximidade das propostas de minicursos, a saber:

1) **Alunos, problemas e suas características:** Nessa categoria, agrupamos os minicursos, que em suas propostas focavam o trabalho com os problemas, sua classificação, a importância dos problemas para a construção de conceitos e a experiência prática dos participantes na resolução e discussão sobre diferentes tipos de problemas para uma vivência através/via Resolução Problemas como uma metodologia de ensino.

Os trabalhos elencados nessa categoria, 8 no total, de forma geral, expressam a importância dos problemas no trabalho com essa metodologia, visando proporcionar aos participantes uma experiência prática com problemas que abordam determinados conteúdos, classificação e tipologias de problemas.

Já na 1ª edição, temos um trabalho: *Resolução de Problemas no 1º grau*, proposta por um grupo de pesquisa intitulado Grupo de Estudos de Resolução de Problemas (GERP), liderado pelos professores Maria do Carmo Santos Domite, Antonio José Lopes, Maria Lídia Negreiros, Marcelo Lelles, Marcos Pimenta, Dulce Onaga e Maria Amabile Mansutti. Esse grupo, de acordo com Lopes (informação verbal) foi constituído em 1984, após conclusão do mestrado em Educação Matemática na Universidade da Geórgia (Estados Unidos), por Maria do Carmo Santos Domite, que em sua pesquisa trabalhou sobre a linguagem LOGO e a Resolução de Problemas.

Através de seu contato com Kilpatrick, após voltar para o Brasil, ela formou esse grupo de pesquisa que teve atuação até 1997. O grupo foi desfeito porque alguns de seus integrantes viajaram para outros países para cursarem Pós-graduação, os demais membros se associaram a outros grupos.

Sobre a proposta desse grupo, objetivava-se discutir sobre as visões e utilizações da resolução de problemas, considerando os 3 modos de abordagens (*sobre*, *para* e *através/via*). Em seu foco de trabalho, destacavam que consideravam "a Resolução de Problemas principalmente como uma METODOLOGIA (meio para que se dê o conhecimento)" (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1987, p. 76, grifos dos autores), bem como visavam proporcionar aos participantes a resolução de diversos problemas. Para eles, o fato dos participantes estarem em ação no decorrer do minicurso, resolvendo problemas, "essa vivência, e a reflexão sobre ela, devem valer mais que exposições teóricas" (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1987, p. 76).

Cinco outros trabalhos são oriundos do Grupo de Trabalho e Estudo sobre Resolução de Problemas (GTERP), que foi coordenado pela professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic na UNESP de Rio Claro. Percebemos uma forte presença nessas atividades de trabalhos vinculados ao grupo. No total. 9 minicursos foram executados em diferentes edições dos ENEMs, da 5ª até a 11ª edição. Ademais, outro trabalho segue a mesma linha das produções desse grupo, sendo orientado por um ex-aluno de mestrado de Onuchic, Silvanio de Andrade, o qual está vinculado a outro programa de Pós-graduação e passou a constituir seu próprio grupo de pesquisa. Dessa forma, de maneira indireta, o GTERP conta com 10 produções.

Essas cinco produções, com maior ênfase nos problemas, abordam 1) *frações, porcentagens e relações proporcionais via resolução de problemas* (ONUCHIC BOTTA; ANDRADE, 1995)*; 2) ensino de funções no 1º e 2º graus* (ANDRADE; MARAFON; CIANI, 1998); 3) *diferentes tipos de problemas no desenvolvimento de diferentes habilidades de pensamento* (ALLEVATO, 2007); 4) *a Resolução de Problemas e o trabalho de ensino–aprendizagem na construção dos números e das operações definidas sobre eles* (ONUCHIC, 2004) e *os Parâmetros Curriculares Nacionais e o ensino de matemática através da Resolução de Problemas* (ONUCHIC; ROMANATTO, 1998).

Destaca-se, na proposta de trabalho com *frações, porcentagens e relações proporcionais*, a ênfase na unificação de ideias e transdisciplinaridade na inter-relação entre esses tópicos e nos problemas explorados. Já no trabalho sobre o *ensino de funções no 1º e 2º graus*, se dá ênfase ao contexto social dos problemas explorados e à inter-relação do conceito de função com outros conceitos matemáticos. Na proposta *os Parâmetros Curriculares Nacionais e o ensino de matemática através da Resolução de Problemas*,enfatiza-se a formulação e resolução de problemas diversos, tanto em situações dentro da matemática como externa a ela, o desenvolvimento e aplicação de uma variedade de estratégias para a resolução dos problemas, a verificação e interpretação dos enunciados dos problemas e a generalização no trabalho com diferentes situações, objetivando um trabalho significativo com os conhecimentos matemáticos.

Em *Diferentes tipos de problemas no desenvolvimento de diferentes habilidades de pensamento e a Resolução de Problemas e o trabalho de ensino–aprendizagem na construção dos números e das operações definidas sobre eles* é sublinhado o trabalho com o modelo proposto por Onuchic (1999) para o desenvolvimento de atividades com o uso da metodologia Resolução de Problemas. Esse modelo tem sido aperfeiçoado pelo grupo em diferentes publicações e utilizado por outros pesquisadores nessa temática.

Uma atividade dessa categoria pertence ao Projeto Fundão da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), que desde 1982 desenvolve diversas ações relacionadas à Educação Matemática em contexto geral e à Resolução de Problemas em particular. Nesse cenário, o minicurso *Campo conceitual aditivo nos anos iniciais: uma abordagem no contexto de resolução de problemas* (MARQUES *et al.*, 2016) objetivou discutir, com foco na resolução de problemas, o campo conceitual aditivo, apontando uma classificação para essas estruturas, visando auxiliar o professor no desenvolvimento de diferentes estratégias de ensino que ampliem e possibilitem a aprendizagem desse campo conceitual pelos estudantes.

O último trabalho dessa categoria, *Resolução de Problemas x metodologia de ensino: como trabalhar a matemática a partir da resolução de problemas?* (LEITE; ARAÚJO, 2010), foca no trabalho com a Resolução de Problemas em sala de aula, destacando os diferentes tipos de problemas e a análise de acertos e erros no processo de resolver problemas. Assim, a partir da vivência dos participantes, como alunos, em uma

aula com o uso da resolução de problemas de diferentes tipos, com a elaboração de estratégias diversificadas e discussões sobre esses recursos, bem como com a análise dos erros e acertos em um processo de interação entre os participantes, objetiva-se promover reflexões e vivências que contribuam para a implantação dessa metodologia em sala de aula.

Quadro 15: Minicursos da categoria 1 – Alunos, problemas e suas caraterísticas.

Titulo	Autor/autores	Edição
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO 1º GRAU	GRUPO GERP	I
FRAÇÕES, PORCENTAGENS E RELAÇÕES PROPORCIONAIS VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC LUCIENE S. BOTTA SILVANIO DE ANDRADE	V
OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS E O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC MAURO CARLOS ROMANATTO	VI
ENSINO DE FUNÇÕES NO 1º E 2º GRAUS	SILVANIO DE ANDRADE ADRIANA C. M. MARAFON ANDREIA B. CIANI	VI
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O TRABALHO DE ENSINO–APRENDIZAGEM NA CONSTRUÇÃO DOS NÚMEROS E DAS OPERAÇÕES DEFINIDAS SOBRE ELES	LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC UNESP - RIO CLARO/SP	VIII
DIFERENTES TIPOS DE PROBLEMAS NO DESENVOLVIMENTO DE DIFERENTES HABILIDADES DE PENSAMENTO	NORMA SUELY GOMES ALLEVATO	IX
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS X METODOLOGIA DE ENSINO: COMO TRABALHAR A MATEMÁTICA A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS?	ANGELITA DE SOUZA LEITE CRISTINA SOUZA DE ARAUJO	X
CAMPO CONCEITUAL ADITIVO NOS ANOS INICIAIS: UMA ABORDAGEM NO CONTEXTO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	ELIZABETH OGLIARI MARQUES EDITE RESENDE VIEIRA ANGELA MARIA GUIMARÃES DA SILVA PEDRO CARLOS PEREIRA THAIS GUIMARÃES DE OLIVEIRA	XII

2) **Teorias sobre a Resolução de Problemas:** Nessa categoria, agrupamos pesquisas que exploram diferentes perspectivas de abordagens para a Resolução de Problemas como uma teoria, com foco em teorizações sobre a temática. Assim, os temas abordados nesse item se relacionam a variações de trabalho com a Resolução de Problemas, com a inserção de novos elementos para o emprego dessa metodologia em sala de aula.

Essa categoria se estrutura a partir de 4 pesquisas, com a participação de 2 grupos de trabalho. Um deles, *Resolução de Problemas, primeiro ciclo do ensino fundamental, construindo uma metodologia* (ITACARAMBI, 2013), vinculado ao GCIEM[13] (Grupo Colaborativo de Investigação em Educação Matemática), apresenta a construção de uma metodologia de Resolução de Problemas, desenvolvida a partir desse grupo, que objetiva promover uma facilitação das atividades docente e contribuir no

[13] Coordenado pela professora aposentada Ruth Ribas Itacarambi, autora da proposta, que realizou sua pesquisa de mestrado nessa temática, concluído em 1993.

processo de aprendizagem dos alunos dos anos iniciais, focando nas dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas.

Um dos elementos destacados se dá na utilização de problemas que possuem contexto real para os alunos, além disso, evidencia-se a importância da criação de um *ambiente* em sala de aula que propicie o trabalho com essa metodologia, no qual os alunos se sintam motivados e sejam desafiados para a resolução dos problemas; enfatiza-se a organização da turma em *grupo*; a *compreensão* e *interpretação* do texto do problema, destacando pontuações específicas e caraterísticas do problema; e o papel do *erro* e da *avaliação* nesse processo, tendo em vista que, na resolução de problemas, os erros sejam considerados como auxiliares no processo de aprendizagem e que a avaliação seja um recurso para compreender as dificuldades dos alunos e não um momento de punição.

Dois trabalhos se vinculam ao GTERP, sendo produzidos por alunos que foram orientados por Onuchic. Um deles, *Exploração de problemas, laboratório de ensino de matemática e formação de conceitos científicos* (ANDRADE, 2010), apresenta uma proposta de trabalho que leva em consideração a multicontextualidade de sala de aula, baseada em experiências teóricas e práticas docentes, apoiada em estudos e pesquisas das teorias críticas e pós-críticas da área da Educação e da Educação Matemática, bem como de estudos da Resolução de Problemas, da psicologia sócio-histórica de Vygotsky e da filosofia da dubitabilidade[14] matemática de Lakatos. Andrade (2010) considera que o trabalho com essa proposta de ensino e aprendizagem deve levar em conta elementos relativos a questões de natureza sócio-político-cultural, da Educação em contexto geral e da Educação Matemática em particular. Nesse sentido, apoiado no modelo de trabalho desenvolvido em sua pesquisa de mestrado junto ao GTERP, toma a sala de aula em todos os seus diferentes aspectos, considerando as relações estabelecidas entre professor e os alunos e dos alunos entre si, na construção de diferentes conhecimentos matemáticos a partir do trabalho com essa metodologia.

Consoante ao trabalho de Andrade (2010), e vinculado ao GTERP, Costa e Allevato (2010) em *Construindo "nova" metodologia de ensino-aprendizagem-*

[14] Nessa teoria "a Matemática, também como as ciências naturais, é falível, não é indubitável; ela cresce por meio de crítica e correção de teorias que nunca estão totalmente livres de ambiguidades ou da possibilidade de erro ou de descuido". (DAVIS; HERSH, 1989 *apud* ANDRADE, 1998, p. 56)

avaliação nos anos finais do ensino fundamental através da resolução de problemas de geometria abordam uma variação do modelo de Onuchic (1999), considerando a proposta Onuchic e Allevato (2009) para o emprego dessa metodologia. Nesse modelo, as seguintes fases são sublinhadas: *preparação do problema*, *leitura individual*, *leitura coletiva*, *resolução do problema*, *observar e incentivar*, *registro das resoluções na lousa*, *plenária*, *busca do consenso* e *formalização do conteúdo*. Além dessas etapas, apoiados em Van de Walle (2009), destacam que as aulas devem ocorrer a partir de 3 fases: *antes*, *durante* e *depois*; possuindo como ponto principal, respectivamente, a *preparação dos alunos*, *alunos trabalhando* e *alunos debatendo*. Os autores destacam que nessa metodologia os problemas são propostos aos alunos "antes mesmo de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor, necessário ou mais apropriado à resolução do problema proposto" (COSTA; ALLEVATO, 2010, p. 7).

O minicurso proposto por Maria Izabel Araújo, *Atividades de Resolução de Problemas dos cadernos do programa GESTAR da Bahia: um recurso para um ensino mais significativo da matemática* (ARAÚJO, 2013), foi desenvolvido a partir da concepção de Resolução de Problemas proposta pelo GESTAR, enfatizando o trabalho com problemas constituídos de contextos sociais e culturais, nos quais os conceitos matemáticos emergem de situações da realidade do aluno presentes nesses contextos. Considerando a situação-problema como ponto de partida para o trabalho em sala de aula, foi apresentada uma simulação de aula com 4 problemas do programa mencionado, focando em cada uma das séries do 6º ao 9º ano. Ademais, destaca-se o modelo proposto por Onuchic (1999) como estruturador da proposta de aula. Mesmo trabalhando com essa temática, em projetos diversos, não verificamos a participação dessa autora em grupos de pesquisa sobre esse assunto.

Quadro 16: Minicursos da categoria 2 – Teorias sobre a Resolução de Problemas.

Titulo	Autor/autores	Edição
EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS, LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA E FORMAÇÃO DE CONCEITOS CIENTÍFICOS	SILVANIO DE ANDRADE	X
CONSTRUINDO "NOVA" METODOLOGIA DE ENSINO APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA	MANOEL DOS SANTOS COSTA NORMA SUELY GOMES ALLEVATO	X
ATIVIDADES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DOS CADERNOS DO PROGRAMA GESTAR DA BAHIA: UM RECURSO PARA UM ENSINO MAIS SIGNIFICATIVO DA MATEMÁTICA	MARIA IZABEL LOPES DE ARAÚJO	XI
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, PRIMEIRO CICLO DO ENSINO FUNDAMENTAL, CONSTRUINDO UMA METODOLOGIA	RUTH RIBAS ITACARAMBI	XI

3) **Resolução de Problemas e o processo de ensino e aprendizagem:** Nessa categoria, agrupamos os minicursos que destacam um olhar mais abrangente para o processo de ensino e aprendizagem a partir da Resolução de Problemas em sala de aula. Assim, nesse item, a preocupação com o trabalho através/via Resolução de Problemas assume um caráter mais amplo, envolvendo a sala de aula como um todo, na qual as relações estabelecidas entre os alunos, desses com o professor e com os problemas propostos são essenciais para o trabalho com essa metodologia de ensino e demais itens referentes ao processo de ensino e aprendizagem nessa tendência.

Essa categoria se estrutura a partir de 4 atividades, sendo 2 diretamente relacionados ao GTERP, *A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas na transição dos Ensinos Fundamental e Médio para o Ensino Superior* (NOGUTI; ONUCHIC, 2013) e *A Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática em sala de aula* (SOUZA; NUNES; ONUCHIC, 2007), e um trabalho orientado por um integrante desse grupo, *Ensino-aprendizagem de trigonometria: explorando e resolvendo problemas* (NASCIMENTO; ANDRADE, 2013). Os dois trabalhos do GTERP usam o modelo proposto por Onuchic (1999) e suas variações, Onuchic e Allevato (2011). Ambos se propõem a desenvolver um trabalho com os participantes focando na metodologia Resolução de Problemas e no trabalho com o modelo mencionado, proporcionando reflexões e vivências que contribuam para um processo de ensino e aprendizagem com o uso dessa tendência em sala de aula.

A proposta *Ensino-aprendizagem de trigonometria: explorando e resolvendo problemas*, que tangencia o GTERP, objetivou favorecer aos participantes reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem da trigonometria através/via Resolução de Problemas, considerando as múltiplas faces do cotidiano escolar e os contextos sociais nos problemas propostos. Por fim, destacam que:

> Tornar o ensino-aprendizagem da Matemática de forma reflexiva, onde a mesma possa contribuir para o desenvolvimento sócio-político-econômico de um cidadão, na perspectiva da educação crítica, não é possibilitada se não adentrarmos com todos os sentidos no que desejamos estudar. Para isso, se torna necessário diariamente buscarmos entender/compreender o cotidiano escolar, vislumbrando sempre as possibilidades, procurando enxergar o que outros ainda não viram. (NASCIMENTO; ANDRADE; 2013, pp. 6-7).

O último trabalho não se vincula a nenhum grupo de pesquisa nessa temática, não sendo evidenciada a participação de seus autores em grupos com essa temática. *Matemática ou Matemáticas? Reflexões sobre o ensino integrado entre Aritmética, Álgebra e Geometria* de Pereira, Ribeiro e Cavalcante (2010), centrado na Resolução de Problemas, objetivou promover reflexões acerca das potencialidades do processo de ensino e aprendizagem integrado entre a aritmética, álgebra e geometria. Considerando o trabalho com alguns problemas propostos aos participantes, buscou-se discutir os conhecimentos matemáticos nos problemas utilizados e os campos da matemática aos quais eles pertencem; também foram explorados tópicos sobre as reformas no ensino da matemática.

Quadro 17: Minicursos da categoria 3 – Resolução de Problemas e o processo de ensino e aprendizagem.

Titulo	Autor/autores	Edição
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA EM SALA DE AULA	ANALUCIA C. P. DE SOUZA CÉLIA BARROS NUNES LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC	IX
MATEMÁTICA OU MATEMÁTICAS? REFLEXÕES SOBRE O ENSINO INTEGRADO ENTRE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA	CICERO DA SILVA PEREIRA DÉBORA JANAINA RIBEIRO JOSÉ LUIZ CAVALCANTE	X
A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA TRANSIÇÃO DOS ENSINOS FUNDAMENTAL E MÉDIO PARA O ENSINO SUPERIOR	FABIANE CRISTINA HÖPNER NOGUTI LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC	XI
ENSINO-APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA: EXPLORANDO E RESOLVENDO PROBLEMAS	MAURÍCIO ALVES NASCIMENTO	XI

A primeira categoria (alunos, problemas e suas caraterísticas) concentra metade dos trabalhos, 8, seguida de um mesmo quantitativo, 4, para as outras duas: teorias sobre Resolução de Problemas e Resolução de Problemas e o processo de ensino e aprendizagem. Assim, até mesmo nos minicursos, propostas mais práticas e destinadas aos professores, prevalece a ênfase no papel dos alunos, dos problemas e de suas características para o trabalho com essa metodologia de ensino. Essa ênfase aponta para um processo ainda em construção relativa ao trabalho com a Resolução de Problemas em sala de aula, corroborando o exposto por Cai e Lester (2012, p. 148), ao sublinharem que "saber como incorporar a resolução de problemas de forma significativa no currículo de matemática não é necessariamente óbvio para os professores". Essa problemática apontada já tem sido explicitada por outros pesquisadores em décadas passadas. Domite (1993), ao tratar sobre a importância da problematização no processo de ensino e aprendizagem da matemática, discorre sobre a distância entre os conteúdos

programáticos para cada ano de escolaridade e a questão do interesse dos alunos nesse processo de aprendizagem, no qual situações-problemas são utilizadas para preencher essas lacunas. Nesse sentido, destaca que:

> Na maioria dos casos, essa estratégia resume-se a simples ilustrações, pois, quase sempre, o professor apresenta o problema e o resolve para a classe, reduzindo-o a mais uma técnica escolhida para ser exercitada pelo aluno. Como a ênfase é colocada na apresentação de problemas clássicos, já **prontos**, não há espaço para um diálogo visando uma apreensão e relacionamento com eventuais problemas do cotidiano. (DOMITE, 1993, p. 254, grifos da autora).

Indo além, especificamente no caso do trabalho com a Resolução de Problemas, foco das atividades matemáticas desde os anos de 1970, ela afirma que ocorreu uma tendência dos professores em aderir a esse movimento, sendo que "a ideia chave desse método de aprendizagem é frequentemente boa, mas do modo como tem sido operacionalizada, tem provocado uma resistência à **problematização**" (DOMITE, 1993, p. 254, grifos da autora). Assim, é sabido que as pesquisas sobre Resolução de Problemas tem sido um campo bem explorado no meio acadêmico, principalmente com a expansão da Pós-graduação em nosso país, acompanhada pelo grande número de programas de mestrado e doutorado e, principalmente, pelo expressivo número de mestrados na área de ensino, com foco no ensino de Ciências e Matemática. Mas que, como apontado por Cai e Lester (2012), Domite (1993) e corroborando do exposto por Justulin (2016), muitos professores têm consciência da contribuição dessa metodologia para o trabalho em sala de aula, porém, vários equívocos ainda são frequentes e:

> pode-se constatar que, no Brasil, falar sobre Resolução de Problemas em periódicos, muitas vezes, resume-se a desafios publicados. Há uma carência de artigos sobre Resolução de Problemas nesses periódicos, além da falta de um veículo específico para abordar esta temática e que pudesse chegar às escolas de nível Fundamental e Médio. (JUSTULIN, 2016, p. 890).

A seguir, tendo em vista o total de trabalhos identificados junto aos anais dos ENEMs, considerando todo o quantitativo de comunicações e minicursos, expostos no quadro abaixo, passamos a realização de uma análise mais geral, quantitativa, examinando a realidade estrutural e fazendo um mapeamento dos principais elementos dos trabalhos sobre a Resolução de Problemas como uma metodologia (o **através/via**).

Quadro 18: Total de trabalhos por vieses em cada edição e valores percentuais.

Edições	Total	Total RP	Sobre	Para	**Através/via**	Não identificado	Percentual
I – 1987	107	6	0	1	**1**	4	5,6
II– 1988	141	8	0	6	**2**	0	5,7
III – 1990	130	10	0	8	**1**	1	7,7
IV – 1992	149	7	0	6	**1**	0	4,7
V – 1995	216	10	4	2	**2**	2	4,6
VI – 1998	497	32	2	26	**4**	0	6,4
VII – 2001	345	17	1	11	**1**	0	4,9
VIII – 2004	389	24	6	15	**3**	0	6,2
IX – 2007	683	35	4	26	**5**	0	5,1
X – 2010	1140	73	3	48	**22**	0	6,4
XI – 2013	1709	98	12	60	**26**	0	5,7
XII – 2016	1592	88	14	54	**20**	0	5,5
Total	7098	408	46	263	**88**	7	5,7

3.3 Uma narrativa acerca da Resolução de Problemas nos ENEMs: entre o *sobre*, o *para* e o *através/via*

Considerando os dados expostos, nos propomos a traçar uma narrativa acerca das produções apresentadas nessas 12 edições dos ENEMs. Assim, no I ENEM, que ocorreu de 2 a 6 de fevereiro de 1987, na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC – SP), na Faculdade de Ciências Matemáticas e Físicas, contando com a participação de 550 pessoas, o GERP – Grupo de Estudos de Resolução de Problemas se fazia presente nessa edição inicial, sendo composto por Maria Lídia Negreiros, Marcelo Lelles, Marcos Pimenta, Dulce Onaga, Maria Amabile Mansutti, Rômulo Campos Lins e com a liderança de Maria do Carmo Santos Domite (os dois últimos já falecidos), assumindo a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino.

Constituído após o retorno de Domite para o Brasil em 1984, considerando seus estudos de mestrado nos Estados Unidos, país onde teve contato com essa temática a partir de Kilpatrick, um dos expoentes mundiais nesse tema, e que se configura como berço da Resolução de Problemas, esse grupo teve um projeto financiado pela CAPES e se manteve até o ano de 1997 com outras composições. Em um artigo sobre o tema, considerando as pesquisas do grupo, Lopes *et al.* (1994) sublinham que, no cenário brasileiro, poucos trabalhos abordavam a Resolução de Problemas no ensino primário, destacando um livro de Barbosa (1969) que tratava sobre a resolução de problemas, estratégias e esquemas de solução e o livro de *Didática da Resolução de Problemas de Dante* (1989). Ainda destacavam que esses trabalhos não se apoiavam em estudos ou pesquisas sobre a sala de aula, ocorrendo algumas exceções, principalmente os trabalhos produzidos pelo mestrado em Psicologia Cognitiva da UFPE, conhecido como o grupo de Recife.

Nesse contexto, o GERP se destaca na edição inicial com um minicurso sobre a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino e com pesquisas na modalidade de comunicações, mas que, considerando os anais do I ENEM, só possui o título e autores das produções, em uma sessão destinada a trabalhos com esse assunto. Assim, percebemos que, nessa primeira edição, a Resolução de Problemas já se constituía como um tema de Sessão Coordenada e foi tratada a partir das conferências apresentadas. Não foi possível obter os arquivos completos das pesquisas, não permitindo fazer maiores inferências sobre e classificá-los; porém, de acordo com Lopes, autor de um trabalho e membro do GERP, através de um diálogo via aplicativo de mensagens instantâneas, as produções possuíam foco nos problemas, sendo, provavelmente, reapresentações com modificações de pesquisas expostas por ele e por Lins na 6ª Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM) em Guadalajara, México, em novembro de 1985.

Na segunda edição do ENEM, realizada de 25 a 29 de janeiro de 1988, na Universidade Estadual de Maringá (Paraná), contando com a participação de 600 pessoas, um trabalho vinculado ao Centro de Estudos de Técnicas Alternativas para o Ensino da Matemática faz uso da Resolução de Problemas como um método experimental para o processo de ensino e aprendizagem de equações. Outra produção, realizada pela condutora do GERP, que já não existia mais como um grupo de pesquisa,

tratou sobre a questão da formulação, solução de problemas e atitudes docentes frente ao conhecimento matemático; assim, Domite, já em 1988 ,possuía uma preocupação com o processo de formação continuada de professores, sublinhando a mudança de atitudes docentes para um processo de ensino e aprendizagem com compreensão na matemática.

O número de trabalhos no viés **para** é o triplo da produção com ênfase no aspecto **através/via** (6 e 2, respectivamente) no II ENEM, destacando-se produções de integrantes do Projeto Fundão (Lúcia A. de A. Tinoco, Lilian Nasser e Moema Ludwig de Souza), do grupo de Psicologia Cognitiva da UFPE, representado pela professora Analúcia Dias Schliemann, uma das autoras do livro *Na vida dez, na escola zero,* uma das obras clássicas da área de Educação Matemática, além de outros pesquisadores, como Sérgio Roberto Nobre, que hoje realiza pesquisas na área da História da Matemática. Ocorreu, nesse evento, duas mesas redondas que versavam sobre a Resolução de Problemas, uma delas conduzidas por Luiz Roberto Dante e a outra por Roberto Ribeiro Baldino, Antonio José Lopes, Eliane Sheid Gazire, Lilian Nasser e João Frederico Meyer, intituladas, respectivamente, de *A pesquisa em Educação Matemática: realidade e perspectivas – tema: Resolução de Problemas e criatividade e Resolução de Problemas, Modelagem e assimilação solidária: semelhanças e diferenças*. Desses pesquisadores, Luiz Roberto Dante se configura como expoente na área e orientou Eliane Sheid Gazire no mestrado da Unesp. A dissertação de Gazire, defendida em 1988, é um dos principais trabalhos da área no cenário brasileiro, sendo muito utilizada em pesquisas. Além deles, Lopes e Nasser, continuam desenvolvendo investigações sobre a Resolução de Problemas.

No III ENEM, realizado de 22 a 27 de julho de 1990 na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), com 1041 participantes, temos 8 trabalhos com o viés **para** e 1 no **através/via**. Dos 8 trabalhos, 5 são minicursos, destacando-se um proposto por Maria do Carmo Santos Domite e outro por Valdir Rodrigues, que possui uma das 3 comunicações na abordagem **para**. Esse autor defende a 1ª dissertação de mestrado em 1992, orientada por Lourdes Onuchic sobre Resolução de Problemas, sendo um trabalho embrionário para a criação do GTERP nesse mesmo ano. Temos ainda um minicurso que não foi possível identificar seu foco de trabalho e dois grupos de trabalhos que abordaram a temática Resolução de Problemas, um deles conduzido por Nilza

Eigenheer Bertoni, no qual não identificamos seu foco de trabalho, e outro por Antonio José Lopes, que abordou o aspecto **sobre**, trazendo uma revisão sobre o significado da Resolução de Problemas no Brasil na década de 1980.

Nesse cenário, Lopes conclui que o tema assume duas vertentes antagônicas, uma que segue o interesse do mercado, focando para um receituário em torno do esquema proposto por Polya e de problemas atraentes; a outra toma a problematização como eixo do trabalho com a Resolução de Problemas, sendo o processo assumido como elemento central, com ênfase na construção do conhecimento e na transformação da realidade. O trabalho com abordagem metodológica, *Resolução de problemas como contexto no qual os conceitos e habilidades podem ser aprendidos*, de Maria Rosana Tymoszczenko, objetivou apresentar uma simulação de situações em que um problema de subtração é proposto a crianças como forma de introduzir esse conceito. Além disso, discute-se sobre a importância de os alunos serem colocados frente a situações-problemas que promovam o crescimento intelectual, bem como estimular a realização de conjecturas, explorar e investigar as ideias que surgem frente ao trabalho com problemas.

Relativo ao IV ENEM, que ocorreu de 26 a 31 de janeiro de 1992, em Blumenau – Santa Catarina, na Universidade Regional de Blumenau (FURB), 6 trabalhos abordaram o viés **para** e um o **através/via**. Dos 6 trabalhos **para**, dois são minicursos e quatro comunicações. Um dos minicursos aborda a resolução de problemas e a criatividade, sendo apresentado por Valdir Rodrigues, autor da 1ª pesquisa vinculada ao GTERP. Dois trabalhos se vinculam a Rosana Giaretta Squerra Miskulin, que desenvolve pesquisas relacionadas à Resolução de Problemas e o uso de tecnologias; outro é elaborado por Regina Celia Grando, relacionado o uso de jogos e a resolução de problemas; os outros 2 trabalhos versam sobre o ensino de geometria para as camadas populares e o desempenho de professores recém-formados na resolução de problemas.

No trabalho com abordagem metodológica, *Didática da resolução de problemas de matemática no ensino de 1º e 2º graus e no magistério (2º grau)*, de Silvanio de Andrade, é destacado que, em muitas escolas, é comum o ensino de matemática ocorrer a partir do ensino de toda a teoria, principalmente a partir da utilização de diversos exercícios, para, em seguida, serem utilizados problemas; estes como aplicação do conteúdo lecionado. Essa forma de ensino não tem contribuído com um processo de

ensino e aprendizagem com compreensão, muito menos auxilia em um processo de aprendizagem com compreensão desse Componente Curricular que promova a transformação dos alunos em sujeitos críticos e autônomos, sendo contrária ao processo de desenvolvimento dessa área de conhecimento. Ademais, é apontado que os problemas antecedem o desenvolvimento de diversas descobertas matemáticas, sendo eles que devem exigir o desenvolvimento de uma teoria, e não o contrário, como tem ocorrido nesse processo de ensino. A partir do relato de várias experiências com a utilização da resolução de problemas em diversas situações, a exemplo de gincanas, jogos e peças teatrais, sublinha o aumento do interesse e do processo de aprendizagem dos alunos na matemática, considerando os mais diversos contextos de uma escola pública. Sendo essa a única pesquisa que sinaliza um trabalho integrado e desenvolvido de forma articulada com o processo de ensino e aprendizagem da matemática no decorrer do ano letivo, não se caracterizando como uma produção esporádica.

Ainda nesse evento, uma atividade chamada de quiosque tratou sobre a Resolução de Problemas. Intitulado *Resolução de Problemas e Problematização. Duas faces da mesma moeda* foram desenvolvidas pelo Centro de Educação Matemática (CEM), cujos integrantes, em sua maioria, são egressos do GERP: Antonio Jose Lopes, Dulce S. Onaga, Maria Amabile Mansutti, Paulo Sergio de O. Neves e Maria Lydia de M. Negreiros. Assim, os pesquisadores desse grupo desenvolvem um projeto sobre essa temática, *Resolução de Problemas. Educação Matemática para os anos 90*, no qual produzem experiências didáticas e elaboram módulos instrucionais para a formação de professores à distância. Destacando, nesse evento, a fundamentação teórica, metodologia e materiais preliminares desse projeto. Nas considerações apresentadas, o grupo sublinha que, a partir da recomendação do NCTM de que a Resolução de Problemas deveria ser o foco do ensino da matemática nos anos 80, ocorreram distorções sobre essa orientação, pois muito do que foi feito na década de 1990 “em nome da Resolução de Problemas pode ser considerado uma distorção das ideias de Polya [....] velhos programas, livros tradicionais ou aulas expositivas adornadas com problemas curiosos e suas soluções interessantes” e que, pelas experiências existentes com o uso dessa abordagem, “[...] pode-se afirmar que a Resolução de Problemas não chegou às escolas” (LOPES *et al*., 1992, p. 139).

O V ENEM ocorreu de 16 a 21 de julho de 1995, na cidade de Aracaju – Sergipe, na Universidade Federal de Sergipe (UFS), contando com a participação de 1053 pessoas. Nessa edição, um Grupo de Trabalho (GT) discutiu sobre a Formulação e Resolução de problemas. Nesse encontro, tivemos 4 trabalhos no viés **sobre**, 2 **para** e 2 **através/via**. Os trabalhos que discutem aspectos relativos à Resolução de Problemas, visando explicações sobre essa tendência, predominam, sendo um deles propostos pelo grupo CEM, tratando sobre *avaliação, metacognição e resolução de problemas*; outro foi proposto por Fiorentini, sendo um recorte de sua tese (FIORENTINI, 1993), no qual se fez *uma revisão/avaliação das pesquisas brasileiras sobre modelagem e resolução de problemas;* os outros dois abordam *os problemas de matematização* e *resolução de problemas: literatura x realidade,* sendo este último um recorte da pesquisa de mestrado em desenvolvimento por Andrade, membro do GTERP, sob a orientação de Lourdes Onuchic. Os dois trabalhos com abordagem **através/via** são produções de membros do GTERP, também sob orientação de Onuchic.

Os trabalhos com abordagem **para** são desenvolvidos por Lilian Nasser, integrante do Projeto Fundão, *estratégias usadas na resolução de problemas de geometria* e o outro trata sobre *a calculadora como recurso na resolução de problemas*, desenvolvido por Ivete F. A. Bernardo, Luz Catalina R. Rivera, Maria C. B. Bosquetti, Silvia R. R. de C. Matheus e Silvio G. Bispo. Os trabalhos não identificados, além das comunicações e minicursos, totalizam 3. Sendo um proposto por Onuchic, *Resolução de problemas numa sala de aula de 1º colegial*, que mesmo tendo apenas o título e autoria nos leva a hipótese que explorou o caráter metodológico dessa temática, por ser essa pesquisadora o expoente brasileiro nessa vertente de trabalho; *A resolução de problemas – uma abordagem Vigotskiana* foi proposta por Luiz Carlos Rischbieter e *Criatividade e resolução de problemas* foi discutido por Luiz Roberto Dante, pesquisador que se destaca desde o I ENEM e que é lembrado pelo trabalho com essa temática, sendo autor da obra **Didática da Resolução de Problemas**, publicada em 1989.

O VI ENEM ocorreu de 21 a 28 de julho de 1998 em São Leopoldo – RS, na Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS), contando com a participação de 2390 pessoas. Essa edição contou com o maior número de trabalhos, considerando os três eixos acerca da Resolução de Problemas, com maior destaque para o viés **para** (26)

e **através/via** (4). De forma geral, os trabalhos com o viés **para** apresentam uma forte preocupação com estratégias utilizadas no processo resolutivo de problemas, com a classificação de problemas e com campos de conhecimento, como o campo aditivo, multiplicativo, questões relacionadas ao ensino aprendizagem de divisão, problemas de combinatória, entre outros temas. Destacamos uma forte presença de trabalhos vinculados à UFPE, principalmente relacionados ao programa de Pós-graduação em Educação e orientados por professores do departamento de métodos e técnicas de ensino; uso do livro **Didático da Resolução de Problemas de Dante nas referências bibliográficas**; presença de trabalho orientado por Lilian Nasser e Lúcia Tinoco, ambas do Projeto Fundão.

Nessa edição, todos os trabalhos com a abordagem metodológica estão relacionados ao GTERP, sendo produzidos por orientandos de Onuchic ou pela própria pesquisadora. Assim, o grupo, constituído em 1992, tem a autoria de todos os trabalhos no viés **através/via** nessa edição, possuindo pesquisas que versam sobre a Resolução de Problemas e os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, documentos recentes que passariam a orientar o processo de ensino e aprendizagem, sendo esse minicurso destinado a professores desse Componente Curricular; o ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus, também como uma atividade prática destinada a professores; os demais trabalhos abordam o ensino de números complexos através/via Resolução de Problemas e, a partir de uma experiência desenvolvida com alunos da licenciatura em matemática, propõe-se uma mudança no processo de formação de professores do curso pesquisado, enfatizando experiências com essa temática ao longo do processo de formação dos futuros professores.

Já as pesquisas com abordagem **sobre** visavam expor a importância de um trabalho com a Resolução de Problemas, através de um minicurso para professores dos anos iniciais em um trabalho e a partir de uma comunicação sobre um projeto desenvolvido em outro, mas ambos preocupados com questões relativas ao trabalho docente frente ao uso dessa abordagem no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

O VII ENEM ocorreu de 19 a 23 de julho de 2001 no Rio de Janeiro, na UFRJ, contando 2623 participantes. Nesse evento, ocorre uma redução de trabalhos com relação à edição anterior, tanto no quantitativo total quanto nas produções que

abordaram a Resolução de Problemas. Relativo aos 11 trabalhos com abordagem **para**, destaca-se uma ênfase na abordagem das dificuldades dos alunos no processo resolutivo de problemas, na análise de estratégias utilizadas, no uso de problemas não rotineiros, no trabalho em grupo e no conhecimento discente e docente frente à resolução de problemas, nas comunicações propostas. Os minicursos seguem propostas similares, com ênfase no processo resolutivo de problemas; utilização das etapas propostas por Polya; trabalho com problemas geométricos e na exploração da análise combinatória. Destacamos um trabalho associado ao Projeto Fundão, encabeçado por Lilian Nasser; outro sob a responsabilidade de Ana Maria Kaleff e de produções vinculadas ao campo aditivo, oriundas de trabalhos desenvolvidos na UFPE.

A abordagem **sobre** se dá em uma comunicação que trata das concepções de professores sobre esse tema, considerando as discussões manifestadas através de um curso de atualização realizado à distância. O **através/via** se dá em um trabalho do grupo GTERP, no qual Onuchic e Fabiani relatam experiências desenvolvidas com professores a partir de cursos de capacitação e de especialização com o uso da metodologia Resolução de Problemas.

O VIII ENEM foi realizado de 15 a 18 de julho de 2004 em Recife – PE, na UFPE, contando com 2000 participantes. Os trabalhos com abordagem **para** totalizam 15 produções, ainda sendo destaque o número de trabalhos vinculados à UFPE que abordam o uso de estratégias e a análise de desempenho dos alunos na resolução de problemas que envolvem divisão, proporção e problemas algébricos. Ainda do Estado de Pernambuco temos comunicações que tratam sobre o contrato didático e suas influências na interação social e na resolução de problemas em grupo e a análise combinatória a partir de um enfoque voltado para alunos e professores, vinculados à UFRPE; bem como um trabalho que associa o uso da calculadora no processo de resolução de problemas, visando observar mudanças nas estratégias utilizadas com o uso dessa ferramenta. Os demais trabalhos possuem preocupações similares com a questão do desempenho na resolução de problemas, questão de gênero e solução de problemas, criação e resolução de problemas, uso de software e obstáculos epistemológicos no processo de resolução de problemas. Já os minicursos nessa vertente enfatizam o uso das estratégias propostas por Polya, trabalho com problemas sobre análise combinatória e frações.

As pesquisas com abordagem **sobre** discutem propostas de trabalho com números inteiros, alfabetização matemática, abordagem sobre a Resolução de Problemas a partir de seminários, contextualização; uso de jogos e a Resolução de Problemas, proposto em parceria com Regina Célia Grando e sobre a formulação e resolução de problemas, com autoria de Luiz Roberto Dante.

Relativo ao viés **através/via**, temos dois trabalhos vinculados ao GTERP, um minicurso proposto por Lourdes Onuchic, que aborda a construção dos números e as operações definidas sobre eles, e uma comunicação proposta por Allevato, que apresenta um recorte de sua pesquisa de doutorado, enfatizando o uso de um software associado ao processo de ensino e aprendizagem de matemática e na detecção de dificuldades no conhecimento da linguagem algébrica. A outra comunicação parte de uma pesquisa de mestrado, tratando sobre as dificuldades enfrentadas por alunos de uma turma de aceleração, similar a EJA, na resolução de problemas de adição e subtração a partir de uma experiência com a Resolução de Problemas.

No IX ENEM, realizado de 18 a 21 julho de 2007 em Belo Horizonte, na Universidade de Belo Horizonte (UNI-BH), tivemos um total de 26 trabalhos com abordagem **para**. Ainda prevalece o destaque as produções vinculadas à UFPE, com ênfase no uso de estratégias, significados produzidos em atividades de resolução de problemas e no desempenho de alunos com problemas que envolvem análise combinatória, campo aditivo, escala, divisão; relativos à UFRPE, temos uma comunicação que trata sobre a interpretação de enunciados no processo resolutivo de problemas e no trabalho com problemas contextualizados. Os demais trabalhos possuem abordagens diversas, tratando sobre conhecimentos algébricos, problemas aditivos, otimização, campo multiplicativo, área e perímetro, formação docente, problemas verbais, padrões numéricos, resolução de problemas e a modelagem matemática e o contar histórias e a resolução de problemas nos anos inicias, em coautoria com Regina Célia Grando. Os minicursos, nesse viés, abordam o ensino de probabilidade e de análise combinatória com o uso de jogos, além de enfatizarem o processo de resolução de problemas nos anos iniciais.

Os trabalhos com abordagem **sobre** destacam processos que envolvem a Resolução de Problemas, discutindo aspectos acerca dessa temática com professores em processos de formação continuada, vestígios da heurística no método de demonstração

dos antigos geômetras e a construção de uma metodologia de Resolução de Problemas para professores dos anos iniciais, sendo essa atividade um minicurso proposto em parceria com a pesquisadora Ruth Ribas Itacarambi, que possui dissertação defendida nessa temática em 1993. Nessa comunicação, a autora se aproxima do modelo proposto por Onuchic (1999) para o trabalho com a metodologia Resolução de Problemas.

A abordagem **através/via** possui 2 trabalhos vinculados ao GTERP, minicursos, objetivando promover vivências aos participantes a partir de um trabalho com a metodologia. É importante salientar que em ambos emprega-se o modelo proposto por Onuchic (1999). Os outros 3 trabalhos, comunicações, descrevem ações desenvolvidas com o uso da metodologia Resolução de Problemas a partir de uma oficina com alunos do ensino fundamental, uma experiência de ensino em uma turma de licenciatura em matemática no Componente Curricular de análise real e da realização de uma oficina, com duração de 12 horas, sobre análise combinatória durante o estágio supervisionado.

O X ENEM ocorreu entre 7 a 9 de julho de 2010 em Salvador – BA, na Universidade Católica do Salvador – UCSal, com a participação de 4035 pessoas. A abordagem **para** teve o terceiro maior número de trabalho dentre as 12 edições. Essa vertente possui uma abrangência ainda maior de temáticas exploradas nos trabalhos, contando com pesquisas oriundas de diversas instituições, destacando-se produções que versam sobre o teorema de Pitágoras, técnicas empregadas para a resolução de problemas nos campos aditivos, multiplicativos, com a divisão, problemas de geometria, proporcionalidade, sequências numérica, áreas, frações numéricas, problemas algébricos, questões referentes à competência leitora na resolução de problemas, estratégias empregadas para problemas de olimpíadas de matemática, desafios lógicos, campos conceituais, interação entre alunos etc. Sublinhamos dois trabalhos vinculados ao GTERP, em coautoria de Allevato e Justulin; uma comunicação que abordou o uso de jogos, leitura e resolução de problemas com a orientação de Regina Célia Grando; abordagem da formulação e resolução de problemas sob a orientação de Fiorentini; bem como trabalhos que abordaram as etapas propostas por Polya e questões sobre a metacognição no processo resolutivo.

Já os minicursos dessa abordagem focaram o uso de webquest para a resolução de problemas abertos; atividades para abordagem da combinatória e probabilidade; pensamento combinatório através de um jogo e da resolução de problemas; pensamento

aritmético; resolução de problemas de pesquisa operacional, apoiada na modelagem matemática; leitura e resolução de problemas nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio e exploração da geometria pela resolução de problemas com o uso de recursos da arte e da literatura para a educação infantil e séries iniciais, ambos os trabalhos se vinculam ao grupo Mathema, sendo encabeçados por suas líderes: Maria Ignez de Souza Vieira Diniz e Kátia Cristina Stocco Smole. Ainda nesse viés, quatro mesas redondas abordaram temas referentes ao processo de resolução de problemas, relacionados ao pensamento algébrico; desempenho de estudantes em situações que envolvem problemas de adição e subtração, com a participação de 6698 estudantes baianos dos anos iniciais; formação de ações mentais por alunos do Ensino Superior no processo de aprendizagem no Componente Curricular de Álgebra Linear e o trabalho com alunos surdos a partir da resolução de problemas matemáticos e do uso da Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) em situações de comparação entre conjuntos.

Os 3 trabalhos na abordagem **sobre** desatacam a promoção de reflexões acerca do processo de resolução de problemas no ensino e no trabalho com situações matemáticas a partir da modelagem, resolução de problemas e da investigação, ambos minicursos; e a comunicação sublinha, através de discussões, sistematizações e questionamentos, as diferentes visões acerca da Resolução de Problemas no ensino de matemática, apontando que:

> devido a uma demanda social, a Resolução de Problemas torna-se uma personagem central do currículo de Matemática. Esse aspecto encaminhou o desenvolvimento da Resolução de Problemas sob diferentes enfoques, dos quais destacamos: "o desenvolvimento do método Heurístico" e "o ensino de Matemática através/via Resolução de Problemas". A "Produção de Problemas" foi uma das direções apontadas, mas que não teve um avanço teórico e metodológico significativo. Nesse sentido, percebemos que a perspectiva exploratório-investigativa veio para preencher a lacuna deixada, pois a cada questionamento se pode produzir ou "reinventar" um problema. (ANDRADE *et al*., 2010, p. 9)

Nessa edição, o **através/via** possui o segundo maior número de trabalhos, 22. Os trabalhos possuem uma multiplicidade de temas abordados com o viés metodológico, destacando-se 5 produções relacionadas ao GTERP, com foco no trabalho com a geometria por licenciandos em matemática (2 trabalhos), limites, análise combinatória na educação básica e um trabalho teórico versa sobre uma abordagem do princípio fundamental da contagem. Um trabalho se vincula ao grupo Mathema,

tratando sobre um modelo de formação docente; outro vinculado ao GRUCOMAT discorre sobre uma experiência com o uso da estatística e da probabilidade. As demais comunicações abordam formação docente na EJA, permutação e fatorial, função exponencial, experiência com uma atividade sobre compras no projovem, aquecimento global, projeto de extensão com professores, experiência com o ensino de divisão, proposta para o trabalho com funções associando o uso do winplot e o excel, experiências com o uso da educação a distância na formação inicial e continuada. Já os minicursos, abordam reflexões sobre o ensino integrado da aritmética, álgebra e da geometria; promove vivências com o uso da Resolução de Problemas no trabalho com problemas; trata sobre o ensino de geometria e trabalha sobre a exploração de problemas, o laboratório de ensino de matemática e a formação de conceitos científicos, sendo ambos vinculados ao GTERP e o segundo também ao GEPEP.

O XI ENEM, realizado entre 18 e 21 de julho de 2013 em Curitiba – PR, na PUC Paraná, teve um total de 4047 participantes. Nessa edição, o viés **para** possui o maior número de trabalhos dentre as 12 edições (60), bem como o **através/via** (26) e o quantitativo total de trabalhos que versam sobre a Resolução de Problemas. O grande número de trabalhos com abordagem **para** possuem diferentes abordagens, trabalhando com vários tópicos matemáticos. Volta a destacar-se um grande número de trabalhos vinculados à UFPE, principalmente a partir da exploração de problemas combinatórios, por alunos do Ensino Fundamental, Médio e por professores, além de concepções de álgebra, problemas de multiplicação, jogos e as 4 operações, problemas aditivos e multiplicação e divisão. Os demais trabalhos são associados a diferentes instituições e regiões do país, trabalhando com valores, processos heurísticos, compreensão de enunciados de problemas, registros discursivos no processo de resolução de problemas, uso de diferentes estratégias, exploração de materiais lúdicos, equações do 2º grau, campo multiplicativo, uso de jogos, elaboração e resolução de problemas, resolução de problemas e investigação matemática, representações semióticas, números racionais, atividades desenvolvidas ao longo do estágio supervisionado, processos de formação de professores, taxas relacionadas, campos conceituais.

Destacamos duas produções sob a orientação de Regina Célia Grando, abordando procedimentos e estratégias na resolução de problemas e questões referentes ao letramento matemático. Ocorreram 4 mesas que trataram sobre o raciocínio

matemático na resolução de problemas multiplicativos, vinculado à UFPE; estratégias usadas por um aluno superdotado, uso de jogos nas séries iniciais e abordagem sobre saberes e dificuldades na resolução de problemas no campo aditivo. Já os minicursos abordam problemas de combinatória em geometria; análise de enunciados elaborados por alunos dos anos iniciais no campo aditivo; problemas de contexto na matemática realística; uso da calculadora na formulação, resolução e explicação de problemas; proposta para o uso do jogo mancala, de origem africana, para o trabalho com diferentes conceitos matemáticos.

Com abordagem **sobre**, sublinhamos o minicurso que aborda a proposta da resolução de problemas baseada na obra *A Nova Metodologia da Aritmética*, de Edward Lee Thorndike, vinculado ao GHEMAT; pensamentos e atitudes de professores sobre a resolução de problemas a partir de uma formação continuada; abordagem da formação de professores em edições do ENEM; trabalho com professores dos anos iniciais; abordagem da resolução de problemas a partir de filmes de ficção científica; concepções de professores dos anos iniciais; relação entre a modelagem matemática e a resolução de problemas como potencializadoras da criatividade; abordagens da resolução de problemas em livros didáticos do 7º ano, associado ao GTERP a partir de Justulin; releitura da obra clássica de Polya, sublinhando a importância dos passos propostos por esse autor para a resolução de problemas, e, a partir de um levantamento inicial em teses e dissertações, destaca-se que essa obra "faz parte da fundamentação teórica de quase todos eles, sendo que não há uma distinção entre esses usos quando se trata de uma metodologia adotada pelo professor ou como um recurso para resolver problemas matemáticos" (COSTA; SILVA, 2013, p. 11).

Os trabalhos com viés metodológico, o **através/via**, apresentam uma multiplicidade de abordagens nos temas abordados. Destacamos 3 trabalhos desenvolvidos com a aplicação de um problema, vinculado a ações do PIBID; utilização de jogos; trabalho com a geometria espacial em projeto de extensão; abordagem com ênfase na leitura, escrita, oralidade e autoestima; trabalho com alunos da EJA; utilização da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP); ações de Resolução de problemas com a exploração de frações, divisores, proporção, estatística, matemática financeira; uso da etnomatemática junto à Resolução de Problemas; análise dos cadernos do Gestar; exploração de famílias de funções através/via resolução, proposição e exploração de

problemas, trabalho com duração de mais de 4 meses de ações em sala de aula, vinculado ao GEPEP; formação de professores, desenvolvido por integrações do GTERP. Os minicursos dessa abordagem são vinculados ao GEPEP, GTERP e GCIEM, abordando, respectivamente, o ensino e aprendizagem da trigonometria; a apresentação da metodologia e o trabalho com problemas envolvendo a aritmética, álgebra e geometria, objetivando promover reflexões sobre o trabalho em grupos com a resolução de problemas; e a construção de uma metodologia de resolução de problema, voltada para os anos iniciais, buscando viabilizar o trabalho do professor e o processo de ensino e aprendizagem com compreensão pelos alunos, considerando um esquema de trabalho divido em etapas. A última atividade propõe, a partir da concepção de Resolução de Problemas defendida nos cadernos do Gestar, um trabalho com quatro problemas referentes às séries finais do Ensino Fundamental:

> onde conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante exploração de problemas. Assim, desejando que o aluno construa o conhecimento, em que a Resolução de Problemas não se restrinja a uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação de um conteúdo, mas como uma orientação para a aprendizagem é o que pretende-se alcançar com essa exposição. (ARAUJO, 2013, p. 7).

Na última edição analisada, o XII ENEM, foi realizado de 13 a 16 de julho de 2016 em São Paulo, na Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Essa edição possui o maior número de trabalhos no viés **sobre** (14), o segundo maior no eixo **para** (54) e o terceiro no **através/via** (20). No segmento **para**, que possui uma diversidade de temas explorados, destacamos abordagens com problemas não rotineiros, logaritmos, sistemas lineares, estruturas aditivas e multiplicativas, trabalho com questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), formulação e resolução de problemas por diferentes segmentos, interdisciplinaridade, problemas de otimização, operações básicas, teoria dos números, estimativas, conhecimento algébrico, uso de uma plataforma digital e resolução de problemas, erros na resolução de problemas, uso de jogos, temas ambientais, problemas com informação supérflua, proporção, números inteiros, representação semiótica, figuras planas, função afim, resolução de problemas e avaliação em larga escala, problemas geométricos, campos conceituais, trabalho com função na EJA, ensino de álgebra, argumentação, trabalho com jovens em medidas de socioeducação e Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). Os minicursos nessa abordagem exploraram estruturas multiplicativas; trabalho com equações, vinculado ao

Projeto Fundão e leitura de imagens e resolução de problemas, relacionado ao grupo Mathema.

Os trabalhos com abordagem **sobre** discutem questões referentes à Resolução de Problemas como uma tendência em eventos internacionais, trabalho com representação semiótica, formação de professores com ênfase em documentos oficiais, curso pró-letramento, pesquisas sobre intervenção pedagógica nessa metodologia, significados docentes sobre exercícios e problemas, interpretação de problemas por estudantes, saberes e práticas docentes na Resolução de Problemas. Um minicurso objetivou discutir problemas relacionados à utilização da resolução de problemas em salas de aula e no processo avaliativo, considerando a proposta de trabalho apresentadas nos parâmetros curriculares. Dois trabalhos são associados ao GTERP, uma comunicação que aborda a Resolução de Problemas como pesquisa, a partir dos documentos oficiais e de livros didáticos; já a palestra de Onuchic trata sobre as reformas do ensino da matemática e a questão da Resolução de Problemas, sublinhando que o trabalho de seu grupo segue uma linha de pesquisa:

> Pós Polya e a grande Revolução pretendida exige uma mudança urgente na Licenciatura em Matemática, na qual a Reforma se apoia num trabalho a partir de problemas e não deixá-los para o fim do capítulo depois de se ter trabalhado a teoria que o problema exige para sua resolução. As pesquisas desenvolvidas, por nossos alunos da Pós-Graduação da UNESP - Rio Claro, em suas Dissertações de Mestrado e Teses de Doutorado, visam sempre a sala de aula. É preciso mudar o Currículo, mudar o Ensino, mudar a Aprendizagem, mudar a Avaliação e saber usar a Tecnologia. (ONUCHIC, 2016, p. 1).

A abordagem **através/via** teve uma diversidade de temas explorados com o viés metodológico, tratando sobre a teoria dos grafos, formação docente e o trabalho com sistema de equações do 1º grau, derivadas e análise de erros, proposta teórica para o trabalho com o teorema de Bayes, trabalho com equações do 1º grau com alunos, proposta de trabalho com a história de quadrinhos nas aulas de matemática, princípio aditivo e multiplicativo, experiência com uso de um problema do livro de Malba Tahan, progressões geométricas, estatística, ênfase na comunicação com uso dessa metodologia. Ocorre um relevo de trabalhos desenvolvidos com professores em formação continuada e em projetos de extensão, dos anos iniciais ao ensino médio, bem como com bolsistas PIBID. Dois trabalhos se associam ao GTERP, tratando sobre signos, sentidos e significados que perpassa a prática do trabalho com a Resolução de

Problemas e com o uso de funções definidas por várias sentenças. O projeto Fundão se fez presente com um minicurso que abordou o campo conceitual aditivo.

Capítulo 4: UM OLHAR EM REDE PARA AS PRODUÇÕES EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este capítulo discorre sobre as produções em Resolução de Problemas com ênfase na Análise de Redes Sociais (ARS). Considerando nosso foco de pesquisa, o viés **através/via**, nas 12 edições dos ENEMs, apresentamos as relações estabelecidas pelos autores, grupos de pesquisas e regiões geográficas nas quais se situam as instituições onde são produzidos os trabalhos e estão as principais referências utilizadas. Nesse contexto, consideramos todas as produções identificadas na perspectiva **através/via**, sejam comunicações, minicursos, pôsteres ou relatos de experiências.

Inicialmente, cabe destacar que Análise de Redes Sociais (ARS) tem sido bastante utilizada em trabalhos atuais visando mapeamentos e identificação de organizações ou nichos com características similares ou distintas. Conforme apontado por Chrispino *et al*. (2013, p. 459), "a definição de redes sociais está longe de conceitos unificadores. Datam da década de 1940 o desenvolvimento de conceitos estruturais que possibilitaram o estudo das relações em rede". Aqui, adotamos a perspectiva de Chrispino *et al*. (2013), Melo (2017) e Böck (2018), que vem desenvolvendo vários trabalhos com o uso dessa metodologia.

Uma rede social pode ser compreendida como um conjunto de elementos que mantém algum tipo de conexão, determinadas pelas relações que estabelecem entre si. De acordo com Böck (2018, p. 59), "a característica básica das redes sociais é a dualidade, tendo em vista que uma rede social sempre é formada por dois polos cujas relações podem ser visualizadas através das redes sociais". Nesse sentido, em nosso estudo, uma rede social, considerando o social pelos elementos que a compõem envolverem algum tipo de relação interpessoal (pessoas, grupo de pessoas, objetos provenientes de um grupo social etc.), será compreendida como um conjunto de nós constituídos a partir de alguns dos elementos citados e das suas relações, representando estruturas do cenário investigado. Melo (2017, p. 64) destaca que "a noção de Redes Sociais é proveniente das ciências sociais e seu pioneirismo é atribuído ao antropólogo

britânico e australiano Jonh Arundel Barnes, que a utilizava para investigação dos relacionamentos sociais em uma determinada comunidade”:

> Para fins analíticos, a rede é vista matemática e geometricamente como um grafo. A saber, o grafo é uma teoria que começou a ser construída por Euler, em 1736. Na teoria, dado um conjunto de vértices V, é possível identificar um conjunto A de arestas que são ligações entre dois elementos do conjunto V. Um grafo é um par (V, A). (MELO, 2017, p. 65).

Esse campo de estudo, de acordo com Melo (2017), vem crescendo desde os anos de 1980, acompanhado pela produção de programas para análises, elaboração de manuais de trabalho, com a disseminação da informática e o apoio dos computadores. Assim, pesquisas dessa natureza vêm sendo mais frequentes, associando-se aos campos da cientometria, bibliometria, informetria e da webometria.

> Cientometria – aplicação de métodos estatísticos a dados quantitativos (econômicos, humanos, bibliográficos) característicos do estado da ciência.
>
> Bibliometria – conjunto de métodos estatísticos ou matemáticos aplicados às referências bibliográficas (livros, artigos e outros meios de comunicação), suscetíveis de auxiliar a gestão de bibliotecas.
>
> Informetria – conjunto de atividades métricas relativas à informação, cobrindo tanto a bibliometria quanto a cientometria.
>
> Webometria – aplicação de métodos informétricos à World Wide Web. (HAYASHI, 2004, p. 89-90).

Por utilizarmos autores e suas vinculações institucionais, referências e palavras-chave como principais elementos para análise em redes, nos inserimos na fronteira das investigações bibliométricas e cientométricas; por este misto, nos situamos no campo da informetria.

Dois exemplos de análise em redes sociais são expostos por Böck (2018) a partir de Easley e Kleinberg (2010). No primeiro, expõe-se a propagação de uma doença, no qual os vértices da rede representam pessoas e as linhas apontam que a doença foi transmitida para outra pessoa. Assim, pela figura, observamos que uma pessoa infectada transmitiu a doença para outras três pessoas, e que esse fato se manteve dentro de um padrão de crescimento exponencial.

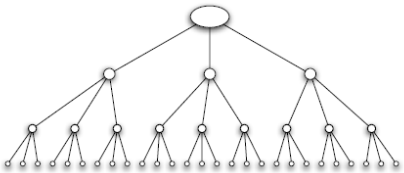


Figura 1: Propagação de um patógeno.
Fonte: Easley e Kleinberg (2010, p. 674).

No segundo, são apontadas as relações homossexuais em uma escola americana. Na rede, cada aluno é representado por um vértice (círculo) e os relacionamentos entre eles são as arestas (linhas que conectam os vértices). Os resultados da pesquisa mostraram que existiam duas divisões nesses relacionamentos, "uma baseada na raça, considerando-se que cada cor de círculo representa uma etnia e outra baseada na faixa etária já que na parte superior da figura estão alunos do ensino fundamental e na parte inferior alunos do ensino médio" (BÖCK, 2018, p. 60).

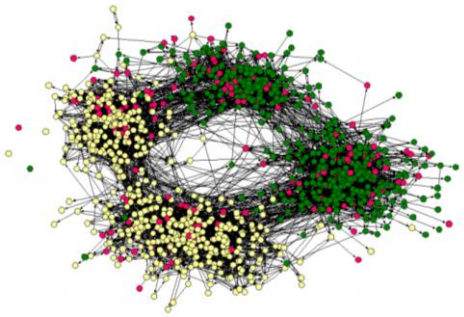


Figura 2: Relações homossexuais em uma escola americana.
Fonte: Easley e Kleinberg (2010, p. 87).

Ainda com relação às redes sociais, elas podem ser formadas com relações unidirecional e relações direcionais, vejamos o exemplo de Easley e Kleinberg (2010). No primeiro, à esquerda, temos uma rede na qual as relações são unidirecionais, não importando o sentido da relação estabelecida; já no segundo, à direita, as relações são direcionais, apontando a ordem em que ocorrem.

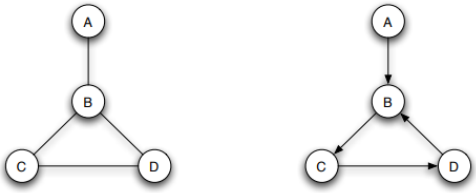


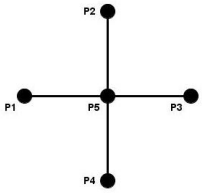
Figura 3: Rede social com relações unidirecional e direcional.
Fonte: Easley e Kleinberg (2010, p. 24).

Para o desenvolvimento das redes desse trabalho, utilizamos o *software* NodeXL que se configura como uma extensão de planilhas eletrônicas do *Microsoft Excel*, sendo gratuito e de código aberto para análise e visualização de redes sociais. Esse programa, após a constituição dos bancos de dados com as informações a serem exploradas, realiza o cálculo das métricas supracitadas e possibilita a criação e organização da rede gerada. O banco de dados que elaboramos a partir de planilhas eletrônicas relaciona os

principais elementos a serem explorados: autores, instituições, palavras-chaves, grupos de pesquisas e referências expressas nos trabalhos.

A rede social exposta a seguir apresenta as relações entre os autores e coautores dos trabalhos, quando esses existirem. Para a sua elaboração, realizamos as combinações entre os diferentes autores das comunicações. Essa associação ocorre da seguinte forma: dado um trabalho com um autor (A), a associação será de A com A; com dois autores (A e B), a associação será de A com B; com três autores (A, B e C), ocorre a associação de A com B, A com C e B com C, ou seja, todos os autores, dois a dois, são relacionados. Esse mesmo padrão segue para trabalhos com mais de 3 autores. Assim, na rede social formada, cada vértice (ponto) representa um autor, sendo identificado a partir de seu nome, de acordo com as referências de nome propostas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Dessa forma, por exemplo, um dado autor em nosso banco de dados foi identificado como SILVA, A. B., tomamos o cuidado para evitar que autores distintos, com mesma referência, não fossem considerados como apenas um autor, pois o programa opera com as informações contidas no banco de dados, não diferenciando autores distintos com mesma abreviação. Bem como, trata como diferentes os mesmos autores que, por equívoco, sejam nomeados de forma distinta: sendo SILVA, A. B. e SILVA, A. B um mesmo autor, a falta do ponto após o B no segundo nome, (B.), leva o programa a reconhecê-lo como outro vértice (outra pessoa). De acordo com Melo (2017, p. 68):

> Da Análise de Redes Sociais, o conceito mais relevante [...] é o da centralidade. Nele, um vértice é relevante se ele possui uma posição central. Obviamente, a questão de centralidade é apresentada imersa em um contexto cultural. Ou seja, não há consenso sobre sua definição. Apesar disso, medidas desse tipo são usadas desde, pelo menos, a metade do século XX nos estudos de redes (Freeman, 1979). Freeman (1979) resgata uma ideia intuitiva para representar a centralidade de um vértice em um grafo (trabalhamos com o grafo sendo a representação geométrica e matemática de uma rede). Por exemplo, um grafo formado por cinco vértices, P1, P2, P3, P4 e P5, e 4 arestas, P1-P5, P2-P5, P3-P5 e P4-P5, uma possível representação do grafo seria uma n-estrela. De acordo com Goldbarg e Goldbarg (2012), um grafo G com n vértices é denominado estrela quando G é uma árvore que possui um vértice de grau n-1 e os demais vértices de grau 1, ou seja, um grafo estrela é um grafo que possui um vértice central que é adjacente a todos os outros vértices do grafo, como desenhada na figura [a seguir]. É intuitivo que o vértice P5 é o mais central desse grafo.



Para os autores dos trabalhos nas diferentes edições dos ENEMs, consideramos como medida de análise a centralidade de intermediação. De acordo com Böck (2018, p. 63), ela:

> mede a distância entre um determinado vértice e os demais pares de vértice em uma rede, indicando quais são os vértices que atuam como controladores do fluxo de informações, ou seja, aqueles que possuem papel-chave na rede e cuja retirada poderia ser prejudicial para o fluxo de informações da rede.

Ao observarmos a rede social formada, percebemos que os autores centrais na produção de trabalhos sobre a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, em suas diferentes modalidades, são 6, conforme imagem a seguir:

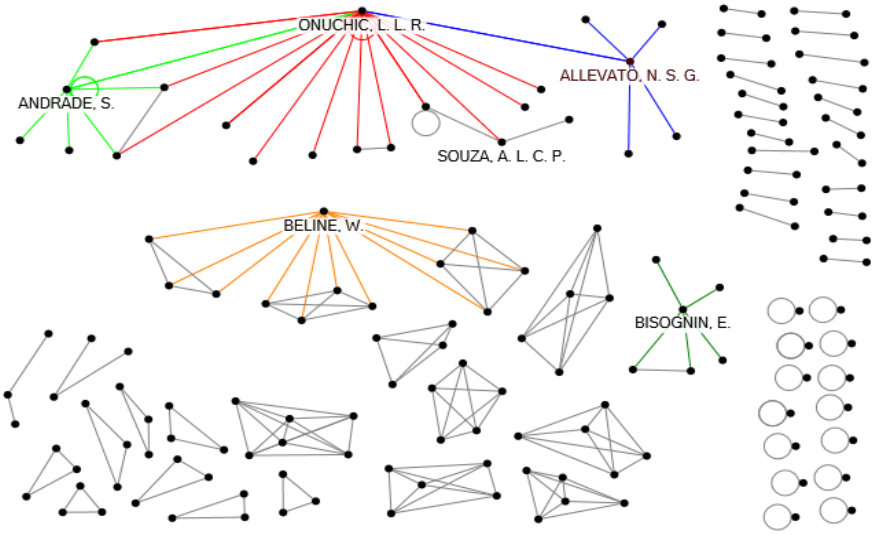


Figura 4: Rede social dos autores.

Os trabalhos que possuem apenas um autor são representados por um vértice que fica junto a um círculo (parecido com um anel, parte lateral direita). Os trabalhos com dois autores são representados por dois vértices que se unem, lado direito superior. Assim, de forma geral, três vértices que se relacionam, através da forma triangular, representando um trabalho com 3 autores e assim por diante.

Dos 6 autores centrais, que tiveram seus vértices nomeados, BELINE, W. se destaca por ser orientador de 3 trabalhos que possuem entre 3 e 4 coautores; já

BISOGNIN, E., possui coautoria em 4 trabalhos. Por esses motivos, eles se tornaram destaque na rede, mas esse destaque é pontual: no caso de BELINE, W., cujos 3 trabalhos são de uma única edição do ENEM (2013) e de BISOGNIN, E., que possui trabalhos a partir da 9ª edição, 2007; BISOGNIN, E. é oriunda da matemática pura, tendo sua formação toda em matemática, após aposentadoria na Universidade Federal de Santa Maria (UFMS), passou a atuar no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana de Santa Maria (UFN). Ambos não demonstram serem autores centrais nessa temática, bem como não aparecem associados a grupos de pesquisa que realizam investigações acerca da Resolução de Problemas.

Os demais autores possuem publicações em diferentes edições dos ENEMs a partir da 4ª edição. Esses 4 autores, ONUCHIC, L. R., ANDRADE, S., ALLEVATO, N. S. G. e SOUZA, A. C.P. S., possuem tanto publicações individuais quanto em grupo, mantendo produções conjuntas, conforme pode ser visualizado na ligação entre eles na rede. O personagem central dessa rede é a pesquisadora voluntária da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Unesp de Rio Claro, aposentada da Universidade de São Paulo (USP), Lourdes de la Rosa Onuchic (ONUCHIC, L. R.). Segundo Leal Junior (2018, p. 27), ela:

> havia trabalhado na UNESP – Rio Claro – em 1959-1966 e, em seguida, no ICMC – USP – de 1967-1986, retorna à UNESP, agora, como educadora matemática, pois anteriormente exercera sua função essencialmente como professora de matemática. Em 1992 defende sua primeira orientação de mestrado com o aluno Valdir Rodrigues, onde apontava, mesmo que embrionariamente, a percepção da Resolução de Problemas [...] como algo mais amplo que uma metodologia alternativa ao sistema de ensino vigente.

Os outros três autores, Silvanio de Andrade, ANDRADE, S., Norma Suely Gomes Allevato, ALLEVATO, N. S. G. e Analucia Castro Pimenta de Souza, SOUZA, A. L. C. P., foram todos orientados por Onuchic. Além disso, os dois primeiros atuam em programas de Pós-graduação e orientam Trabalhos de Conclusão de Cursos (TCC) e dissertações de Mestrado sobre Resolução de Problemas e constituíram grupos de pesquisas com essa temática. Nesse sentido, observamos vértices que se relacionam aos dois autores, representando publicações conjuntas com outros pesquisadores e com seus orientandos. Ademais, destacamos que esses dois pesquisadores, ANDRADE, S. e ALLEVATO, N. S. G., não possuem publicações conjuntas, mas mantém uma relação na rede a partir de ONUCHIC, L. R.

Outra medida muito utilizada no trabalho com redes é o grau, que de acordo com Silva *et al*. (2015), mede a quantidade de ligações diretas em cada vértice de uma rede. Assim, um dado ator, que possui maior grau em uma rede, tem maior número de conexões diretas com outros atores da rede. Assim, pelo cruzamento das métricas de centralidade de grau e de intermediação calculada pelo NodeXL, apresentamos os 6 principais autores:

Quadro 19: Medidas de centralidade de grau e de intermediação para autores.

Autor	Centralidade de intermediação	Centralidade de grau
ONUCHIC, L. R.	197,000	16
ALLEVATO, N. S. G.	78,000	5
ANDRADE, S.	61,000	9
BELINE, W.	40,000	11
SOUZA, A. L. C. P.	21,000	5
BISOGNIN, E.	9,000	5

Pelo cruzamento de métricas, percebemos que ONUCHIC, L. R. é destacada em ambas as medidas, ocorrendo variações entre ALLEVATO, N. S. G., ANDRADE, S. e BELINE, W., entretanto a maior importância desses autores se dá pela intermediação, considerando que há um grau de autores com poucos trabalhos, mas com muitos coautores, destacando-se, assim, as relações diretas mantidas. A centralidade dessa pesquisadora também fica evidenciada quando relacionamos as produções aos grupos de pesquisas aos quais se vinculam. Ao associarmos os pesquisadores com os grupos de pesquisa, identificamos a centralidade de três grupos: Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Educação e Pós-modernidade (GEPEP) e o Projeto Fundão.

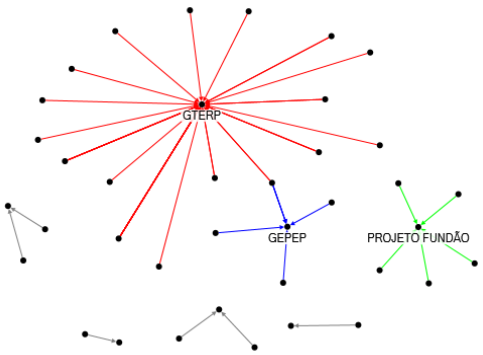


Figura 5: Rede social dos grupos de pesquisa.

O Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) possui uma centralidade de intermediação de 400, o GEPEP de 114 e o Projeto Fundão de 20. Esse principal grupo de pesquisa, segundo consta em sua página de apresentação na internet[15],

> desenvolve suas atividades no Departamento de Educação Matemática da UNESP – Rio Claro. Foi formado em 1992, embora já se reunisse semanalmente desde 1989, sempre coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic. Este grupo é constituído por alunos regulares e ex-alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PGEM - que têm interesse em aprofundar seus conhecimentos. Também, é aberto à participação de alunos especiais em busca de amadurecimento de seus futuros projetos de pesquisa e a professores, em geral, que visam a aprimorar sua prática docente. O grupo tem sido o núcleo gerador de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas e Formação de Professores. O GTERP tem, por filosofia, buscar o desenvolvimento de estudos que atinjam a sala de aula, ou seja, que estejam relacionados às questões de ensino-aprendizagem-avaliação, tanto sob a perspectiva do aluno quanto do professor, em todos os níveis de escolaridade. Ainda participa, de forma ativa, dos principais movimentos acadêmicos, nacionais e internacionais, ligados às áreas de Educação Matemática e suas relações com ensino e aprendizagem de matemática, principalmente com os que dizem respeito à Resolução de Problemas.

O grupo de pesquisa GPEP, constituído em 2008, após conclusão do doutorado de Silvanio de Andade, se relaciona com o GTERP, considerando os trabalhos conjuntos de ANDRADE, S. e ONUCHIC, L. R., porque, dentre suas linhas de pesquisa, destaca-se a Resolução, Proposição e Exploração de Problemas. Aliás, desde sua fundação, o grupo investiga o tema Resolução de Problemas em salas de aula da Educação Básica, constituindo-se como um núcleo de pesquisa dessa temática na região Nordeste, em específico na Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), em Campina Grande.

O Projeto Fundão existe desde 1982, mesmo antes de ter esse nome, uma vez que desde então, "a equipe do Setor Matemática do Projeto Fundão realiza atividades de Extensão Universitária na área de formação continuada de professores de Matemática, com grande aceitação em todo país" e que, por sua vez, se encontram:

> integradas a pesquisas na área de Educação Matemática reconhecidas internacionalmente. Sua experiência possibilitou, em 1993, a criação do Curso de Especialização em Ensino de Matemática, em funcionamento desde então no Instituto de Matemática da UFRJ, bem como

[15] Extraído de: http://igce.rc.unesp.br/#!/departamentos/educacao-matematica/gterp/ . Acesso: 20 mar. 2019.

> contribuiu para a formação do Programa de Ensino de Matemática (PEMAT) deste Instituto, criado em 2006[16].

Entre as ações listadas pelo Projeto Fundão, destacam-se:

> 37 Encontros realizados na UFRJ, os programas de atualização de professores de Matemática em parceria com diversos sistemas de ensino e a participação em eventos para essa clientela. O nível de procura pelos livros publicados pela equipe, que apresentam resultados do trabalho permanente, em caráter colaborativo, dos seus grupos temáticos, e as ações de formação e apoio a professores vêm caracterizando o Projeto como importante espaço de formação continuada de professores em Matemática. (Idem, ibidem)

Os demais grupos encontrados possuem uma baixa representatividade, sendo que, na maioria dos trabalhos os autores não indicam os grupos de pesquisas aos quais pertencem. Além disso, observamos que a maioria das produções são desenvolvidas como ações esporádicas de alunos de graduação que participam de projetos, principalmente do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), bem como por alguns professores do Ensino Superior no desenvolvimento de algum projeto de extensão, como cursos de formações continuadas.

Quanto às instituições as quais os autores dos trabalhos estão vinculados, percebemos que poucas parcerias são formadas pelos autores, ficando a maioria delas "isoladas" na rede. O destaque se dá com a centralidade da Unesp, a qual se vincula a principal pesquisadora e seu grupo de pesquisa, já apontado anteriormente. Além dela, destaca-se a Educação Básica (EDUC. BAS.) e a Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). A centralidade da Educação Básica se dá pelo fato de vários trabalhos serem desenvolvidos por professores que atuam nesse campo de ensino, não veiculando a Instituições de Ensino Superior. Esse dado poderia não ser representativo se considerássemos, além dessa informação, o estado no qual o trabalho foi produzido, mas como deixamos apenas esse rótulo, o programa considera todos como uma única instituição. Ou seja, se considerássemos, por exemplo: EDUC. BAS. PB, como um trabalho desenvolvido na Paraíba e mantivéssemos esse rótulo para pesquisas de outros estados, teríamos vários vértices para essa categoria, perdendo a unicidade de serem desenvolvidos na Educação Básica, independente do estado.

[16] Extraído de: http://www.matematica.projetofundao.ufrj.br/ . Acesso: 20 mar. 2019.

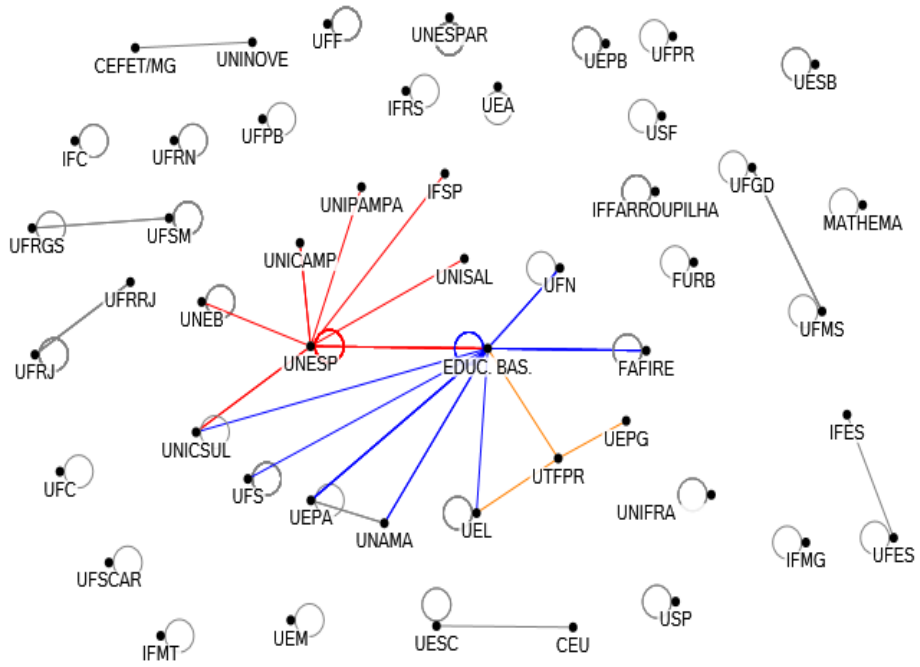


Figura 6: Rede social das instituições.

As produções conjuntas de autores, considerando as relações entre as instituições, se dão, principalmente, a partir da Unesp. Pela rede formada, é possível verificarmos a relação direta com 7 instituições, sendo que uma é a Educação Básica[17]. Isso ocorre pelo fato de que alunos orientados por ONUCHIC, L. R. concluem seus estudos de pós-graduação, mas mantêm parcerias com a pesquisadora através de seu grupo de estudos, realizando investigações e produções conjuntas, sejam de seus trabalhos de conclusão ou com novas pesquisas. As outras parcerias se dão a partir da UTFPR que se liga a UEL e a UEPG, bem como com a Educação Básica. Já a Educação Básica se vincula a outras instituições, considerando principalmente o desenvolvimento de trabalhos de pesquisadores junto a professores desse nível de ensino. As demais relações ocorrem apenas entre 2 instituições, sendo os outros trabalhos produzidos por pesquisadores que não mantiveram parcerias institucionais.

De forma similar ao trabalho com as instituições, após um processo de homogeneização de alguns termos, passamos a elaboração da rede de palavras-chave dos trabalhos. Esse processo de homogeneizar alguns termos se dá pela forma como são empregados, evitando que o programa opere com termos próximos como elementos

[17] Mesmo não se tratando de uma instituição, como as universidades e afins, deixamos os trabalhos desenvolvidos por professores, que não possuíam mais vinculação com Instituições de Ensino Superior, sob esse rótulo.

distintos. Assim, Resolução de Problemas e Resolução de Problema foram utilizados de forma unitária, adotando a grafia da primeira nomenclatura, seguindo-se esse raciocínio para os demais. Realizada essa etapa, passamos a geração da rede social, que possuiu um total de 385 arestas, associação entre dois termos, e 110 vértices (termos distintos).

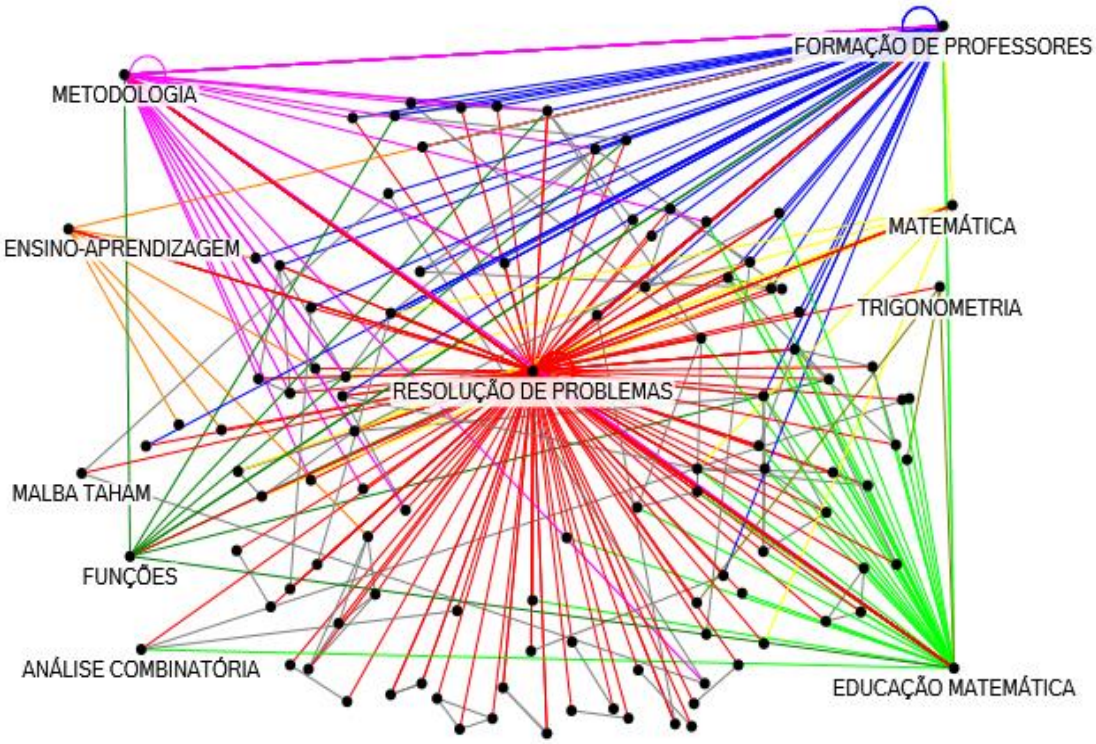


Figura 7: Rede social das palavras-chave.

É importante destacar que nem todos os trabalhos possuíam palavras-chave, principalmente nas primeiras edições dos ENEMs. Além disso, esse quantitativo oscila entre 3 e 6 termos, dependendo da quantidade máxima determinada nas normas de cada edição.

Para essa rede, usaremos a métrica da intermediação, que conforme destacado por Böck (2018), considerando a distância entre um dado vértice e dos demais pares de vértices da rede, indica quais os vértices (termos) que atuam como reguladores do fluxo de informações, possuindo papel central na rede e que, caso fossem eliminados, poderiam afetar o fluxo de informações da rede. Essas palavras, em ordem de importância são RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, FORMAÇÃO DE PROFESSORES, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, METODOLOGIA, ENSINO-APRENDIZAGEM, FUNÇÕES, ANÁLISE COMBINATÓRIA, TRIGONOMETRIA e MATEMÁTICA.

Sublinhamos que é natural a prevalência de RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, METODOLOGIA, MATEMÁTICA e ENSINO-APRENDIZAGEM, por se tratarem da tendência em estudo, sua área de alocação, o viés trabalhado e o foco do trabalho com essa proposta metodológica, visando uma ação que favoreça o processo de ensino e aprendizagem com compreensão da matemática trabalhada. O destaque, desconsiderando esses termos, se dá com a FORMAÇÃO DE PROFESSORES, seja ela inicial ou continuada, evidenciando-se esse fato nas várias comunicações e relatos que sublinham experiências desenvolvidas através de cursos de capacitação e projetos de extensão com professores, bem como através dos minicursos, considerando que essas atividades se destinam, preferencialmente, para professores e visam promover um processo de formação para o uso da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino.

FUNÇÕES, ANÁLISE COMBINATÓRIA e TRIGONOMETRIA se referem, com exceção da primeira, aos conteúdos matemáticos que são mais explorados nos trabalhos. O conceito de função é considerado fundamental no processo de aprendizagem dos alunos, sendo empregado em diversos outros campos matemáticos e de outras áreas de conhecimento, a exemplo da Física e da Química, e tratado como um bloco de conteúdo nas Orientações Curriculares Nacionais para o ensino Médio (BRASIL, 2006). Fazendo parte, também, da unidade temática "álgebra" nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) e na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), tema bastante explorado nas pesquisas em Educação Matemática em geral e nos trabalhos sobre Resolução de Problemas em particular, focando no conceito de funções, famílias de funções, função exponencial, função polinomial do 1º grau, funções definidas por várias sentenças etc:

> O estudo de *Funções* pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. [...] O estudo de *Funções* pode prosseguir com os diferentes modelos que devem ser objeto de estudo na escola – modelos linear, quadrático e exponencial. [...] É recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes modelos, tomados em diferentes áreas do conhecimento (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamento na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia elétrica, etc.). (BRASIL, 2006, p. 72, grifos do autor).

ANÁLISE COMBINATÓRIA e TRIGONOMETRIA são outros conceitos que se fazem mais presentes nas produções, sendo considerados conceitos importantes para a matemática e que se relacionam com outras áreas de conhecimentos, mas que possuem um elevado grau de dificuldade de aprendizagem por parte dos alunos. Análise combinatória foi explorada em 5 comunicações, com foco no processo de ensino e aprendizagem por alunos do Ensino Médio. A trigonometria é explorada em minicurso e comunicação, voltada para um trabalho com alunos do Ensino Médio regular e Educação de Jovens e Adultos (EJA), sendo que o minicurso explorou o trabalho com as funções trigonométricas.

Além da métrica de intermediação, usamos a centralidade do auto vetor para destacar os elementos da rede de palavras-chave, realizando um cruzamento dessas métricas para constatar sua importância na rede. A Centralidade do auto vetor, conforme apontado por Böck (2018, p. 63):

> mede a qualidade das conexões que um determinado vértice possui na rede, bem como o número de vizinhos que este possui, o que tem o intuito de mensurar a qualidade de ligações que cada vértice possui na rede. As palavras-chave com um auto-vetor elevado serão aquelas que se destacam por estarem ligadas a um quantitativo razoável de vértices de relevância na rede.

Após esse cruzamento, verificamos que a palavra-chave MALBA TAHAN possui uma baixa influência na rede, destacando-se na intermediação por se relacionar com quatro termos, mas que não se liga a vértices que possuem relevância na rede.

Quadro 20: Medidas de centralidade para as principais palavras-chave.

Palavras-chaves	Intermediação	Centralidade do auto vetor
Resolução de Problemas	4738,573	0,072
Formação de professores	559,338	0,035
Educação Matemática	465,117	0,032
Metodologia	185,848	0,024
Ensino-aprendizagem	142,517	0,010
Malba Tahan	55,669	0,006
Funções	36,061	0,016
Análise combinatória	30,033	0,008
Trigonometria	30,033	0,008

Na sequência, por contagem simples, frequência de ocorrência, considerando os trabalhos de todas as modalidades do viés *através/via*, destacamos as regiões

geográficas às quais se vinculam as produções. À esquerda, os valores percentuais e, à direita, o quantitativo de trabalhos:

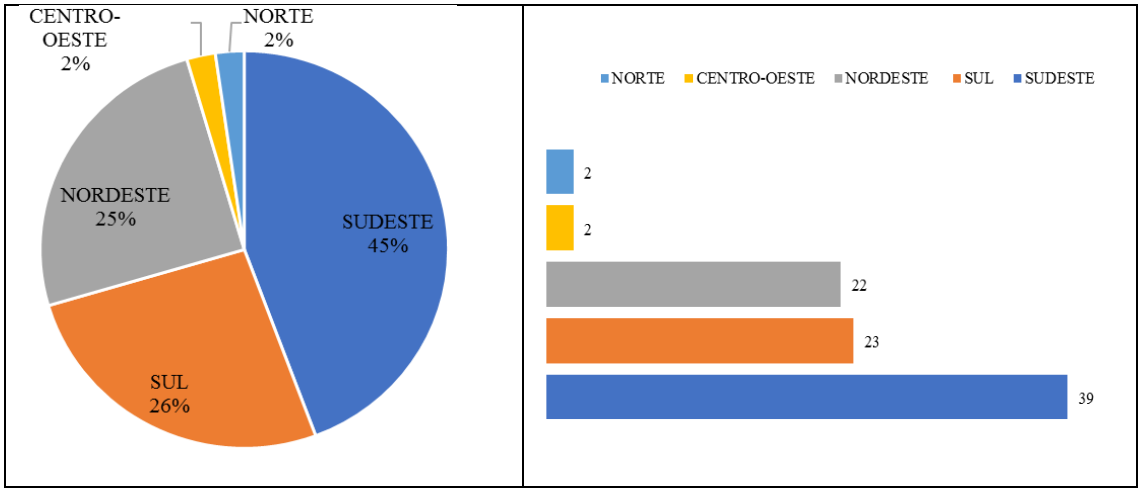


Figura 8: Percentual e quantidades de trabalhos por regiões geográficas.

O maior percentual, região Sudeste, deve-se à Unesp. Assim, dos 39 trabalhos dessa região, 33 foram desenvolvidos em São Paulo, sendo 14 ligados a Unesp. O destaque da região Sul são os 12 trabalhos do Paraná, seguido do Rio Grande do Sul com 9. O Nordeste traz uma prevalência de trabalhos vinculados ao estado da Bahia, 11, seguido pela Paraíba, 4, e por Pernambuco e Sergipe, ambos com 3 trabalhos. Os menores índices se dão nas regiões Norte e Centro-oeste, ambas com 2 trabalhos cada.

De forma similar, após catalogação de todas as referências utilizadas nos trabalhos, passamos a contagem dos autores que mais se destacam como suporte teórico para as produções desenvolvidas. Considerando a multiplicidade de abordagens nos trabalhos, agrupamos esses elementos em 5 categorias: Resolução de Problemas, Educação Matemática, Educação, manuais/livros didáticos de matemática e metodologia. Com relação às obras/publicações sobre Resolução de Problemas, temos o seguinte panorama:

Quadro 21: Principais obras/publicações utilizadas sobre Resolução de Problemas.

Nº	Obra/publicação	Freq.
1	ONUCHIC, L. Ensino Aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectiva. São Paulo: Ed. UNESP, 1999. p. 199-218.	32
2	POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, Interciência. 1986.	32
3	ONUCHIC, L R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs). **Educação Matemática - pesquisa em movimento**. 2.ed. São Paulo: Cortez, 2005. p.213-231.	22
4	DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas**. São Paulo: Ática, 1989.	16

5	VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Trad. de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009	15
6	ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução De Problemas - Uma nova possibilidade para o trabalho em sala de aula In: Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul, 7., 2006, Águas de Lindóia. **Anais** do VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul. Águas de Lindóia: PUC/SP, 2006.	10
7	ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de Problemas**: teoria e prática. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.	9
8	ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEM,** Rio de Janeiro, ano 31, n. 55, p. 133-154, jul/dez 2009.	8
9	SCHROEDER, T.L., LESTER Jr., F.K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving, TRAFTON, P.R., SHULTE, A.P. (Ed.) **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, p.31-42, 1989. (Yearbook).	7
10	KRULIK, S.; REYS, R. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.	6
11	NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS - NCTM. **Principles and standard for school mathematics.** Reston, VA, 2000.	6
12	SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.	6

As duas principais obras utilizadas nos 88 trabalhos que abordam o viés *através/via* da Resolução de Problemas são a clássica obra de Georgy Polya (1986) e o artigo de Lourdes Onuchic (1999). Como já destacamos, essa obra de Polya é considerada essencial para os pesquisadores dessa tendência, sendo considerado o pai da Resolução de Problemas pelos Educadores Matemáticos. Seguindo-se a essas obras temos um artigo de Onuchic e Allevato (2005), a obra de Dante (1989) e o livro de Van de Walle (2009). É importante destacar que Dante e Onuchic são os principais expoentes brasileiros da pesquisa em Resolução de Problemas, sendo o primeiro com um olhar mais direcionado ao uso dessa tendência no viés *para*, com foco no processo e na classificação dos problemas.

A maior parte dos trabalhos produzidos pelo GTERP faz uso de referenciais do NCTM, entidade americana que possui uma grande influência no desenvolvimento e consolidação dessa temática. Vinculado a essa entidade temos as obras de número 5, 9, 10 e 11. As produções do GTERP são tomadas por diferentes pesquisadores desse tema, correspondendo a 5 das 12 principais referências utilizadas. Ademais, considerando o total de 366 publicações/obras utilizadas, incluindo repetições, as duas principais pesquisadoras do GTERP (ONUCHIC, L. R. e ALLEVATO, N. S. G), acumulam um total de 108 referências; chegando a 119 se considerarmos outros pesquisadores que se vinculam a esse grupo.

Em relação às produções sobre Educação Matemática em contexto geral, excluindo as publicações específicas sobre Resolução de Problemas, temos o seguinte cenário:

Quadro 22: Principais obras/publicações utilizadas – Educação Matemática.

Nº	Obra/publicação	Freq.
1	BRASIL. Ministério da Educação – Secretária de Educação Fundamental – PCN - **Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática).** - 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental. Brasília, MEC, 1998.	27
2	BRASIL. Ministério da Educação – Secretária de Educação Fundamental – PCN - **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática – 1º e 2º ciclos. Brasília: MEC, 1997.	16
3	BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretária de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1999.	11
4	BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, MEC/SEB, 2006.	6
5	VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das Matemáticas.** Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 03, p. 155-192.	3
6	BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Programa Gestão de Aprendizagem Escolar Gestar II – Matemática. Brasília: MEC, 2006.	3

É notório um grande destaque do uso dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, dos anos iniciais ao Ensino Médio e das Orientações Curriculares para o ensino de Matemática. Esses documentos são balizadores da grade curricular nacional e, além de orientações didáticas para o trabalho com conteúdos diversos, discute estratégias que visam promover uma aprendizagem com compreensão e facilitar as atividades docentes, a exemplo da proposta de utilização da Resolução de Problemas. Além disso, a teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud tem se destacado em investigações que abordam essa metodologia, sendo ainda mais forte nas comunicações com o viés **Para**. O material do Programa Gestar também tem se destacado por focar na exploração de situações-problema baseados em contextos reais, promovendo o desenvolvimento de atividades com itens contextualizados em diversas situações do dia a dia, principalmente no contexto da alimentação e saúde; enfatizando a importância do trabalho com a metodologia em discussão.

Como apoio às pesquisas, principalmente considerando um suporte teórico aos processos de aprendizagem, temos em 1º a obra de Vygotsky, que soma um total de 12 referências. Paulo Freire aparece em 2º lugar, com sua clássica obra Pedagogia da Autonomia; considerando outras obras, ele totaliza 12 citações. A 3ª obra mais utilizada trata sobre a aprendizagem da docência, com ênfase nos conhecimentos específicos docentes e nas práticas pedagógicas, de Mizukami (2006).

Quadro 23: Principais obras/publicações utilizadas – Educação.

Nº	Obra/publicação	Freq.
1	VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 3. ed. Tradução José C. Neto, Luis S. M. Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 1989.	10
2	FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.	4
3	MIZUKAMI, M. das G. N. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.). **A formação do professor que ensina matemática:** perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 213-231.	3

Os manuais de matemática e livros didáticos são poucos expressivos nas referências, de um total de 26 elementos, sendo 19 itens distintos, 5 são mais usuais.

Quadro 24: Principais obras/publicações – livros didáticos/manuais de matemática.

Nº	Obra/publicação	Freq.
1	MORGADO, A. C. et al. **Análise Combinatória e Probabilidade.** Rio de Janeiro: SBM, 1991.	3
2	BARROSO, J. M. **Projeto Araribá:** Matemática – ensino fundamental. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2007.	3
3	CARAÇA, B. J. - **Conceitos Fundamentais da Matemática.** 2ª Edição. Lisboa: Gradiva Publicações Ltda., 1998. 295 p.	2
4	DANTE, L. R. **Tudo é matemática**. São Paulo: Ática,2005.	2
5	EVES, H. **Introdução a história da matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.	2

Essas obras são utilizadas, principalmente, como suporte aos conteúdos matemáticos trabalhados em diferentes investigações no Ensino Médio,: livro de Morgado (1) e Dante (4); no Ensino Fundamental, Barroso (2); no entendimento de diferentes conceitos matemáticos a serem trabalhados em sala de aula, Caraça (3) e como suporte aos conhecimentos relativos a diferentes episódios da História da Matemática, sobre diferentes tópicos curriculares, Eves (5).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo de nossa investigação, buscamos identificar como se deu a inserção da Resolução de Problemas como campo acadêmico e profissional nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs), considerando as 12 edições realizadas entre 1987 e 2016. Olhando os rastros do passado, é possível fazermos uma história, uma narrativa que se constrói a partir do interesse do pesquisador sobre determinados temas. Nesse sentido, a Resolução de Problemas foi o fio condutor da história delineada, perpassando as três vertentes consideradas: o ***sobre***, o ***para*** e o ***através/via***, com ênfase na última proposta, considerada como uma metodologia.

Por entre arquivos virtuais e físicos, com leituras e contato com diferentes autores, pessoas e trabalhos, nossa investigação foi se desenvolvendo. Portanto, considerando nossas indagações, como mapas que nos levam a um determinado caminho, tomando os anais e cadernos de resumos das diferentes edições dos ENEMs como documentos que nos orientaram nesse processo de busca, questionamos *Como se deu a inserção da Resolução de Problemas como campo investigativo nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs)?E quais as caraterísticas das produções apresentadas ao longo das 12 edições dos ENEMs (1987 – 2016) acerca da temática Resolução de Problemas?* Essas perguntas, que possuem uma amplitude de respostas, pelo nosso delineamento de trabalho, se constituem como um fazer que se iniciou desde a 1ª edição do evento, contando com a existência de um grupo de pesquisa que já se interessava por essa temática, a partir de diferentes personagens que se configuram e se configuraram, como pesquisadores de relevância ímpar para o campo da Educação Matemática, alguns já falecidos.

Assim, para o primeiro questionamento, observamos que o grupo constituído a partir de Maria do Carmo Santos Domite, que teve contato com a Resolução de Problemas durante o seu curso de mestrado nos Estados Unidos, influenciou pesquisadores nacionais nessa temática, os quais passaram a desenvolver trabalhos e aprofundar estudos com essa abordagem. Estudiosos desse grupo, mesmo com variações em sua composição, considerando a saída e inserção de novos integrantes,

passaram a inspirar novos investigadores e o tema foi ganhando espaço. Ademais, o contato com a literatura internacional, principalmente a inglesa, bem como o fato de muitos pesquisadores brasileiros realizarem estudos de pós-graduação em outros países, considerando uma ênfase de trabalhos com essa abordagem pelos americanos e a participação de professores brasileiros em congressos internacionais, proporcionou uma maior divulgação dessa tendência no cenário nacional.

No III ENEM, ocorre a apresentação do 1º trabalho que se vincula às pesquisas orientadas pela coordenadora do GTERP, Lourdes de la Rosa Onuchic, pesquisadora que se caracteriza, de acordo com a rede de investigadores, autores mais citados e de grupos de pesquisa, como a principal expoente da Resolução de Problemas no Brasil. Assim, com a criação do GTERP em 1992, ano do IV ENEM, Onuchic e seus colaboradores, orientandos de mestrado e doutorado, passam a influenciar na produção de trabalhos nessa temática, com ênfase em elaborações que abordam a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino.

Além disso, são notórias, nas edições iniciais, produções vinculadas ao programa de mestrado em Psicologia Cognitiva da UFPE, do grupo Fundão no Rio de Janeiro e da utilização do livro **Didática da Resolução de Problemas** de Luis Roberto Dante, obra de 1989 que ainda hoje é tomada como uma das referências para produções na área. Destacamos que o movimento de produção com o uso da Resolução de Problemas teve um declínio na década de 90, conforme apontado por Justulin (2016), ocorrendo uma redução no número de trabalhos, devido à multiplicidade de temáticas desenvolvidas na Educação Matemática.

Daí, pesquisadores que trabalhavam com essa tendência passaram a desenvolver outros tipos de investigações. Essa baixa produção se reflete nas edições iniciais, pois as comunicações com a utilização da Resolução de Problemas até o V ENEM (1995) não ultrapassavam 7 trabalhos. Após 1998, mesmo com oscilações no quantitativo de trabalhos, ocorreu um aumento dessa abordagem. Específico ao viés *através/via*, até o IX ENEM, em 2007, o número de trabalhos por edições não excedia 3 comunicações, perfazendo um total de 13 itens para as 9 edições do evento. Esse número passa a ser superior a 18 produções por edição nos três últimos encontros (X, XI e XII).

Quanto à segunda questão: "*quais as caraterísticas das produções apresentadas ao longo das 12 edições dos ENEMs (1987 – 2016) acerca da temática Resolução de*

Problemas?”, destacamos que as comunicações com o viés de uma metodologia de ensino, de forma geral, ocorrem na Educação Básica e se dão através de intervenções pedagógicas ou de oficinas. Essas intervenções frequentemente são ações desenvolvidas para pesquisas de pós-graduação ou um trabalho exploratório, visando uma experiência com essa proposta, como ocorre com várias comunicações que relatam a aplicação de uma questão em sala de aula a partir dessa metodologia, sendo executadas em breves intervalos de tempo.

Ou seja, em um contexto geral, poucos trabalhos possuem uma intervenção duradoura em sala de aula, caracterizando-se como ações pontuais, executadas por alunos que fazem parte de programas institucionais, como o PIBID, estudantes de pós-graduação ou cursistas de programas de extensão ou formação continuada sobre essa metodologia. Ademais, ações no Ensino Superior possuem um maior número de produções em relação ao trabalho com docentes em processo de formação continuada. Nesse contexto, almeja-se que o trabalho com alunos em processo de formação inicial, licenciandos, possa contribuir para ações mais efetivas com o uso da Resolução de Problemas no processo de ensino e aprendizagem da matemática, mesmo que essas atividades, nessa etapa formativa, também ocorram de forma pontual.

Verificou-se uma diversidade de temas abordados com o uso da proposta metodológica, bem como um expressivo número de produções vinculadas à região Sudeste (45%) em relação às outras regiões (Sul, 26%; Nordeste, 25%; Centro-oeste e Norte com 2% cada). Esse destaque da região Sudeste se dá, principalmente, a partir dos trabalhos vinculados a Unesp de Rio Claro, sob a orientação da professora Lourdes Onuchic, que além de formar novos pesquisadores na área, contribui para uma disseminação do tema pelo país (a maior parte de seus orientandos passam a trabalhar com o tema e constituem novos grupos, dando continuidade aos seus trabalhos; como apontado na rede, com os pesquisadores ANDRADE, S. e ALLEVATO, N. S. G.

A centralidade dessa pesquisadora fica evidenciada também através da rede de relações de seu grupo de pesquisa com outros grupos e na rede de instituições, na qual a Unesp mantém ligações com várias outras instituições de ensino, assumindo uma posição central, mediada por pesquisadores que são orientados e passam a produzir em parceria com Onuchic.

Os minicursos, atividades práticas que visam uma ação mais participativa dos cursistas, na abordagem metodológica, se agrupam em 3 categorias. A primeira, *alunos, problemas e suas caraterísticas*, que contempla 8 trabalhos, possui uma preocupação mais efetiva no trabalho com a Resolução de Problemas em sala de aula, destacando os diferentes tipos de problemas e a análise de acertos e erros no processo de resolver problemas. A segunda, *teorias sobre a Resolução de Problemas*, 4 itens, agrupa pesquisas com diferentes perspectivas de abordagens para a Resolução de Problemas como uma teoria. Já a última, também com 4 trabalhos, *Resolução de Problemas e o processo de ensino e aprendizagem*, traz as propostas que destacam um olhar mais abrangente para o processo de ensino e aprendizagem a partir da Resolução de Problemas em sala de aula.

De forma geral, mesmo com o aumento de pesquisas de mestrado e doutorado com o uso da Resolução de Problemas, nota-se um baixo impacto dessas produções junto aos trabalhos dos ENEMs. As produções apresentadas, em sua grande maioria, se caracterizam como ações pontuais desenvolvidas, uma experiência vivenciada por um grupo ou por um pesquisador, principalmente no desenvolvimento de pesquisas vinculadas a programas de pós-graduação. Nesse contexto, os trabalhos com viés metodológico, o *através/via*, se mostram incipientes, como se estivessem em uma fase embrionária, em oposição aos avanços de pesquisas na área e a maturidade dessa teoria, que se faz presente na Educação Matemática, de forma mais explícita, desde a década de 1980. Prevalece, ainda, uma ênfase em produções que visam identificar estratégias utilizadas por alunos no trabalho com diversos problemas, principalmente no campo aditivo e multiplicativo, forte no viés *para*.

Esse fato se reflete em problemas como o baixo desempenho dos alunos nas avaliações em larga escala, por exemplo, pois, se de um lado pesquisas apontam a contribuição dessa metodologia de ensino para um processo de ensino e aprendizagem com compreensão dos conceitos matemáticos, de outro temos a utilização esporádica em ações pontuais dessa metodologia de ensino, que mesmo sendo conhecida pela maioria dos professores e, possuindo uma ampla quantidade de pesquisas, livros e artigos com discussões teóricas e práticas, não se fazem presentes no contexto de ensino e aprendizagem das nossas salas de aula da educação Básica.

Ademais, como destacado por Santos-Trigo (2019), o avanço da Resolução de Problemas deve contemplar o trabalho dos matemáticos, com ênfase no processo de resolução de problemas diversos, os conhecimentos advindos das pesquisas desenvolvidas na Educação Matemática e o uso de recursos tecnológicos como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem da matemática. Assim, em sua concepção, um ambiente de trabalho baseado na resolução de problemas precisa inserir as tecnologias digitais como um elemento essencial na exploração de diferentes tarefas matemáticas. (SANTOS-TRIGO, 2019).

Nesse contexto, consoante ao exposto por Amado, Carreira e Jones (2018), a resolução de problemas continua sendo um dos focos mais importantes para a educação, de forma geral, e para a matemática em particular. Esse destaque ocorre, principalmente, a partir da utilização dessa perspectiva na principal avaliação em larga escala do mundo, o PISA, que vem explorando diferentes facetas da resolução de problemas, como a interdisciplinaridade, habilidades criativas e trabalho colaborativo em suas avaliações.

Indo além do exposto, buscar compreender nuances da Resolução de Problemas em todos os seus vieses, focando no *para* e *sobre*, realizando análises em redes sociais, bem como aprofundar o estudo aqui delineado, considerando as produções advindas do XIII ENEM, 2019, e realizar uma triangulação desses dados com a produção brasileira de dissertações e teses nessa temática são caminhos a serem percorridos, seja por nós em trabalhos futuros ou por outras pessoas que queiram se aprofundar/dar continuidade a nossa pesquisa, percorrendo rastros, criando e contando histórias, traçando narrativas por entre os caminhos da História da Educação Matemática Brasileira.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de problemas? *In*: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática. 1. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 35-52.

AMADO, N.; CARREIRA, S.; JONES, K. Broadening Research on Mathematical Problem-Solving: an Introduction. In: AMADO, N.; CARREIRA, S.; JONES, K. (eds.). **Broadening the scope of research on mathematical problem solving**: a focus on technology, creativity and affect (Research in Mathematics Education), Springer International Publishing, 2018, pp. 1-14.

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. 1998. Dissertação de mestrado. Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP). Rio Claro /RC, 1998.

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas no cotidiano da sala de aula. *In*: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Orgs.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 355-395.

BERTONI, N. E. História da SBEM Sociedade Brasileira de Educação Matemática. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife-PE. **Anais [**...]. Recife, 2004.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa olhada para além dos seus procedimentos. *In*: BICUDO, M. A. V (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011. p. 11-28.

BLOCH, M. **Apologia da História ou O ofício de Historiador**. Rio de Janeiro: Zahar, 2002.

BÖCK, B. S. **A tecnologia na abordagem CTS**: uma análise comparativa em dois periódicos internacionais de estudos de C&T e brasileiros na área de ensino. Tese de doutorado. Ensino. Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2018.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. Fundamentos da investigação qualitativa em educação: uma introdução. *In*: BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e métodos. Porto, Portugal: Porto Editora, pp. 13-18, 1994.

BOYER, C.B. *História da Matemática*. São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. **Orientações Curriculares do Ensino Médio**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, SEB/Departamento de Políticas de Ensino Médio, 2006.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília: Secretaria do Ensino Médio, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROWNELL, W. The progressive nature of learning in mathematics. 1944. *In*: **Mathematics teacher**. 100 Years of Mathematics Teacher. NCTM – National Council of Teachers of Mathematics. Reston, Vol.100, Special Issue. p. 26-35, 1944.

CAI, J. Commentary on problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics: a representational discussion. In: SRIRAMAN, B.; ENGLISH, L. (Eds.). **Theories of mathematics education**: seeking new frontiers. Berlin/Heidelberg: Springer, 2010. p. 251-258. (Advances in mathematics education).

CAI, J.; LESTER, F. Por que o Ensino com Resolução de Problemas é Importante para a Aprendizagem do Aluno? *In*: **Boletim GEPEM**. Trad. Bastos, A. S. A. M. e Allevato, N. S. G., Rio de Janeiro, n. 60, 2012, p. 241-254.

CAMPOS, T. M. M. C. Apresentação. *In*: I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, São Paulo - SP. **Anais** [...]. São Paulo, 1988.

CAMPOS, T. M. M. C. História da SBEM. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife-PE. **Anais [**...]. Recife, 2004.

CHARTIER, R. **A aventura do livro:** do leitor ao navegador - conversações com Jean Lebrun. Tradução de Reginaldo Carmello Corrêa de Moraes. São Paulo: UNESP, 1998.

CHRISPINO, A. *et. al*. A área CTS no Brasil vista como rede social: onde aprendemos? **Ciência & Educação**, v. 19, p. 455-479, 2013.

D´AMBROSIO, U. Histórico. *In*: I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, São Paulo - SP. **Anais** [...]. São Paulo, pp. iii-iv, 1988.

D´AMBROSIO, U. Prefácio. *In*: BORBA, M. C; ARAUJO, J. L. (orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2017a, p. 11-22.

D´AMBROSIO, U. Prefácio. *In*: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Orgs.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017b, p. 9-12.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. Ed. Ática, São Paulo, 2003.

DANTE, L. R. **Formulação e Resolução de Problemas de matemática**: teoria e prática. Ed. Ática, São Paulo, 2010.

DINIZ, M. I. O Olhar do Formador de Professores para a Pesquisa em Resolução de Problemas no Brasil. *In*: SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, 2., 2011. Rio claro. **Anais** [...] Rio Claro: 2011. 1 CD.

DOMINGUES, H. H. Apresentação. *In*: KRULIK, S. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997, p. v-vi.

DOMITE, M. C. M. **Problematização**: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática. Tese de Doutorado. Educação. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) – Faculdade de Educação, 1993.

EASLEY, D; KLEINBERG, J. **Networks, Crowds, and Markets**: Reasoning about a Highly Connected World. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

ENGLISH, L.; LESH, R.; FENNEWALD, T. **Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development**. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – ICME, 11, Monterrey, México, 2008. *Conferência apresentada*... Monterrey, México, 2008.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, Editora da UNICAMP, 2004.

FERNANDES, G. P.; MENEZES, J. E. O movimento da educação matemática no Brasil: cinco décadas de existência. *In*: II CONGRESSO BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO, 2002, Natal. **Anais** [...]. Natal: Editora da UFRN, v. Único, 2002. Disponível em: http://sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe2/pdfs/Tema2/0204.pdf. Acessado em: 03 de mai. de 2018.

FIORENTINI, D. **Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. Tese de Doutorado. Educação. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) – Faculdade de Educação, 1994.

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C. **Tendências em Educação Matemática**. 2. ed. - Palhoça: UnisulVirtual, 2005.

FRANK, T. George Pólya and the heuristic tradition. *In*: **Revista Brasileira de História da Matemática** – an International Journal on the History of Mathematics. [S.I.] vol.4, nº 7, p. 19-36, Abril, 2004. ISSN 1519-955X. Disponível em: http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.4,%20no7,%20abril%20%282004%29/2%20-%20Tibor%20FRANK.pdf. Acesso em: 03 fev. 2018.

GARNICA, A. V. M. Sobre historiografia: fragmentos para compor um discurso. **REMATEC – Revista de Matemática, Ensino e Cultura**. Natal, n.12, p.51-65, jan.-jun., ano 8, 2013.

GAZIRE, E. S. **Perspectivas da resolução de problemas em Educação Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro/SP, 1988.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2016.

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem: símbolo e significado. *In*: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKI, L. (Orgs.). **Além da alfabetização**: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. Trad. Stela Oliveira. São Paulo: Ática, 1997. p. 257-282.

GUIMARÃES, H. M. Polya e as Capacidades Matemáticas. 2011. **Educação e Matemática**, [S.I], n.114, p. 28-36. 2011. Associação dos Professores de Matemática (APM). Disponível em: http://www.apm.pt/files/_EM114_pp2836_4e64896c05f9d.pdf. Acesso: 18 jun. 2018.

HAYASHI, C. R. M. **Presença da educação brasileira na base de dados Francis**: uma abordagem bibliométrica. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2004.

HSIA, Y. W. **Resolução de Problemas**: um estudo sobre seu processo evolutivo nos Estados Unidos, na China e no Brasil. 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

HUANCA, R. R. H. Um olhar para a sala de aula a partir da Resolução de Problemas e Modelação Matemática. *In*: I SERP - I SEMINÁRIO INTERNACIONAL EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, 2008, Rio Claro. **Anais** [...]. I SERP. Rio Claro: UNESP - Rio Claro/SP, 2008.

JUSTULIN, A. M. Um delineamento dos artigos em resolução de problemas no Brasil a partir de periódicos. **Educ. Matem. Pesq**., São Paulo, v.18, n.2, pp.871-894, 2016.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. Revista **Zetetiké,** Campinas, v. 4, n. 5, p. 99 -120, jan./jun. 1996.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. Métodos específicos das ciências sociais. *In*: LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, pp.88-95, 2016.

LEAL JUNIOR, L. C. **Tessitura sobre discursos acerca de Resolução de Problemas e seus pressupostos filosóficos em Educação Matemática**: *Cosi è, se vi pare*. 2018. 353 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2018.

LEAL JUNIOR, L. C.; MISKULIN, R. G. S. Perspectivas de Resolução de Problemas por meio de articulações entre Teoria, Prática e Conceitos sobre comunidade de pratica. *In*: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Orgs.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 305-353.

LINS, R. C. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM): de 1986 a 2004, e além. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife-PE. **Anais** [...]. Recife, 2004.

LOPES, A. J. *et al*. Resolução de Problemas: observações a partir do desempenho dos alunos. **Educação Matemática em Revista**, nº 3, segundo semestre, p. 34-40, 1994.
LUCHESE, T. A. **Modos de fazer história da educação:** pensando a operação historiográfica em temas regionais. História da Educação. Porto Alegre. v. 18, n.43, p. 145-161. maio/ago., 2014.

MALASPINA, U. V. Problem Posing: An Overview for Further Progress. In: LILJEDAHL, P.; SANTOS-TRIGO, M.; MALASPINA, U. V.; BRUDER, R. **Problem Solving in Mathematics Education**. Springer, 2016.

MELO, T. B. **CTS na Ibero-américa e ensino CTS no Brasil**: convergências e divergências numa análise da produção científica. Tese de doutorado. Ensino. Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2017.

MIGUEL, A. *et al*. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro**, n. 27, p. 70-93, set./out./nov./dez. 2004.

MORAIS, R. S. **O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma Temática da pesquisa em Educação Matemática – um inventário a partir de documentos dos ICMEs**. 2015. 44f f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2015.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R. Uma abordagem histórica da Resolução de Problemas. *In*: ONUCHIC, L. R. *et al*. **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. 1. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 17-34.

MUNIZ, N. C**. Relatos de memórias**: a trajetória de 25 anos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (1988-2013). São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Espaço Pedagógico**, v. 20, n.1, Passo Fundo, p. 88-104, jan/jun. 2013.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas. Rio Claro: UNESP, 1999. Cap. 12. p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.25, n.41, p. 71-98, dez. 2011.

ONUCHIC, L. R.; NOGUTI, F. C. H. A pesquisa científica e a pesquisa pedagógica. *In*: ONUCHIC, L. R. *et al*. **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. 1. ed. Jundiaí: Paco Editorial, p. 53-68, 2014.

PEREIRA, D. J. R. **História do movimento democrático que criou a Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM**. Tese. Campinas - São Paulo: Universidade Estadual de Campinas, 2005.

PINHEIRO, S.; VALE, I. Formulação de problemas e criatividade na aula de matemática. **Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática.** Braga: APM & CIEd da Universidade de Minho, p. 481-494, 2013.

POLYA, G. O ensino por meio de problemas. **Revista do professor de Matemática**, São Paulo, n.7. p. 11-16, Sociedade Brasileira de Matemática. 2º sem.1985.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas:** um novo aspecto do método matemático. 2ª reimp. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POLYA, G. Methodology or heuristics, strategy or tactics? **Archives de Philosophie**, 34, p. 623-629. 1971.

PONTES, L. A. F. O movimento norte-americano de reforma educacional: sinopse de sua evolução, desafios e associação com as habilidades do século 21. **Revista pesquisa e debate em educação**. V. 4, nº 1, pp. 148 – 166, 2014.

ROSAR, M. Educação e Movimentos sociais: avanços e recuos entre o século XX e o século XXI. **Educação em Revista**, Marília, v.12, n.2, 2011, p. 145-162, Jul.-Dez.

SADOVSKY, P. **O ensino de matemática hoje***:* enfoques, sentidos e desafios. 1. ed. Trad. Antonie de Padua Danesi. São Paulo: Ática, 2010.

SAMPIERI, R. H; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. **Metodologia de pesquisa**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANTOS, I. B. **Edward Lee Thorndike e a conformação de um novo padrão pedagógico para o ensino de matemática** (Estados Unidos, primeiras décadas do século XX). 2006. 283f. Tese de Doutorado. Educação. PUC – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2006.

SANTOS-TRIGO, M. La Resolución de Problemas Matemáticos: Conectando el trabajo de Polya con el desarrollo del razonamiento digital. In: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 15., 0119, Medellín, Colômbia. **Papers** [...]. Medellín: Universidad de Medellín; Universidad de Antoquia, 2019. Disponível em: http://ciaem redumate.org/conferencia/index.php/xvciaem/xv/paper/view/1085/584. Acesso em: 14 jun. 2019.

SBEM. **Anais**. I Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo: Atual, 1988a. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/enemI.pdf Acessado em: 18 de abr. de 2018.

SBEM. **Livro de Resumos**. II Encontro Nacional de Educação Matemática. Maringá: Paraná, 1988b. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/enemII.pdf Acessado em: 01 de mai. de 2018.

SCHOENFELD, A. H. Problem solving in the United States, 1970–2008: Research and theory, practice and politics. **ZDM: The International Journal on Mathematics Education**, *39*, 2007, 537–551.

SCHWARCZ, L. M. Por uma historiografia da reflexão. *In*: BLOCH, M. **Apologia da História ou O ofício de Historiador**. Rio de Janeiro: Zahar, p.7-12, 2002.

SILVA, M. A. F. B.; MELO, T. B.; BOCK, B. S.; CHRISPINO, A. A Contribuição da Construção Social da Tecnologia para a Abordagem CTS: Desafios a partir dos resultados Piearcts. **Interacções**, 34, p. 201-221, 2015.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **A sociedade**. [20-?]. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/a-sociedade Acessado em: 01 de mai. de 2018.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais do I ENEM**. 1987.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Ata da Assembleia de Fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. 1998a. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/atafundacao.pdf Acessado em: 01 de mai. de 2018.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Atividades**. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/a-sociedade/atividades. Acesso em: 05 mai. 2018.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Livro de Resumos do II ENEM**. 1988.

SOUTO, R. M. A. **Mário Tourasse Teixeira:** o homem, o educador, o matemático. 2006. 151f., Tese de doutorado. Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP, Rio Claro, 2006.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p.31-42.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. I. CHARLES & E. A. SILVER (Eds.), **The teaching and assessing of mathematical problem solving** (pp. 1-22). Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, (Traduzido em português de Portugal), 1989.

THORNDIKE, E. L. **A nova metodologia da Aritmética**. Porto Alegre: Edição da Livraria do Globo: 1936. Traduzido de: The new methods in Arithmetic.Tradução: Anadyr Coelho.

THORNDIKE, E. L. **The Principles of Teaching Based on Psychology**. New York: A. G. Seiler, 1905.

TORRES, L. H. O conceito de História e Historiografia. **Revista Biblios**. Rio Grande, n.08, p.53-59, 1996.

VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A. Ensinar matemática com resolução de problemas. **Quadrante – Revista de investigação em Educação Matemática**, Lisboa/Portugal, v. XXIV, n.2, p. 40-60, 2015.

VALENTE, W. R. Por uma história comparativa da educação matemática**. Cadernos de Pesquisa**. [online]. vol.42, n.145, pp.162-179, 2012. http://dx.doi.org/10.1590/S0100-15742012000100010. Acessado em: 03 de mai. de 2018.

VALENTE, W. R. Arquivos escolares virtuais: considerações sobre uma prática de pesquisa. **Revista Brasileira de História da Educação**, São Paulo, v. 10, n.1, p. 175 192, 2005.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática: REVEMAT,** Santa Catarina, v. 2, n.1, p. 28-49, UFSC: 2007. Disponível em: http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990/12091. Acesso em: 05 mai. 2018.

VALENTE, W. R. Oito temas sobre História da educação matemática. **REMATEC**. Revista de Matemática, Ensino e Cultura (UFRN), v. 8, p. 22-50, 2013.

REFERÊNCIAS DOS TRABALHOS

AIRES, C. N.; LAMAS, R. C. P. Uma análise da metodologia de Resolução de Problemas em sala de aula. *In*: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013. Guarapuava – PR. **Anais** [...] Guarapuava: 2013. 1 DVD.

ALLEVATO, N. S. G. Diferentes tipos de problemas no desenvolvimento de diferentes habilidades de pensamento. *In*: IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2007. Belo Horizonte. **Anais** [...] Belo Horizonte: 2007. 1 CD.

ALLEVATO, N. S. G. Resolução de problemas, software gráfico e detecção de lacunas no conhecimento da linguagem algébrica. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004. Recife. **Anais** [...] Recife: 2004. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/Index.htm Acesso: 8 jan. 2019.

ANDRADE, S. Exploração de problemas, laboratório de ensino de matemática e formação de conceitos científicos. *In*: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010. Salvador. **Anais** [...] Salvador: 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/ Acesso: 7 jan. 2019.

ANDRADE, S.; MARAFON, A. C. M.; CIANI, A. B. Ensino de funções no 1º e 2º graus. *In*: VI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 1998. São Leopoldo. **Anais** [...] São Leopoldo: 1998.

ARAÚJO, M. I. L. Atividades de Resolução de Problemas dos cadernos do programa gestar da Bahia: um recurso para um ensino mais significativo da matemática. *In*: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013. Guarapuava – PR. **Anais** [...] Guarapuava: 2013. 1 DVD.

ARAÚJO, M. I. L. Cadernos do programa gestar da Bahia: um recurso para explorar a resolução de problemas no ensino da matemática. *In*: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013. Guarapuava – PR. **Anais** [...] Guarapuava: 2013. 1 DVD.

CARVALHO, E. R. Resolução de Problemas como uma alternativa de ensino do tópico função exponencial: comparação com o ensino tradicional do mesmo tópico. *In*: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010. Salvador. **Anais** [...] Salvador: 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/ Acesso: 7 jan. 2019.

COSTA, M. S. C.; ALLEVATO, N. S. G. Construindo "nova" metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação nos anos finais do ensino fundamental através da resolução de problemas de geometria. *In*: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA, 10, 2010. Salvador. **Anais** [...] Salvador: 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/ Acesso: 7 jan. 2019.

FERREIRA, R. B. O ensino de funções através da Resolução de Problemas na educação de jovens e adultos, utilizando as tecnologias de informação e comunicação. *In*: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010. Salvador. **Anais** [...] Salvador: 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/ Acesso: 7 jan. 2019.

GUIMARÃES, B..; LAMAS, R. C. P. Resolução de problemas e o jogo divisores em linha: práticas em sala de aula. *In*: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013. Guarapuava – PR. **Anais** [...] Guarapuava: 2013. 1 DVD.

ITACARAMBI, R. R. Resolução de Problemas, primeiro ciclo do ensino fundamental, construindo uma metodologia. *In*: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013. Guarapuava – PR. **Anais** [...] Guarapuava: 2013. 1 DVD.

LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. R. Resolução de Problemas: signos, sentidos e significados. *In*: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016. São Paulo. **Anais** [...] São Paulo: 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/ Acesso: 8 jan. 2019.

LEITE, A. S.; ARAUJO, C. S. Resolução de Problemas x metodologia de ensino: como trabalhar a matemática a partir da Resolução de Problemas? *In*: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010. Salvador. **Anais** [...] Salvador: 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/ Acesso: 7 jan. 2019.

LOPES, A. J. *et al*. Resolução de Problemas. Educação Matemática para os anos 90. *In*: IV ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 1992. Blumenau - SC. **Anais** [...] Blumenau: 1992.

MARQUES, E. O. M. *et al*. Campo conceitual aditivo nos anos iniciais: uma abordagem no contexto de resolução de problemas. *In*: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016. São Paulo. **Anais** [...] São Paulo: 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/ Acesso: 8 jan. 2019.

MINATEL, M. A. D. S.; BARALDI, I. M. Ensaio primeiro – retratos de um emaranhado possível: projetos, resolução de problemas e inteligências múltiplas na matemática dos anos iniciais. *In*: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013. Guarapuava – PR. **Anais** [...] Guarapuava: 2013. 1 DVD.

NASCIMENTO, M. A.; ANDRADE, S. Ensino-aprendizagem de trigonometria: explorando e resolvendo problemas. *In*: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013. Guarapuava – PR. **Anais** [...] Guarapuava: 2013. 1 DVD.

NOGUTI, F. C. H.; ONUCHIC, L. R. A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas na transição dos Ensinos Fundamental e Médio para o Ensino Superior. *In*: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013. Guarapuava – PR. **Anais** [...] Guarapuava: 2013. 1 DVD.

ONUCHIC, L. R. A Resolução de Problemas e o trabalho de ensino–aprendizagem na construção dos números e das operações definidas sobre eles. *In*: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004. Recife. **Anais** [...] Recife: 2004. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/Index.htm Acesso: 8 jan. 2019.

ONUCHIC, L. R. Resolução de problemas - um caminho para reformas na educação matemática. *In*: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016. São Paulo. **Anais** [...] São Paulo: 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/ Acesso: 10 jan. 2019.

ONUCHIC, L. R.; BOTTA, L.; ANDRADE, S. Frações, porcentagens e relações proporcionais via Resolução de Problemas. *In*: V ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 1995. Aracaju. **Anais** [...] Aracaju: 1995.

ONUCHIC, L. R.; ROMANATTO, M. C. Os Parâmetros Curriculares Nacionais e o ensino de matemática através da Resolução de Problemas. *In*: VI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 1998. São Leopoldo. **Anais** [...] São Leopoldo: 1998.

PEREIRA, C. S.; RIBEIRO, D. J.; CAVALCANTE, J. L. Matemática ou Matemáticas? reflexões sobre o ensino integrado entre Aritmética, Álgebra e Geometria. *In*: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010. Salvador. **Anais** [...] Salvador: 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/ Acesso: 7 jan. 2019.

SANTOS, R. P. O.; FILHA, L. S. Resolução de Problema no ensino de matemática do projovem urbano em Aracaju: exame de uma experiência. *In*: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010. Salvador. **Anais** [...] Salvador: 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/ Acesso: 7 jan. 2019.

SOUZA, A. C. P.; NUNES, C. B.; ONUCHIC, L. R. A Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática em sala de aula. *In*: IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2007. Belo Horizonte. **Anais** [...] Belo Horizonte: 2007. 1 CD.