ALEXANDER CASCARDO CARNEIRO

NOVO MÉTODO J_N/J_{N+2} DE DETECÇÃO DE FASE ÓTICA BASEADO EM INTERFERÔMETROS HOMÓDINOS PASSIVOS

NITERÓI
2019

Alexander Cascardo Carneiro

NOVO MÉTODO J_N/J_{N+2} DE DETECÇÃO DE FASE ÓTICA BASEADO EM INTERFERÔMETROS HOMÓDINOS PASSIVOS

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Instrumentação e Ótica Aplicada (PPGIO) da Universidade Federal Fluminense, como requisito final para obtenção do Grau de Doutor.

Orientador: Prof. Dr. Andrés Pablo López Barbero

Co-orientador: Prof. Dr. Vinicius Nunes Henrique Silva

NITERÓI
2019

Ficha catalográfica automática - SDC/BEE
Gerada com informações fornecidas pelo autor

C289n Carneiro, Alexander Cascardo
Novo método Jn/Jn+2 de detecção de fase ótica baseado em interferômetros homódinos passivos / Alexander Cascardo Carneiro ; Andrés Pablo López Barbero, orientador ; Vinicius Nunes Henrique Silva, coorientador. Niterói, 2019.
137 f. : il.

Tese (doutorado)-Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2019.

DOI: http://dx.doi.org/10.22409/PGC.2019.d.12450547754

1. Interferometria em fibras óticas. 2. Métodos de detecção de fase ótica. 3. Interferômetros homódinos passivos. 4. Produção intelectual. I. Barbero, Andrés Pablo López, orientador. II. Silva, Vinicius Nunes Henrique, coorientador. III. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Computação. IV. Título.

CDD -

Bibliotecária responsável: Fabiana Menezes Santos da Silva - CRB7/5274

Alexander Cascardo Carneiro

NOVO MÉTODO J_N/J_{N+2} DE DETECÇÃO DE FASE ÓTICA BASEADO EM INTERFERÔMETROS HOMÓDINOS PASSIVOS

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Instrumentação e Ótica Aplicada (PPGIO) da Universidade Federal Fluminense, como requisito final para obtenção do Grau de Doutor.

Aprovado em 19 de dezembro de 2019

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Andrés Pablo López Barbero - Orientador
Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Vinicius Nunes Henrique Silva – Co-orientador
Universidade Federal Fluminense

Profa. Dra. Maria Aparecida Martinez
CEFET/RJ

Profa. Dra. Vanessa Przybylski Ribeiro Magri
Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Alexandre Bessa dos Santos
Universidade Federal de Juiz de Fora

NITERÓI
2019

Dedico este trabalho a meus familiares, amigos, aos colegas do LaCop, aos professores e todos os demais funcionários do Curso de Doutorado em Instrumentação e Ótica Aplicada, e também a você leitor.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus por ter me colocado nesse caminho;

Aos meus familiares pelo apoio incondicional;

Aos meus amigos pelo incentivo nas horas de dificuldades;

Ao meu orientador e ao meu coorientador, sempre dispostos a me auxiliar em todos os aspectos;

Aos professores, pelos ensinamentos que foram fundamentais para a minha formação;

Aos colegas do LaCop que, além do apoio, tornaram essa minha caminhada mais prazerosa;

Ao CNPq processo 305307/2015-0 e 420673/2016-4, à Faperj processo E-26/110.341/2014, ao INCT Fotonicom, ao INCT INERGE, à Eletronorte contrato nº 4500072363 e à CAPES pelos subsídios dados a este trabalho.

Também a todos que direta ou indiretamente auxiliaram na conclusão deste trabalho.

Resumo

Dentre as técnicas de interrogação de sensores óticos destacam-se as baseadas no princípio da interferometria por garantirem elevada resolução na detecção da diferença de fase ótica. Nesse aspecto, as técnicas de detecção interferométricas homódinas passivas apresentam algumas vantagens adicionais, como baixa introdução de ruído e simplicidade em sua configuração experimental. Entretanto, os métodos convencionais e os mais recentes utilizam entre três a seis componentes harmônicas para a detecção da diferença de fase ótica. Por conta disso, esses métodos tendem a se tornar mais imprecisos em ambientes cada vez mais ruidosos. Dessa forma, a presente tese propõe um novo método J_n/J_{n+2}, que utiliza apenas duas componentes harmônicas no cálculo da diferença de fase ótica. Além disso, a sua implementação numérica é simples, pois utiliza um ajuste polinomial de grau 3 para calcular a diferença de fase ótica. Como resultado, o método proposto obteve uma maior precisão em relação aos demais métodos para os casos em que a relação sinal ruído são inferiores a 23 dB. Para a verificação experimental do método, foi utilizada uma configuração baseada em um interferômetro de Mach-Zehnder desbalanceado, a qual garantiu uma faixa dinâmica para a diferença de fase ótica de 8,38 rad a 16,76 rad. É importante ressaltar que esses limites podem ser facilmente estendidos por meio de adaptações no aparato ótico e eletrônico em função das características do sinal de excitação. Deve-se observar ainda que o presente método pode ser usado em diferentes aplicações, como em sensores de pressão, vibração, deslocamento etc.

Palavras-chave: Interferometria homódina passiva. Detecção da diferença de fase ótica. Cálculo a partir de duas componentes harmônicas.

Abstract

Among the optical sensor interrogation techniques, the ones based on the interferometry principle stand out because they guarantee high resolution in the detection of the optical phase difference. In this regard, passive homodynamic interferometric detection techniques have some additional advantages, such as low noise introduction and simplicity in their experimental configuration. However, conventional and newer methods use between three and six harmonic components to detect optical phase difference. Because of this, these methods tend to become more inaccurate in increasingly noisy environments. Thus, the present thesis proposes a new J_n/J_{n+2} method, that uses only two harmonic components to calculate the optical phase difference. Moreover, its numerical implementation is simple as it uses a third order polynomial fit to calculate the optical phase difference. As a result, the proposed method obtained a higher precision than other methods for cases where the signal-to-noise ratio is less than 23 dB. For the experimental validation of the method, a configuration based on an unbalanced Mach-Zehnder interferometer was used, which resulted a dynamic range for the optical phase difference from 8.38 rad to 16.76 rad. It is important to note that these limits can be easily expanded by means of adaptations of the optical and electronic setup depending on the characteristics of the excitation signal. It should also be noticed that the present method could be used in different applications, such as pressure sensors, vibration, displacement etc.

Keywords: Passive homodyne interferometry. Optical phase difference detection. Calculation from two harmonic components.

Sumário

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO 16

1.1. Considerações iniciais 16
1.2. Interferometria em fibras óticas 17
1.3. Estado da Arte de detecção de fase por meio de Análise Espectral 20
1.4. Motivação, proposta e contribuições desta tese 21
1.5. Roteiro da tese 23
Referências Bibliográficas 25

CAPÍTULO 2 MÉTODOS DE DETECÇÃO DE FASE EM INTERFERÔMETROS HOMÓDINOS PASSIVOS 27

2.1. Princípios físicos da interferometria em fibras óticas 27
2.1.1. Técnica de interrogação de sensores óticos a partir de um interferômetro de Mach-Zehnder desbalanceado 30
2.2. Técnicas de detecção da diferença de fase ótica em interferômetros homódinos passivos 31
2.2.1. Método $J_1...J_4$ 33
2.2.2. Método $J_1...J_6$ 35
2.2.3. Método de Pernick 36
Referências Bibliográficas 38

CAPÍTULO 3 NOVO MÉTODO JN/JN+2 DE DETECÇÃO DA FASE ÓTICA EM INTERFEROMETRIA HOMÓDINA PASSIVA 39

3.1. Análise das funções de Bessel de primeira espécie e das componentes harmônicas do sinal de saída do interferômetro 39
3.1.1. Análise das componentes harmônicas do sinal de saída do interferômetro 42
3.1.2. Análise da relação H_n/H_{n+2} e o cálculo de X 50
3.2. Novo método Jn/Jn+2 de da fase ótica em interferometria homódina passiva proposto 59

CAPÍTULO 4 APARATO EXPERIMENTAL PARA VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO 70

4.1. Descrição do aparato experimental 72
4.2. Caracterização dos componentes 75
4.3. Rotinas em LabVIEW para o modelo matemático 77

CAPÍTULO 5 ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DAS SIMULAÇÕES 80

5.1. Caracterização do interferômetro de Mach-Zehnder 80
5.2. Intensidade do sinal detectado no domínio do tempo e da frequência 81
5.3. A fase do interferômetro e a amplitude de modulação de comprimento de onda 118

5.4. Comparação de performance em relação ao ruído entre as fases X_{tese} e $X_{pernick}$ 122

CAPÍTULO 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 127

6.1. Perspectivas de atividades futuras..... 128

Lista de Figuras

Figura 1.1: Esquema representativo de um interferômetro de Fabry-Perot em fibras óticas ... 18
Figura 1.2: Esquema representativo de um interferômetro de Michelson em fibras óticas 18
Figura 1.3: Esquema representativo de um interferômetro de Mach-Zehnder em fibras óticas19
Figura 3.1: Gráficos das funções de Bessel de ordem 1 até ordem 10 (de J_1 até J_{10}). 40
Figura 3.2: Gráficos das componentes harmônicas de ordem 1 até ordem 10 (de H_1 até H_{10}) obtidas através da Figura 3.1 e das equações (2.20a) e (2.20b), para $B = 1$ e $\Phi = \pi/4$. 40
Figura 3.3: Módulo das componentes harmônicas da Figura 3.2 41
Figura 3.4: Componentes harmônicas obtidas a partir da FFT aplicada sobre o sinal de saída do interferômetro 41
Figura 3.5: Componentes harmônicas pares do sinal de saída do interferômetro. 43
Figura 3.6: Componentes harmônicas ímpares do sinal de saída do interferômetro. 43
Figura 3.7: Transições (ou interseções) a partir das quais ocorre o maior valor de J_n, para os termos de ordem par. 44
Figura 3.8: Transições (ou interseções) a partir das quais ocorre o maior valor de J_n, para os termos de ordem ímpar 45
Figura 3.9: Comportamento espectral das componentes harmônicas pares, para $f = 1$ kHz e $X = 3$ rad 46
Figura 3.10: Comportamento espectral das componentes harmônicas pares, para $f = 1$ kHz e $X = 5$ rad. 47
Figura 3.11: Comportamento espectral das componentes harmônicas pares, para $f = 1$ kHz e $X = 7$ rad. 47
Figura 3.12: Comportamento espectral das componentes harmônicas ímpares, para $f = 1$ kHz e $X = 2$ rad. 48
Figura 3.13: Comportamento espectral das componentes harmônicas ímpares, para $f = 1$ kHz e $X = 4$ rad 48
Figura 3.14: Comportamento espectral das componentes harmônicas ímpares, para $f = 1$ kHz e $X = 6$ rad 49
Figura 3.15: Curva da relação J_4/J_6 (ou H_4/H_6), em que J_4 (ou H_4) é a componente de maior magnitude. 52
Figura 3.16: Curva da relação J_{16}/J_{18} (ou H_{16}/H_{18}), em que J_{16} (ou H_{16}) é a componente de maior magnitude 52

Figura 3.17: Curva da relação J_3/J_5 (ou H_3/H_5), em que J_3 (ou H_3) é a componente de maior magnitude 53
Figura 3.18: Curva da relação J_{15}/J_{17} (ou H_{15}/H_{17}), em que J_{15} (ou H_{15}) é a componente de maior magnitude 53
Figura 3.19: Curva de ajuste polinomial e curva original da relação J_4/J_6 (ou H_4/H_6), em que J_4 (ou H_4) é a componente de maior magnitude 54
Figura 3.20: Curva de ajuste polinomial e curva original da relação J_{16}/J_{18} (ou H_{16}/H_{18}), em que J_{16} (ou H_{16}) é a componente de maior magnitude 55
Figura 3.21: Curva de ajuste polinomial e curva original da relação J_3/J_5 (ou H_3/H_5), em que J_3 (ou H_3) é a componente de maior magnitude 55
Figura 3.22: Curva de ajuste polinomial e curva original da relação J_{15}/J_{17} (ou H_{15}/H_{17}), em que J_{15} (ou H_{15}) é a componente de maior magnitude 56
Figura 3.23: Diagrama esquemático completo da técnica proposta nessa tese para obtenção do valor de X 60
Figura 3.24: Gráfico do sinal de entrada do interferômetro $\Delta\varphi_{MZI}(t)$ (variação instantânea da diferença da fase ótica, dada em (2.14a)) para a Situação 1 61
Figura 3.25: Gráfico do sinal de entrada do interferômetro $\Delta\varphi_{MZI}(t)$ (variação instantânea da diferença da fase ótica, dada em (2.14a)) para a Situação 2 61
Figura 3.26: Gráfico do sinal de entrada do interferômetro $\Delta\varphi_{MZI}(t)$ (variação instantânea da diferença da fase ótica, dada em (2.14a)) para a Situação 3 62
Figura 3.27: Gráfico do sinal de saída do interferômetro $I(t)$ para a Situação 1 62
Figura 3.28: Gráfico do sinal de saída do interferômetro $I(t)$ para a Situação 2 63
Figura 3.29: Gráfico do sinal de saída do interferômetro $I(t)$ para a Situação 3 63
Figura 3.30: Gráfico do sinal de saída do interferômetro no domínio da frequência (módulo das componentes harmônicas) para a Situação 1 64
Figura 3.31: Gráfico do sinal de saída do interferômetro no domínio da frequência (módulo das componentes harmônicas) para a Situação 2 64
Figura 3.32: Gráfico do sinal de saída do interferômetro no domínio da frequência (módulo das componentes harmônicas) para a Situação 3 65
Figura 3.33: Gráfico de X e de X_{cal} para $\Phi = 0$ 66
Figura 3.34: Gráfico de X e de X_{cal} para $\Phi = \pi/4$ 66
Figura 3.35: Gráfico de X e de X_{cal} para $\Phi = \pi/2$ 67
Figura 3.36: Gráfico do erro relativo, em função de X, para $\Phi = 0$ 68

Figura 3.37: Gráfico do erro relativo, em função de X, para $\Phi = \pi/4$ 68
Figura 3.38: Gráfico do erro relativo, em função de X, para $\Phi = \pi/2$ 69
Figura 4.1: Representação esquemática do aparato utilizado para comprovação experimental do modelo matemático proposto 71
Figura 4.2: Representação esquemática do demodulador de MZI Desbalanceado, incluindo os seus componentes e os modos de polarização 72
Figura 4.3: Representação esquemática do aparato experimental completo, contendo todos os componentes e dispositivos presentes na Tabela 4.1 74
Figura 4.4: Recipiente utilizado para controle da temperatura sobre o Filtro de Fabry-Perot e seus componentes, em (a) vista externa e (b) vista interna 75
Figura 4.5: Amplitude de modulação do comprimento de onda $\Delta\boldsymbol{\lambda c}$ do Filtro de Fabry-Perot em função da amplitude da tensão elétrica cossenoidal aplicada 76
Figura 4.6: Fotografia do demodulador de MZI desbalanceado em vista superior indicando os seus componentes 77
Figura 4.7: Trecho da rotina desenvolvida em LabVIEW para detecção de X_{cal} 78
Figura 4.8: Interface do programa desenvolvido em LabVIEW 79
Figura 5.1: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 50 mVpp (0,25 nm) 83
Figura 5.2: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 60 mVpp (0,20 nm) 84
Figura 5.3: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 70 mVpp (0,35 nm) 85
Figura 5.4: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 80 mVpp (0,399 nm) 86
Figura 5.5: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 90 mVpp (0,45 nm) 87
Figura 5.6: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 100 mVpp (0,499 nm) 88

Figura 5.7: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 50 mVpp (0,25 nm) 90
Figura 5.8: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 60 mVpp (0,30 nm) 91
Figura 5.9: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 70 mVpp (0,35 nm) 91
Figura 5.10: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 80 mVpp (0,399 nm) 92
Figura 5.11: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 90 mVpp (0,45 nm) 92
Figura 5.12: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 100 mVpp (0,499 nm) 93
Figura 5.13: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 50 mVpp (0,25 nm) 93
Figura 5.14: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 60 mVpp (0,30 nm) 95
Figura 5.15: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 70 mVpp (0,35 nm) 96
Figura 5.16: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 80 mVpp (0,399 nm) 97
Figura 5.17: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 90 mVpp (0,45 nm) 98
Figura 5.18: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 100 mVpp (0,499 nm) 99
Figura 5.19: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 50 mVpp (0,25 nm) 101
Figura 5.20: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 60 mVpp (0,20 nm) 102
Figura 5.21: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 70 mVpp (0,35 nm) 103

Figura 5.22: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 80 mVpp (0,399 nm) 104
Figura 5.23: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 90 mVpp (0,45 nm) 105
Figura 5.24: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 100 mVpp (0,499 nm) 106
Figura 5.25: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 50 mVpp (0,25 nm) 108
Figura 5.26: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 60 mVpp (0,30 nm) 108
Figura 5.27: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 70 mVpp (0,35 nm) 109
Figura 5.28: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 80 mVpp (0,399 nm) 109
Figura 5.29: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 90 mVpp (0,45 nm) 110
Figura 5.30: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 100 mVpp (0,499 nm) 110
Figura 5.31: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 50 mVpp (0,25 nm) 111
Figura 5.32: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 60 mVpp (0,30 nm) 112
Figura 5.33: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 70 mVpp (0,35 nm) 113
Figura 5.34: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 80 mVpp (0,399 nm) 114
Figura 5.35: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 90 mVpp (0,45 nm) 115
Figura 5.36: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 100 mVpp (0,499 nm) 116
Figura 5.37: Gráficos das fases X_{tese} e $X_{pernick}$ em função de $\Delta\lambda_c$ para a *Configuração 1* . 118

Figura 5.38: Gráficos das fases X_{tese} e $X_{pernick}$ em função de $\Delta\lambda_c$ para a *Configuração 2* . 119
Figura 5.39: Gráficos das fases X_{tese} em função de $\Delta\lambda_c$ para a *Configuração 1* e para a *Configuração 2* 119
Figura 5.40: Gráficos teórico, obtido da equação (5.1), e experimental, obtido da função inversa $\Delta\lambda_c$ em função de X_{tese} da Figura 5.37 121
Figura 5.41: Gráficos teórico, obtido da equação (5.2), e experimental, obtido da função inversa $\Delta\lambda_c$ em função de X_{tese} da Figura 5.38 121
Figura 5.42: Erro relativo em função de X', para ambos os métodos, com SNR = 23 dB e $\varphi = 45^o$ 124
Figura 5.43: Erro relativo em função de X', para ambos os métodos, com SNR = 30 dB e $\varphi = 45^o$ 124
Figura 5.44: Erro relativo em função de X', para ambos os métodos, com SNR = 16 dB e $\varphi = 45^o$ 125
Figura 5.45: Erro relativo de ambos os métodos em função de SNR para $X' = 12$ rad e $\varphi = 45^o$ 126

Lista de Tabelas

Tabela 3.1: Componentes harmônicas pares de maior magnitude em função do intervalo de X no qual ela ocorre 45
Tabela 3.2: Componentes harmônicas ímpares de maior magnitude em função do intervalo de X no qual ela ocorre 46
Tabela 3.3: Componentes harmônicas pares de maior magnitude em função do intervalo de X no qual ela ocorre, sem o intervalo excepcional 51
Tabela 3.4: Componentes harmônicas ímpares de maior magnitude em função do intervalo de X no qual ela ocorre, sem o intervalo excepcional 51
Tabela 3.5: Tabela dos Coeficientes do polinômio de terceiro grau para diferentes valores de n (ordem da componente harmônica de maior magnitude) 57
Tabela 3.6: Parâmetros de entrada em três situações distintas 60
Tabela 4.1: Componentes e dispositivos que fazem parte do aparato experimental 73
Tabela 5.1: Parâmetros do interferômetro em duas configurações diferentes 80
Tabela 5.2: Valores para a amplitude de modulação do gerador de sinais (em mVpp) e os respectivos valores para a amplitude de modulação $\Delta\lambda_c$ (em nm), utilizados nesse experimento 82
Tabela 5.3: Valores para a fase X obtidos experimentalmente em cada caso para a *Configuração 1* 89
Tabela 5.4: Valores para a fase X obtidos experimentalmente em cada caso para a *Configuração 1* 90
Tabela 5.5: Valores para a fase X obtidos experimentalmente em cada caso para a *Configuração 2* 107
Tabela 5.6: Valores para a fase X obtidos experimentalmente em cada caso para a *Configuração 2* 107
Tabela 5.7: Valores de X_{tese} obtidos experimentalmente para as duas configurações 117
Tabela 5.8: Erro relativo do modelo matemático proposto na tese devido ao ajuste polinomial de grau 3 considerando a faixa de X entre 8,4 a 16,7 rad 123

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. Considerações iniciais

Sensores em fibras óticas possuem diversas vantagens em relação aos sensores eletrônicos e óticos convencionais, como baixa perda por propagação (devido à baixa atenuação das fibras óticas), imunidade a interferências eletromagnéticas, capacidade de multiplexação, elevada precisão e sensibilidade, baixo custo de fabricação e pequenas dimensões [1]. Além disso, os sensores em fibras óticas são uma excelente alternativa em aplicações que demandem elevada precisão, sensibilidade e larga faixa dinâmica de operação.

Em aplicações envolvendo a detecção de ondas acústicas, vibração e pressão, é comum a utilização de alguma configuração baseada em interferômetros em fibras óticas, como, por exemplo, para a exploração de petróleo e gás [2], para a detecção de vazamento de tubulações [3], no monitoramento da saúde estrutural [4], na determinação da difusividade de gases [5], e para a medição de pressão arterial [6]. O sensor a fibra ótica pode ser um dos braços do interferômetro [7], ou então um elemento externo, como uma rede de Bragg (FBG – *Fiber Bragg Gratting*) [8].

Existe uma vasta gama de técnicas de detecção da fase para interferômetros em fibras óticas disponíveis na literatura. A diferença básica entre essas técnicas de detecção está na forma como elas tratam o desvanecimento do sinal. Nesse contexto, podemos destacar os métodos de detecção baseados em interferometria homódina passiva, os quais obtêm o valor da diferença de fase ótica por meio de equações que anulam a influência do desvanecimento do sinal.

É importante observar que os métodos de detecção homódinos passivos são baseados na análise espectral, uma vez que a diferença de fase ótica é obtida por meio de equações envolvendo as componentes harmônicas do sinal de saída. Alguns dos métodos clássicos de detecção homódina passiva são o método $J_1...J_4$ [9], o método $J_1...J_6$ [10] e o método de Pernick [11].

Recentemente, uma adaptação do método de Pernick, nomeada como método de Pernick n-comutado (n-CPM – *n-commuted Pernick method*), foi proposta para ser utilizada na caracterização de atuadores piezoelétricos flextensionais [12]. O método n-CPM possui elevada faixa dinâmica de operação e calcula o valor da diferença de fase ótica através de equações que contêm três componentes harmônicas. Entretanto, a terceira componente harmônica requerida pelo método n-CPM (componente harmônica de maior ordem) introduz um ruído adicional, elevando o erro para o cálculo da diferença de fase ótica.

Dessa forma, a presente tese propõe um novo método capaz de calcular o valor da diferença de fase ótica a partir de apenas duas componentes harmônicas. O método aqui proposto possui as vantagens do método n-CPM, como não utilizar elementos ativos, aparato experimental simples, ser auto referenciável, ser imune ao desvanecimento e possuir elevada faixa dinâmica. Além disso, será demonstrado que o método proposto neste trabalho é mais preciso do que o método n-CPM para os casos em que a relação sinal ruído (SNR – *signal-to-noise ratio*) está abaixo de 23 dB.

A validação do método foi feita por meio de demonstração teórica e sua comparação com dados experimentais. Além disso, foram realizadas simulações do método proposto nesta tese e do método n-CPM para comparar e analisar as suas performances em diferentes configurações.

1.2. Interferometria em fibras óticas

Os tipos de interferômetro que podem ser implementados em fibras óticas, mais conhecidos da literatura, podem ser divididos da seguinte forma: interferômetros de duas ondas (Michelson e Mach-Zehnder); interferômetros de múltiplas ondas (Fabry-Perot); interferômetros diferenciais (Birrefringente e Polarimétrico) e interferômetros de caminho recíproco (Sagnac). É importante salientar, que o presente trabalho irá tratar apenas dos interferômetros de Fabry-Perot, Michelson e Mach-Zehnder, por serem os mais largamente encontrados na literatura.

O interferômetro de Fabry-Perot (FPI – *Fabry-Perot Interferometer*) em fibras óticas é composto por duas FBGs atuando como espelhos, separadas por uma cavidade de comprimento L, como mostra a Figura 1.1 [13].

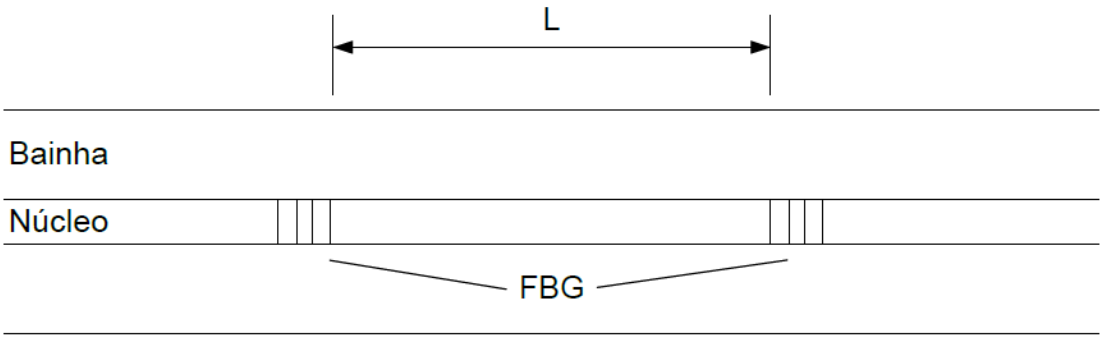


Figura 1.1: Esquema representativo de um interferômetro de Fabry-Perot em fibras óticas [13].

No FPI em fibras óticas, a luz se mantém confinada entre as duas FBGs, devido às reflexões. Com isso, a luz sofre múltiplas interferências, eliminando todos os comprimentos de onda que não interferirem construtivamente. O comprimento de onda resultante da interferência construtiva é conhecido como comprimento de onda de transmissão do FPI, que depende da distância L entre as duas FBGs. Assim, a variação da distância entre as duas FBGs, que pode ser induzida, por exemplo, por um parâmetro externo, resulta em uma alteração do comprimento de onda de transmissão do FPI. Dessa forma, uma técnica de interrogação pode ser utilizada, em seguida, para calcular o valor do mensurando a partir do comprimento de onda transmitido pelo FPI.

Outro tipo de interferômetro é o de Michelson, o qual é apresentado através de um diagrama esquemático, como mostrado na Figura 1.2 [14].

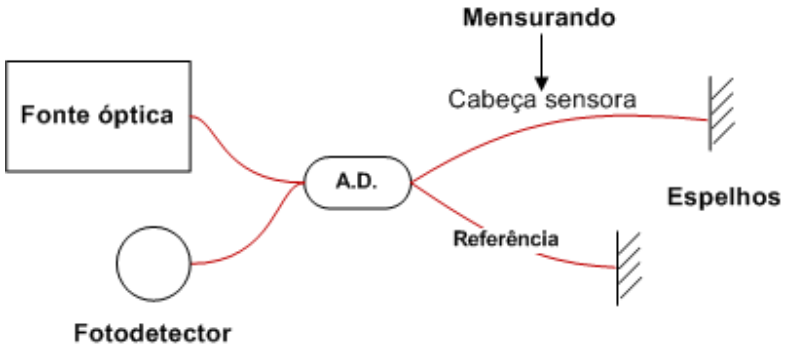


Figura 1.2: Esquema representativo de um interferômetro de Michelson em fibras óticas [14].

Através da Figura 1.2 é possível entender o princípio de funcionamento do interferômetro de Michelson. Primeiramente, o sinal de entrada proveniente de uma fonte ótica coerente é divido através de um acoplador direcional (A.D.) 2x2 entre os dois braços do

interferômetro. Um espelho encontra-se no fim de cada braço refletindo os feixes que são posteriormente recombinados no mesmo acoplador direcional. O sinal de saída, resultante da sobreposição dos feixes provenientes de cada braço, é transmitido ao fotodetector. Com isso, a amplitude do sinal de saída se torna dependente da diferença entre os comprimentos dos dois braços do interferômetro.

O interferômetro de Michelson pode ser utilizado como sensor ótico em diversas aplicações. Na configuração como sensor, um dos braços do interferômetro (cabeça sensora) é exposto ao mensurando enquanto o outro braço funciona como referência, como mostrado na Figura 1.2. Um parâmetro externo, ao alterar o comprimento de um dos braços, provoca uma variação da amplitude do sinal de saída. Logo, como o valor do mensurando está associado com a variação do comprimento do braço, é possível obtê-lo a partir da amplitude do sinal na saída do interferômetro.

A Figura 1.3 apresenta o diagrama esquemático de um interferômetro de Mach-Zehnder (MZI – *Mach-Zehnder Interferometer*) em fibras óticas. Nessa configuração, os espelhos são substituídos por outro acoplador direcional, melhorando a estabilidade do sistema [14].

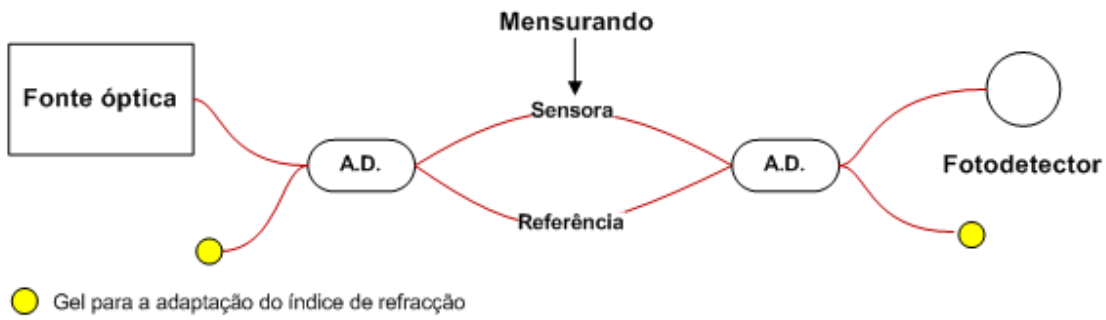


Figura 1.3: Esquema representativo de um interferômetro de Mach-Zehnder em fibras óticas [14].

A sensibilidade dos interferômetros de Michelson e Mach-Zehnder é resultante da fase relativa entre os feixes de luz dos dois braços do interferômetro. Quando os feixes sobrepostos estão em quadratura, alcança-se a maior sensibilidade. Os feixes podem ser mantidos em quadratura, através da introdução de um tensor piezoelétrico em um dos braços do interferômetro que controle o comprimento relativo entre os dois braços até obter-se a máxima sensibilidade [13].

Da mesma forma que no interferômetro de Michelson, no MZI um dos braços atua como sensor e outro funciona como referência. Com isso, é possível obter o valor do

mensurando seguindo o mesmo princípio aplicado aos interferômetros de Michelson explicado anteriormente.

1.3. Estado da Arte em Detecção de Fase por meio de Análise Espectral

A análise espectral do sinal detectado aparece pela primeira vez no trabalho de Thomas e Warren, no qual foi descrito a aparência das franjas de interferência formadas entre uma superfície reflexiva em repouso e outra sob vibração [15]. Nesse trabalho, a amplitude do movimento era determinada a partir do fenômeno de desaparecimento das franjas.

Em 1945, o método de desaparecimento de franjas foi aperfeiçoado por Smith, ficando conhecido como método J_o nulo, por utilizar a função de Bessel de ordem zero [16]. Para os experimentos, foi usado um interferômetro de Fizeau [17], contendo uma superfície refletora em repouso e uma superfície acoplada a um diafragma metálico com vibração eletromecânica senoidal.

Em 1961, foi proposto o método J_1 max, por Smith *et al.*, capaz de medir amplitudes de vibração de 7,2 a 440 nm, para a faixa de frequência de 500 a 4.000 Hz [18]. Entretanto, o método J_1 max tinha um limite superior de apenas 1,83 rad para a diferença de fase ótica, o qual ocorre para o primeiro máximo da função de Bessel J_1.

Uma das desvantagens do método de desaparecimento de franjas era as incertezas, pelo fato de a determinação do desaparecimento das franjas ser visual. Em 1962, Smith *et al.* utilizaram uma fotomultiplicadora, em conjunto com o interferômetro de Fizeau, permitindo que o nulo fosse determinado eletronicamente [19].

Um dos trabalhos pioneiros na utilização de laser foi proposto por Deferrari e Andrews, em 1966 [20]. O método J_1 foi utilizado, com um interferômetro de Michelson, para medir deslocamentos de vibração.

No ano de 1967, Deferrari *et al.* propuseram os métodos J_1/J_2 e J_1/J_3 para medir vibrações, com o uso de um interferômetro de Michelson [21]. Esses métodos são auto referenciáveis, uma vez que independem (cancelam) a influência de fatores como a potência do laser e a responsividade do fotodetector, não necessitando de uma calibração inicial.

Em 1973, Pernick demonstrou, por meio das relações de recorrência das funções de Bessel, uma equação para o cálculo da diferença de fase ótica em função das componentes de ordem n, n+2 e n+4 para qualquer n (1,2,3...) [11].

Uma nova técnica foi proposta por Kersey *et al.*, em 1982, utilizada com um interferômetro de Mach-Zehnder em fibras óticas mantenedoras de polarização [22]. Nesse trabalho, as componentes fundamentais dos dois sinais de saídas eram filtradas e combinadas, gerando um sinal que era imune às variações aleatórias de fase (desvanecimento do sinal).

Um dos primeiros trabalhos a automatizar as medições por meio de computador foi introduzido por Clarck, em 1989 [23], no qual o cálculo numérico das componentes espectrais do sinal fotodetectado era feito através da Transformada Rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*).

Ainda em 1989, Sudarshanam e Srinivasan introduziram o método $J_1...J_4$, cuja equação para a diferença de fase ótica foi desenvolvida partindo das relações de recorrência das funções de Bessel [9]. A faixa dinâmica para esse método está entre 0,1 rad e 3,83 rad, que consiste no valor da fase em que a função de Bessel J_1 se torna negativa.

Em 1993, Sudarshanam e Srinivasan propuseram um novo método para o cálculo da diferença de fase ótica, conhecido como método $J_1...J_6$, que considera as seis primeiras componentes harmônicas (H_1 até H_6) [10]. Ele está dividido no método $J_1...J_6$ (negativo), com menor valor para o mínimo deslocamento de fase detectável (MDPS – *minimum detectable phase shift*), e no método $J_1...J_6$ (positivo), o qual eleva o limite superior da faixa dinâmica.

É importante observar que os métodos clássicos de análise espectral apresentam limitação na faixa dinâmica. Para superar essa limitação, recentemente foi proposta uma adaptação do método de Pernick, denominada método de Pernick n-comutado (n-CPM) [12].

1.4. Motivação, proposta e contribuições desta tese

Os métodos de detecção homódinos passivos não possuem elementos ativos na interrogação, simplificando a elaboração de sua configuração experimental. Além disso, esses métodos não necessitam de sistemas de calibração para compensar variações aleatórias de fase (desvanecimento do sinal). Por conta disso, uma técnica baseada em interferômetros homódinos passivos é uma alternativa que simplifica o aparato experimental para a interrogação de um sensor ótico.

A proposta desta tese é desenvolver um método de detecção de fase ótica em interferômetros homódinos passivos que pode ser utilizado tanto para a interrogação de sensores interferométricos quanto para a caracterização de diversos dispositivos, tais como moduladores, cerâmicas piezoelétricas etc. Para isso, foi escolhida a configuração de um interferômetro de Mach-Zehnder desbalanceado, de forma que as variações do comprimento

de onda central do elemento representando o sensor ótico se tornassem variações na diferença de fase ótica.

Nesse tipo de configuração, a sensibilidade (ou resolução) do interferômetro pode ser elevada com o aumento da diferença entre o comprimento dos dois braços do interferômetro. É importante observar que o valor da diferença entre esses comprimentos pode ser aumentado até o limite no qual o sinal ainda seja coerente. O valor do *OPD* (*Optical Path Difference* – Diferença de Caminho Ótico) é diretamente proporcional a diferença entre os comprimentos do braço do interferômetro. Além disso, quanto maior for o valor do *OPD* maior será a sensibilidade (ou resolução) para a detecção da diferença de fase ótica, a qual está relacionada com a amplitude de modulação do comprimento de onda central do sensor ótico. Por conta disso, maiores valores para o *OPD* garantem melhores resoluções para a detecção do mensurando.

As técnicas homódinas passivas se baseiam na análise espectral das componentes harmônicas do sinal de saída, e, por isso, valores elevados para a diferença de fase ótica podem criar um problema prático: elevar o número de componentes harmônicas acima de um limite em que a sua análise espectral seja impraticável. Contudo, esse problema só pode surgir no caso de a frequência do sinal de entrada ser muito elevada. Considerando uma onda acústica, em que a frequência máxima é da ordem de 50 kHz, e supondo que o sinal de saída possua algumas centenas de componentes harmônicas, seria necessária uma taxa de amostragem da ordem de MHz, a qual é facilmente alcançada nos modelos de placas de aquisição atuais.

Entre os métodos de detecção homódinos passivos, a adaptação do Método de Pernick, ou método n-CPM, foi o único capaz de solucionar problemas envolvendo singularidades e elevar a faixa dinâmica da diferença de fase ótica para infinito. Entretanto, a presença de uma terceira componente harmônica, utilizada por esse método (n+4), pode elevar a imprecisão no cálculo da diferença de fase ótica, em ambientes cada vez mais ruidosos. De fato, a baixa magnitude da terceira componente harmônica aumenta a influência do ruído sobre o cálculo da diferença de fase ótica, elevando a imprecisão para o seu resultado.

Nesse ponto chegou-se a seguinte questão: é possível elaborar um modelo matemático que não utilize essa terceira componente harmônica para obtenção do valor da diferença de fase ótica? Em outras palavras, é possível calcular a diferença da fase ótica a partir de apenas duas componentes harmônicas?

O modelo matemático proposto neste trabalho consiste na elaboração de uma curva de ajuste para a razão entre as amplitudes de duas componentes harmônicas (n e n+2), obtidas

em um método de detecção homódino passivo. As amplitudes das componentes harmônicas são detectadas na saída do interferômetro de Mach-Zehnder desbalanceado, fazendo com o que os seus valores sejam função da diferença de fase ótica e, consequentemente, da amplitude de modulação do comprimento de onda central de um elemento representando um sensor ótico.

O método de detecção aqui proposto permitiu a interrogação de um elemento representando o sensor ótico com as mesmas vantagens do método de Pernick (método n-CPM). Além disso, pelo fato de se basear em apenas duas componentes harmônicas, o método se mostrou mais preciso em ambientes mais ruidosos, para os quais a relação sinal ruído é tipicamente menor do que 23 dB.

Dessa forma, o objetivo desta tese é apresentar um método para a obtenção da diferença de fase ótica, dentro de uma configuração interferométrica homódina passiva, a partir da qual é possível calcular o seu valor através da relação entre a magnitude de duas componentes harmônicas do sinal de saída do interferômetro.

1.5. Roteiro da tese

O Capítulo 1 apresentou os conceitos iniciais sobre o tema proposto nesta tese, além de as motivações e os objetivos. O estado da arte em métodos de detecção de fase por meio da análise espectral também foi apresentado no Capítulo 1.

O Capítulo 2 descreve os princípios físicos de interferometria em fibras óticas e os principais métodos de detecção de fase ótica em interferômetros homódinos passivos, incluindo a explicação sobre a sua utilização na interrogação de sensores óticos a partir de um interferômetro de Mach-Zehnder desbalanceado.

No Capítulo 3 é apresentado o método de detecção de fase ótica proposta nesta tese. No início do capitulo é feita uma análise profunda das funções de Bessel de primeira espécie e sua relação com a amplitude das componentes harmônicas do sinal de saída do interferômetro. Esse capítulo inclui o desenvolvimento do modelo matemático para a obtenção das equações dos harmônicos, além de demonstrar a sua utilização para a interrogação da diferença de fase ótica.

No Capítulo 4 é descrita a caracterização do aparato que foi utilizado para a validação experimental do modelo matemático proposto para a interrogação da diferença de fase ótica. Esse capítulo traz a caracterização dos componentes utilizados no aparato experimental e a apresentação das rotinas em LabVIEW para execução do modelo matemático.

O Capítulo 5 apresenta uma análise comparativa entre os resultados obtidos dos experimentos e de simulações, incluindo resultados para a intensidade do sinal no domínio do tempo e da frequência, para a diferença de fase ótica e para a amplitude de modulação de comprimento de onda. Além disso, o presente capítulo faz uma comparação de performance em relação ao ruído entre o método n-CPM e o método proposto nesta tese.

Finalmente, as conclusões e sugestões para atividades futuras são tratadas no Capítulo 6.

Referências Bibliográficas

1. B. H. LEE, Y. H. KIM, K. S. PARK, J. B. EOM, M. J. KIM, B. S. RHO, AND H. Y. CHOI, "Interferometric Fiber Optic Sensors," Sensors, vol. 12, pp. 2467–2486, 2012.

2. J. NI, C. WANG, Y. SHANG, X. ZHANG, AND Y. ZHAO, "Distributed fiber-optic acoustic sensing for petroleum geology exploration," Journal of Physics: Conference Series, vol. 1065, issue 25, pp. 1–4, 2018.

3. Q. WANG, L. HAN, X. FAN, AND J. ZHU, "Distributed fiber optic vibration sensor based on polarization fading model for gas pipeline leakage testing experiment," Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, vol. 37, no. 3, , pp. 468–476, 2017.

4. C. SBARUFATTI, A. BELIGNI, A. GILIOLI, M. FERRARIO, M. MATTAREI, M. MARTINELLI, AND M. GIGLIO, "Strain Wave Acquisition by a Fiber Optic Coherent Sensor for Impact Monitoring," Materials, vol. 10, no. 7, pp. 1–18, 2017.

5. R. YANG, Z. XU, S. ZENG, W. JING, A. TRONTZ, AND J. DONG, "A Fiber Optic Interferometric Sensor Platform for Determining Gas Diffusivity in Zeolite Films," Sensors, vol. 18, no. 14, pp. 1–18, 2018.

6. R. CORREIA, S. JAMES, S.-W. LEE, S. P. MORGAN, AND S. KORPOSH, "Biomedical application of optical fibre sensors," Journal of Optics, vol. 20, no. 7, pp. 1–25, 2018.

7. K. MIAH AND D. K. POTTER, "A Review of Hybrid Fiber-Optic Distributed Simultaneous Vibration and Temperature Sensing Technology and Its Geophysical Applications," Sensors, vol. 17, pp. 1–25, 2017.

8. X. QIAO, Z. SHAO, W. BAO, AND Q. RONG, "Fiber Bragg Grating Sensors for the Oil Industry," Sensors, vol. 17, pp. 1–34, 2017.

9. V. S. SUDARSHANAM, K. SRINIVASAN, "Linear readout of dynamic phase change in a fiber-optic homodyne interferometer," Optics Letters, vol. 14, no. 2, pp. 140–142, 1989.

10. V. S. SUDARSHANAM, R. O. CLAUS, "Generic J1...J4 method of optical phase detection," Journal of Modern Optics, vol. 40, no. 3, pp. 483–492, 1993.

11. B. J. PERNICK, "Self-consistent and direct reading laser homodyne measurement technique," Applied Optics, vol. 12, pp. 607–610, 1973.

12. J. H. GALETI, P. L. BERTON, C. KITANO, R. T. HIGUTI, R. C. CARBONARI, AND E. C. N. SILVA, "Wide dynamic range homodyne interferometry method and its application for piezoactuator displacement measurements," Applied Optics, vol. 52, no. 28, pp. 6919–6930, 2013.USA: Abbrev. of Publisher, year, ch. x, sec. x, pp. xxx–xxx.

13. YIN, S.; RUFFIN, P. B.; YU, F. T. S. "Fiber Optic Sensors", T. &. F. Group, 2a Ed. NW, USA: CRC Press, 2008.

14. KENT UNIVERSITY; SIRA, "Single Mode Optical Fibre Sensor Technology -Lecture Notes", University of Kent at Canterbury, 1985.

15. BRUCE, C. F.; MACINANTE, J. A.; KELLY, J. C. “Vibration Measurement by Interferometry”, Nature, vol. 167, no. 4248, pp. 520-521, 1951.

16. SMITH, D. H. “A method for obtaining small mechanical vibration of known amplitude”, Proceedings of the Physical Society, vol. 57, no. 6, pp. 534-542, 1945.

17. GEARY, J. “Introduction to Optical Testing”, SPIE Optical Engineering Press, vol. 15, 1993.

18. SCHMIDT, V. A.; EDELMAN, S.; SMITH, E. R; JONES, E. “Optical calibration of vibration pickups at small amplitudes”, Journal of the Acoustical Society of America, New York, vol. 33, no. 6, pp. 748-751, 1961.

19. SCHMIDT, V. A.; EDELMAN, S.; SMITH, E. R; PIERCE, E. T. “Modulated photoelastic measurement of vibration”, The Journal of the Acoustical Society of America, New York, vol. 34, no. 4, pp. 455-458, 1962.

20. DEFERRARI, H. A.; ANDREWS, F. A. “Laser interferometric technique for measuring small-order vibration displacements”, Journal of the Acoustical Society of America, New york, vol. 39, no. 5, pp. 979-980, 1966.

21. DEFERRARI, H. A.; DARBY R. A.; ANDREWS F. A. “Vibrational displacement and mode-shape measurement by a laser interferometer”, Journal of the Acoustical Society of America, New York, vol. 42, no. 5, pp. 982–990, 1967.

22. KERSEY, A. D.; JACKSON, D. A.; CORKE, M. “Passive compensation scheme suitable for use in the single-mode fibre interferometer”, Electronics Letters, London, vol. 18, no. 9, pp. 392-393, 1982.

23. CLARCK, N. H. “An interferometric method to measure oscillatory displacements, 2nm-255nm”, Metrology, London, vol. 26, pp. 127-133, 1989.

CAPÍTULO 2

MÉTODOS DE DETECÇÃO DE FASE EM INTERFERÔMETROS HOMÓDINOS PASSIVOS

O Capítulo 2, em um primeiro momento, apresenta os fundamentos de interferometria em fibras óticas, dando destaque às equações resultantes da interferometria ótica entre dois feixes. Em seguida, são demonstrados os métodos clássicos para detecção da diferença de fase ótica em interferômetros homódinos passivos, os quais estão baseados na análise espectral.

2.1. Princípios físicos da interferometria em fibras óticas

De forma geral, a interferometria está baseada na análise do padrão de interferência resultante da sobreposição de duas ou mais ondas. Nas fibras óticas, o padrão de interferência depende da diferença de fase ótica entre as ondas sobrepostas, calculada de acordo com a equação (2.1).

$$\varphi = \frac{2\pi n \Delta L}{\lambda} \tag{2.1}$$

Na equação (2.1), φ é a diferença de fase ótica entre os feixes, n é o índice de refração do meio, ΔL é a diferença de percurso geométrico entre os feixes, e λ é o comprimento de onda central da fonte de radiação. Nos casos de os interferômetros de Michelson e de Mach-Zehnder, a diferença de percurso ΔL é a própria diferença entre os comprimentos dos dois braços do interferômetro.

A diferença de fase ótica φ pode ser expressa em função da diferença de percurso ótico (OPD – *Optical Path Diference*), dada na equação (2.2).

$$OPD = n\Delta L \tag{2.2}$$

Substituindo (2.2) em (2.1), chega-se à equação (2.3).

$$\varphi = \frac{2\pi OPD}{\lambda} \tag{2.3}$$

Dessa forma, caso um parâmetro externo provoque a alteração do índice de refração *n* ou do comprimento ΔL de um dos braços do interferômetro (braço sensor), o OPD e consequentemente a diferença de fase do interferômetro será alterada.

Outro parâmetro físico importante dos interferômetros é a visibilidade ou contraste entre os sinais que se interferem na presença de um padrão de interferência, a qual pode ser calculada através da equação (2.4).

$$B = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \tag{2.4}$$

As intensidades máxima (I_{max}) e mínima (I_{min}) da equação (2.4) são dadas, respectivamente, pelas equações (2.5) e (2.6) [1].

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \tag{2.5}$$

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \tag{2.6}$$

Nas equações (2.5) e (2.6) é considerada a interferência entre dois feixes, cujas intensidades são dadas por I_1 e I_2, respectivamente.

Outra medida de um interferômetro é a coerência, que calcula a correlação entre as fases em diferentes pontos de uma onda, estando diretamente relacionada às características da fonte. A coerência pode ser dividida em dois tipos básicos: a coerência temporal, a qual mede a correlação da fase da onda luminosa em diversos pontos ao longo da direção de propagação; e a coerência espacial, que mede a correlação da fase da onda luminosa em diversos pontos ao longo da direção transversal a de propagação. Logo, a coerência temporal quantifica o quão monocromática é a fonte, enquanto a espacial quantifica o quão uniforme é a fase da frente de onda.

A equação (2.7) mostra a relação entre a coerência temporal, ou comprimento de coerência (l_c), e o tempo de coerência (T_0). Nela, c representa a velocidade da luz no meio.

$$l_c = cT_0 \tag{2.7}$$

A coerência dos feixes garante que a relação entre a fase dos feixes seja mantida, acarretando em uma maior visibilidade das franjas B. É importante ressaltar que a presença de variações aleatórias da fase entre os feixes pode provocar uma redução da visibilidade, diminuindo a relação sinal-ruído.

A coerência temporal, ou comprimento de coerência, de uma fonte ótica está relacionada com o comprimento de onda central (λ) e a largura espectral (Δλ) da fonte, que neste trabalho consiste na largura espectral do elemento representando o sensor ótico, como é mostrado na equação (2.8).

$$l_c \cong \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \tag{2.8}$$

A equação (2.8) esclarece a relação entre o comprimento de coerência l_c e a largura espectral do sensor ótico Δλ. É importante observar que l_c aumenta à medida que Δλ diminui. Em outras palavras, quanto mais monocromática for o espectro do sensor ótico (ou da fonte, em um caso geral), maior é o comprimento de coerência. Como dito anteriormente, o aumento da coerência permite uma maior visibilidade B. Dessa forma, pode-se concluir que a utilização de um sensor ótico com largura espectral mais estreita permite a construção de interferômetros cujo valor da visibilidade é ainda mais elevado.

A definição precisa do tempo de coerência pode ser feita em função do grau de coerência complexo $\gamma(t)$, como mostrado na equação (2.9a) [2]. O grau de coerência complexo $\gamma(t)$ é mostrada na equação (2.9b).

$$T_0 \cong \int_{-\infty}^{+\infty} |\gamma(t)|^2 \, dt \tag{2.9a}$$

$$|\gamma(t)| = \exp\left[-\left(\frac{\pi \, \Delta\lambda \, t}{2\ln(2)}\right)^2\right] \tag{2.9b}$$

Considerando uma fonte gaussiana (ou sensor ótico com espectro gaussiano), pode-se chegar à equação (2.10), a partir das equações (2.9a) e (2.9b):

$$T_0 \cong \sqrt{\frac{2\ln(2)}{\pi}} \, \frac{1}{\Delta\lambda} \cong \frac{0{,}664}{\Delta\lambda} \tag{2.10}$$

Antes da conclusão desse tópico é preciso considerar alguns pontos que devem ser entendidos até aqui. Em primeiro lugar, o comprimento de coerência l_c limita o comprimento do OPD do interferômetro. Considerando as relações dadas entre as equações (2.2), (2.7) e

(2.11), pode-se deduzir que a utilização de um sensor ótico de largura espectral estreita garante um valor elevado para o OPD, propiciando a construção de interferômetros com elevada diferença de fase ótica φ. Além disso, pode-se supor que variações do comprimento de onda do sinal de entrada produzam variações da diferença de fase ótica que se elevem conforme o comprimento do OPD cresce. Como o OPD determina o valor de φ é justo considerar que o aumento do OPD conduza a uma elevação da variação da diferença de fase ótica para uma dada variação de comprimento de onda. Essa afirmação é tratada na próxima seção e é o princípio de funcionamento de interrogadores baseados em interferômetros de Mach-Zehnder (MZI – *Mach-Zehnder Interferometer*) desbalanceados.

2.1.1. Técnica de interrogação de sensores óticos a partir de um interferômetro de Mach-Zehnder desbalanceado

Uma característica importante dos interferômetros é a possibilidade em se criar técnicas de interrogação auto referenciáveis. Visto que o comprimento de onda é um parâmetro absoluto, os sinais provenientes do sensor ótico podem ser processados de forma que a informação do mensurando esteja imune a flutuações do caminho ótico. Dessa forma, a informação presente no sinal de saída não depende do nível de potência total de luz, das perdas dos acopladores, nem de flutuações de potência da fonte [3].

Quando o sensor ótico transmite luz através de um interferômetro de Mach-Zehnder, a amplitude de variação da diferença de fase ótica $\Delta\varphi_{MZI}$ provocada pela magnitude do deslocamento do comprimento de onda central do sensor $\Delta\lambda_c$ é dada pela equação (2.11) [4].

$$\Delta\varphi_{MZI} = \frac{2\pi n \Delta L}{{\lambda_c}^2}\Delta\lambda_c \tag{2.11}$$

Ou, substituindo o OPD dado em (2.2), chega-se a (2.12).

$$\Delta\varphi_{MZI} = \frac{2\pi OPD}{{\lambda_c}^2}\Delta\lambda_c \tag{2.12}$$

Nas equações (2.11) e (2.12), n é o índice de refração da fibra ótica, ΔL é a diferença entre o comprimento dos dois braços do interferômetro e λ_c é o comprimento de onda central do sensor ótico (ou do espectro da fonte ótica, em caso geral).

É importante salientar que o parâmetro físico a ser medido (parâmetro externo) provoca a variação de $\Delta\lambda_c$. Isso permite, por exemplo, relacionar a amplitude da pressão acústica à magnitude do deslocamento do comprimento de onda central do sensor $\Delta\lambda_c$.

Portanto, considerando a relação entre $\Delta\varphi_{MZI}$ e $\Delta\lambda_c$ existente em (2.11) e (2.12), pode-se concluir que a amplitude de variação do parâmetro externo, como a amplitude da pressão acústica, provoca uma variação em $\Delta\varphi_{MZI}$, e portanto o parâmetro externo pode ser medido a partir de $\Delta\varphi_{MZI}$.

A intensidade do sinal de saída de um interferômetro é expressa na equação (2.13).

$$I = A + B\,cos(\Delta\varphi_{MZI} + \Phi) \tag{2.13}$$

Na equação (2.13), A e B são constantes e proporcionais à potência do sinal ótico de entrada, sendo B a visibilidade dada em (2.4), enquanto Φ representa um desvio de fase aleatório devido aos efeitos do ambiente (variações de temperatura, pressão e vibrações), que provoca o desvanecimento do sinal. Pode-se notar através de (2.13) que a variação da diferença de fase $\Delta\varphi_{MZI}$ produz uma variação da intensidade do sinal de saída I. Como destacado anteriormente, a magnitude do deslocamento do comprimento de onda central $\Delta\lambda_c$, gerada por um parâmetro externo, está relacionada com $\Delta\varphi_{MZI}$. Portanto, a variação da amplitude do parâmetro externo (ou de $\Delta\lambda_c$ ou de $\Delta\varphi_{MZI}$) provoca uma variação na intensidade do sinal de saída I.

A questão mais importante a ser levantada nesse ponto é: Como mensurar o parâmetro externo (ou $\Delta\lambda_c$ ou $\Delta\varphi_{MZI}$) a partir da intensidade do sinal de saída I? É importante observar que ao obter-se $\Delta\varphi_{MZI}$, chega-se à $\Delta\lambda_c$ e, consequentemente, obtem-se o valor do mensurando. Logo, encontrar uma forma de determinar $\Delta\varphi_{MZI}$ a partir de I é suficiente para determinar os demais parâmetros ($\Delta\lambda_c$ e o mensurando).

Existem diversas técnicas para obtenção da variação da fase ótica $\Delta\varphi_{MZI}$ a partir da intensidade do sinal de saída I, descritas na literatura. Entretanto, a presente tese tratará apenas das técnicas de detecção de $\Delta\varphi_{MZI}$ em interferômetros homódinos passivos, as quais são apresentadas na próxima seção.

2.2. Métodos para detecção da diferença de fase ótica em interferômetros homódinos passivos

Na detecção homódina, a variação instantânea da diferença de fase ótica pode ser representada por uma variação cossenoidal, como mostra a equação (2.14a). Comparando-se (2.14a) com (2.12), chega-se a equação (2.14b) para $X(t)$.

$$\Delta\varphi_{MZI}(t) = X(t) \cdot cos(\omega t) \tag{2.14a}$$

$$X(t) = \frac{2\pi OPD}{{\lambda_c}^2}\Delta\lambda_c(t) \qquad (2.14b)$$

Na equação (2.14a), $X(t)$ é a magnitude instantânea da diferença de fase ótica, ω é a frequência angular do sinal de entrada e t é o tempo. A equação (2.14b) demonstra que, quando um parâmetro externo provocar uma variação em $\Delta\lambda_c(t)$, esta produzirá uma variação em $X(t)$, que representa a amplitude instantânea de $\Delta\varphi_{MZI}(t)$. Nesse ponto é importante observar que existe uma relação entre o parâmetro externo e $\Delta\lambda_c(t)$, e entre $\Delta\lambda_c(t)$ e $X(t)$. Portanto, o parâmetro externo pode ser medido a partir de $X(t)$.

A intensidade do sinal de saída do interferômetro $I(t)$ pode ser calculada a partir da equação (2.15), a qual é resultante das equações (2.13) e (2.14a).

$$I(t) = A + B\,cos[X(t)\cdot cos(\omega t) + \Phi(t)] \qquad (2.152.14)$$

Na equação (2.15), A e B são constantes proporcionais à potência do sinal de entrada, $\Phi(t)$ representa um desvio de fase aleatório devido aos efeitos do ambiente (desvanecimento do sinal), $X(t)$ é a magnitude instantânea da diferença de fase ótica, ω é a frequência angular do sinal de entrada e t o tempo. Vale ressaltar que $X(t)$ varia em função de $\Delta\lambda_c$, resultando em uma variação da intensidade $I(t)$. Portanto, obtendo-se $X(t)$ através de $I(t)$, pode-se calcular $\Delta\lambda_c$ (e o parâmetro externo).

O primeiro passo para obtenção de uma equação para $X(t)$ é expandirmos o cosseno de (2.15) utilizando a relação $cos(a+b) = cos(a)\,cos(b) - sen(a)sen(b)$, resultando na equação (2.16). Observe que o termo $X(t)$ foi reduzido para $X(t) = X$, $\Phi(t)$ para $\Phi(t) = \Phi$ e $I(t)$ para $I(t) = I$.

$$I = A + B\{cos[X\cdot cos(\omega t)]\cos(\Phi) - sen[X\cdot cos(\omega t)]\,sen(\Phi)\} \qquad (2.16)$$

Considere as expansões em termos das funções de Bessel dadas nas equações (2.17a) e (2.17b), em que $J_n(X)$ são as funções de Bessel de primeira espécie e de ordem n.

$$cos[X\cdot cos(\omega t)] = J_0(x) + 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k J_{2k}(X)\cos(2k\omega t) \qquad (2.17a)$$

$$sen[X\cdot cos(\omega t)] = 2\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k J_{2k+1}(X)\cos((2k+1)\omega t) \qquad (2.17b)$$

Substituindo (2.17a) e (2.17b) em (2.18), chega-se à equação (2.18).

$$I = A + B\{[J_0(x) + 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k J_{2k}(X)\cos(2k\omega t)]\cos(\Phi) - \qquad (2.18)$$

$$[2\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k J_{2k+1}(X)\cos((2k+1)\omega t)]sen(\Phi)\}$$

A partir da equação (2.18), é possível separar a componente *DC* (*Direct Current* – Corrente Contínua) do sinal de saída I, das componentes harmônicas de frequência ω, como mostrado em (2.19a) e (2.19b), respectivamente.

$$DC = A + BJ_0(X) \tag{2.19a}$$

$$H = B\left\{\left[2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k J_{2k}(X)cos(2k\omega t)\right]cos(\Phi) - \left[2\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k J_{2k+1}(X)cos((2k+1)\omega t)\right]sen(\Phi)\right\} \tag{2.19b}$$

A equação (2.19b) apresenta as amplitudes das componentes harmônicas H. É importante observar que H é um vetor que contém as amplitudes de cada uma das componentes harmônicas. A partir de (2.19b) é possível dividir as componentes harmônicas em componentes de ordem par e ímpar, mostradas em (2.20a) e (2.20b), respectivamente.

$$H_n(X) = 2BJ_n(X)\,cos(\Phi), \text{ para } n \text{ par} \tag{2.20a}$$

$$H_n(X) = -2BJ_n(X)\,sen(\Phi), \text{ para } n \text{ ímpar} \tag{2.20b}$$

Nesse ponto, é importante notar que o desvio de fase aleatório Φ impacta diretamente na amplitude de cada componete harmônica, podendo inclusive anular algumas delas. Para $\Phi = 0$ (sinal em fase) apenas os harmônicos de ordem par estão presentes no sinal de saída, por outro lado, para $\Phi = \pi/2$ (sinal em quadratura) apenas os harmônicos de ordem ímpar estão presentes no sinal de saída.

As próximas seções tratam dos métodos de detecção homódinos passivos, os quais se baseiam na análise das componentes harmônicas, ou análise espectral, do sinal de saída do interferômetro I, para a determinação de X.

2.2.1. Método $J_1...J_4$

O Método $J_1...J_4$ foi proposto por Sudarshanam e Srinivasan (1989) [5] e consiste em obter o valor de X a partir das amplitudes das componentes harmônicas do sinal na saída do interferômetro. O modelo matemático é desenvolvido através da relação recorrente das funções de Bessel mostrada na equação (2.21).

$$2nJ_n(X) = X[J_{n-1}(X) + J_{n+1}(X)] \tag{2.21}$$

Na equação (2.21), $J_n(X)$ são as funções de Bessel de primeira espécie e de ordem n. Fazendo $n = n + 1$ na equação (2.21), chega-se à equação (2.22).

$$2(n+1)J_{n+1}(X) = X[J_n(X) + J_{n+2}(X)] \tag{2.22}$$

Multiplicando-se a equação (2.21) e (2.22), tem-se a equação (2.23), para $n \geq 2$.

$$X^2 = 4n(n+1)\frac{J_n(X)J_{n+1}(X)}{[J_{n-1}(X) + J_{n+1}(X)][J_n(X) + J_{n+2}(X)]} \tag{2.23}$$

O módulo da amplitude de cada componente harmônica se relaciona com as funções de Bessel como mostrados em (2.22a) e (2.22b). Dessa forma, chega-se à equação (2.24).

$$X^2 = 4n(n+1)\frac{H_n(X)H_{n+1}(X)}{(H_{n-1}(X) + H_{n+1}(X))(H_n(X) + H_{n+2}(X))} \tag{2.24}$$

Considerando $n = 2$ na equação (2.24), tem-se a equação (2.25), denominado Método J_1...J_4, através do qual o valor de X é obtido a partir da amplitude das quatro primeiras componentes harmônicas do sinal de saída do interferômetro.

$$X^2 = 24\frac{H_2(X)H_3(X)}{(H_1(X) + H_3(X))(H_2(X) + H_4(X))} \tag{2.25}$$

Assim, é possível obter o valor de X a partir das amplitudes das quatro primeiras componentes harmônicas. É importante observar que em teoria o valor de X pode ser obtido independentemente de quaisquer variáveis, isto é, independente das variações de Φ, de B ou da intensidade do sinal de entrada. Entretanto, na prática, podem ocorrer singularidades na equação (2.25). As amplitudes das componentes harmônicas de ordem ímpar são proporcionais a $sen(\Phi)$, enquanto as de ordem par são proporcionais $cos(\Phi)$. Logo, quando $\Phi = 0$, as componentes H_1 e H_3 valem zero, resultando em uma indeterminação de X. Da mesma forma, quando $\Phi = \pi/2$, as componentes H_2 e H_4 valem zero, resultando também em uma indeterminação de X. Portanto, para qualquer múltiplo de $\pi/2$ haverá singularidades, impedindo a determinação correta de X. Além disso, devido à presença do ruído, até mesmo em faixas de valores de Φ próximos às singularidades, a obtenção do valor de X pode ser impossibilitada pela drástica redução das amplitudes das componentes harmônicas (ímpares quando Φ está próximo de 0 ou π ou pares quando Φ está próximo de $\pi/2$ ou $3\pi/2$).

Além das limitações devido às singularidades, o método $J_1...J_4$ possui uma faixa dinâmica de valores de X finita, que vai até 3,83 radianos [5]. O limiar de 3,83 corresponde ao ponto em que $J_1(x)$ se torna negativo, visto que o modelo considera o módulo das amplitudes das componentes harmônicas. O limiar inferior de X, na prática, mede em torno de 0,1 radianos, pois conforme X diminui, a amplitude dos harmônicos também diminui, reduzindo a relação sinal ruído do sinal recebido.

2.2.2. Método $J_1...J_6$

O Método $J_1...J_6$ foi proposto por Sudarshanam e Claus (1993) [6] com o objetivo de ampliar a faixa dinâmica de obtenção de X. O modelo matemático também é desenvolvido através de relações recorrentes das funções de Bessel dadas em (2.21), as quais resultam nas equações (2.26a) a (2.26d).

$$4J_2(X) = X[J_1(X) + J_3(X)] \tag{2.26a}$$

$$6J_3(X) = X[J_2(X) + J_4(X)] \tag{2.26b}$$

$$8J_4(X) = X[J_3(X) + J_5(X)] \tag{2.26c}$$

$$10J_5(X) = X[J_4(X) + J_6(X)] \tag{2.26d}$$

O Método $J_1...J_6$ é dividido em duas formas: $J_1...J_6$ (negativo) e $J_1...J_6$ (positivo). Subtraindo-se a equação (2.26c) da (2.26a) e a equação (2.26d) da (2.26b), e multiplicando-se os resultados, chega-se à equação (2.27).

$$X^2 = 8\frac{[3J_3(X) - 5J_5(X)][J_2(X) - 2J_4(X)]}{[J_2(X) - J_6(X)][J_1(X) - J_5(X)]} \tag{2.27}$$

Substituindo as amplitudes dos harmônicos na equação (2.27), chega-se à equação (2.28) do método $J_1...J_6$ (negativo).

$$X^2 = 8\frac{(3H_3(X) - 5H_5(X))(H_2(X) - 2H_4(X))}{(H_2(X) - H_6(X))(H_1(X) - H_5(X))} \tag{2.28}$$

O procedimento para obter-se o método $J_1...J_6$ (positivo) consiste em somar a equação (2.26c) com a (2.26a) e a equação (2.26d) com a (2.26b), multiplicando-se em seguida esses resultados, o que resulta na equação (2.29).

$$X^2 = 240\frac{[J_3(X) + J_5(X)][J_2(X) + J_4(X)]}{[5J_2(X) + 8J_4(X) + 3J_6(X)][2J_1(X) + 3J_3(X) + J_5(X)]} \tag{2.29}$$

Substituindo as amplitudes dos harmônicos na equação (2.29), chega-se à equação (2.30) do método $J_1...J_6$ (positivo).

$$X^2 = 240\frac{(H_3(X) + H_5(X))(H_2(X) + H_4(X))}{(5H_2(X) + 8H_4(X) + 3H_6(X))(2H_1(X) + 3H_3(X) + H_5(X))} \quad (2.30)$$

De acordo com Sudarshanam e Claus (1993) [6], o limiar inferior e superior do método $J_1...J_6$ (negativo) para obtenção de X são, respectivamente, 0,05 e 3,6 radianos. Já para o método $J_1...J_6$ (positivo) esse limiar varia de 0,2 a 6,3 radianos. Dessa forma, a combinação dos dois métodos resulta em uma técnica com uma faixa dinâmica de X maior do que a do Método $J_1...J_4$. Entretanto, a presença das singularidades continua impondo limitações no Método $J_1...J_6$.

2.2.3. Método de Pernick

Assim como os métodos apresentados anteriormente, o método proposto por Pernick, conhecido como Método de Pernick [7], calcula o valor de X através das amplitudes dos harmônicos do sinal na saída do interferômetro. Matematicamente, o método baseia-se na relação apresentada na equação (2.21), substituindo-se n por $n = n + 1$ e $n = n + 2$, como mostrado nas equações (2.31a) e (2.31b).

$$2(n+1)J_{n+1}(X) = X[J_n(X) + J_{n+2}(X)] \quad (2.31a)$$

$$2(n+2)J_{n+2}(X) = X[J_{n+1}(X) + J_{n+3}(X)] \quad (2.31b)$$

A partir de manipulações algébricas das equações (2.31a) e (2.31b), chega-se à equação (2.32), para $n \geq 2$.

$$X^2 = \frac{4n(n+1)(n+2)J_{n+1}(x)}{(n+2)J_{n-1}(x) + 2(n+1)J_{n+1}(x) + nJ_{n+3}(x)} \quad (2.32)$$

Substituindo as amplitudes dos harmônicos na equação (2.32), chega-se a equação (2.33), conhecida como Método de Pernick [7].

$$X^2 = \frac{4n(n+1)(n+2)H_{n+1}(X)}{(n+2)H_{n-1}(X) + 2(n+1)H_{n+1}(X) + nH_{n+3}(X)} \quad (2.33)$$

Os harmônicos utilizados para calcular o valor de X na equação (2.33) dependem do valor de n escolhido. Para cada valor de n, existe uma faixa de X finita na qual o método

funciona eficientemente. Dessa forma, a escolha adequada de n permite que a faixa dinâmica de X seja infinita, diferentemente dos métodos anteriores nos quais essa faixa era limitada.

Além disso, através do Método de Pernick é possível solucionar o problema com as singularidades. A equação (2.33) utiliza ora os harmônicos pares, ora os ímpares, dependendo do valor escolhido para n (para n par utiliza-se os harmônicos ímpares e para n ímpar utiliza-se os harmônicos pares). Com isso, basta escolher-se um valor de n ímpar, quando Φ é igual ou próximo de 0 ou π, e um valor de n par, quando Φ é igual ou próximo de $\pi/2$ ou $3\pi/2$.

Recentemente, Galeti *et al*. (2013) [8] propuseram uma adaptação do método de Pernick, denominado *n-commuted Pernick Method* (n-CPM) para caracterização de atuadores piezoelétricos flextensionais. O método n-CPM propõem, como forma de selecionar o valor de *n*, a introdução de uma variável *k* que consiste na ordem do harmônico de maior magnitude, tal que $n = k + 1$. A partir daí, substituindo $n = k + 1$ na equação (2.33), chega-se à equação (2.34).

$$X^2 = \frac{4(k+1)(k+2)(k+3)H_{k+2}(X)}{(k+3)H_k(X) + 2(k+2)H_{k+2}(X) + (k+1)H_{k+4}(X)} \tag{2.34}$$

Isso significa que os harmônicos de interesse serão os harmônicos de ordem *k*, $k + 2$ e $k + 4$. A abordagem proposta pelo método n-CPM permite que a faixa dinâmica teórica para X seja ilimitada, além de solucionar os problemas de singularidade devido a Φ.

Apesar de as vantagens associadas ao método n-CPM, a presença de ruído pode resultar em dificuldades práticas na utilização desse modelo. A equação (2.34) apresenta um total de três componentes harmônicas. A terceira componente harmônica ($k + 4$) requerida pelo n-CPM introduz um ruído adicional, o qual eleva o erro para o cálculo de X. Como explicado anteriormente, ou todas as componentes são pares, ou todas as componentes são ímpares. Isso significa que, se o modelo utilizar, por exemplo, o quarto harmônico para calcular o valor de X, junto a ele virão também o sexto e o oitavo harmônico, de acordo com (2.34). Em geral, a última componente harmônica (o oitavo harmônico para esse exemplo) possui amplitude muito pequena quando comparada às demais componentes (o quarto e o sexto harmônico para esse exemplo). Dessa forma, na prática, a presença de ruído pode afetar rigorosamente o valor do oitavo harmônico (ou último harmônico no geral), resultando em uma imprecisão no cálculo do valor de X.

Uma forma de solucionar essa limitação prática seria criar um modelo matemático que calcule o valor desse último harmônico a partir do valor dos outros dois primeiros. Outra forma seria criar um modelo que seja capaz de obter o valor de X a partir de apenas duas

componentes harmônicas. Esse último modelo, capaz de calcular o valor de X utilizando apenas duas componentes harmônicas, é a proposta desta tese, o qual é apresentado com detalhes no Capítulo 3.

Referências Bibliográficas

1. KENT UNIVERSITY; SIRA, "Single Mode Optical Fibre Sensor Technology -Lecture Notes", University of Kent at Canterbury, 1985.

2. GOODMAN, J. W. “Statistical Optics”, John Wiley & Snns, Inc, 1985.

3. HILL, K. O.; MELTZ, G. “Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview”, J. Lightwave Technol., vol. 15, p. 1263-1276, 1997.

4. BEVERINI, N.; FALCIAI, R.; MACCIONI, E.; MORGANTI, M.; SORRENTINO, F.; TRONO, C. “Developing fiber lasers with Bragg reflectors as deep sea hydrophones”, Annals of Geophysics, vol. 40, no. 6, p. 1157-1165, 2006.

5. SUDARSHANAM, V. S.; SRINIVASAN, K. “Linear readout of dynamic phase change in a fiber-optic homodyne interferometer”, Optics Letters, vol. 14, no. 2, p. 140-142, 1989.

6. SUDARSHANAM, V.; CLAUS, R. O. “Generic J1...J4 method of optical phase detection”, Journal of Modern Optics, vol. 40, no. 3, p. 483-492, 1993.

7. PERNICK, B. J. “Self-consistent and direct reading laser homodyne measurement technique”, Applied Optics, vol. 12, p. 607-610, 1973.

8. J. H. GALETI, P. L. BERTON, C. KITANO, R. T. HIGUTI, R. C. CARBONARI, AND E. C. N. SILVA, “Wide dynamic range homodyne interferometry method and its application for piezoactuator displacement measurements,” Applied Optics, vol. 52, no. 28, pp. 6919–6930, 2013.USA: Abbrev. of Publisher, year, ch. x, sec. x, pp. xxx–xxx.

CAPÍTULO 3

NOVO MÉTODO JN/JN+2 DE DETECÇÃO DA FASE ÓTICA EM INTERFEROMETRIA HOMÓDINA PASSIVA

O presente capítulo aborda os fundamentos do novo método J_n/J_{n+2} de detecção de fase ótica proposta neste trabalho. Em primeiro lugar é feita uma análise detalhada das funções de Bessel de primeira espécie e sua relação com a amplitude das componentes harmônicas do sinal de saída do interferômetro. Em seguida, é apresentado o novo método de detecção de X a partir de um interferômetro homódinos passivo. Essa nova técnica possui as vantagens dos modelos apresentados no Capítulo 2. Entretanto, o valor de X aqui é obtido a partir de apenas duas componentes harmônicas (ao invés de pelo menos três como nos modelos anteriores).

3.1. Análise das funções de Bessel de primeira espécie e das componentes harmônicas do sinal de saída do interferômetro

As funções de Bessel de primeira espécie e de ordem n podem ser calculadas através da expansão em série de Taylor polinomial, como mostra a equação (3.1).

$$J_n(X) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!\,(m+n)!}\left(\frac{X}{2}\right)^{2m+n} \tag{3.1}$$

A Figura 3.1 mostra o gráfico contendo as funções de Bessel de ordem 1 até a ordem 10 (de J_1 até J_{10}) para X variando de 0 até 15 rad. Teoricamente, o número de termos de cada

função de Bessel é infinito, entretanto, na prática esse número precisa ser finito. No caso da Figura 3.1, foram utilizados 100 termos.

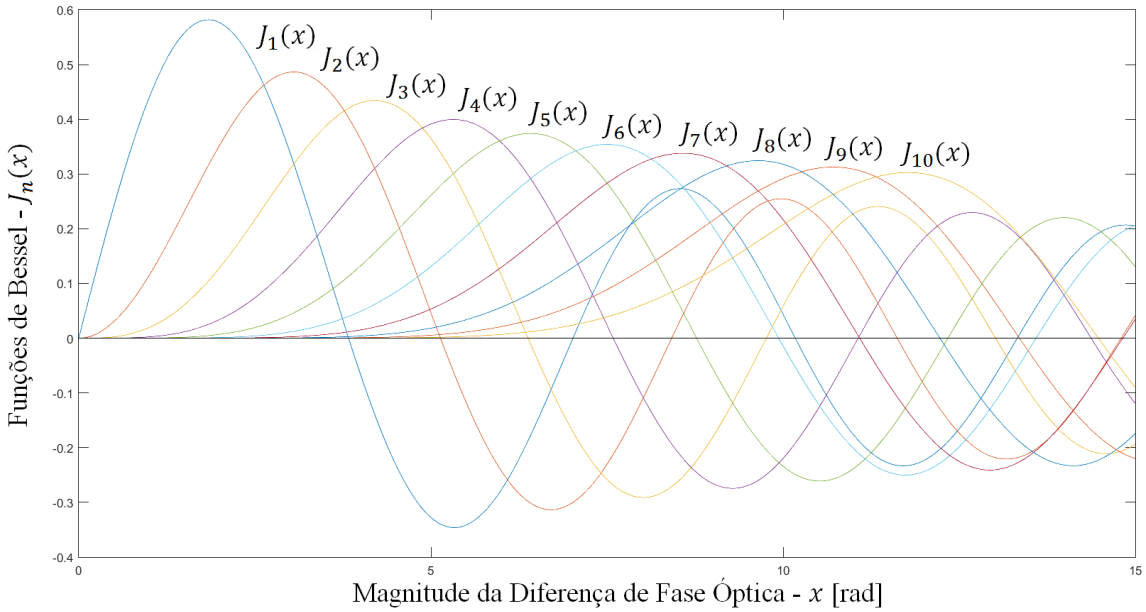


Figura 3.1: Gráficos das funções de Bessel de ordem 1 até ordem 10 (de J_1 até J_{10}).

Considerando a amplitude de cada componente harmônica calculada através de (3.10a), para n par, e (3.10b), para n ímpar, chega-se aos gráficos mostrados na Figura 3.2, para $B = 1$ e $\Phi = \pi/4$.

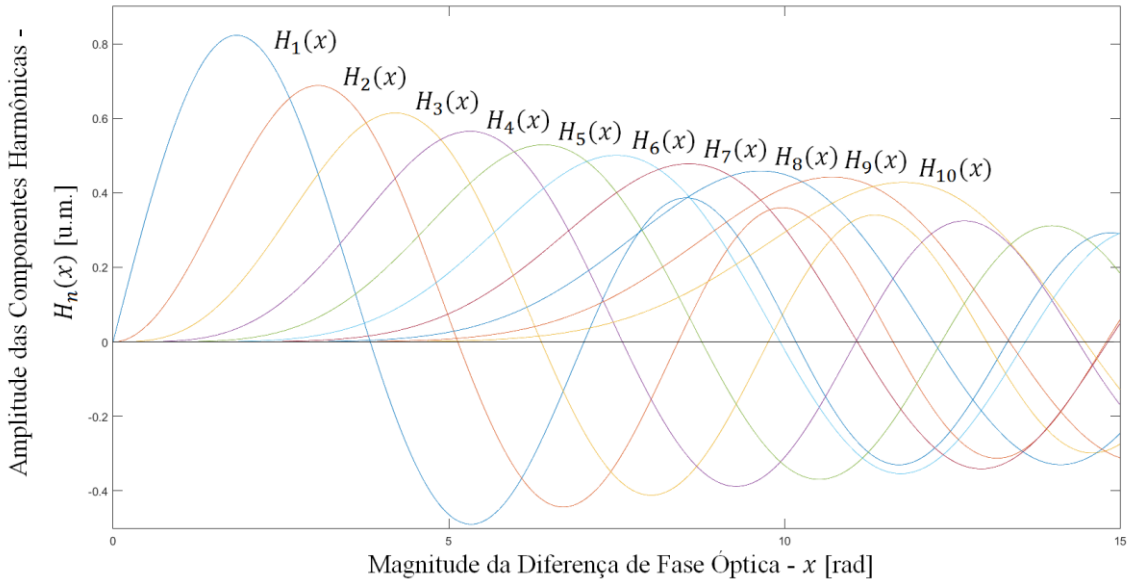


Figura 3.2: Gráficos das componentes harmônicas de ordem 1 até ordem 10 (de H_1 até H_{10}) obtidas através da Figura 3.1 e das equações (2.20a) e (2.20b), para $B = 1$ e $\Phi = \pi/4$.

Considerando agora o módulo das amplitudes das componentes harmônicas dadas na Figura 3.2, chega-se aos gráficos da Figura 3.3.

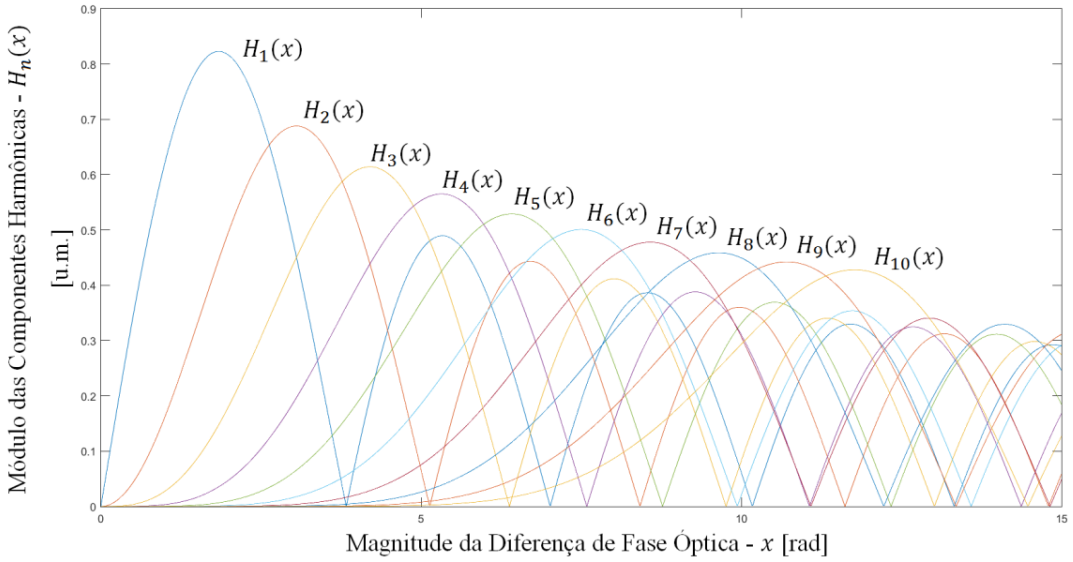


Figura 3.3: Módulo das componentes harmônicas da Figura 3.2.

Na prática, as componentes harmônicas podem ser obtidas convertendo-se o sinal de saída do interferômetro $I(t)$ para o domínio da frequência. Essa conversão pode ser realizada através de uma transformada rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*) aplicada sobre $I(t)$. A Figura 3.4 mostra o gráfico das amplitudes das dez primeiras componentes harmônicas resultantes de uma FFT aplicada sobre o sinal $I(t)$, apresentado em (3.5), para A qualquer, $B = 1$, $\Phi = \pi/4$ rad e X variando de 0 até 15 rad.

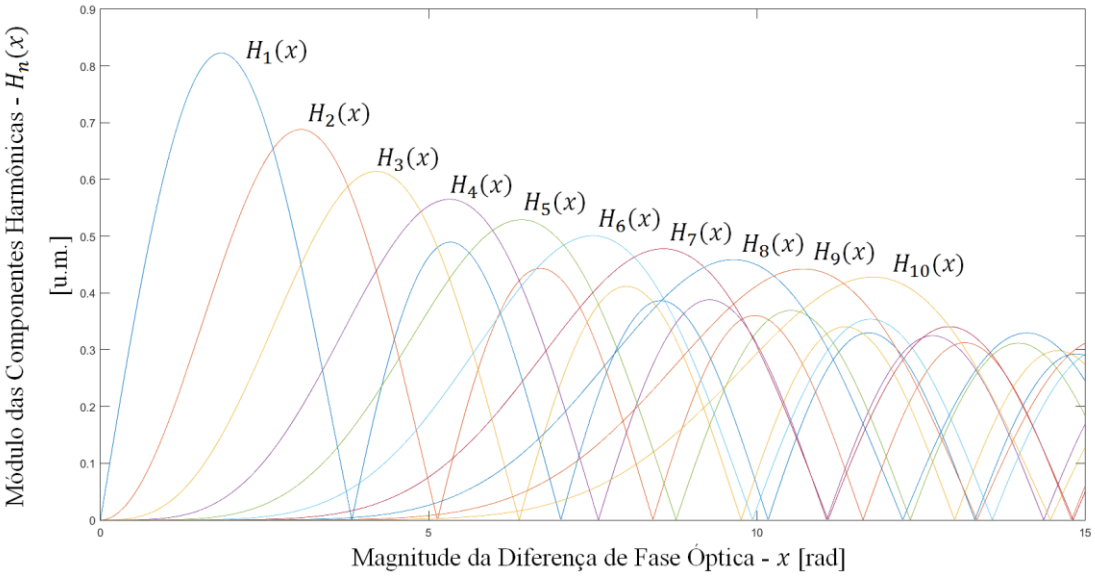


Figura 3.4: Componentes harmônicas obtidas a partir da FFT aplicada sobre o sinal de saída do interferômetro.

É importante observar que os gráficos mostrados nas Figuras 3.3 e 3.4 são idênticos. Em outras palavras, as equações das componentes harmônicas, dadas em (2.20a) e (2.20b), calculadas a partir das funções de Bessel, descrevem o comportamento da amplitude das componentes harmônica do sinal de saída do interferômetro no domínio da frequência. Essa precisão se deve principalmente ao fato de ter-se utilizado um número bastante elevado de termos para o cálculo de J_n (total de 100).

Portanto, daqui para frente, será feita a análise do comportamento das amplitudes dos harmônicos a partir do gráfico da Figura 3.3, isto é, a partir da combinação entre as equações (2.20a) e (2.20b) com as funções de Bessel dadas em (3.1). Vale ressaltar que o objetivo desse tópico é esclarecer os conceitos necessários para a compreensão da técnica proposta nesta tese, a partir da qual obtém-se X a partir de apenas duas componentes harmônicas.

3.1.1. Análise das componentes harmônicas do sinal de saída do interferômetro

O primeiro passo para a elaboração da técnica consiste em avaliar o que diferencia uma componente harmônica da outra. As equações (2.20a) e (2.20b) mostram que todas as componentes harmônicas possuem o termo $2B$. Entretanto as componentes harmônicas pares possuem o termo $\cos(\Phi)$ enquanto as ímpares o termo $sen(\Phi)$. Isso significa que, ao analisar-se apenas as componentes harmônicas pares (ou ímpares) do sinal de saída do interferômetro, o único parâmetro que distingue o valor da amplitude de uma componente harmônica da outra é o termo J_n, ou seja, a função de Bessel de ordem n. Portanto, daqui em diante, as componentes harmônicas pares serão analisadas separadamente das componentes harmônicas ímpares, tal qual sugerido pelo Método de Pernick apresentado no Capítulo 2.

Ao fazer $\Phi = 0$ rad, haverá apenas componentes harmônicas pares do sinal de saída do interferômetro. Considerando $B = 1$, chega-se às curvas das componentes harmônicas pares, mostrada na Figura 3.5.

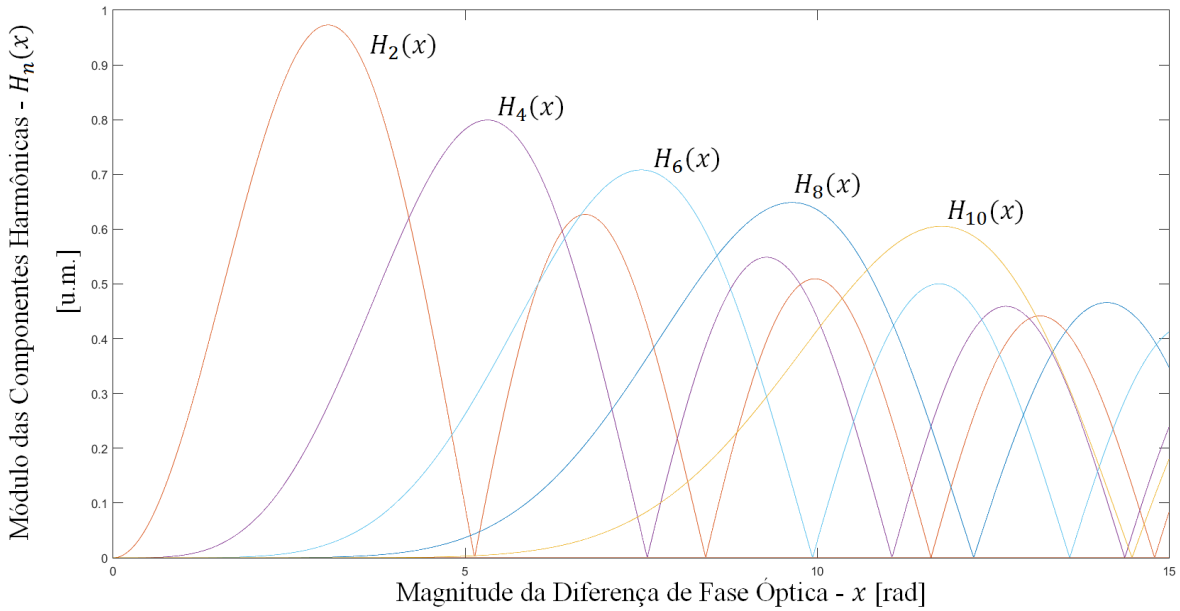


Figura 3.5: Componentes harmônicas pares do sinal de saída do interferômetro.

Por outro lado, ao fazer $\Phi = \pi/2$ rad, haverá apenas componentes harmônicas ímpares do sinal de saída do interferômetro. Considerando $B = 1$, chega-se às curvas das componentes harmônicas ímpares, mostrada na Figura 3.6.

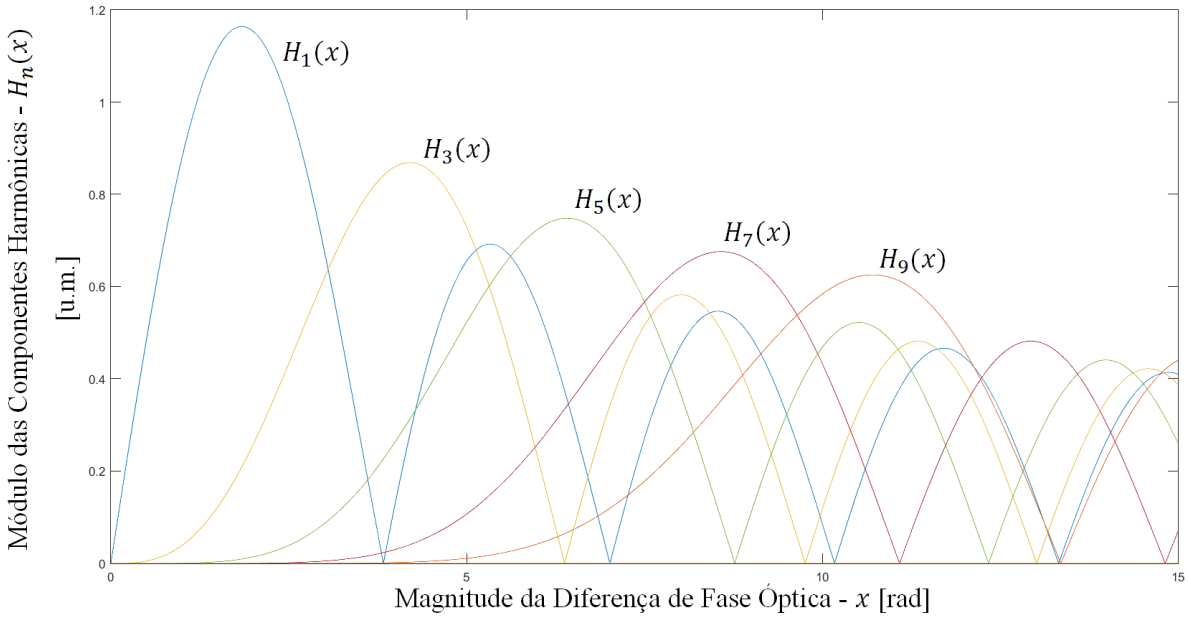


Figura 3.6: Componentes harmônicas ímpares do sinal de saída do interferômetro.

Visto que a amplitude de cada componente harmônica é dada por (2.20a), quando forem pares, e (2.20b), quando forem ímpares, observa-se que o termo que define o comportamento dessas componentes é o J_n, como explicado anteriormente. Dessa forma,

quando o valor de J_n aumenta, a magnitude do harmônico H_n também aumenta, ou quando o valor de J_n diminui, a magnitude do harmônico H_n também diminui. Uma observação ainda mais importante é: quando J_i, que representa a função de Bessel de ordem i, possuir o maior valor dentre todos os J_n, então, com certeza, a magnitude do harmônico H_i será a maior dentre todas as componentes harmônicas H_n pares (para o caso de i ser par), ou ímpares (para o caso de i ser ímpar). Essa afirmação pode ser confirmada analisando-se os gráficos de J_n dados na Figuras 3.7, para os termos de ordem par, e na Figura 3.8, para os termos de ordem ímpar. Em ambos os gráficos são destacados os pontos, e os respectivos valores de x, a partir dos quais ocorre a mudança da ordem J_n com maior valor. Observe que esses pontos, em geral, correspondem às interseções entre a curva de J_n com a curva de J_{n+2}.

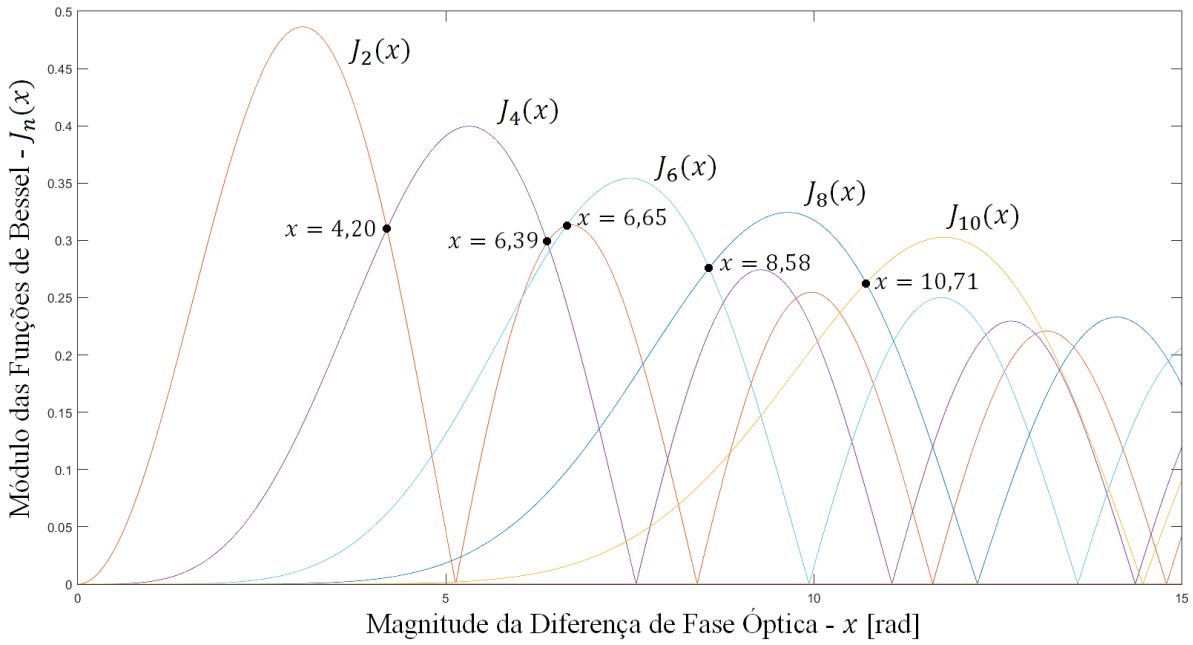


Figura 3.7: Transições (ou interseções) a partir das quais ocorre o maior valor de J_n, para os termos de ordem par.

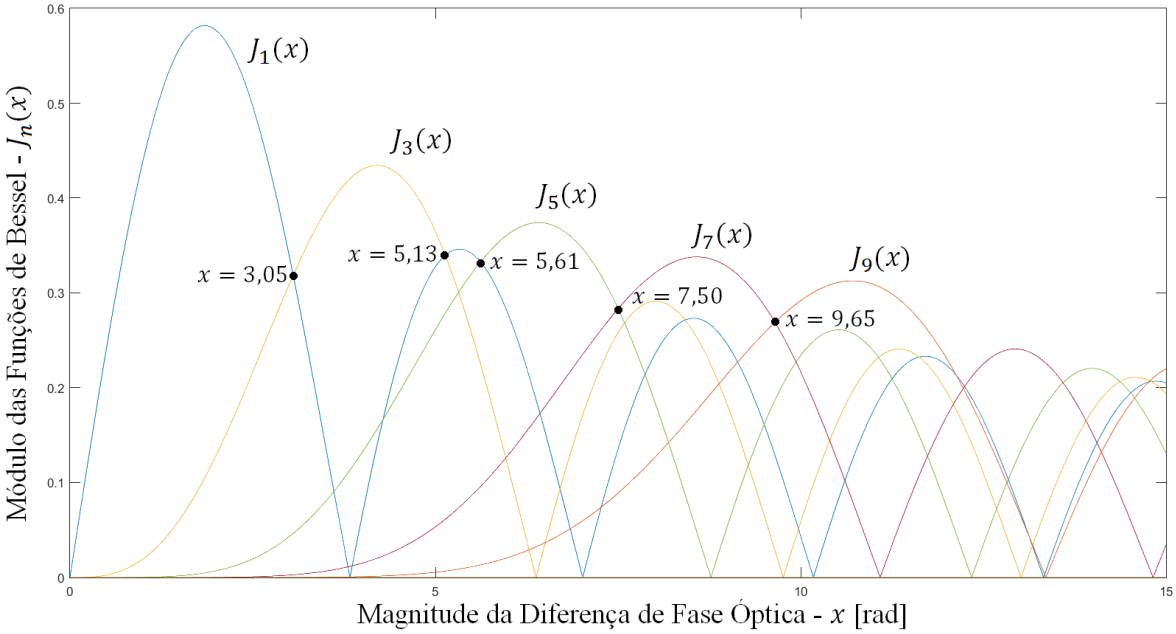


Figura 3.8: Transições (ou interseções) a partir das quais ocorre o maior valor de J_n, para os termos de ordem ímpar.

Naturalmente, encontram-se os mesmos valores para X ao analisar os pontos nos quais ocorrem a mudança da componente harmônica H_n de maior amplitude, visto que igualando-se $H_n = H_{n+2}$, chega-se ao resultado $J_n = J_{n+2}$. A Tabela 3.1 apresenta os intervalos de X no qual a respectiva componente harmônica par possui a maior magnitude, enquanto a Tabela 3.2 apresenta os intervalos de X no qual a respectiva componente harmônica ímpar possui a maior magnitude. Observa-se que existem dois intervalos de X com características peculiares: em um deles, H_2 é maior do que H_4 e H_6 (mostrado na Tabela 3.1) e no outro, H_1 é maior do que H_3 e H_5 (mostrado na Tabela 3.2). Em uma análise contendo uma quantidade maior de componentes harmônicas constatou-se que esse comportamento ocorre excepcionalmente nesses dois casos (não ocorrendo para nenhuma outra componente harmônica em qualquer outro intervalo de X).

Tabela 3.1: Componentes harmônicas pares de maior magnitude em função do intervalo de X no qual ela ocorre.

Harmônico	Intervalo de X
H_2	0 – 4,20 e 6,39 – 6,65
H_4	4,20 – 6,39
H_6	6,65 – 8,58
H_8	8,58 – 10,71

Tabela 3.2: Componentes harmônicas ímpares de maior magnitude em função do intervalo de X no qual ela ocorre.

Harmônico	Intervalo de X
H_1	0 – 3,05 e 5,13 – 5,61
H_3	3,05 – 5,13
H_5	5,61 – 7,50
H_7	7,50 – 9,65

As Figuras 3.9 a 3.14 apresentam o comportamento espectral das componentes harmônicas (no domínio da frequência), considerando a frequência da onda acústica dada por $f = 1$ kHz (em que $\omega = 2\pi f$). As Figuras 3.9, 3.10 e 3.11 apresentam o comportamento espectral das componentes harmônicas pares, para $X = 3$ rad, $X = 5$ rad, e $X = 7$ rad, respectivamente. Já as Figuras 3.12, 3.13 e 3.14 apresentam o comportamento espectral das componentes harmônicas ímpares, para $X = 2$ rad, $X = 4$ rad, e $X = 6$ rad, respectivamente. Todos os gráficos foram obtidos calculando-se a FFT do sinal de saída do interferômetro $I(t)$ (fazendo $\Phi = 0$ rad para as componentes pares e $\Phi = \pi/2$ rad para as componentes ímpares), com uma taxa de amostragem de 100 kS/s (quilo amostras por segundo) e com o comprimento do sinal amostrado igual a 10 kS (dez mil amostras).

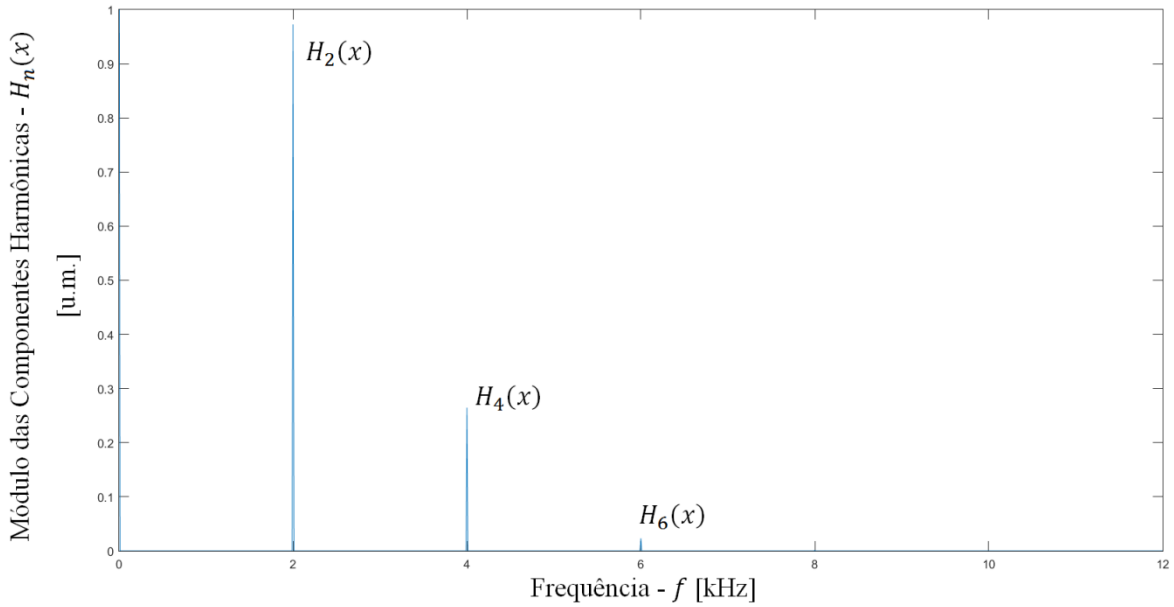


Figura 3.9: Comportamento espectral das componentes harmônicas pares, para $f = 1$ kHz e $X = 3$ rad.

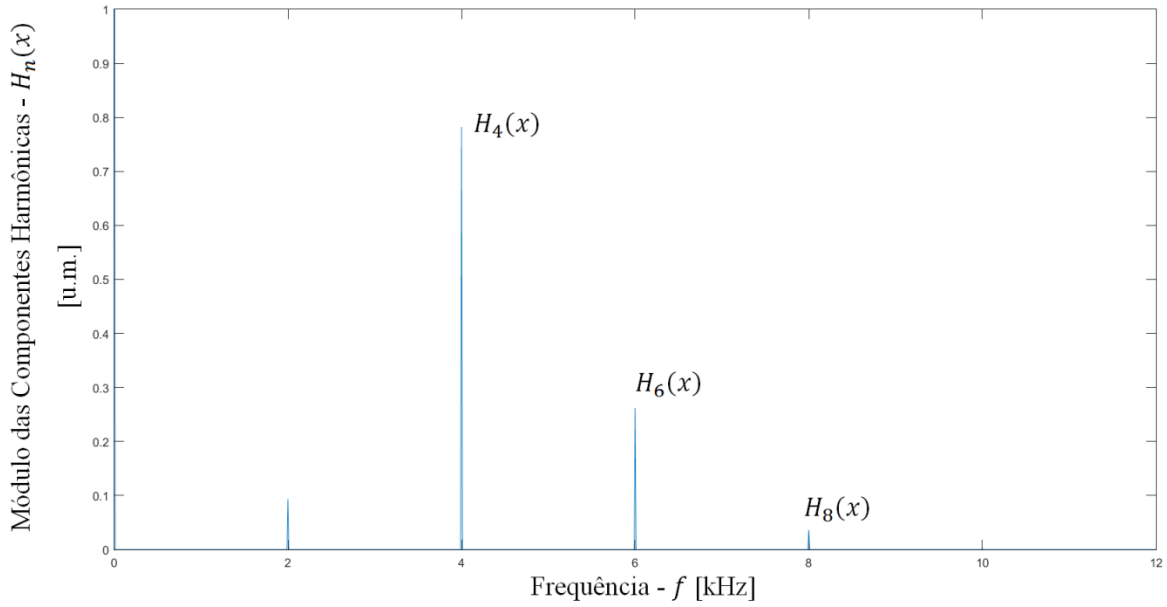


Figura 3.10: Comportamento espectral das componentes harmônicas pares, para $f = 1$ kHz e $X = 5$ rad.

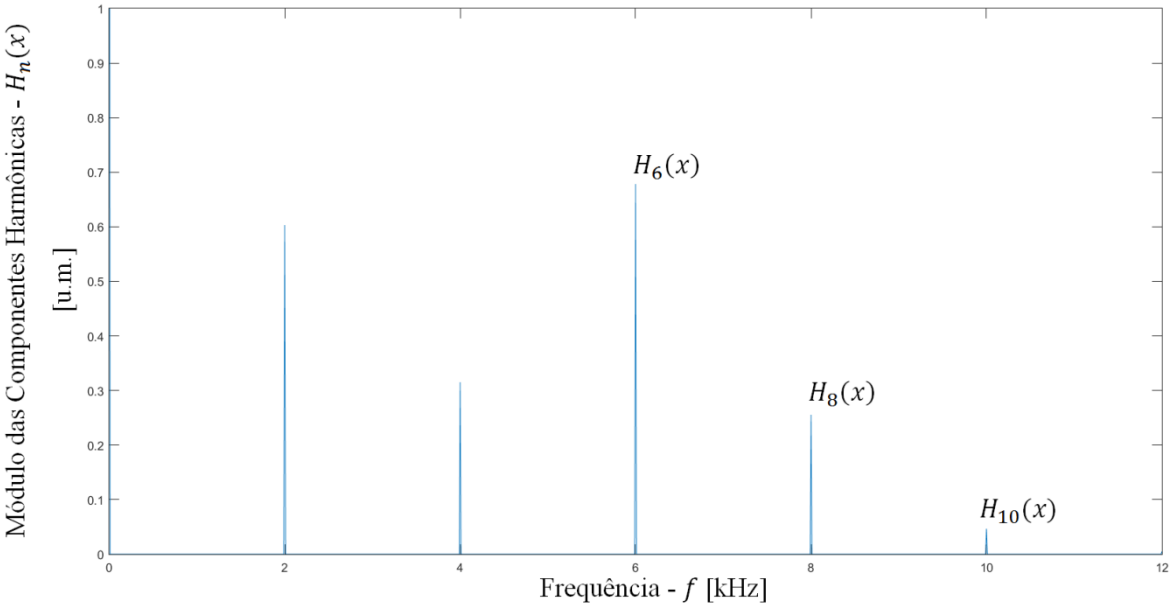


Figura 3.11: Comportamento espectral das componentes harmônicas pares, para $f = 1$ kHz e $X = 7$ rad.

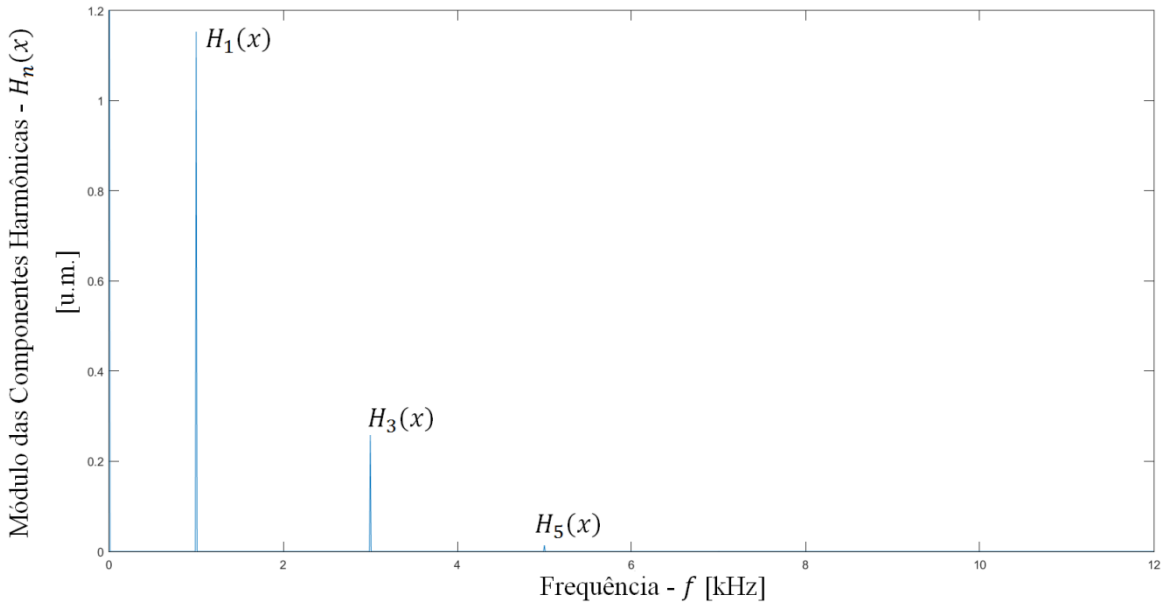


Figura 3.12: Comportamento espectral das componentes harmônicas ímpares, para $f = 1$ kHz e $X = 2$ rad.

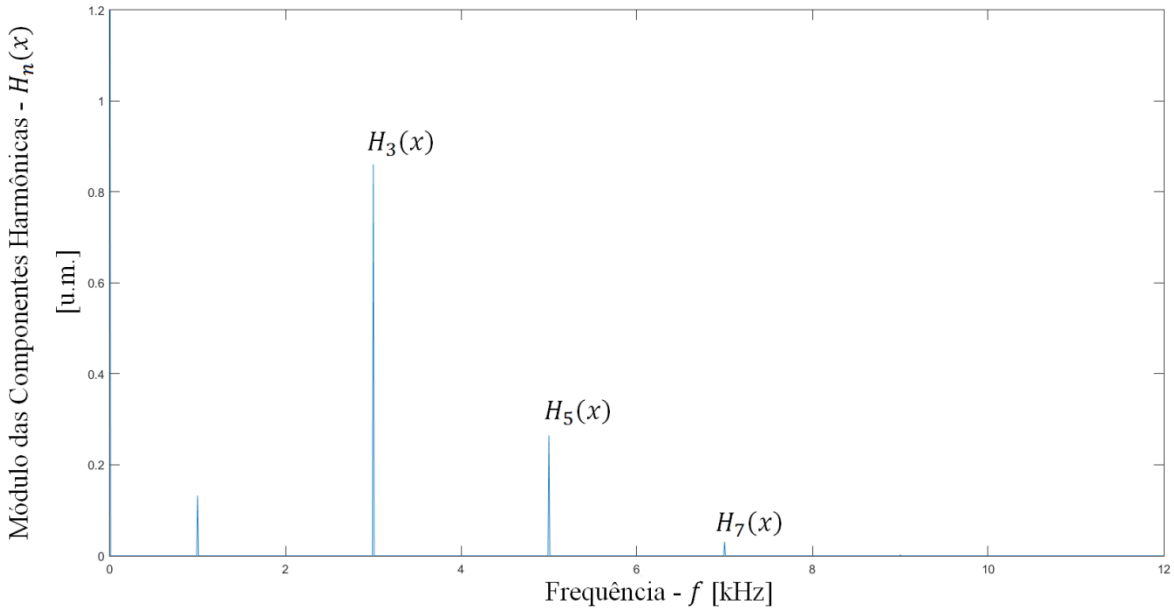


Figura 3.13: Comportamento espectral das componentes harmônicas ímpares, para $f = 1$ kHz e $X = 4$ rad.

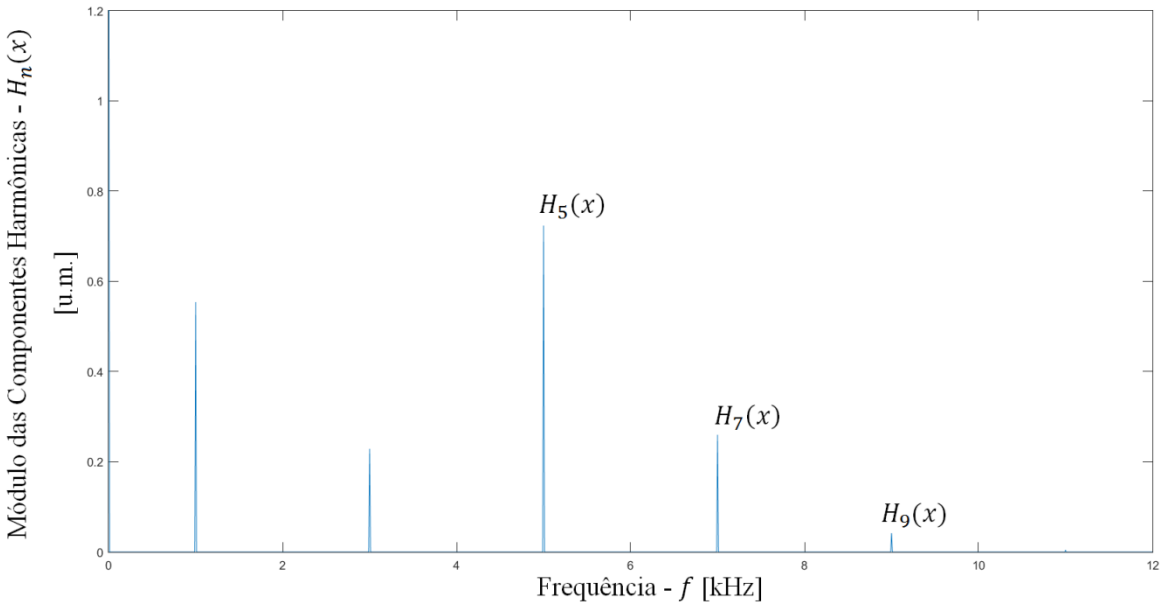


Figura 3.14: Comportamento espectral das componentes harmônicas ímpares, para $f = 1$ kHz e $X = 6$ rad.

As Figuras 3.9 a 3.14 apresentam um comportamento em comum: a partir da componente harmônica de maior magnitude, a segunda componente harmônica possui a segunda maior magnitude e a terceira componente harmônica possui a terceira maior magnitude. Por exemplo, quando a componente harmônica de maior magnitude for H_2, então, com certeza, a partir de H_2, as componentes com segunda e terceira maior magnitude serão, respectivamente, H_4 e H_6 (considerando apenas as componentes harmônicas de ordem par). Esse comportamento se repete, em geral, em todos os intervalos de X (com exceção dos intervalos de 6,39 a 6,65 e de 5,13 a 5,61, mostrados nas Tabelas 3.1 e 3.2, respectivamente). É importante observar também o quão pequena é a magnitude da terceira componente harmônica em relação à componente de maior magnitude. Essa evidência reforça o que foi explicado no Capítulo 2: na prática, devido à presença de ruído, o valor do terceiro harmônico de maior magnitude pode ser rigorosamente afetado, resultando em uma imprecisão no cálculo do valor de X, através do Método de Pernick. Uma forma de resolver esse problema no Método de Pernick seria utilizando o harmônico anterior ao de maior magnitude. Entretanto, isso só funcionaria para $n \geq 3$ e, além disso, existem intervalos de X em que a componente harmônica anterior também possui uma magnitude muito pequena, comparada à componente de maior magnitude, como mostram as Figuras 3.10 e 3.13.

Portanto, torna-se necessária a criação de um modelo matemático capaz de calcular o valor de X a partir de apenas duas componentes harmônicas de maior magnitude. A proposta deste trabalho é construir um modelo a partir da relação entre essas duas componentes

harmônicas, isto é, a partir da operação H_n/H_{n+2}, em que H_n é a componente harmônica de maior magnitude. Os conceitos e as implicações da utilização dessa operação para obtenção de X são apresentados na próxima seção e desencadeiam os fundamentos da técnica proposta nesta tese.

3.1.2. Análise da relação H_n/H_{n+2} e o cálculo de X

Ao utilizar a relação H_n/H_{n+2} tanto em (2.20a) quanto em (2.20b), chega-se à mesma solução, mostrada na equação (3.2).

$$\frac{H_n(X)}{H_{n+2}(X)} = \frac{J_n(X)}{J_{n+2}(X)} \tag{3.2}$$

Na equação (3.2), H_n representa a componente harmônica de maior magnitude e, consequentemente, J_n a função de Bessel de maior magnitude, para dado valor de X. Visto que a relação entre as componentes harmônicas podem ser obtidas através da relação entre as funções de Bessel, pode-se concluir, a partir de (3.2), que a análise do comportamento de J_n e J_{n+2} deva ser suficiente para obter o valor de X. Como J_n (ou H_n) é a componente de maior magnitude, o seu intervalo de X, em que ela ocorre, é dado pela Tabela 3.1 (para n par) e pela Tabela 3.2 (para n ímpar).

Entretanto, os intervalos excepcionais de X (de 6,39 a 6,65 e de 5,13 a 5,61, mostrados nas Tabelas 3.1 e 3.2, respectivamente) podem dificultar a elaboração de um modelo matemático para obtenção de X. Uma forma de remover a presença desses dois intervalos é utilizando as condições, recorrentes das funções de Bessel, dadas em (3.3a) e (3.3b), para as componentes pares e ímpares, respectivamente.

$$H_2(X) \leq 0{,}5 \cdot H_4(X) + H_6(X) \tag{3.3a}$$

$$H_1(X) \leq 0{,}5 \cdot H_3(X) + H_5(X) \tag{3.3b}$$

Essas condições impõem que, mesmo que H_2 (ou H_1) sejam a componente harmônica de maior magnitude, nos intervalos excepcionais de X elas não serão utilizadas, pois, nesses intervalos, as condições (3.3a) para H_2 ou (3.3b) para H_1 são satisfeitas. Logo, as condições (3.3a) e (3.3b) podem ser utilizadas para verificar se o valor de X está dentro do intervalo excepcional e, caso esteja, H_2 (ou H_1) não poderão ser consideradas como sendo a componente harmônica de maior magnitude. Utilizando essas condições chega-se às Tabelas 3.3 e 3.4 para os intervalos de X no qual a respectiva componente harmônica par e ímpar

possui a maior magnitude. Ambas as tabelas apresentam as nove primeiras componentes harmônicas pares (de H_2 até H_{18} na Tabela 3.3) e ímpares (de H_1 até H_{17} na Tabela 3.4). Esses intervalos de X foram obtidos fazendo-se a operação $J_n = J_{n+2}$.

Tabela 3.3: Componentes harmônicas pares de maior magnitude em função do intervalo de *X* no qual ela ocorre, sem o intervalo excepcional.

Harmônico	Intervalo de *X*
H_2	0 – 4,20
H_4	4,20 – 6,42
H_6	6,42 – 8,58
H_8	8,58 – 10,71
H_{10}	10,71 – 12,83
H_{12}	12,83 – 14,93
H_{14}	14,93 – 17,02
H_{16}	17,02 – 19,10
H_{18}	19,10 – 21,18

Tabela 3.4: Componentes harmônicas ímpares de maior magnitude em função do intervalo de *X* no qual ela ocorre, sem o intervalo excepcional.

Harmônico	Intervalo de *X*
H_1	0 – 3,05
H_3	3,05 – 5,32
H_5	5,32 – 7,50
H_7	7,50 – 9,65
H_9	9,65 – 11,77
H_{11}	11,77 – 13,88
H_{13}	13,88 – 15,98
H_{15}	15,98 – 18,06
H_{17}	18,06 – 20,14

Dessa forma, existe um intervalo único (e individual) de X dentro do qual cada componente harmônica possui a maior magnitude. Isso significa que, se a componente harmônica de maior amplitude for H_n então, certamente o valor de X deve pertencer ao intervalo correspondente à H_n, dados nas Tabelas 3.3 e 3.4 (desde que satisfeitas as condições 3.3a e 3.3b no caso dos intervalos excepcionais).

Voltando à relação J_n/J_{n+2} (ou H_n/H_{n+2}), pode ser percebido um padrão polinomial na curva da relação entre esses parâmetros, desde que o intervalo de X esteja limitado ao intervalo de maior magnitude de J_n (ou H_n) dado nas Tabelas 3.3 e 3.4. As Figuras 3.15 e 3.16 mostram as curvas de J_4/J_6 e de J_{16}/J_{18}, respectivamente, enquanto as Figuras 3.17 e 3.18 mostram as curvas de J_3/J_5 e de J_{15}/J_{17}, respectivamente. Nos gráficos da Figura 3.15 à 3.18, o intervalo de X é dado de acordo com as Tabelas 3.3 e 3.4, que definem o intervalo de X da componente de maior magnitude (J_4 para a Figura 3.15, J_{16} para a Figura 3.16, J_3 para a Figura 3.17 e J_{15} para a Figura 3.18).

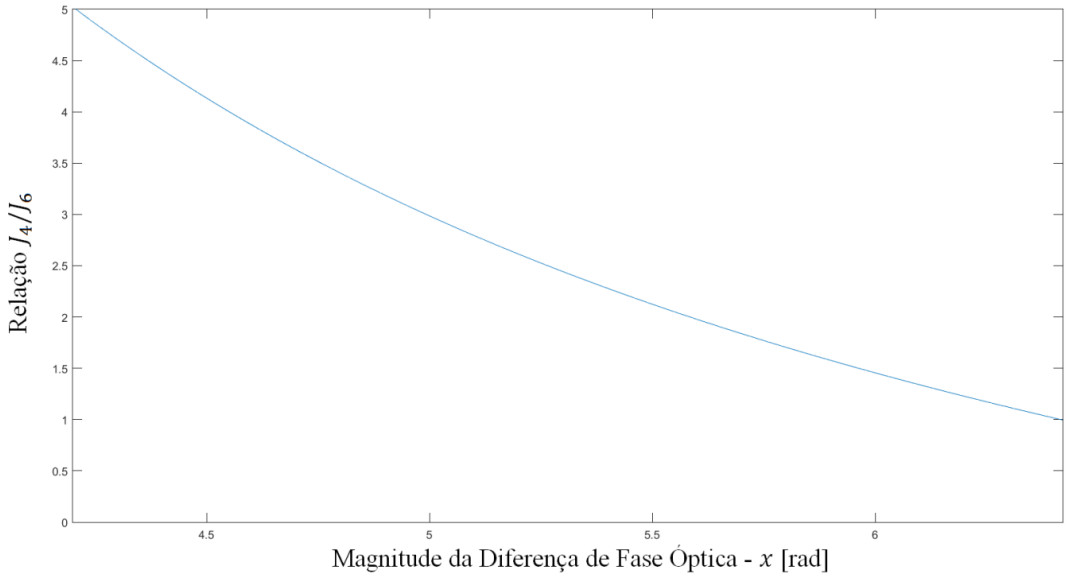


Figura 3.15: Curva da relação J_4/J_6 (ou H_4/H_6), em que J_4 (ou H_4) é a componente de maior magnitude.

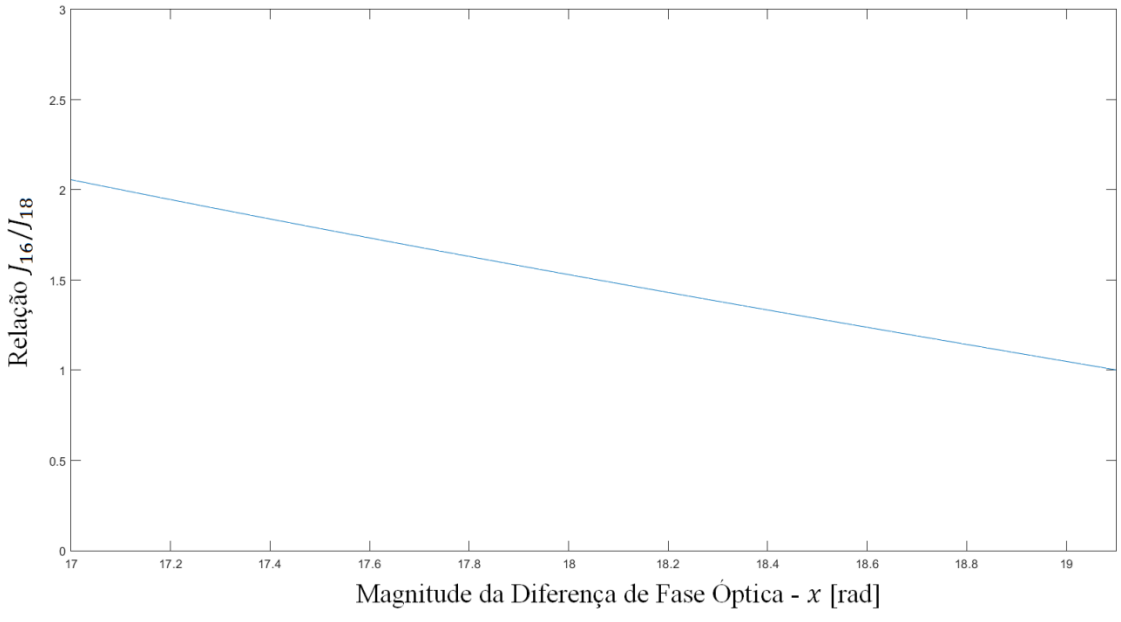


Figura 3.16: Curva da relação J_{16}/J_{18} (ou H_{16}/H_{18}), em que J_{16} (ou H_{16}) é a componente de maior magnitude.

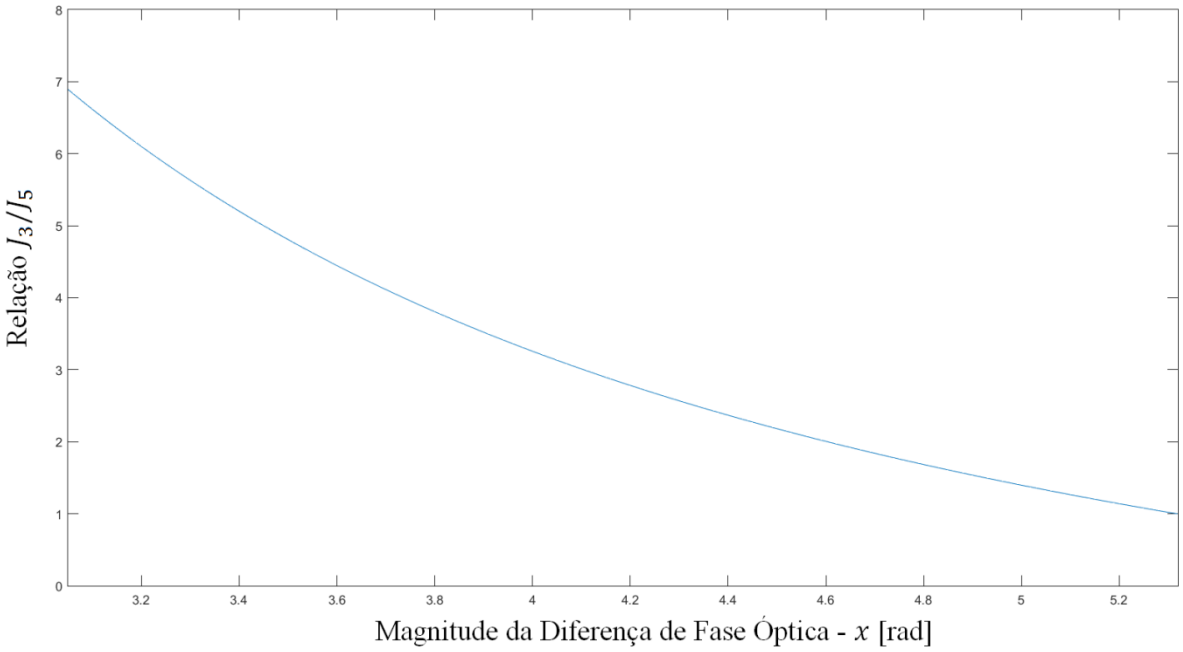


Figura 3.17: Curva da relação J_3/J_5 (ou H_3/H_5), em que J_3 (ou H_3) é a componente de maior magnitude.

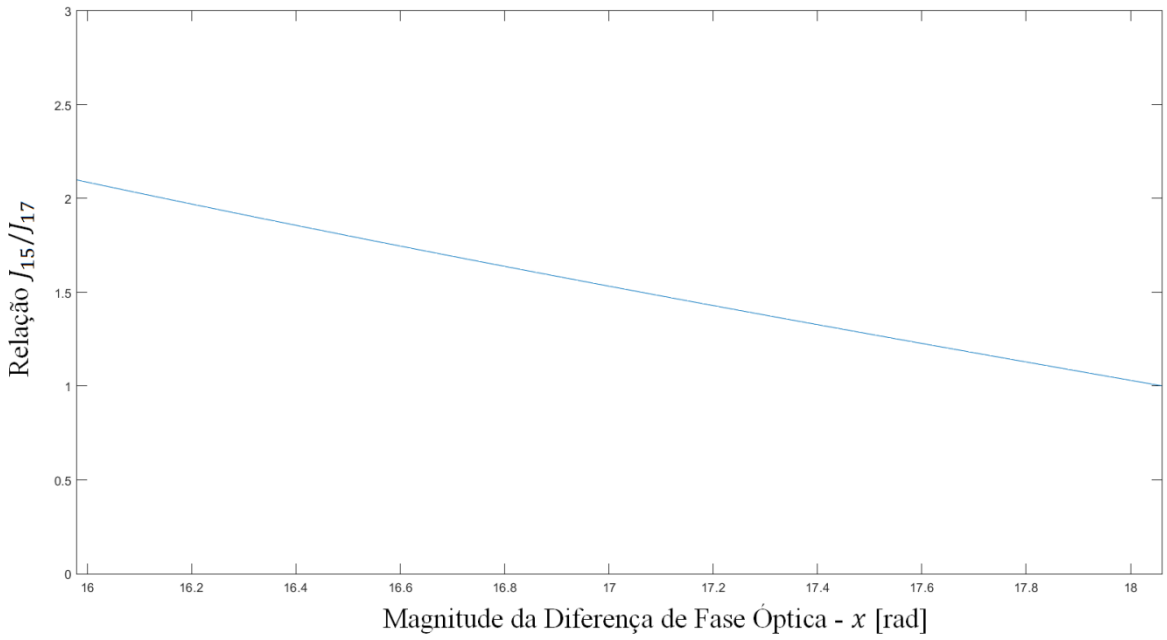


Figura 3.18: Curva da relação J_{15}/J_{17} (ou H_{15}/H_{17}), em que J_{15} (ou H_{15}) é a componente de maior magnitude.

Através da análise das Figuras 3.15 a 3.18 é possível notar um padrão polinomial que se repete. É importante destacar que foram escolhidas componentes harmônicas tanto de baixa ordem quanto de ordem mais elevada para comprovar que esse padrão polinomial da curva de J_n/J_{n+2} se repete para qualquer valor de n. Na prática, foram feitos testes (até $n = 40$), e concluiu-se que esse padrão polinomial da curva de J_n/J_{n+2} ocorre para qualquer valor de n

inteiro maior ou igual a três. Por outro lado, as curvas de J_2/J_4 e de J_1/J_3 apresentaram um padrão polinomial distinto das demais curvas de J_n/J_{n+2} para $n \geq 3$.

Para compreender e analisar o padrão polinomial da curva de J_n/J_{n+2} para $n \geq 3$ foi realizado a operação de curva de ajuste polinomial, considerando um polinômio de terceiro grau, como mostra a equação (3.4).

$$y_n = a_n X^3 + b_n X^2 + c_n X + d_n \tag{3.4}$$

Na equação (3.4), a_n, b_n, c_n e d_n são os coeficientes do polinômio de terceiro grau. A curva de ajuste junto à curva original é mostrada nas Figuras 3.19 a 3.22, nas quais as curvas originais são as mesmas das Figuras 3.15 a 3.18, respectivamente.

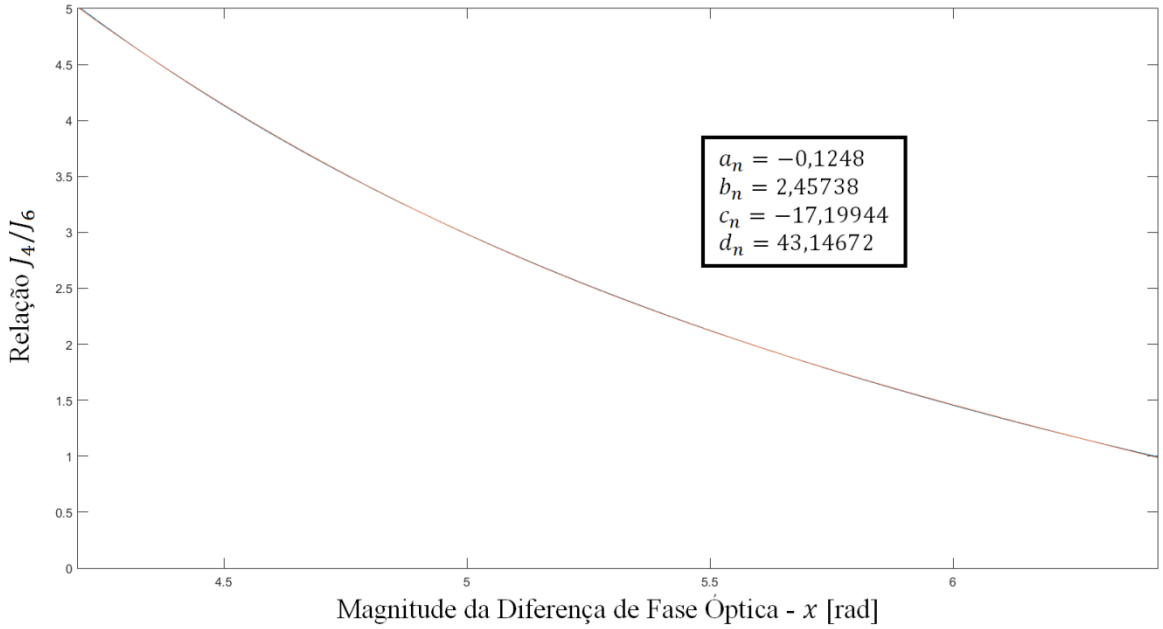


Figura 3.19: Curva de ajuste polinomial e curva original da relação J_4/J_6 (ou H_4/H_6), em que J_4 (ou H_4) é a componente de maior magnitude.

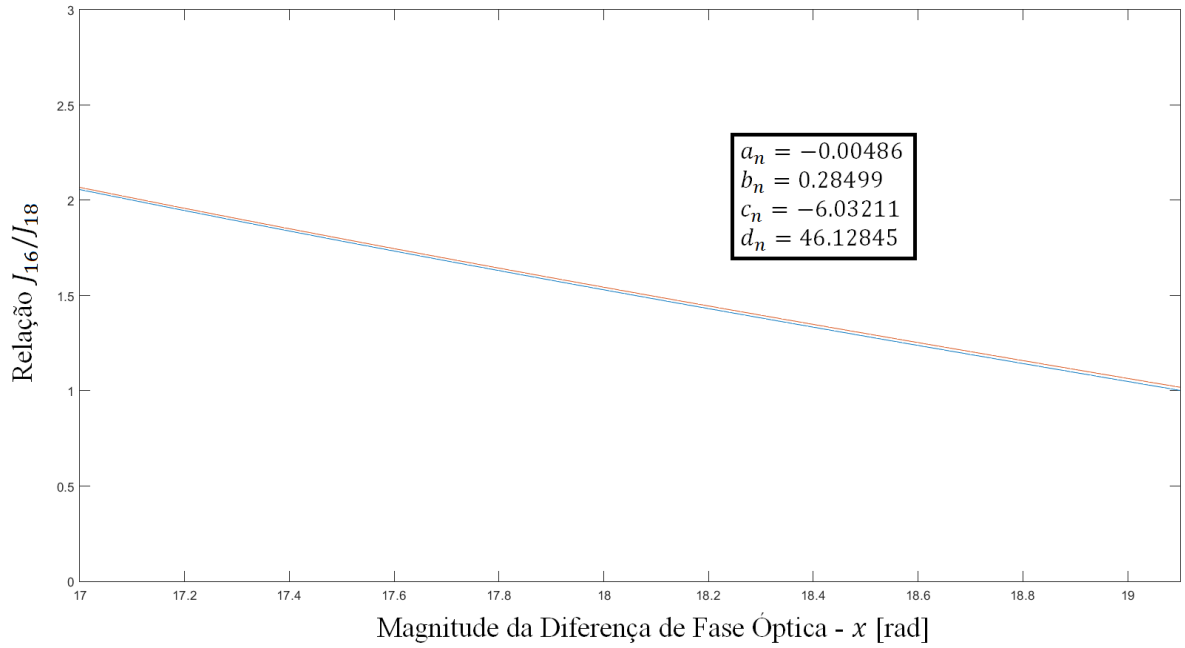


Figura 3.20: Curva de ajuste polinomial e curva original da relação J_{16}/J_{18} (ou H_{16}/H_{18}), em que J_{16} (ou H_{16}) é a componente de maior magnitude.

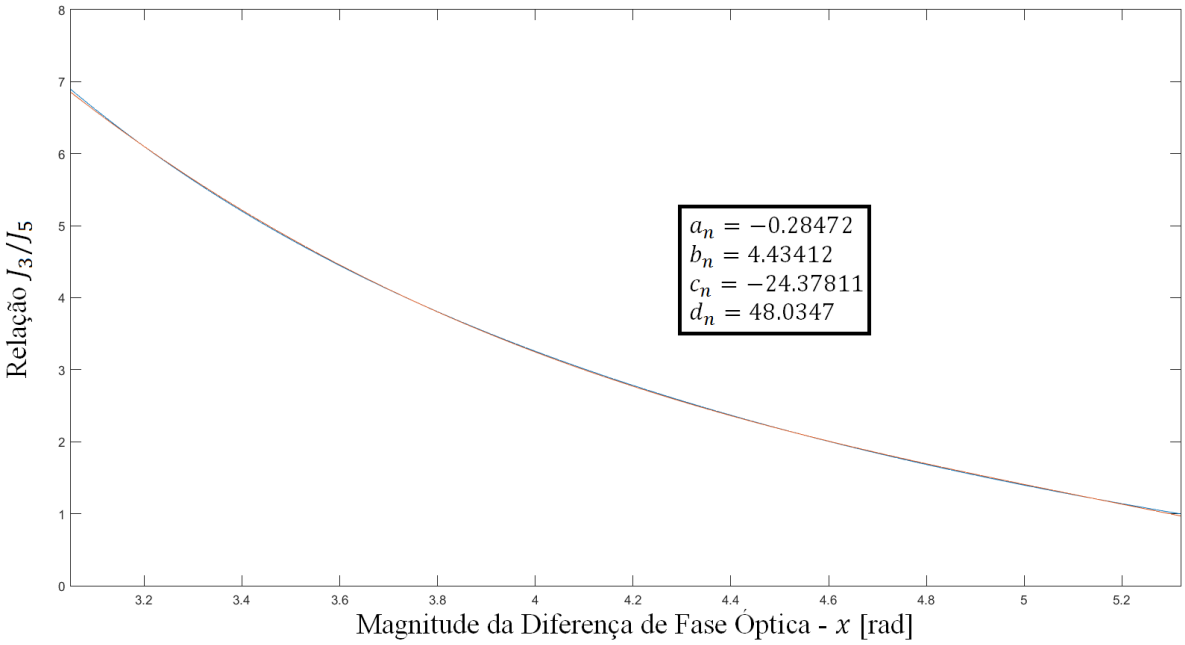


Figura 3.21: Curva de ajuste polinomial e curva original da relação J_3/J_5 (ou H_3/H_5), em que J_3 (ou H_3) é a componente de maior magnitude.

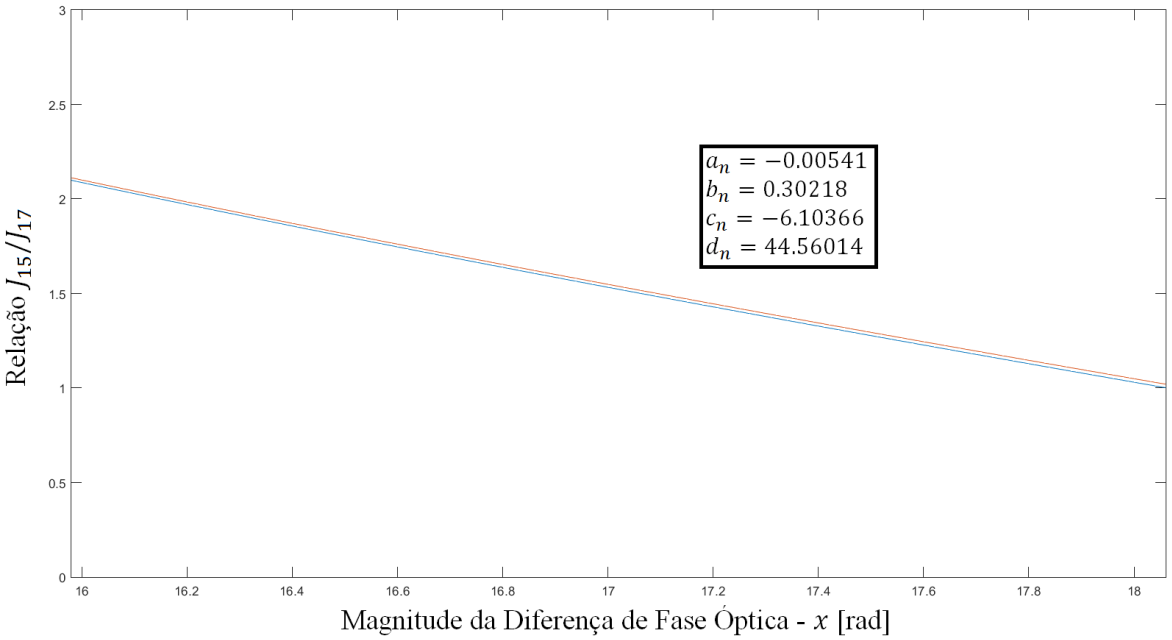


Figura 3.22: Curva de ajuste polinomial e curva original da relação J_{15}/J_{17} (ou H_{15}/H_{17}), em que J_{15} (ou H_{15}) é a componente de maior magnitude.

Através da análise das curvas apresentadas nas Figuras 3.19 a 3.22, é justo considerar que a curva de ajuste polinomial de terceiro grau condiz com o valor da relação de J_n/J_{n+2} para $n \geq 3$. Dessa forma, a Tabela 3.5, aqui denominada de Tabela dos Coeficientes, apresenta os coeficientes do polinômio de terceiro grau para diferentes valores de $n \geq 3$ (até 18), em que n é a ordem da componente harmônica de maior magnitude.

Tabela 3.5: Tabela dos Coeficientes do polinômio de terceiro grau para diferentes valores de n (ordem da componente harmônica de maior magnitude).

n	a_n	b_n	c_n	d_n
3	-0,28472	4,43412	-24,37811	48,0347
4	-0,1248	2,45738	-17,19944	43,14672
5	-0,06807	1,60701	-13,54941	40,94189
6	-0,04176	1,14476	-11,2536	39,65696
7	-0,02786	0,86618	-9,69442	38,92059
8	-0,02027	0,69985	-8,71803	39,0002
9	-0,01536	0,58122	-7,95673	39,17304
10	-0,01204	0,49474	-7,36598	39,49622
11	-0,0098	0,43293	-6,9403	40,11991
12	-0,00819	0,38677	-6,62431	40,95594
13	-0,00701	0,35134	-6,38899	41,97281
14	-0,00611	0,32389	-6,22066	43,18072
15	-0,00541	0,30218	-6,10366	44,56014
16	-0,00486	0,28499	-6,03211	46,12845
17	-0,00439	0,26955	-5,96509	47,67054
18	-0,00405	0,25993	-5,9899	49,78069

A Tabela dos Coeficientes (Tabela 3.5) mostra que, por exemplo, caso a maior componente harmônica seja H_7, deve-se selecionar os coeficientes da linha correspondente a $n = 7$ para construir a curva de ajuste polinomial de H_7/H_9. Nesse ponto, surge a seguinte questão: como determinar X a partir da Tabela de Coeficientes?

Em primeiro lugar, para simplificar a notação, considere a relação H_n/H_{n+2} (ou J_n/J_{n+2}), como mostrado na equação (3.5).

$$R_n = \frac{H_n(X)}{H_{n+2}(X)} \tag{3.5}$$

Em seguida, considerando que a curva de ajuste polinomial dada em (3.4) possua o valor da relação entre harmônicos (R_n), chega-se à equação (3.6).

$$R_n = a_n X^3 + b_n X^2 + c_n X + d_n \tag{3.6}$$

Da equação (3.6) chega-se à equação polinomial de terceiro grau dada em (3.7).

$$a_n X^3 + b_n X^2 + c_n X + d_n - R_n = 0 \tag{3.7}$$

Visto que todos os parâmetros de (3.7) são conhecidos, o valor de X pode ser obtido via solução da equação polinomial de terceiro grau.

Entretanto, essa análise apresentada até aqui só é válida para $n \geq 3$. Para o caso em que $n = 2$ ou $n = 1$ deve-se expandir a relação H_n/H_{n+2} (ou J_n/J_{n+2}) a partir dos termos da função de Bessel dados em (3.1), como mostra a equação (3.8).

$$\frac{H_n(X)}{H_{n+2}(X)} = \frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!\,(m+n)!}\left(\frac{X}{2}\right)^{2m}}{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!\,(m+n+2)!}\left(\frac{X}{2}\right)^{2m+2}} \tag{3.8}$$

Visto que o valor limite de X em que as componentes harmônicas de ordem 1 e 2 é relativamente pequeno (menor do que 4,2), os termos de mais baixa ordem da expansão da série dada em (3.8) serão mais significativos do que os termos de ordem mais elevada. Dessa forma, pode-se considerar apenas os primeiros termos da série (na prática até $m = 9$), conduzindo à equação (3.9a) para $R_2 = H_2/H_4$ e à equação (3.9b) para $R_1 = H_1/H_3$.

$$R_2 = \frac{\sum_{m=0}^{9} \frac{(-1)^m}{m!\,(m+2)!}\left(\frac{X}{2}\right)^{2m}}{\sum_{m=0}^{9} \frac{(-1)^m}{m!\,(m+4)!}\left(\frac{X}{2}\right)^{2m+2}} \tag{3.9a}$$

$$R_1 = \frac{\sum_{m=0}^{9} \frac{(-1)^m}{m!\,(m+1)!}\left(\frac{X}{2}\right)^{2m}}{\sum_{m=0}^{9} \frac{(-1)^m}{m!\,(m+3)!}\left(\frac{X}{2}\right)^{2m+2}} \tag{3.9b}$$

Após algumas manipulações algébricas sobre as equações (3.9a) e (3.9b), chega-se às equações polinomiais dadas em (3.10a) e (3.10b), respectivamente.

$$\begin{aligned} &R_2X^{18} - (384R_2 + 528)X^{16} + (118272R_2 + 168960)X^{14} \\ &\quad - (28385280R_2 + 425779200)X^{12} \\ &\quad + (5{,}1093504 \cdot 10^9 R_2 + 8{,}17496064 \cdot 10^9)X^{10} \\ &\quad - (6{,}539968512 \cdot 10^{11} R_2 + 1{,}1444944896 \cdot 10^{12})X^8 \\ &\quad + (5{,}49357355008 \cdot 10^{13} R_2 + 1{,}098714710016 \cdot 10^{14})X^6 \\ &\quad - (2{,}6369153040384 \cdot 10^{15} R_2 + 6{,}592288260096 \cdot 10^{15})X^4 \\ &\quad + (5{,}2738306080768 \cdot 10^{16} R_2 + 2{,}10953224323072 \\ &\quad \cdot 10^{17})X^2 - 2{,}531438691876864 \cdot 10^{18} = 0 \end{aligned} \tag{3.10a}$$

$$
\begin{aligned}
&R_1X^{18} - (352R_1 + 440)X^{16} + (98560R_1 + 126720)X^{14} \\
&\quad - (21288960R_1 + 28385280)X^{12} \\
&\quad + (3{,}4062336 \cdot 10^9 R_1 + 4{,}76872704 \cdot 10^9)X^{10} \\
&\quad - (3{,}814981632 \cdot 10^{11} R_1 + 5{,}722472448 \cdot 10^{11})X^8 \\
&\quad + (2{,}74678677504 \cdot 10^{13} R_1 + 4{,}5779779584 \cdot 10^{13})X^6 \\
&\quad - (1{,}098714710016 \cdot 10^{15} R_1 + 2{,}197429420032 \cdot 10^{15})X^4 \\
&\quad + (1{,}7579435360256 \cdot 10^{16} R_1 + 5{,}2738306080768 \cdot 10^{16})X^2 \\
&\quad - 4{,}21906448646144 \cdot 10^{17} = 0
\end{aligned}
\tag{3.10b}
$$

Dessa forma, o valor de X pode ser obtido via solução da equação polinomial (3.10a), quando H_2 for a componente harmônica de maior magnitude, ou via (3.10b) quando H_1 for a componente harmônica de maior magnitude.

Portanto, é possível calcular o valor de X através da relação $R_n = H_n/H_{n+2}$, para qualquer valor de n, utitizando ou a equação (3.7), junto com a Tabela de Coeficientes, ou a equação (3.10). Na próxima seção é feita uma análise completa da técnica de interrogação interferométrica baseada na detecção homódina passiva proposta neste trabalho.

3.2. Novo método J_n/J_{n+2} de detecção da fase ótica em interferometria homódina passiva proposto

O diagrama esquemático completo da técnica proposta neste trabalho para obtenção do valor de X é mostrado na Figura 3.23.

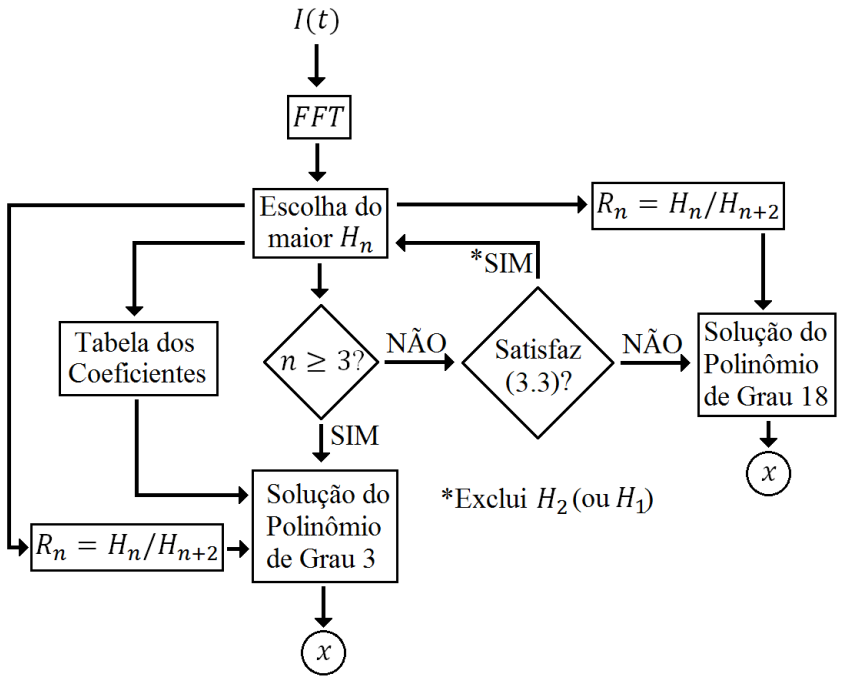


Figura 3.23: Diagrama esquemático completo da técnica proposta nesta tese para obtenção do valor de *X*.

Em primeiro lugar, é calculada a *FFT* do sinal de saída do interferômetro $I(t)$. Em seguida, é feita a escolha da componente harmônica de maior magnitude. Caso $n \geq 3$, o valor de X é calculado através de (3.7), em que $R_n = H_n/H_{n+2}$ e os coeficientes são dados pela Tabela dos Coeficientes (Tabela 3.5). Caso n seja igual a 2 (ou a 1), é testada a condição dada em (3.3). Se ela for verdadeira, então H_2 (ou H_1) é excluído como candidato a maior componente harmônica e a escolha da componente é novamente executada. Já se a condição for falsa, o valor de X é calculado através do polinômio de grau 18 dado em (3.10), em que $R_n = H_n/H_{n+2}$.

Para demonstrar o funcionamento da técnica, será descrito o procedimento para obtenção de X, mostrado na Figura 3.23, em três situações distintas (1, 2 e 3), apresentadas na Tabela 3.6.

Tabela 3.6: Parâmetros de entrada em três situações distintas.

Situação	A [u.m.]	B [u.m.]	Φ [rad]	X [rad]
1	1	1	0	2
2	1	2	$\pi/4$	8
3	1	0,5	$\pi/2$	16

As Figuras 3.24 a 3.26 mostram o gráfico do sinal de entrada do interferômetro $\Delta\varphi_{MZI}(t) = X(t) \cdot cos(\omega t)$, isto é, o gráfico da variação instantânea da diferença da fase

ótica, como mostrado na equação (2.14a), para as situações de 1 a 3, respectivamente. Em todos os gráficos dados nas Figuras 3.24 a 3.26, frequência da onda acústica é dada por $f = 1$ kHz ($\omega = 2\pi f$), a taxa de amostragem é de 100 kS/s (quilo amostras por segundo) e o comprimento do sinal amostrado vale 10 kS (dez mil amostras).

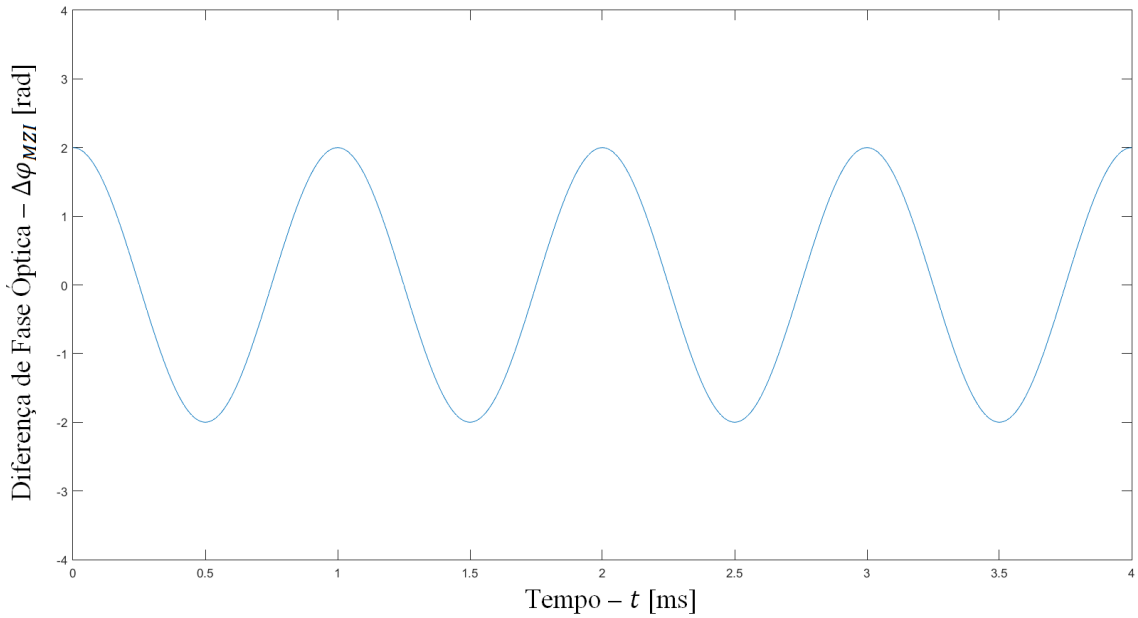


Figura 3.24: Gráfico do sinal de entrada do interferômetro $\Delta\varphi_{MZI}(t)$ (variação instantânea da diferença da fase ótica, dada em (2.14a)) para a Situação 1.

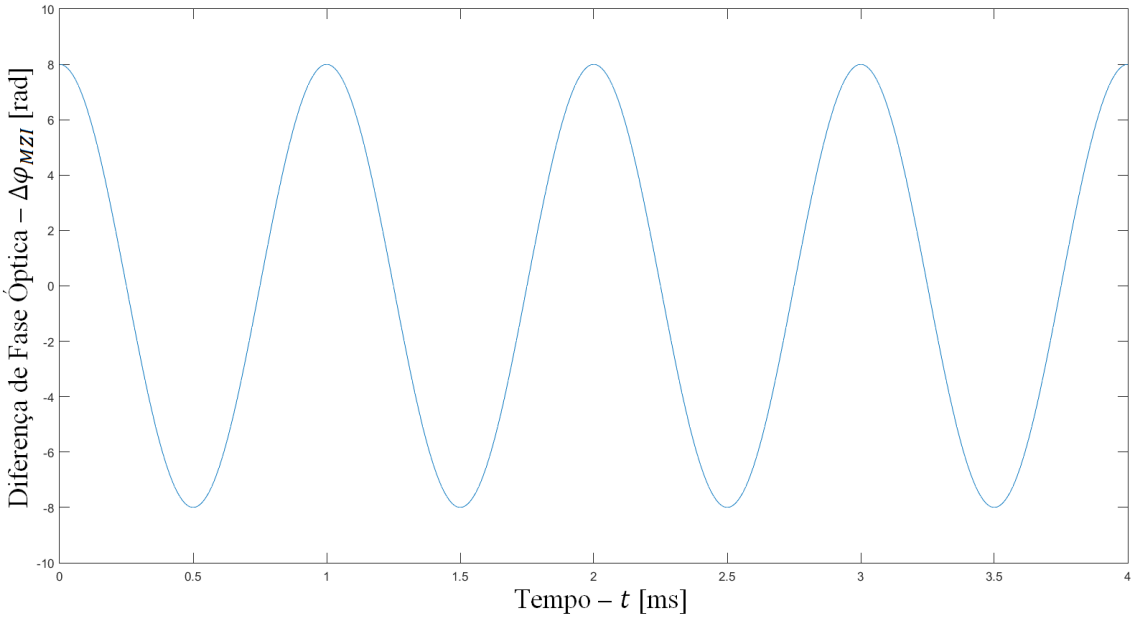


Figura 3.25: Gráfico do sinal de entrada do interferômetro $\Delta\varphi_{MZI}(t)$ (variação instantânea da diferença da fase ótica, dada em (2.14a)) para a Situação 2.

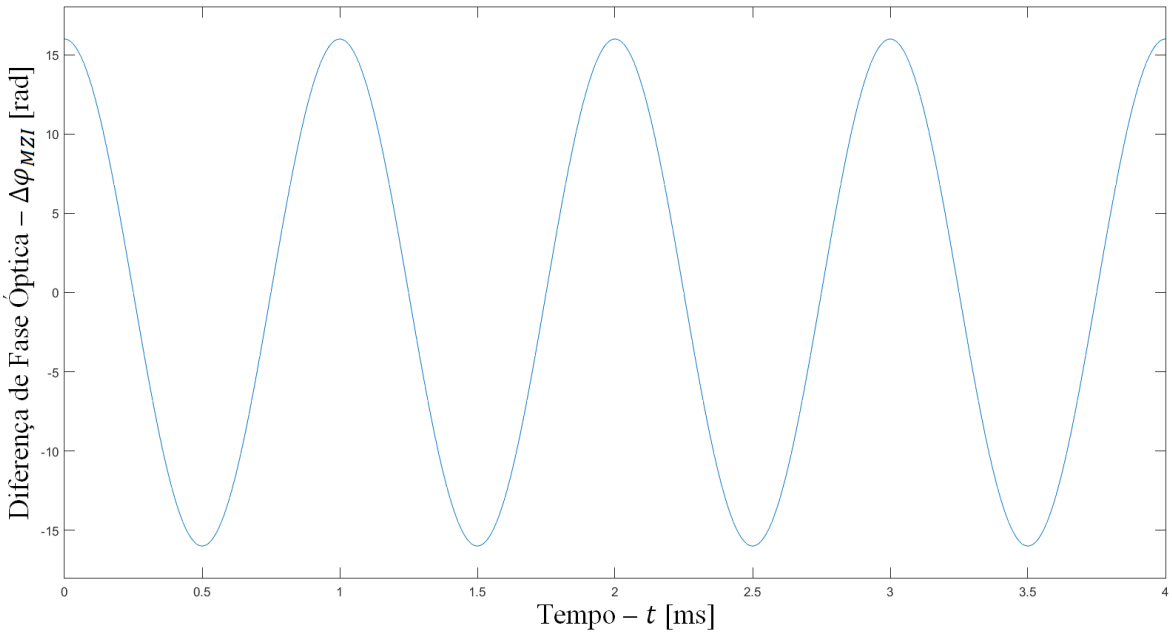


Figura 3.26: Gráfico do sinal de entrada do interferômetro $\Delta\varphi_{MZI}(t)$ (variação instantânea da diferença da fase ótica, dada em (2.14a)) para a Situação 3.

As Figuras 3.27 a 3.29 apresentam o gráfico do sinal de saída do interferômetro $I(t) = A + B\ cos[X(t) \cdot cos(\omega t) + \Phi(t)]$, dado em (2.15) (que é equivalente à equação $I(t) = A + B\ cos(\Delta\varphi_{MZI}(t) + \Phi(t))$), para as situações 1 a 3, respectivamente.

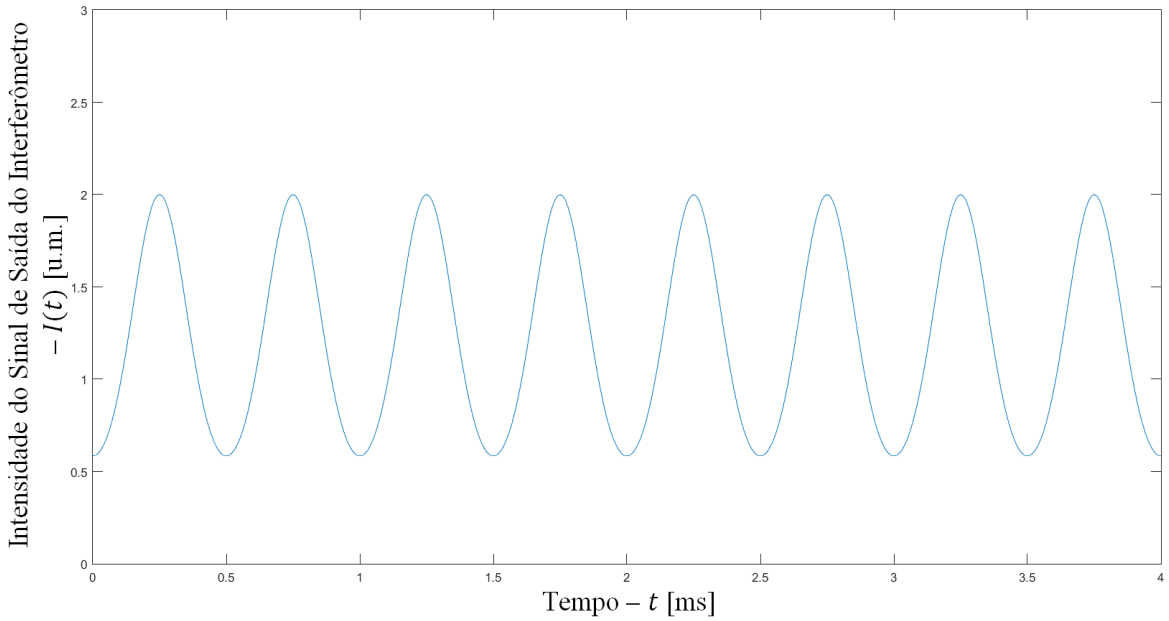


Figura 3.27: Gráfico do sinal de saída do interferômetro $I(t)$ para a Situação 1.

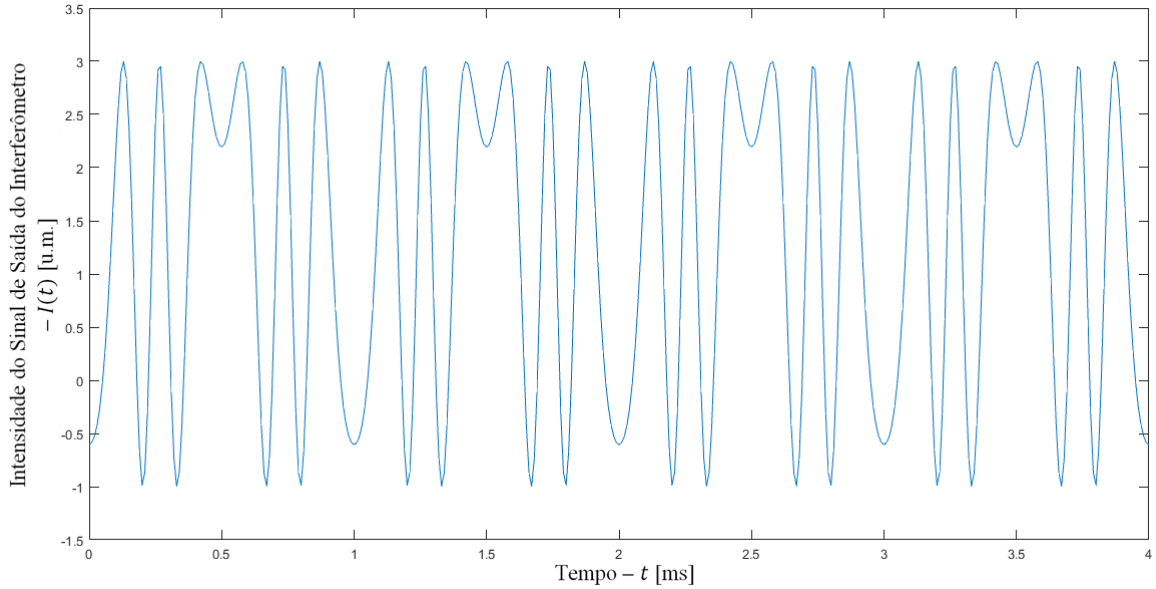


Figura 3.28: Gráfico do sinal de saída do interferômetro $I(t)$ para a Situação 2.

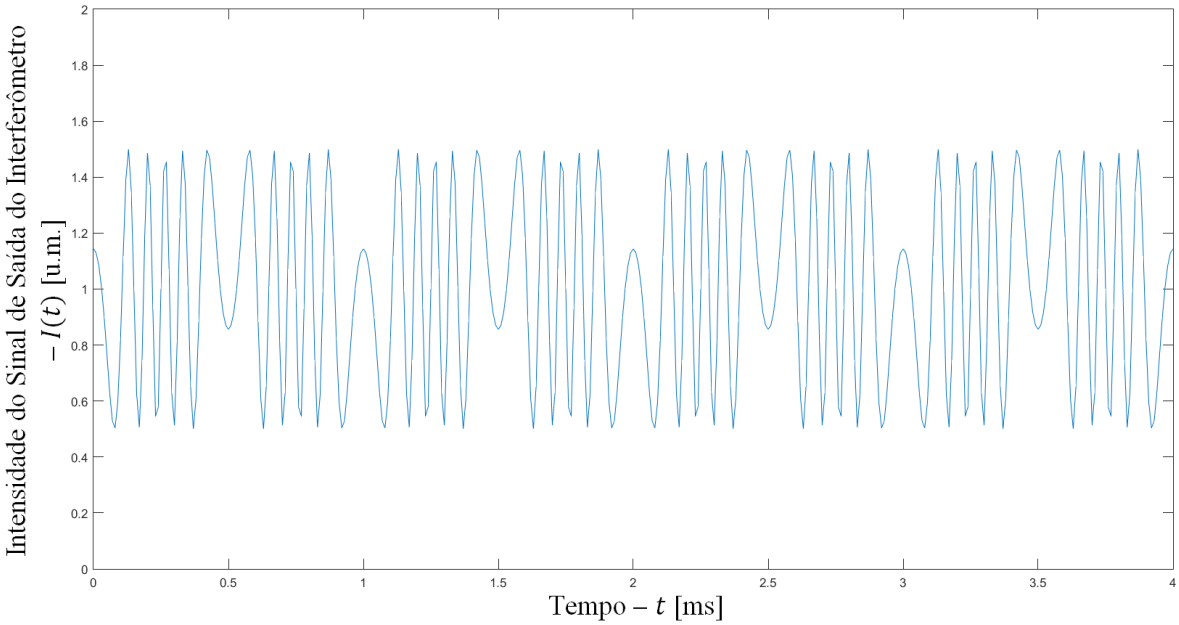


Figura 3.29: Gráfico do sinal de saída do interferômetro $I(t)$ para a Situação 3.

É importante observar que o sinal $I(t)$ dado nas Figuras 3.27 a 3.29, corresponde ao sinal de entrada da técnica de detecção de X, como mostrado na Figura 3.23. Em seguida, a realização da operação FFT sobre $I(t)$ converte o sinal de saída do interferômetro para o domínio da frequência, apresentado nas Figuras 3.30 a 3.32 para as situações de 1 a 3, respectivamente.

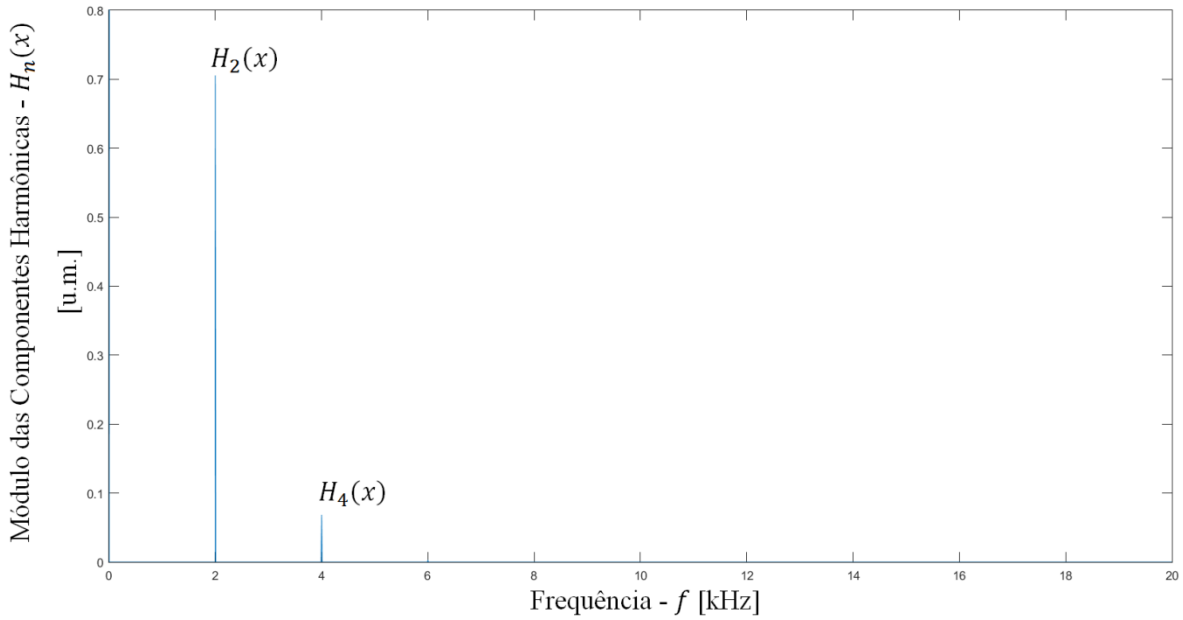


Figura 3.30: Gráfico do sinal de saída do interferômetro no domínio da frequência (módulo das componentes harmônicas) para a Situação 1.

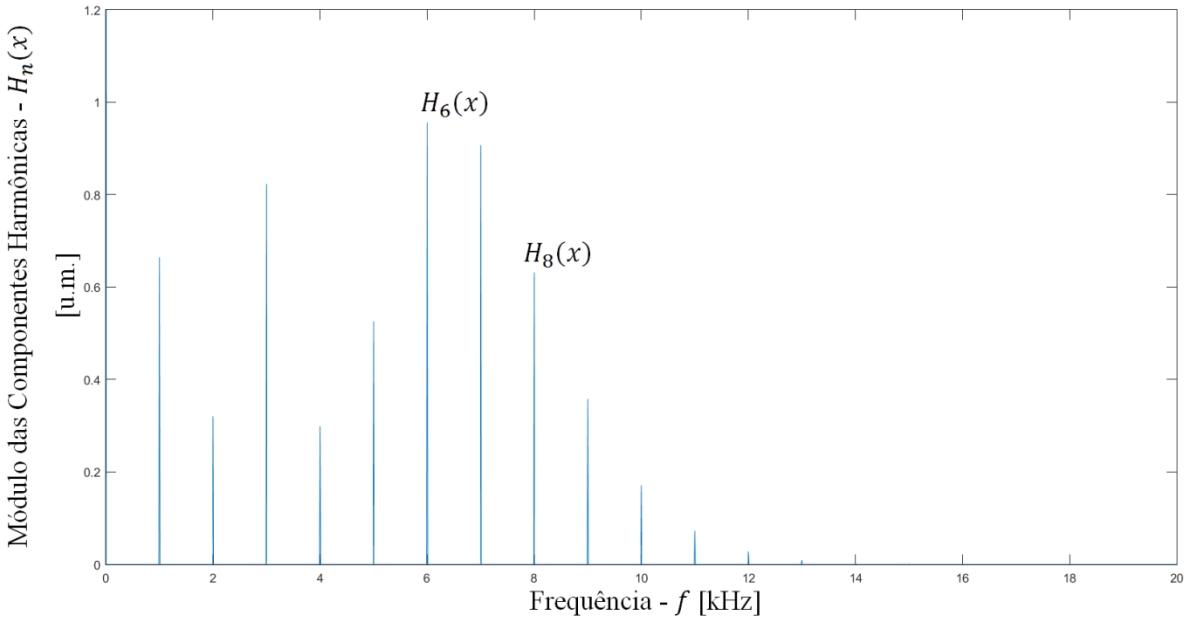


Figura 3.31: Gráfico do sinal de saída do interferômetro no domínio da frequência (módulo das componentes harmônicas) para a Situação 2.

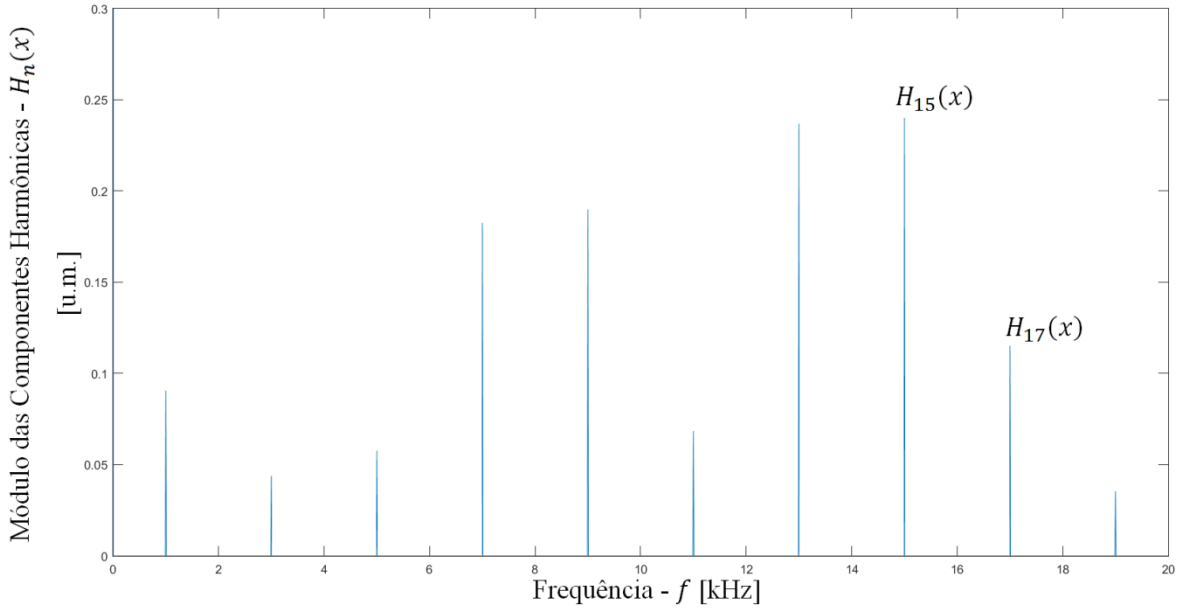


Figura 3.32: Gráfico do sinal de saída do interferômetro no domínio da frequência (módulo das componentes harmônicas) para a Situação 3.

No domínio da frequência, é possível mensurar a magnitude das componentes harmônicas. Em cada um dos gráficos das Figuras 3.30 a 3.32 estão destacados a componente harmônica de maior magnitude (H_n) e a componente seguinte (H_{n+2}).

Na Situação 1, a componente harmônica de maior magnitude é H_2, como mostrado na Figura 3.30. Nesse caso, como $n = 2$, é preciso testar a condição dada em (3.3a). Testando $H_2(x) \leq 0{,}5 \cdot H_4(x) + H_6(x)$, resultando em $0{,}7057 \leq 0{,}5 \cdot 0{,}068 + 0{,}0024$, que simplificando chega-se a $0{,}71 \leq 0{,}0364$, tornando a condição falsa. Nesse caso, de acordo com a técnica (mostrada na Figura 3.23), o valor de X será calculado via polinômio de grau 18 (3.10a), em que $R_2 = H_2/H_4 = 10{,}378$. A solução dessa equação resultou no valor de $X_{cal} = 2{,}0000007585$. O erro relativo dessa simulação (devido ao ajuste) é $e_r = 100 \cdot |(X_{cal} - X)/X|$, em porcentagem, é igual a 0,000038%.

Na Situação 2, a componente harmônica de maior magnitude é H_6, como mostrado na Figura 3.31. Nesse caso, como $n = 6$, o valor de X é calculado via solução do polinômio de grau 3 (3.7), cujos coeficientes são dados pela Tabela de Coeficientes na linha correspondente a $n = 6$. Substituindo-se os coeficientes da Tabela de Coeficientes em (3.7) e fazendo $R_6 = H_6/H_8 = 0{,}9548/0{,}632 = 1{,}5107$, chega-se à equação $-0{,}04176X^3 + 1{,}14476X^2 - 11{,}2536X + 39{,}65696 - 1{,}5107 = 0$, cuja solução é $X_{cal} = 8{,}001014$. O erro relativo dessa simulação (devido ao ajuste) é $e_r = 0{,}012675\%$.

Na Situação 3, a componente harmônica de maior magnitude é H_{15}, como mostrado na Figura 3.32. Nesse caso, como $n = 15$, o valor de X é calculado via solução do polinômio de grau 3 (3.7), cujos coeficientes são dados pela Tabela de Coeficientes na linha correspondente a $n = 15$. Substituindo-se os coeficientes da Tabela de Coeficientes em (3.7) e fazendo $R_{15} = H_{15}/H_{17} = 0{,}2399/0{,}115 = 2{,}0861$, chega-se à equação $-0{,}00541X^3 + 0{,}30218X^2 - 6{,}10366X + 44{,}56014 - 2{,}0861 = 0$, cuja solução é $x_{cal} = 16{,}02250$. O erro relativo dessa simulação (devido ao ajuste) é $e_r = 0{,}140625\%$.

Considere agora a amplitude da diferença de fase ótica X do sinal de entrada do interferômetro variando de 0 a 18 rad. As Figuras 3.33 a 3.35 mostram a curva de X de entrada junto com a curva de X_{cal} calculado, para $\Phi = 0$, $\Phi = \pi/4$ e $\Phi = \pi/2$, respectivamente.

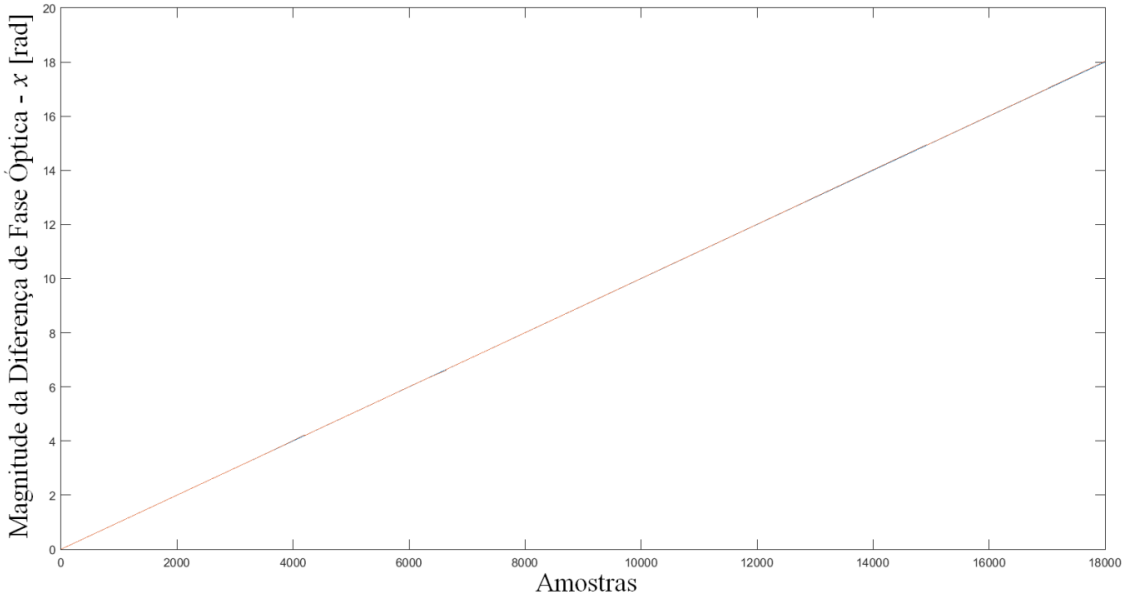


Figura 3.33: Gráfico de X e de X_{cal} para $\Phi = 0$.

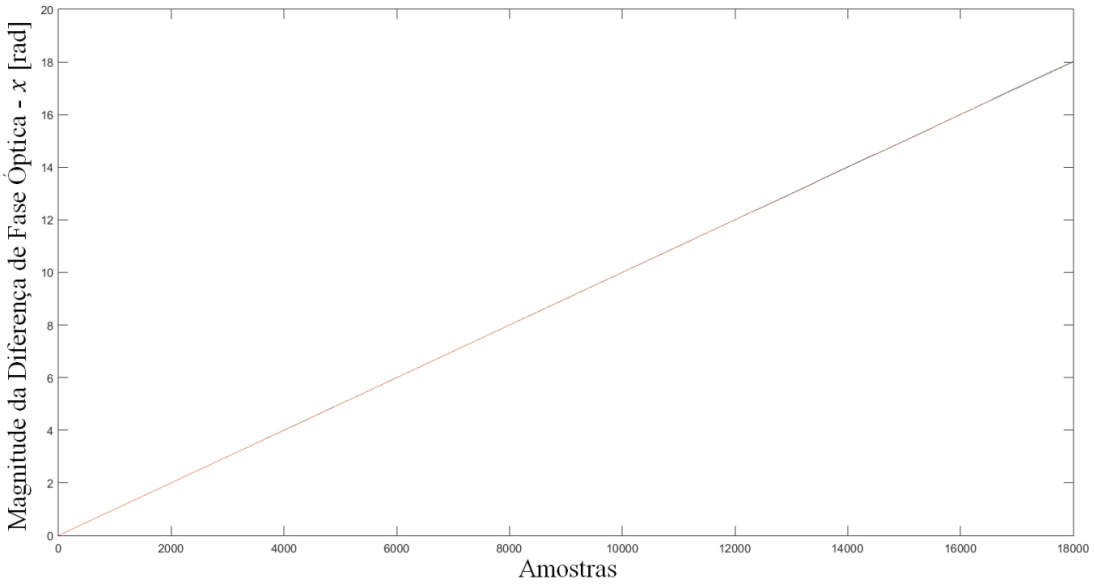


Figura 3.34: Gráfico de X e de X_{cal} para $\Phi = \pi/4$.

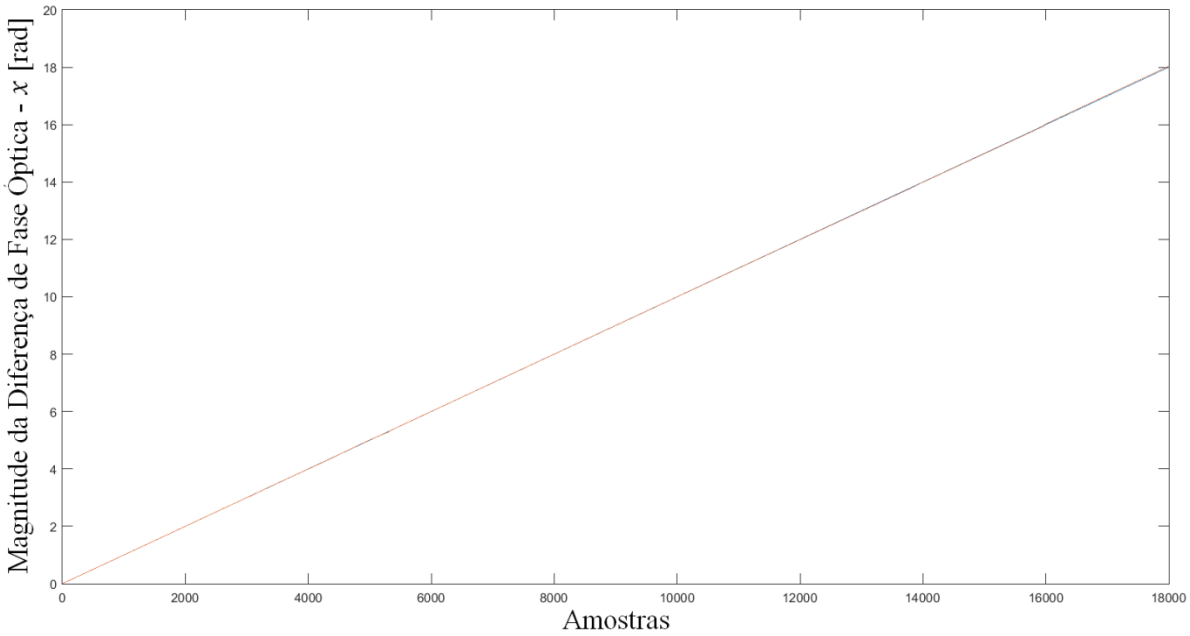


Figura 3.35: Gráfico de X e de X_{cal} para $\Phi = \pi/2$.

É possível observar que os dois gráficos são praticamente idênticos, nos três casos, comprovando a eficácia da técnica proposta nesta tese para obtenção do valor de X.

A diferença entre o valor inserido X e o valor calculado X_{cal}, presentes nos gráficos das Figuras 3.33 a 3.35, pode ser verificada por meio da obtenção do erro relativo $e_r = 100 \cdot |(X_{cal} - X)/X|$. Como o modelo matemático aqui proposto utiliza uma aproximação da curva de H_n/H_{n+2} (um polinômio de grau 3 que melhor se ajusta a essa curva), existirá um erro relativo entre o valor inserido e o valor calculado.

Considere novamente a amplitude da diferença de fase ótica X do sinal de entrada do interferômetro variando de 0 a 18 rad. As Figuras 3.36 a 3.38 apresentam erro relativo, em função de X, para $\Phi = 0$, $\Phi = \pi/4$ e $\Phi = \pi/2$, respectivamente.

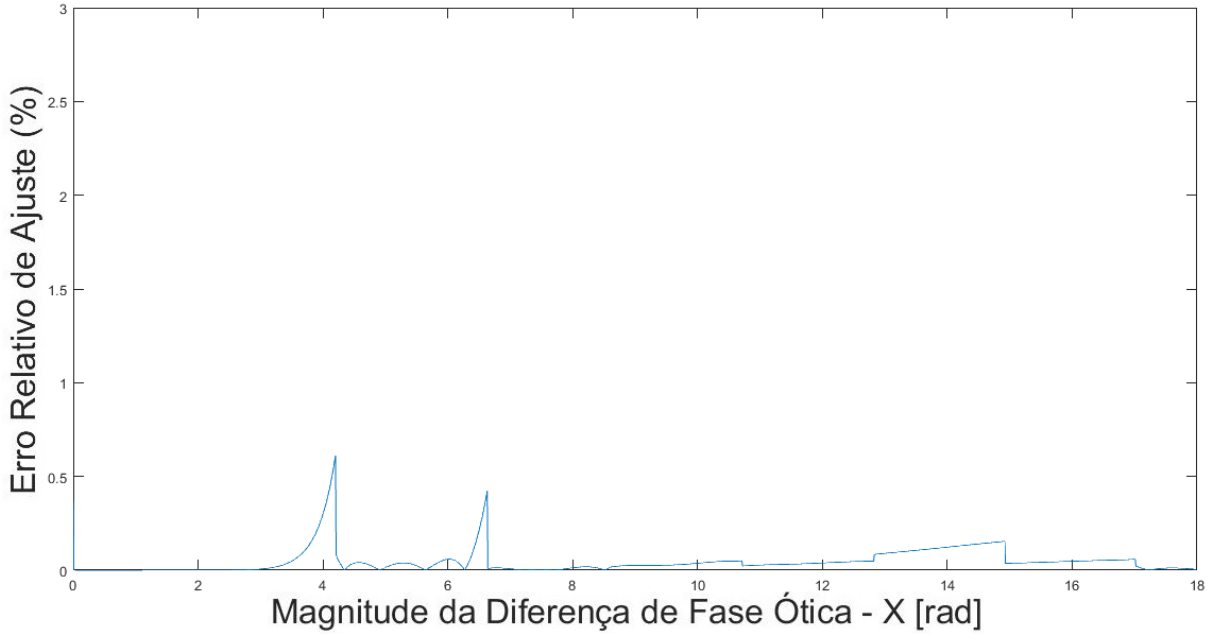


Figura 3.36: Gráfico do erro relativo, em função de X, para $\Phi = 0$.

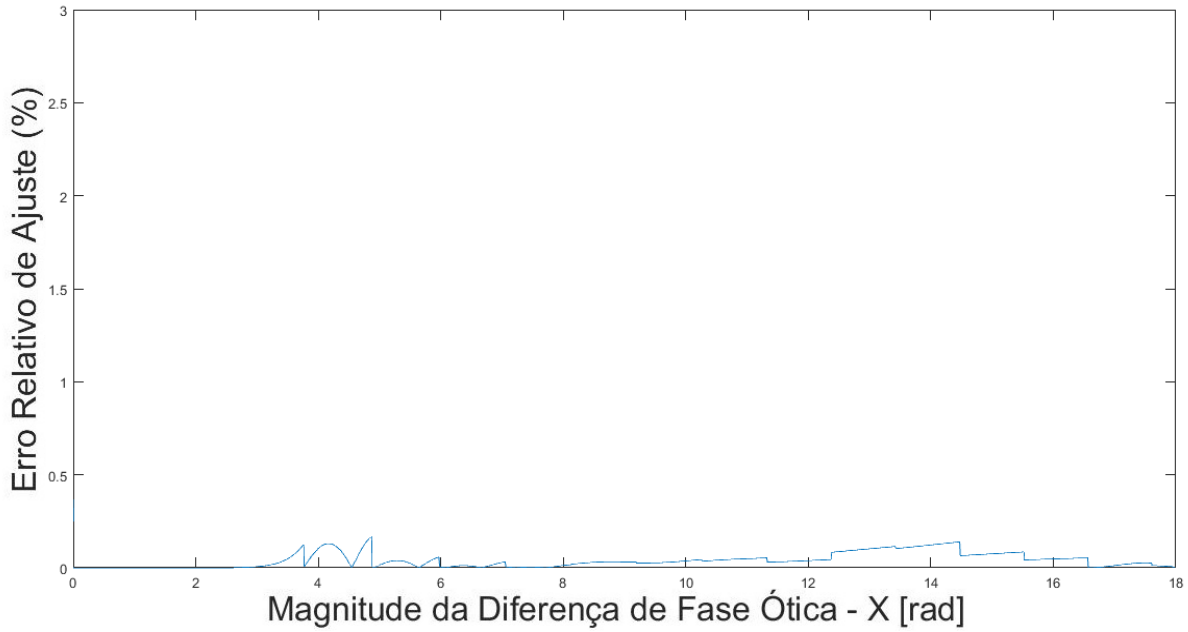


Figura 3.37: Gráfico do erro relativo, em função de X, para $\Phi = \pi/4$.

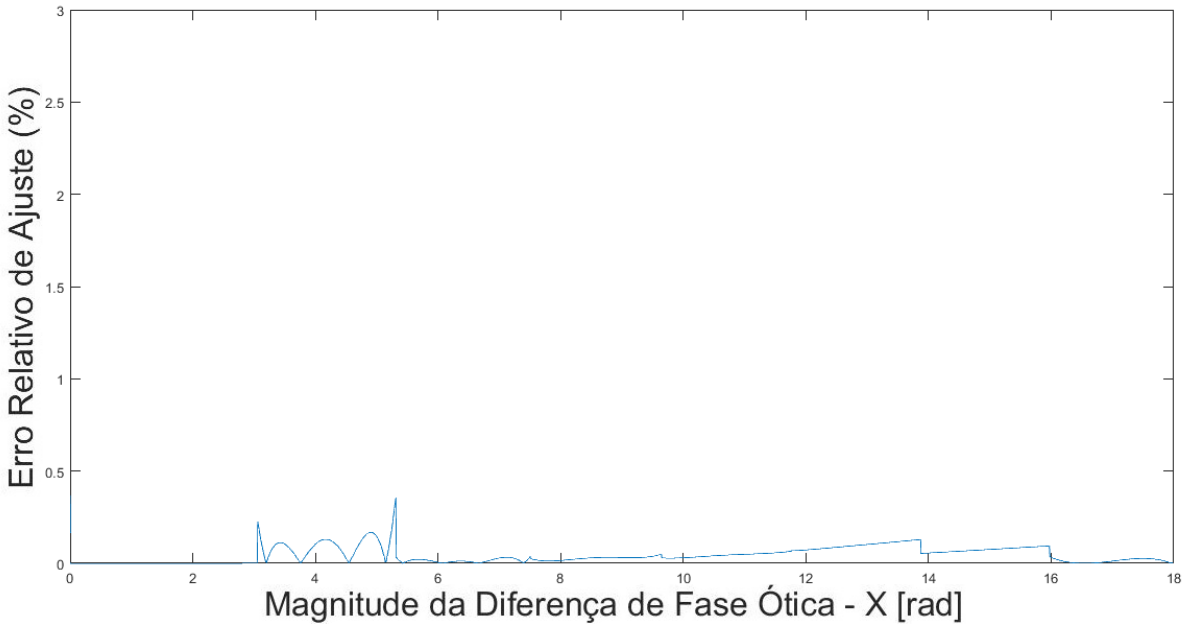


Figura 3.38: Gráfico do erro relativo, em função de X, para $\Phi = \pi/2$.

Os picos dos gráficos das Figuras 3.36 a 3.38 ocorrem nos pontos em que o polinômio de terceiro grau não se ajustou tão bem à curva de H_n/H_{n+2}. É importante observar que não ocorreram erros relativos devido ao ajuste superiores a 0,7 %. Isso significa que o erro introduzido pelo ajuste é muito pequeno (muito próximo de zero). Além disso, vale destacar que esses picos poderiam ser sensivelmente reduzidos após uma reavaliação dos polinômios de ajuste para essas faixas de X.

Portanto, no modelo matemático proposto neste trabalho, existe um erro de ajuste, que varia em função de X e de Φ. Vale destacar que esse erro estará presente tanto nos casos em que houver uma boa relação sinal ruído (ruído fraco) quanto para uma péssima relação sinal ruído (ruído forte). Ainda assim, é esperado que o erro relativo para o método aqui proposto tenda a ser menor do que o erro dos demais métodos à medida que a relação sinal ruído piore. Uma vez que o método proposto nesta tese utiliza apenas duas componentes harmônicas, diferentemente das outras técnicas que utilizam no mínimo três harmônicos para a detecção de X, o modelo aqui proposto possui maior imunidade ao ruído.

CAPÍTULO 4

APARATO EXPERIMENTAL PARA VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

O presente capítulo descreve o aparato utilizado para a obtenção dos resultados experimentais para a comprovação do modelo matemático proposto neste trabalho. É importante ressaltar que a configuração experimental proposta nesse capítulo é parte da técnica de detecção da diferença de fase ótica X, uma vez que permite, em conjunto com o modelo matemático proposto, a obtenção de seu valor experimentalmente.

A Figura 4.1 apresenta um diagrama esquemático para explicação do método para a detecção experimental da diferença de fase ótica X. A Figura 4.1 indica ainda os parâmetros, equações e tabelas definidas no Capítulo 3, que fazem parte do modelo matemático proposto.

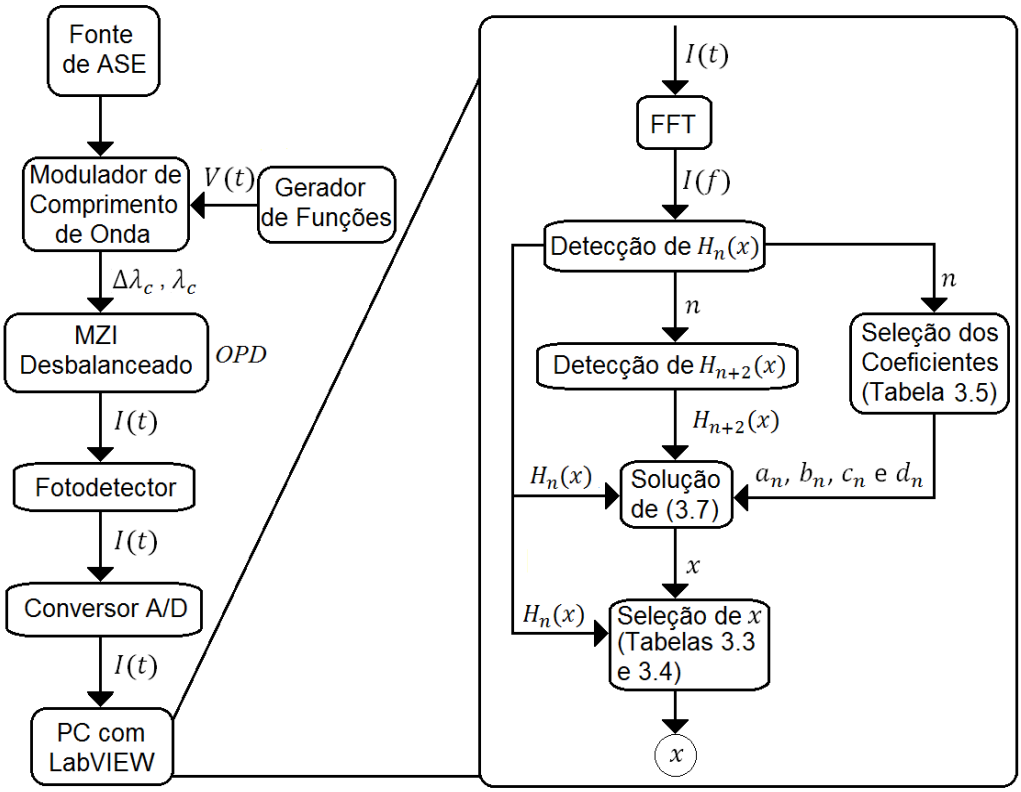


Figura 4.1: Representação esquemática do aparato utilizado para comprovação experimental do modelo matemático proposto.

Como pode ser observado na Figura 4.1, a fonte de ASE (*Amplified Spontaneous Emission* – Emissão Espontânea Amplificada) introduz luz ao sistema. Essa luz é transmitida através do Modulador de Comprimento de Onda, sendo modulada em comprimento de onda. O Gerador de Funções controla o comprimento de onda central λ_c, a frequência f e a amplitude de modulação de comprimento de onda $\Delta\lambda_c$ do Modulador de Comprimento de Onda, através do sinal elétrico $V(t)$ introduzido. É importante observar que o Modulador de Comprimento de Onda está emulando um sensor ótico, cujo parâmetro $\Delta\lambda_c$ é controlado pela tensão elétrica $V(t)$ introduzida pelo Gerador de Funções. O sinal ótico modulado em comprimento de onda, com amplitude $\Delta\lambda_c$ e comprimento de onda central λ_c, é transmitido para o demodulador de MZI (*Mach-Zehnder Interferometer* – Interferômetro de Mach-Zehnder) Desbalanceado, tornando o sinal de saída uma variação de intensidade ótica $I(t)$ dada por (2.15). O OPD é função da diferença de comprimento entre os braços do interferômetro, permitindo que X seja obtido a partir de (2.14b). O Fotodetector converte o sinal ótico em um sinal elétrico, que é então digitalizado pelo Conversor A/D (Analógico/Digital) e transmitido para um PC (*Personal Computer* – Computador Pessoal) com o software LabVIEW.

A rotina desenvolvida no software LabVIEW primeiramente calcula a FFT (*Fast Fourier Transform* – Transformada Rápida de Fourier) do sinal de entrada, obtendo a intensidade ótica no domínio da frequência $I(f)$. Em seguida, a rotina detecta o seu valor máximo (H_n), que é a componente harmônica de maior magnitude, e a sua ordem n. Com o valor de n detecta-se H_{n+2} e obtêm-se os coeficientes a_n, b_n, c_n e d_n dados na Tabela 3.5. A rotina então calcula os valores de X, via solução de (3.7), e seleciona aquela que pertencer ao intervalo dado nas Tabelas 3.3 (se n for par) e 3.4 (se n for ímpar), obtendo o valor de X_{cal} (valor calculado). A representação esquemática do método para a detecção de X (X_{cal}) a partir da intensidade do sinal de entrada no domínio do tempo $I(t)$ foi apresentada na Figura 3.23 do Capítulo 3.

4.1 Descrição do aparato experimental

Antes de apresentar o aparato experimental completo, contendo todos os componentes, é preciso entender como ocorre a interferência no demodulador de MZI Desbalanceado. A Figura 4.2 apresenta os componentes que fazem parte da montagem do demodulador de MZI Desbalanceado.

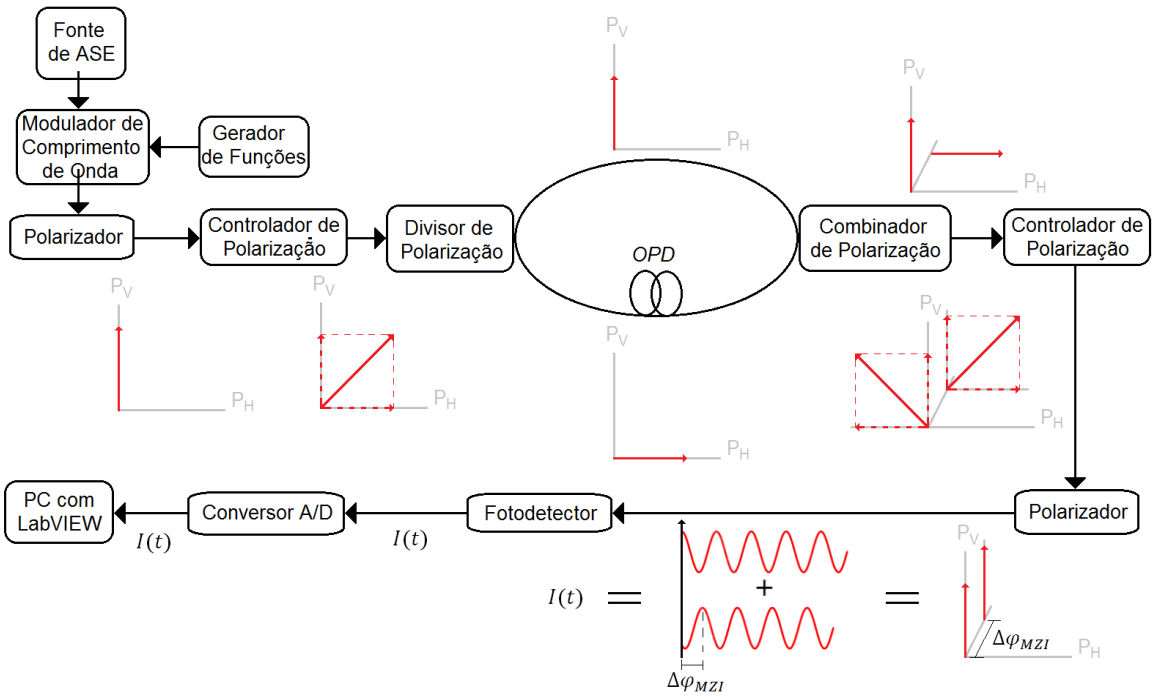


Figura 4.2: Representação esquemática do demodulador de MZI Desbalanceado, incluindo os seus componentes e os modos de polarização.

A Figura 4.2 ilustra ainda os modos de polarização do sinal ótico ao longo do caminho ótico até o fotodetector. O sinal ótico na saída do Modulador de Comprimento de Onda, ao ser

transmitido através do Polarizador, passa a possuir apenas a componente de polarização vertical (P_V). O Controlador de Polarização altera o ângulo do modo de polarização do sinal ótico (girar 45º no sentido horário) de forma que a componente de polarização vertical e de polarização horizontal (P_H) fiquem com a mesma intensidade. O Divisor de Polarização divide esses dois modos de polarização de mesma intensidade em dois caminhos óticos (em dois feixes de mesma intensidade). É importante observar que um dos caminhos tem comprimento superior ao outro, introduzindo uma diferença de caminho ótico (*OPD*) entre os dois modos de polarização. Dessa forma, os dois modos de polarização, ao serem combinados pelo Combinador de Polarização, passam apresentar uma diferença de fase ótica $\Delta\varphi_{MZI}$, cuja amplitude é dada por X. O Controlador de Polarização altera o ângulo dos modos de polarização do sinal ótico (girar 45º no sentido anti-horário) de modo que as componentes de polarização vertical de ambos os modos tenham a mesma intensidade. O Polarizador permite então apenas a transmissão das componentes de polarização vertical, cuja diferença de fase ótica é $\Delta\varphi_{MZI}$. A interferência entre essas duas componentes ocorre no caminho ótico entre o Polarizador e o Fotodetector, como ilustra a Figura 4.2, resultando em um sinal de intensidade $I(t)$ (intensidade ótica do sinal de saída do MZI desbalanceado). É importante observar que o controle de polarização poderia ser realizado por um polarímetro.

As informações técnicas sobre os componentes que fazem parte do aparato experimental, ilustrado na Figura 4.1, estão descritas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Componentes e dispositivos que fazem parte do aparato experimental.

Componentes	**Modelos**
Fonte de ASE	ASE-FL7006 1530-1610 nm
Fonte de Tensão	Rigol DP832A
Gerador de Funções	Tektronix AFG 3252
Modulador de Comprimento de Onda	Filtro Ótico Sintonizável de Fabry-Perot (Micron Optics FFP-TF2)
MZI Desbalanceado	2 Polarizador em Fibras Óticas (PM-ILP) 2 Controlador de Polarização Mecânico (Fiberlogix) 1 Divisor de Polarização em Fibras Óticas (PM-PBS) 1 Combinador de Polarização em Fibras Óticas (PM-PBS)
Fotodetector	Detector Amplificado InGaAs (Thorlabs PDA 10CS)
Conversor A/D	NI USB-6210

A Figura 4.3 apresenta o diagrama esquemático do aparato experimental completo, utilizado para comprovação do modelo matemático proposto nesta tese.

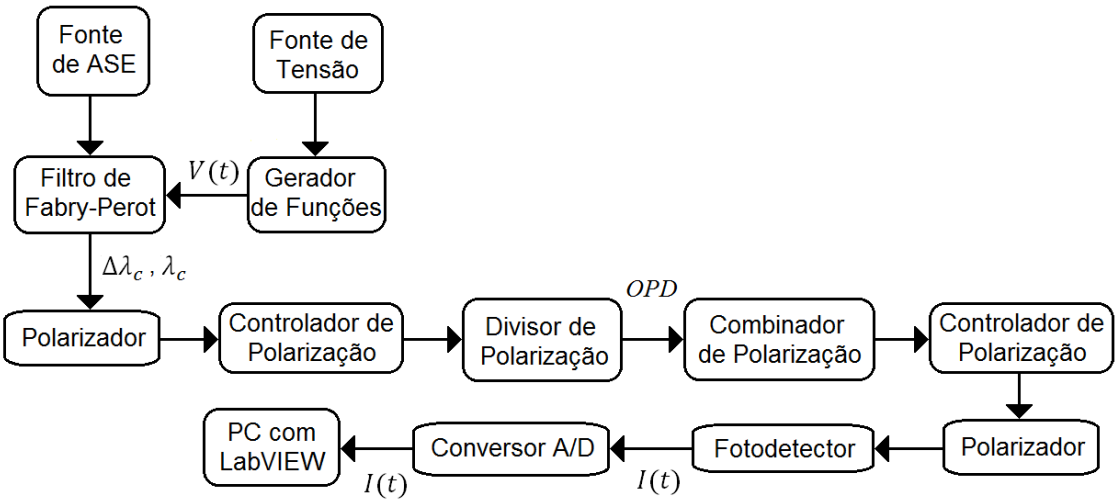


Figura 4.3: Representação esquemática do aparato experimental completo, contendo todos os componentes e dispositivos presentes na Tabela 4.1.

A diferença básica entre a Figura 4.3 e as Figuras 4.1 e 4.2 está na introdução dos componentes que compreendem o "Modulador de Comprimento de Onda", que está emulando o sensor ótico. O Filtro Ótico Sintonizável de Fabry-Perot (Filtro de Fabry-Perot) é um filtro ótico passa faixa cujo comprimento de onda central λ_c pode ser sintonizado a partir de uma tensão elétrica de entrada. A tensão elétrica fornecida pela Fonte de Tensão ao Filtro de Fabry-Perot realiza o deslocamento do seu comprimento de onda central (sintonia) até a posição desejada. Nos experimentos, uma tensão elétrica de aproximadamente 16 V foi aplicada para sintonizar o comprimento de onda central em 1546 nm, região em que o espectro ótico da Fonte de ASE é mais plano. Já o Gerador de Funções fornece uma tensão elétrica com forma de onda cossenoidal para a modulação do comprimento de onda central do Filtro de Fabry-Perot com amplitude $\Delta\lambda_c$e frequência f= 50 Hz. Com isso, a amplitude de modulação do comprimento de onda central $\Delta\lambda_c$ do Filtro Fabry-Perot pode ser controlada pelo índice de modulação (amplitude da tensão elétrica cossenoidal) fornecida pelo Gerador de Funções. O sinal ótico de saída do Filtro de Fabry-Perot é então modulado em comprimento de onda com amplitude $\Delta\lambda_c$ e sintonizado no comprimento de onda central de 1546 nm.

Na próxima seção é apresentada a caracterização dos principais componentes presentes no aparato experimental, apresentado na Figura 4.3, como o Filtro Ótico Sintonizável de Fabry-Perot (Filtro de Fabry-Perot) e o MZI Desbalanceado.

4.2 Caracterização dos componentes

O Modulador de Comprimento de Onda (elemento emulando um sensor ótico) consiste em um Filtro Ótico Sintonizável de Fabry-Perot (Filtro de Fabry-Perot) da Micron Optics, modelo FFP-TF2. O Filtro de Fabry-Perot é composto por um filtro ótico sintonizável baseado em um interferômetro de Fabry-Perot em fibras óticas em conjunto com uma câmara piezoelétrica. A tensão elétrica fornecida pela Fonte de Tensão ao cristal piezoelétrico altera mecanicamente o interferômetro de Fabry-Perot, permitindo o controle do seu comprimento de onda central. É importante ressaltar que a tensão elétrica típica utilizada foi de 16 V, a qual sintonizou o comprimento de onda central em 1546 nm.

Outro ponto importante ainda relacionado ao Filtro de Fabry-Perot diz respeito a sua estabilização térmica. A temperatura do meio em que o Filtro de Fabry-Perot está inserido altera as suas características mecânicas, modificando o seu comprimento de onda central. Uma vez que o valor do comprimento de onda central deve estar fixo em 1546 nm, fez-se necessária a utilização de um sistema de estabilização térmica, de forma a estabilizar a temperatura do meio. A Figura 4.4 mostra o recipiente térmico feito de isopor, uma pastilha termoelétrica e um *cooler* com um dissipador, utilizados para controle da temperatura, além de o Filtro de Fabry-Perot em seu interior.

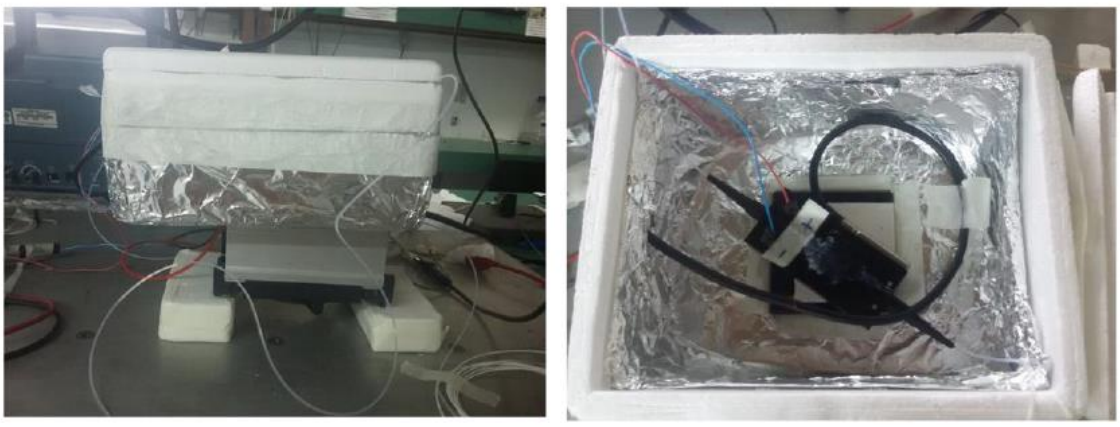


Figura 4.4: Recipiente utilizado para controle da temperatura sobre o Filtro de Fabry-Perot e seus componentes, em (a) vista externa e (b) vista interna.

Como pode ser observado na Figura 4.4, uma pastilha termoelétrica, baseada em uma junção Peltier, altera a temperatura interna do recipiente. Um Controlador de Temperatura

recebe a informação sobre a temperatura por meio de um termistor fixado no interior do recipiente. A partir do valor da temperatura recebido, o Controlador de Temperatura atua sobre a pastilha termoelétrica de modo a controlar a temperatura no interior do recipiente. Além disso, é utilizado um *cooler* (ventoinha) fixado a um dissipador de calor. A temperatura típica no interior do recipiente foi de 20 ^{o}C, com desvio de $\pm$ 2 ^{o}C.

É importante ressaltar que a influência da variação do comprimento de onda central do Filtro de Fabry-Perot sobre o valor de X calculado (X_{cal}) é pequena. Por exemplo, considere OPD = 0,01275 m, $\Delta\lambda_c$ = 0,25 nm e λ_c = 1546 nm: uma variação de 0,5 nm em λ_c produziria uma variação de X_{cal} = 8,3794 rad para X_{cal} = 8,3739 rad, ou seja, de apenas 0,0054 rad. Esses resultados foram obtidos por meio da equação (2.14b).

A Figura 4.5 mostra o gráfico da amplitude de modulação do comprimento de onda $\Delta\lambda_c$ do Filtro de Fabry-Perot, em nm, em função da amplitude da tensão elétrica cossenoidal aplicada pelo Gerador de Funções, em mVpp.

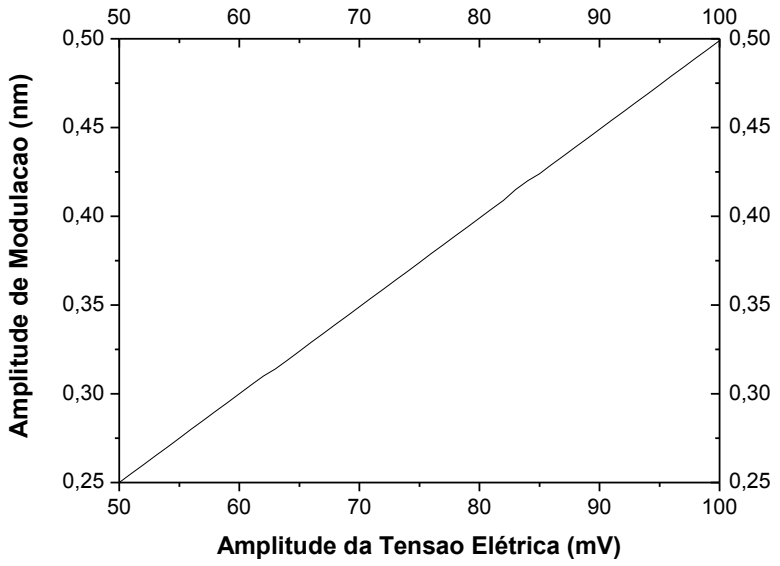


Figura 4.5: Amplitude de modulação do comprimento de onda $\Delta\lambda_c$ do Filtro de Fabry-Perot em função da amplitude da tensão elétrica cossenoidal aplicada.

A Figura 4.6 apresenta a fotografia do demodulador de MZI desbalanceado, contendo todos os seus componentes, como os dois polarizadores em fibras óticas, os dois controladores de polarização em fibras óticas, o divisor de polarização em fibras óticas e o combinador de polarização em fibras óticas.

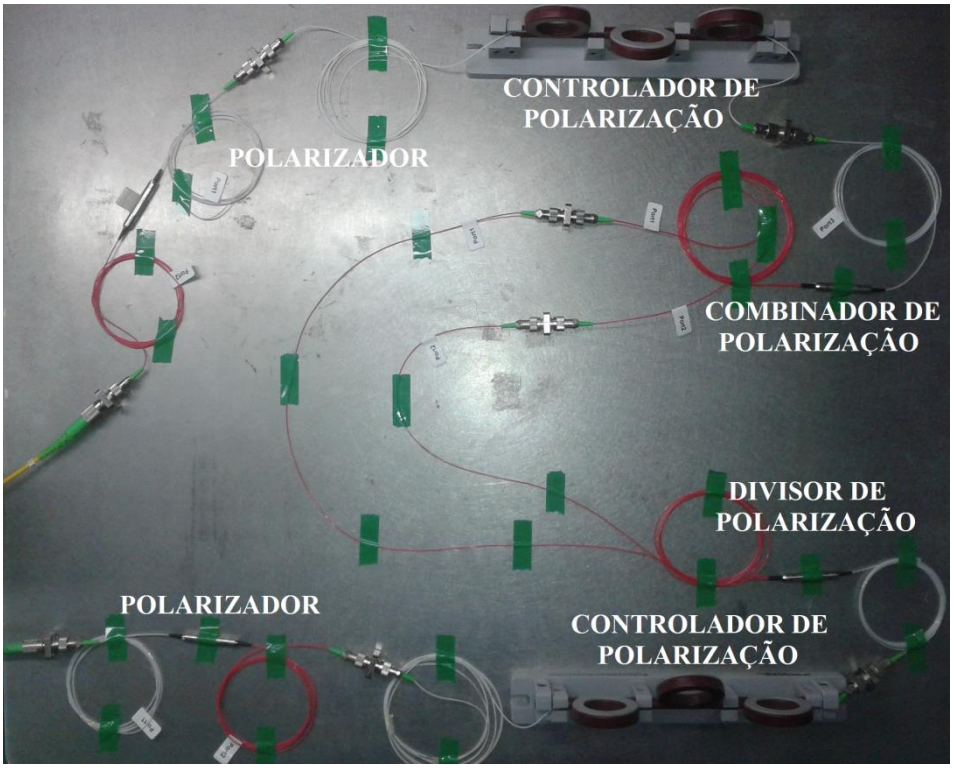


Figura 4.6: Fotografia do demodulador de MZI desbalanceado em vista superior indicando os seus componentes.

Um dos parâmetros mais importantes relacionados ao demodulador de MZI desbalanceado é a diferença de caminho ótico (OPD – *Optical Path Difference*). O *OPD* é função da diferença de comprimento entre os braços do interferômetro, a qual depende do corte das fibras e da temperatura ambiente. Os valores experimentais para o *OPD* variavam na faixa entre 12,75 mm e 12,80 mm em função da temperatura ambiente. Por exemplo, considere OPD = 12,75 mm, $\Delta\lambda_c$ = 0,25 nm e λ_c = 1546 nm: uma variação de OPD para 12,80 m produziria uma variação de X_{cal} = 8,3794 rad para X_{cal} = 8,4122 rad, ou seja, de 0,0329 rad. Esses resultados foram obtidos por meio da equação (2.14b). É importante destacar que esses valores de OPD foram os limites encontrados considerando todas as medições, as quais foram realizadas em dias diferentes. Em um mesmo dia, não foram constatadas variações no valor de OPD superiores a 0,03 mm, resultando em variações da fase tipicamente inferiores a 0,0197 rad.

4.3 Rotinas em LabVIEW para o modelo matemático

As rotinas desenvolvidas no *software* LabVIEW, representado na Figura 4.1, é apresentada nessa seção. A Figura 4.7 mostra um trecho do código, contendo os principais blocos e instrumentos virtuais.

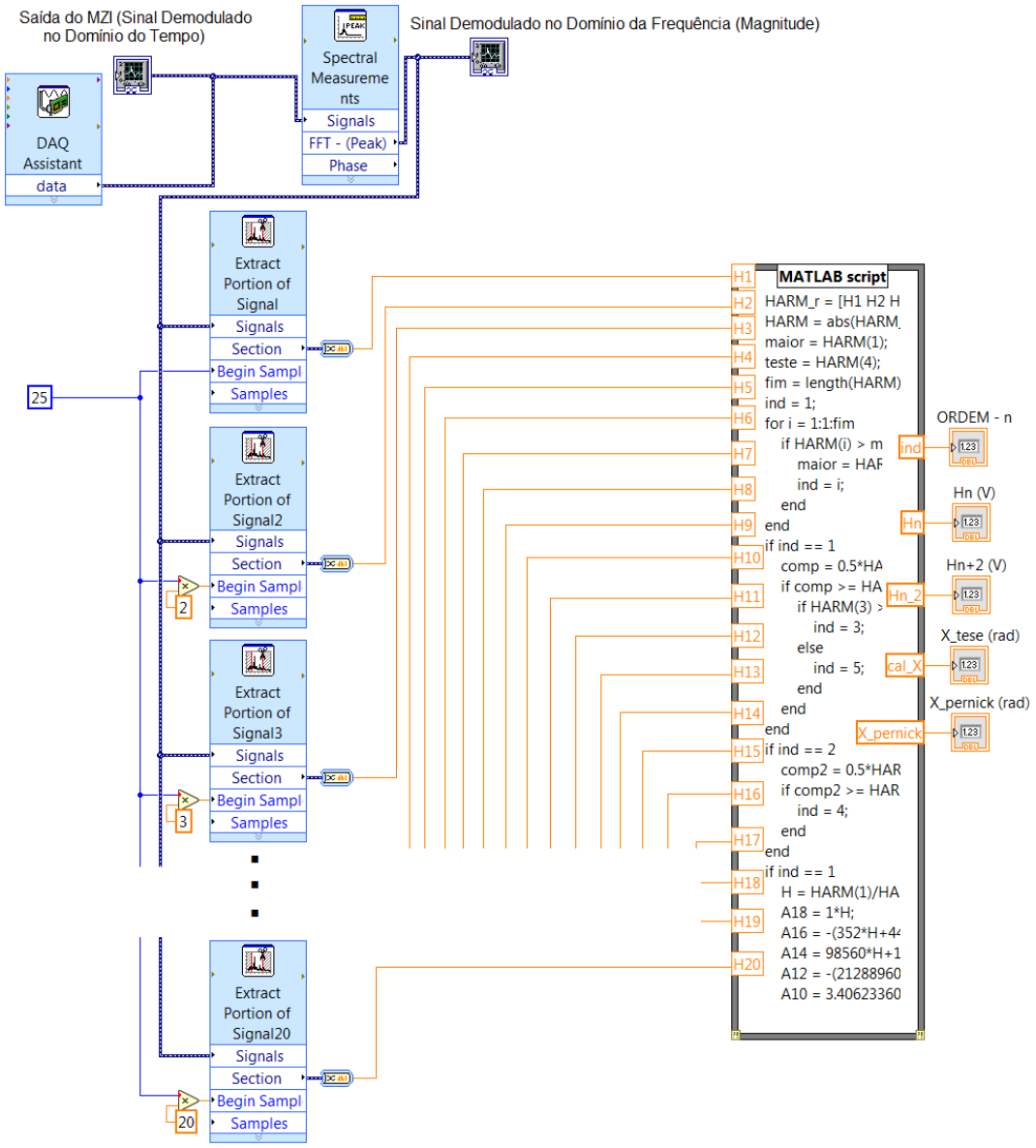


Figura 4.7: Trecho da rotina desenvolvida em LabVIEW para detecção de X_{cal}.

O bloco DAQ Assistant é utilizado para configurar o tamanho da amostra e a taxa de amostragem sobre o Conversor A/D. A configuração utilizada para o DAQ Assistant (Conversor A/D) foi: Número de Amostras (*Samples to Read*) = 10 kS (quilo amostras) e Taxa de Amostragem (*Rate*) = 20 kS/s. O fluxo de dados de saída do DAQ Assistant é transmitido tanto para o bloco de Gráfico (Sinal Demodulado no Domínio do Tempo) e para o bloco Spectral Measurements. Neste último bloco é realizada a FFT (*Fast Fourier Transform* – Transformada Rápida de Fourier) do sinal de entrada, resultando em um sinal de saída no domínio da frequência. Esse sinal é transmitido para um bloco de Gráfico (Sinal Demodulado no Domínio da Frequência) e também para um conjunto de blocos de Extract Portion of Signal. É importante observar que, como a frequência tipicamente utilizada foi de 50 Hz, então as componentes harmônicas de ordens 1, 2, 3… estão presentes nas amostras 25, 50,

75… do sinal demodulado no domínio da frequência, respectivamente. Cada bloco Extract Portion of Signal extrai então a amplitude das respectivas componentes harmônicas e transmite para um código escrito em Matlab (MATLAB script). O código escrito em Matlab (Apêndice A) executa então os comandos correspondentes ao modelo matemático proposto nesta tese para obter o valor de X_{cal}, como explicado na Figura 4.1 e na Figura 3.23 do Capítulo 3.

A Figura 4.8 apresenta a interface desenvolvida em LabVIEW, contendo os resultados experimentais para a intensidade do sinal demodulado no domínio do tempo, a sua magnitude no domínio da frequência, a ordem da componente harmônica de maior magnitude, a magnitude dessa componente harmônica H_n (Hn) e de H_{n+2} (Hn+2), além de os valores das fases calculadas (X) pelo método da tese (X_{tese}) e pelo método de Pernick ($X_{Pernick}$).

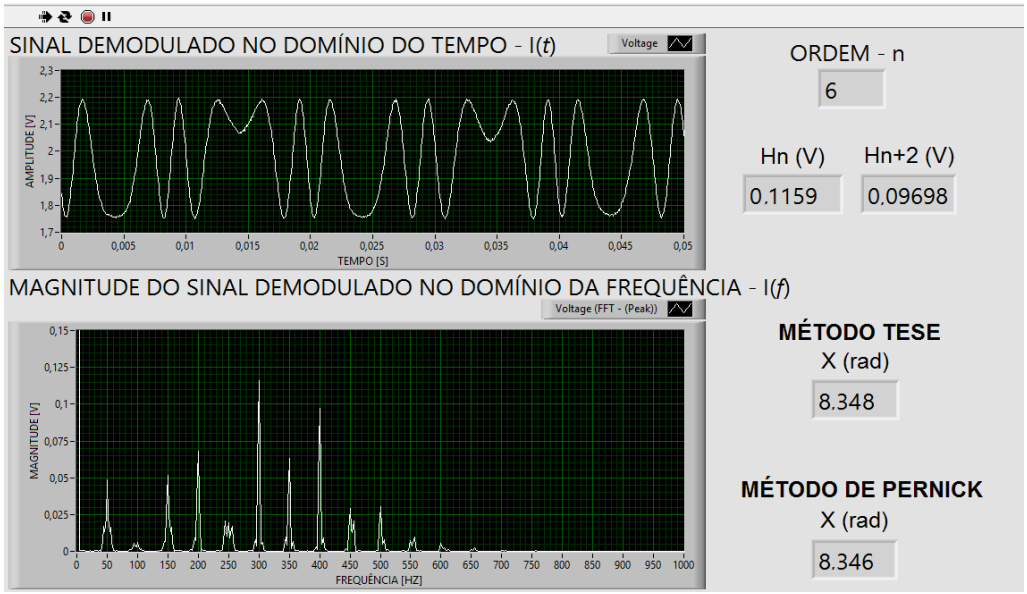


Figura 4.8: Interface do programa desenvolvido em LabVIEW.

Nesse exemplo da Figura 4.8, a componente harmônica de maior magnitude é $H_6(x) = 0{,}1159$. Além disso, como $n = 6$, então $H_{n+2}(x) = H_8(x) = 0{,}09698$ e os coeficientes são $a_6 = -0{,}04176$, $b_6 = 1{,}14476$, $c_6 = -11{,}2536$ e $d_6 = 39{,}65696$ obtidos da Tabela 3.5. Substituindo-se os coeficientes e fazendo $H_6(x)/H_8(x) = 1{,}1951$ na equação (3.7), chega-se à equação $-0{,}04176x^3 + 1{,}14476x^2 - 11{,}2536x + 39{,}65696 - 1{,}1951 = 0$, cuja solução é $X_{tese} = 8{,}348$ rad.

Nesse Capítulo foram apresentados os componentes e dispositivos que fizeram parte do aparato experimental utilizado para a comprovação do modelo matemático proposto neste trabalho. No próximo Capítulo serão mostrados os resultados experimentais obtidos com esse

aparato em diferentes configurações, os resultados teóricos obtidos a partir de simulações, além de comparações entre ambos.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DAS SIMULAÇÕES

No Capítulo 4 foi apresentado o aparato experimental utilizado para a comprovação do modelo matemático proposto nesta tese. Tendo como base o aparato introduzido no capítulo anterior, o capítulo atual expõe os resultados obtidos experimentalmente, comparando-os com os resultados teóricos gerados com a simulação nas mesmas condições dos experimentos.

5.1 Caracterização do interferômetro de Mach-Zehnder

Os resultados experimentais foram obtidos em dois casos, aqui denominados *Configuração 1* e *Configuração 2*, cada qual com configurações particulares, como mostrado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Parâmetros do interferômetro em duas configurações diferentes.

	Configuração 1	***Configuração 2***
A	0,895 V	2,5 V
B	0,105 V	0,3 V
OPD	12,75 mm	12,80 mm

É importante observar que os parâmetros *A* e *B* consistem nos parâmetros presentes na equação (2.15). Os diferentes valores de *A* e *B* foram obtidos variando-se o ganho do

fotodetector de 60 dB (*Configuração 1*) para 70 dB (*Configuração 2*). Os valores de *OPD* variavam sempre na faixa entre 12,75 mm e 12,80 mm dependendo da temperatura ambiente. Como explicado no Capítulo 4, uma variação de *OPD* dentro dessa faixa produz uma variação de apenas 0,0329 rad para a fase X. Isso significa que, nos resultados experimentais, é esperada pouca (ou nenhuma) variação para o valor da fase X em função da amplitude de modulação do comprimento de onda ($\Delta\lambda_c$) entre as duas configurações (*Configuração 1* e *Configuração 2*). Os gráficos de X em função $\Delta\lambda_c$ para ambas as configurações serão apresentados na seção 5.3.

5.2 Intensidade do sinal detectado no domínio do tempo e da frequência

Como apresentado no Capítulo 4, o sinal fotodetectado é digitalizado e transmitido para um computador, sendo processado e analisado por rotinas desenvolvidas em LabVIEW. Essas rotinas incluem a obtenção dos gráficos da intensidade do sinal de saída do interferômetro no domínio do tempo e da frequência.

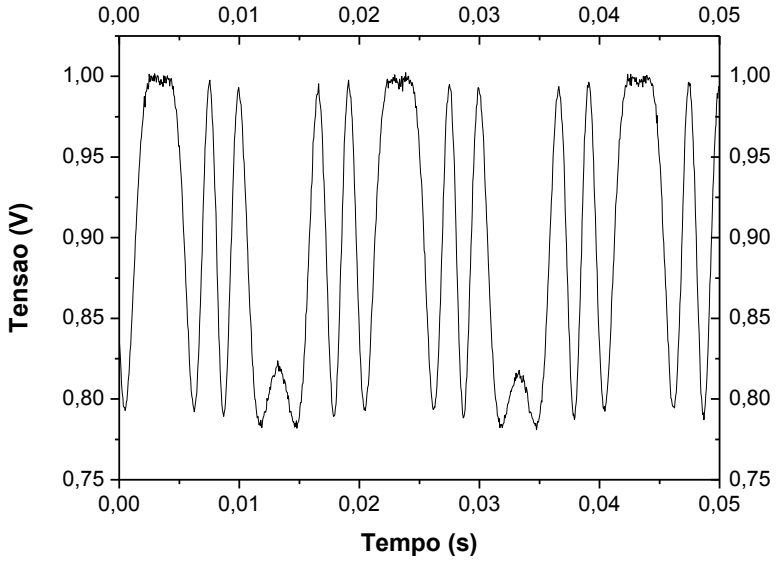
O comprimento de onda central do modulador de Fabry-Perot foi fixado em $\lambda_c = 1546$ nm e a frequência de modulação em 50 Hz para todas as medições. Os diferentes valores para a amplitude de modulação $\Delta\lambda_c$ foram obtidos variando-se a amplitude de modulação elétrica (índice de modulação) por meio do gerador de sinais. A Tabela 5.2 apresenta os valores para a amplitude de modulação no gerador de funções (em mVpp) e os respectivos valores para a amplitude de modulação de comprimento de onda $\Delta\lambda_c$ (em nm), obtidos através do gráfico da Figura 4.5 do Capítulo 4.

Tabela 5.2: Valores para a amplitude de modulação do gerador de funções (em mVpp) e os respectivos valores para a amplitude de modulação $\Delta\lambda_c$ (em nm), utilizados nesse experimento.

Amplitude de Modulação (em mVpp)	Amplitude de Modulação (em nm)
50	0,25
60	0,30
70	0,35
80	0,399
90	0,45
100	0,499

Os resultados experimentais obtidos para a *Configuração 1* (mostrada na tabela 5.1) para cada uma das amplitudes dada na Tabela 5.2 são mostrados a seguir, nas Figuras 5.1 até 5.6, respectivamente.

(a)



(b)

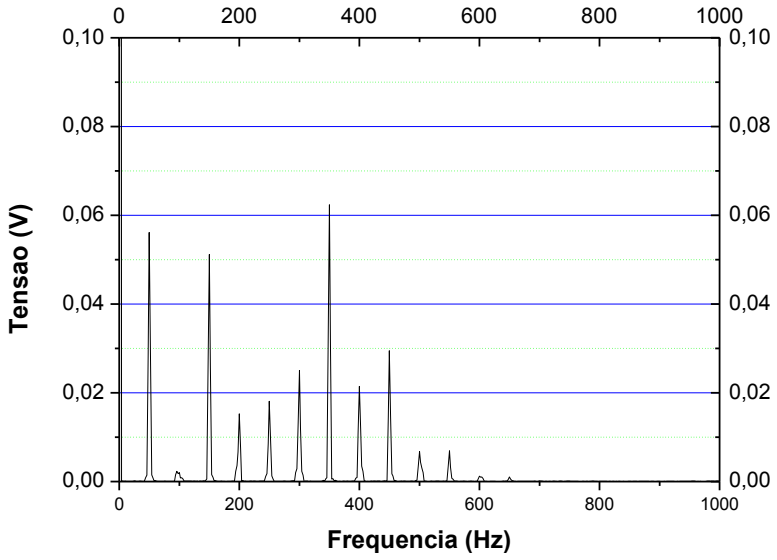
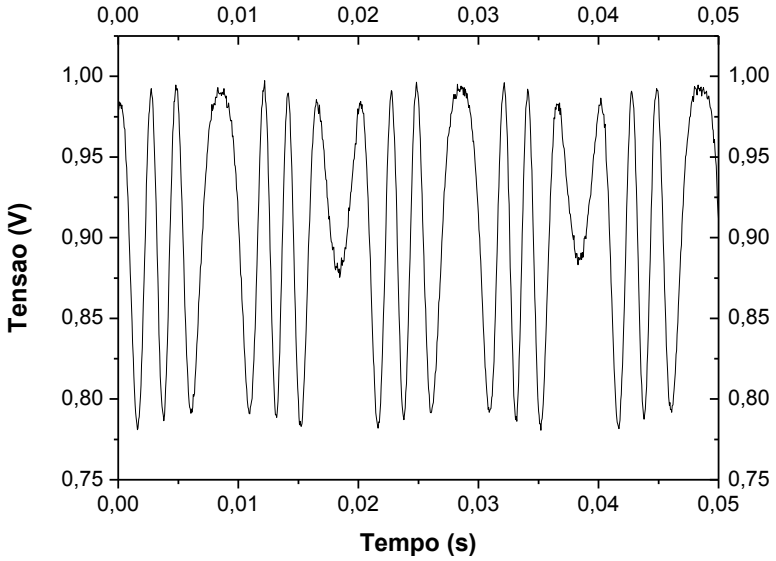


Figura 5.1: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 50 mVpp (0,25 nm).

(a)



(b)

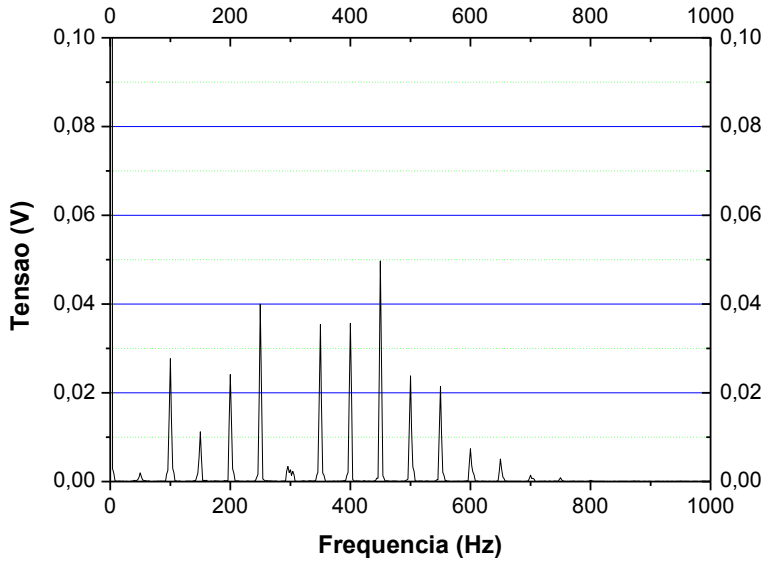
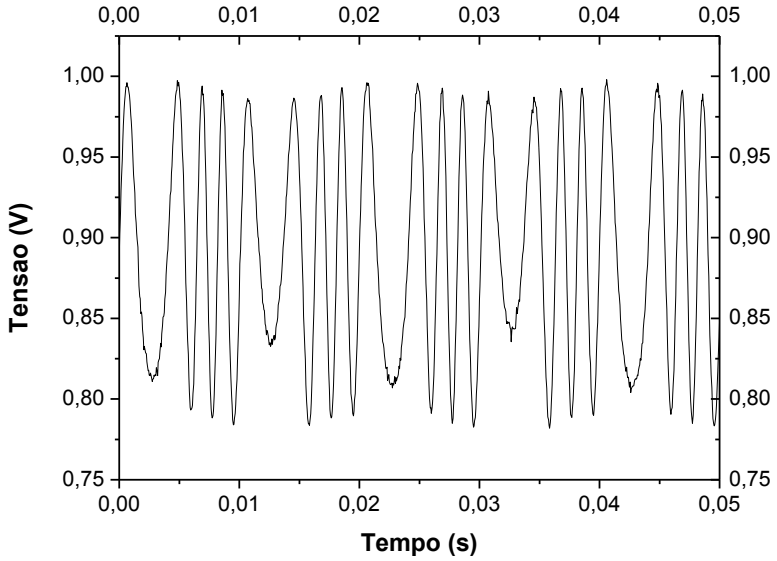


Figura 5.2: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 60 mVpp (0,30 nm).

(a)



(b)

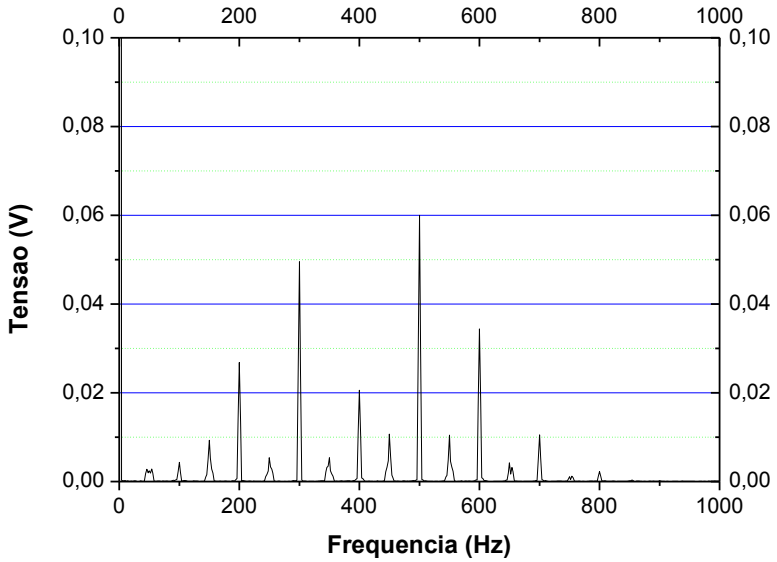
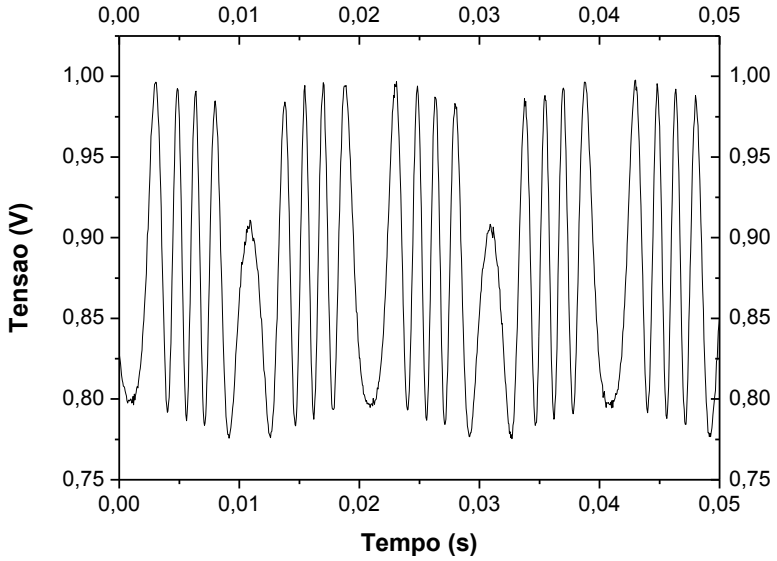


Figura 5.3: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 70 mVpp (0,35 nm).

(a)



(b)

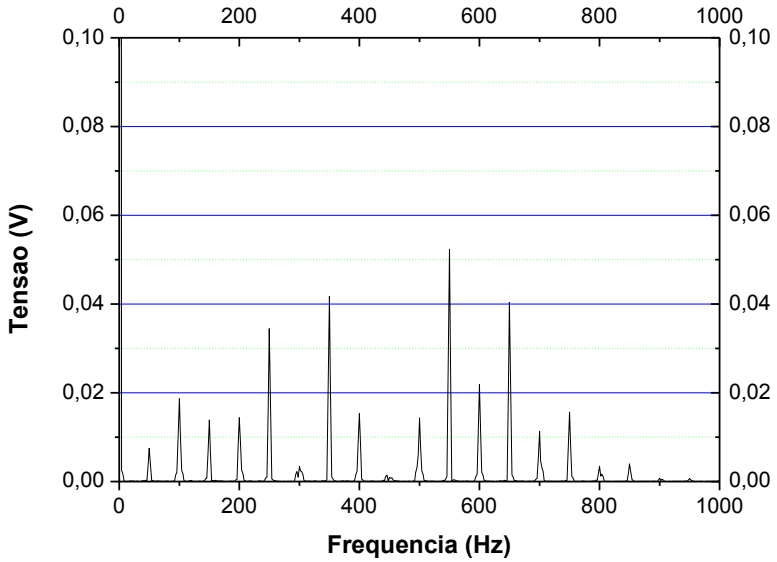
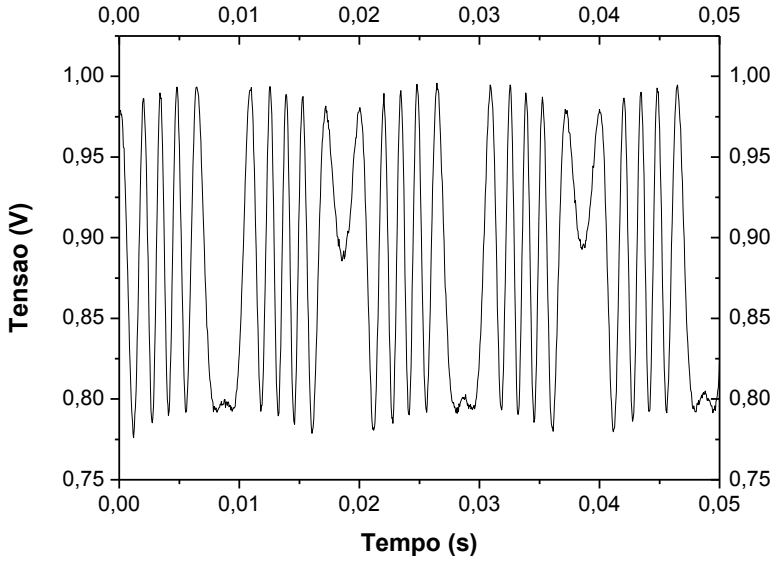


Figura 5.4: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 80 mVpp (0,399 nm).

(a)



(b)

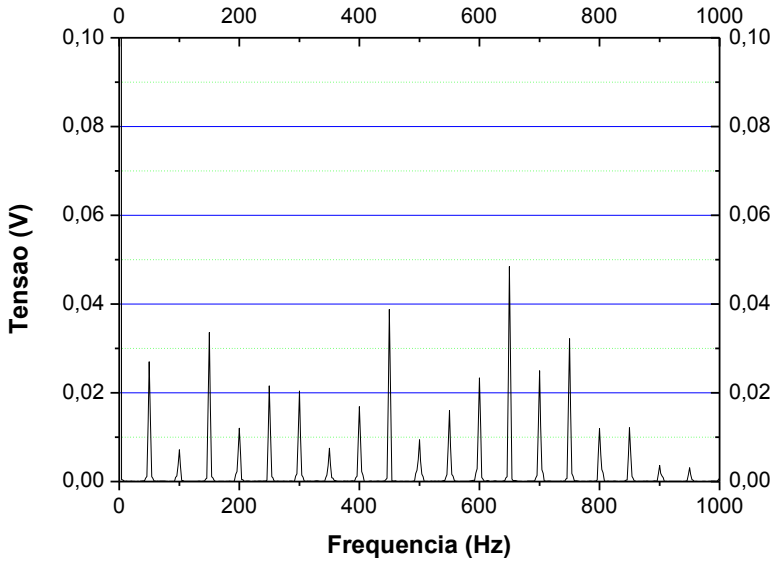
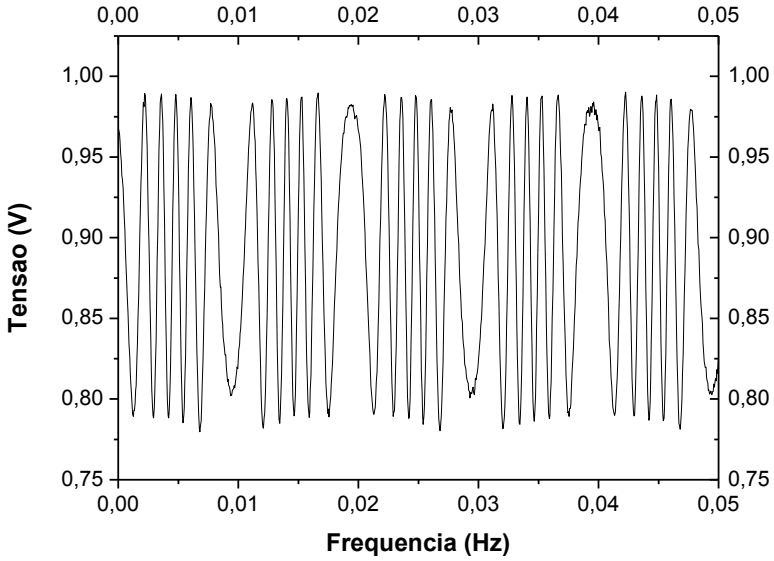


Figura 5.5: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 90 mVpp (0,45 nm).

(a)



(b)

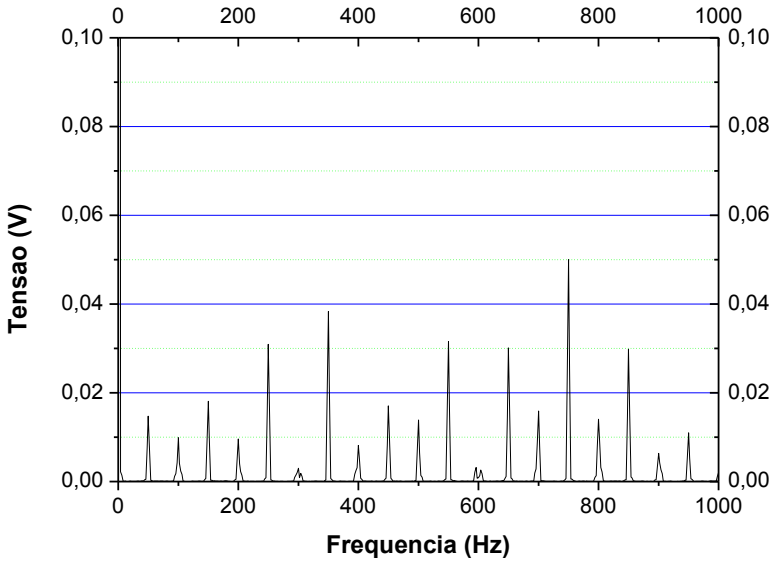


Figura 5.6: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 1* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 100 mVpp (0,499 nm).

É importante notar que o maior harmônico (harmônico com maior amplitude) se desloca para frequências cada vez maiores conforme a amplitude de modulação $\Delta\lambda_c$ aumenta. Como mostrado na equação (2.14b), o aumento no valor de $\Delta\lambda_c$ produz um aumento no valor

da fase X, fazendo com que o harmônico com maior amplitude ocorra para frequências cada vez mais elevadas.

Os valores da fase X obtidos experimentalmente para cada caso são mostrados na Tabela 5.3. Esses valores foram obtidos a partir do modelo matemático proposto na tese, apresentado no Capítulo 3.

Tabela 5.3: Valores para a fase *X* obtidos experimentalmente em cada caso para a *Configuração 1*.

Amplitude de Modulação (em mVpp)	**Amplitude de Modulação (em nm)**	**Fase X_{tese} (em rad)**
50	0,25	8,378
60	0,30	10,051
70	0,35	11,716
80	0,399	13,368
90	0,45	15,046
100	0,499	16,728

Como esperado, tendo em vista que o harmônico com maior amplitude ocorreu para frequências cada vez maiores (o maior harmônico se deslocou para frequências mais elevadas), os valores da fase X_{tese} obtidos experimentalmente tiverem uma tendência crescente, como pode ser observado na Tabela 5.3.

As simulações da intensidade do sinal de saída do interferômetro de Mach-Zehnder foram realizadas considerando o valor da fase encontrado experimentalmente (X_{tese}), mostrado na Tabela 5.3, adicionando-se o deslocamento da fase (θ) e o desvio de fase aleatório (Φ) observado de cada medição. A Tabela 5.4 apresenta os valores de X_{tese}, de θ e de Φ utilizados em cada simulação. Além disso, foram considerados os valores para os parâmetros A e B, apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.4: Valores para a fase *X* obtidos experimentalmente em cada caso para a *Configuração 1*.

Amplitude de Modulação (em nm)	**Fase X_{tese} (em rad)**	**θ (em graus)**	**Φ (em graus)**
0,25	8,378	-60	246
0,30	10,051	28	236,3
0,35	11,716	-49	191,7
0,399	13,368	-18	113
0,45	15,046	24	300
0,499	16,728	14	108,6

As Figuras 5.7 até 5.12 mostram os gráficos experimentais e teóricos (simulação) da intensidade do sinal de saída do interferômetro de Mach-Zehnder no domínio do tempo para cada caso. O gráfico teórico da intensidade no domínio do tempo foi obtido a partir da equação (2.15), considerando a fase θ: $I(t) = A + B\ cos[X(t) \cdot cos(\omega t + \theta) + \Phi(t)]$.

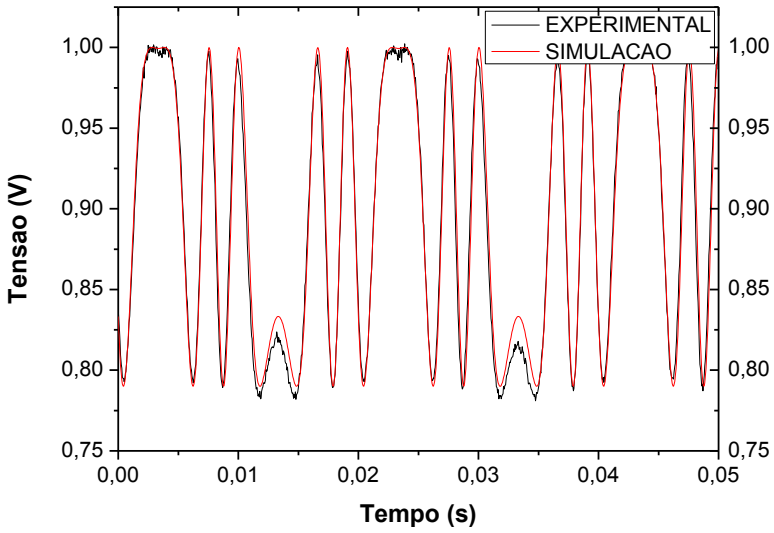


Figura 5.7: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 50 mVpp (0,25 nm).

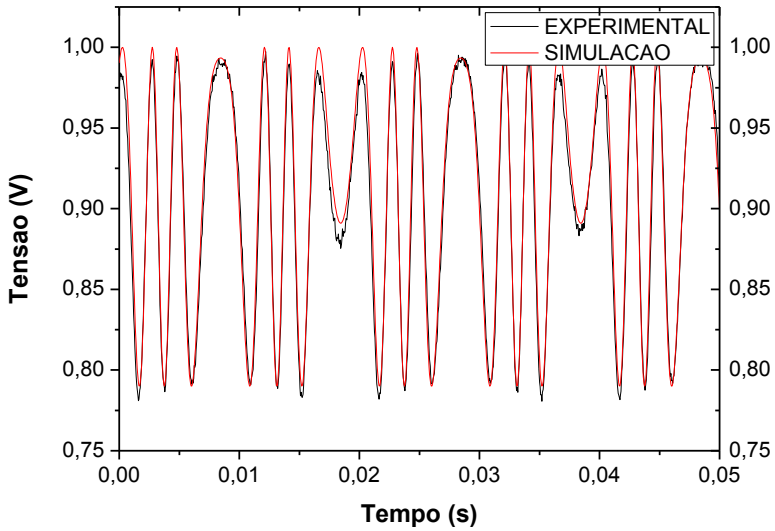


Figura 5.8: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 60 mVpp (0,30 nm).

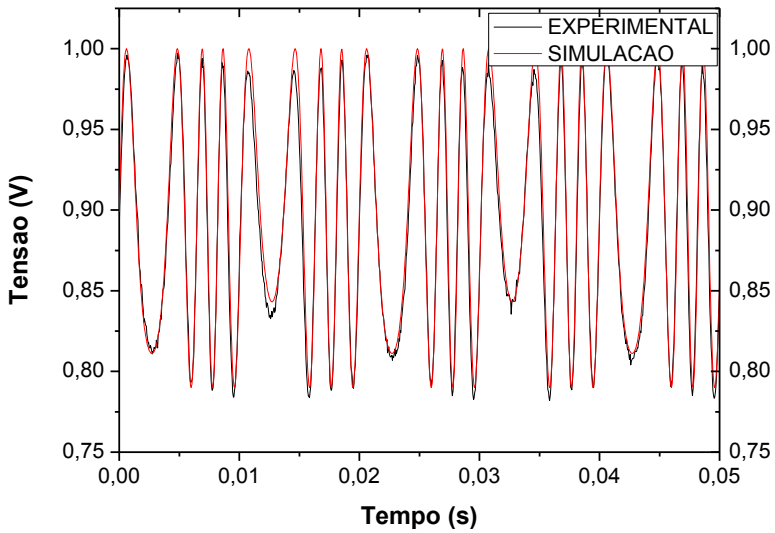


Figura 5.9: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 70 mVpp (0,35 nm).

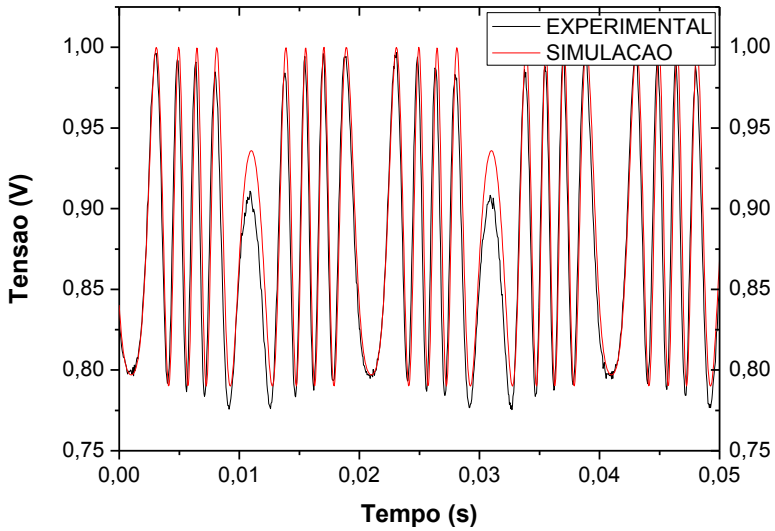


Figura 5.10: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 80 mVpp (0,399 nm).

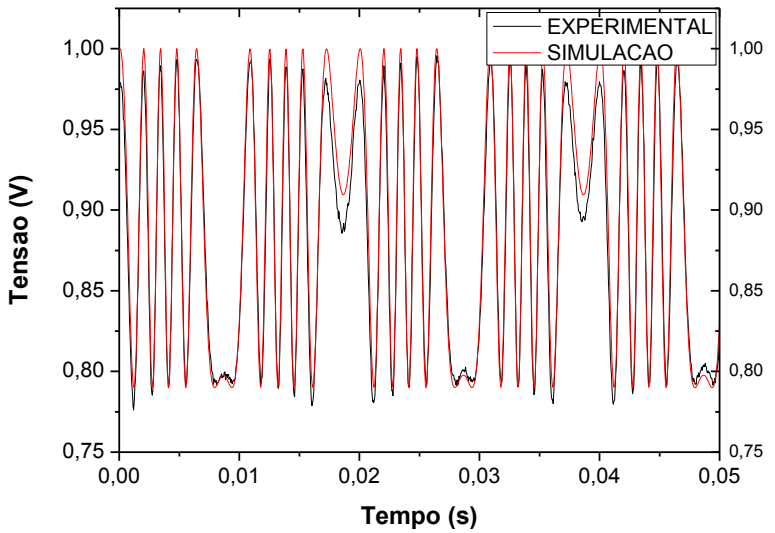


Figura 5.11: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 90 mVpp (0,45 nm).

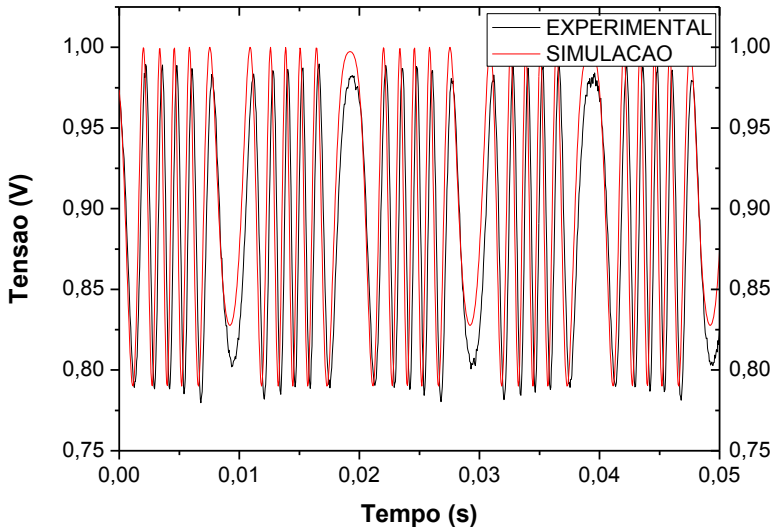
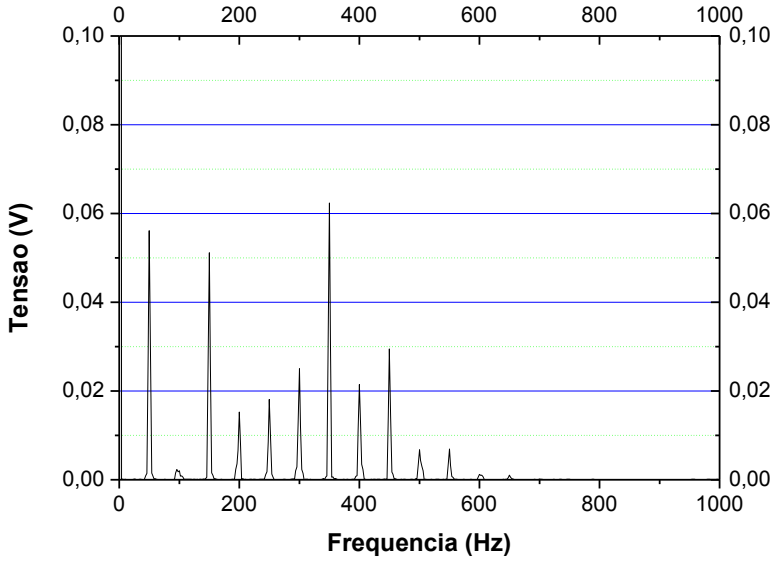


Figura 5.12: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 1* com 100 mVpp (0,499 nm).

É importante observar, nos gráficos experimentais da intensidade no domínio do tempo, a presença de uma modulação na frequência de 50 Hz que se intensifica à medida que aumentamos $\Delta\lambda_c$. Essa modulação ocorre devido a não planicidade da fonte de ASE (o espectro da ASE é ligeiramente inclinado na faixa entre 1545 nm e 1547 nm, gerando uma modulação "adicional" no sinal fotodetectado.

As Figuras 5.13 até 5.18 mostram os gráficos experimentais e teóricos (simulação) da intensidade do sinal de saída do interferômetro de Mach-Zehnder no domínio da frequência para cada caso. O gráfico da intensidade no domínio da frequência é resultante da FFT do sinal no domínio do tempo, como descritos nos Capítulos 3 e 4 (ambos, teórico e experimental, foram obtidos dessa forma).

(a)



(b)

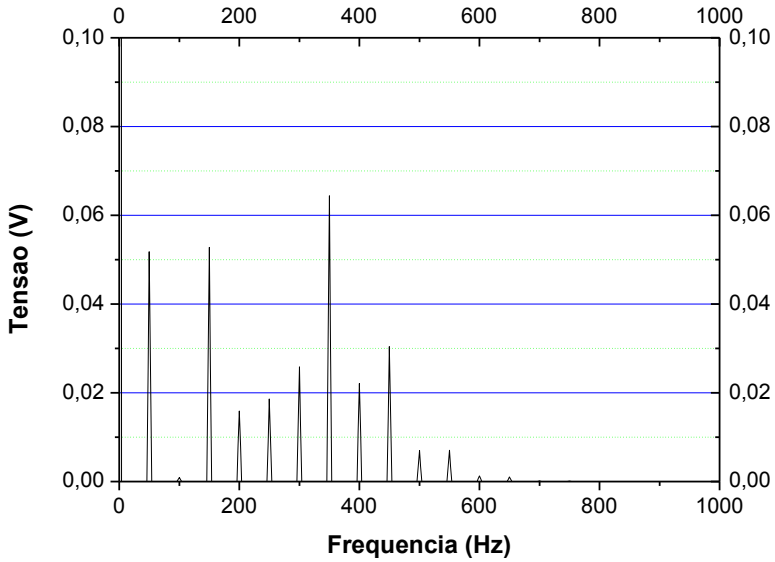
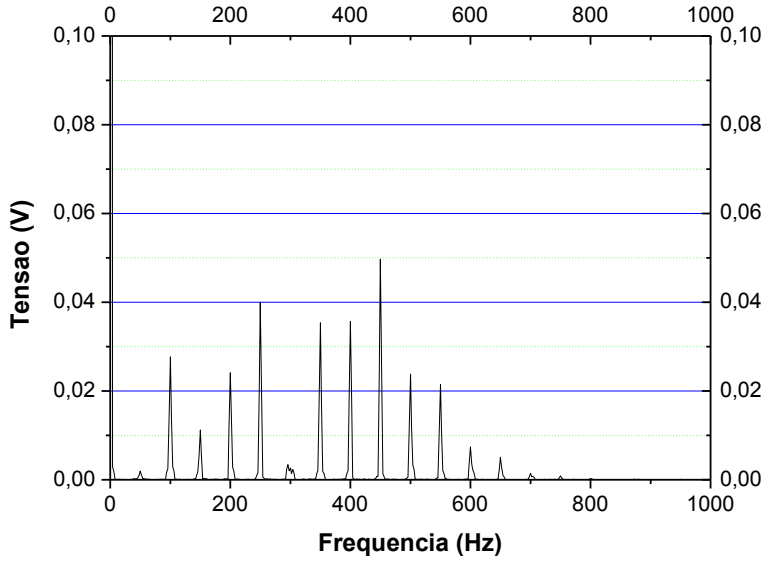


Figura 5.13: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 50 mVpp (0,25 nm).

(a)



(b)

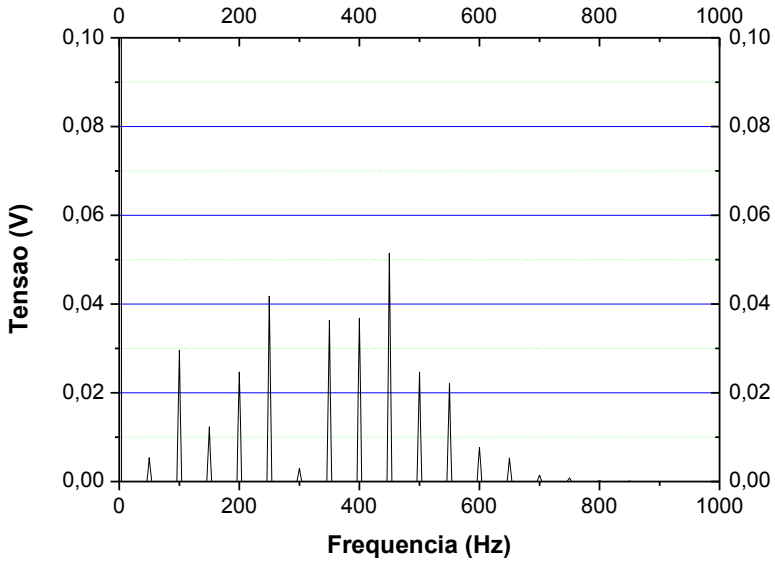
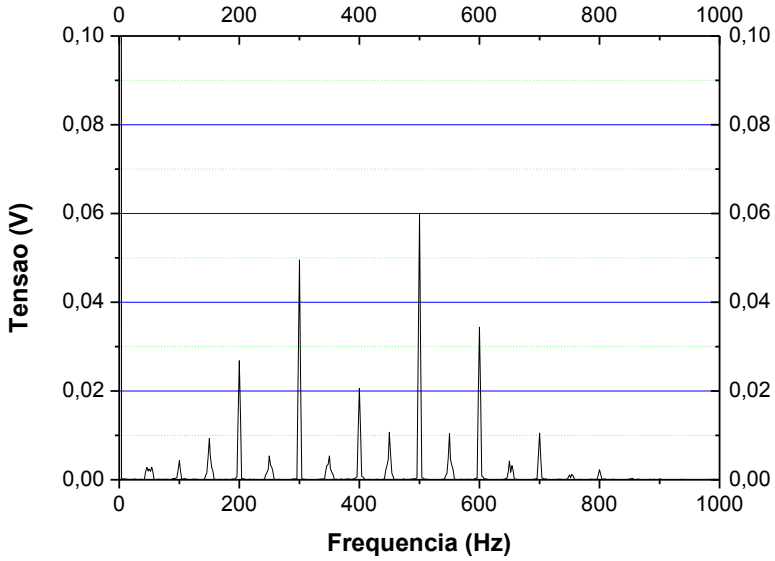


Figura 5.14: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 60 mVpp (0,30 nm).

(a)



(b)

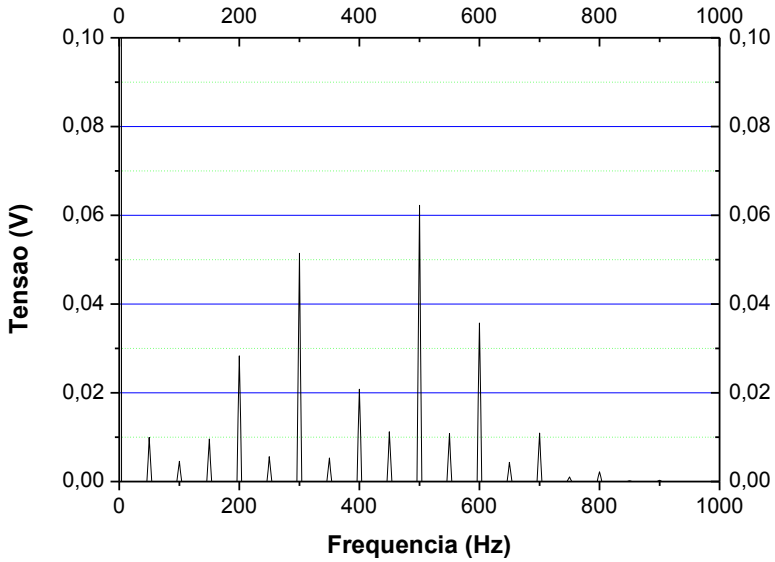
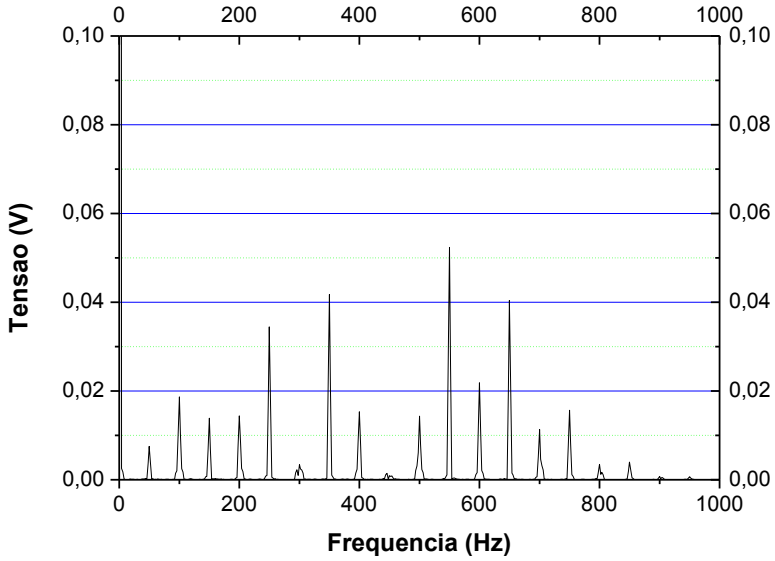


Figura 5.15: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 70 mVpp (0,35 nm).

(a)



(b)

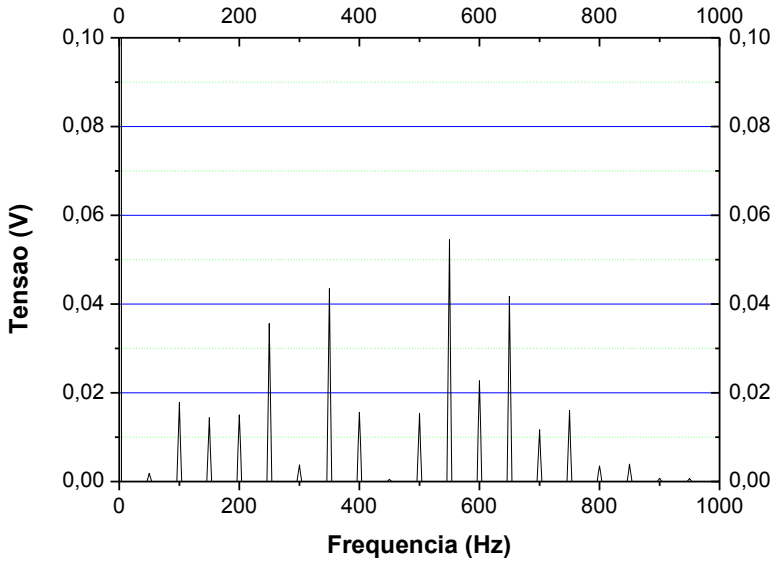
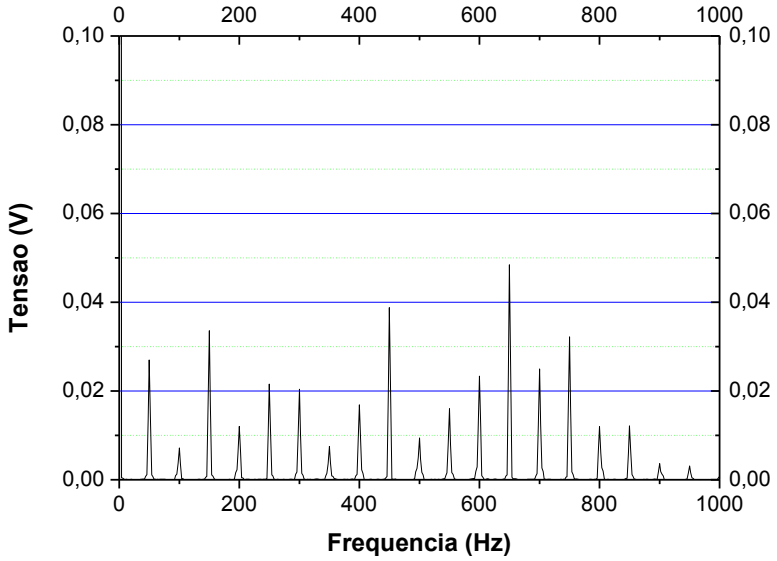


Figura 5.16: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 80 mVpp (0,399 nm).

(a)



(b)

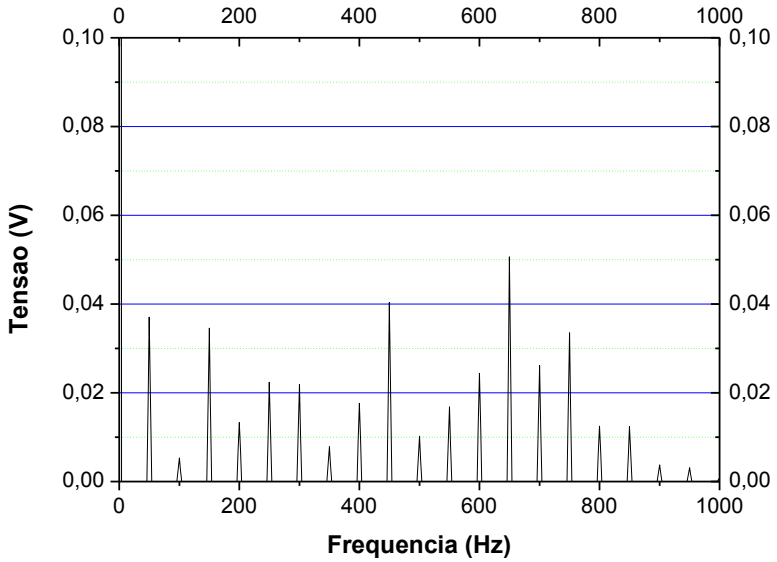
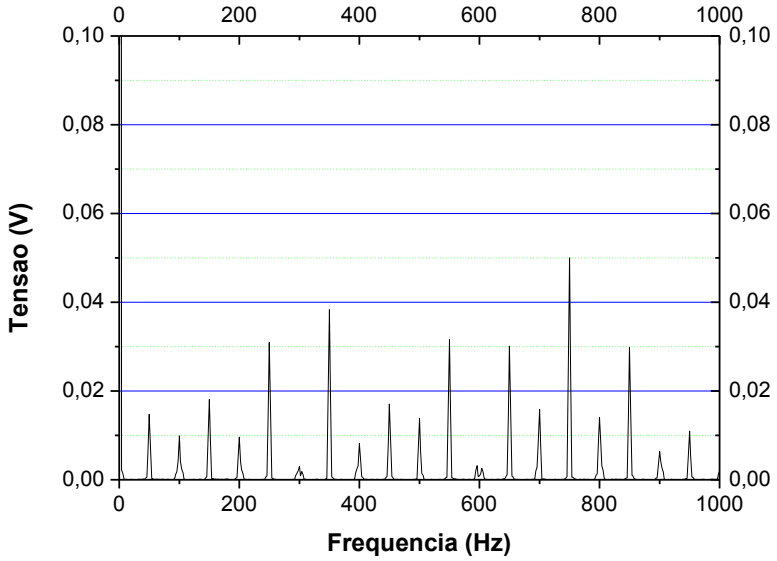


Figura 5.17: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 90 mVpp (0,45 nm).

(a)



(b)

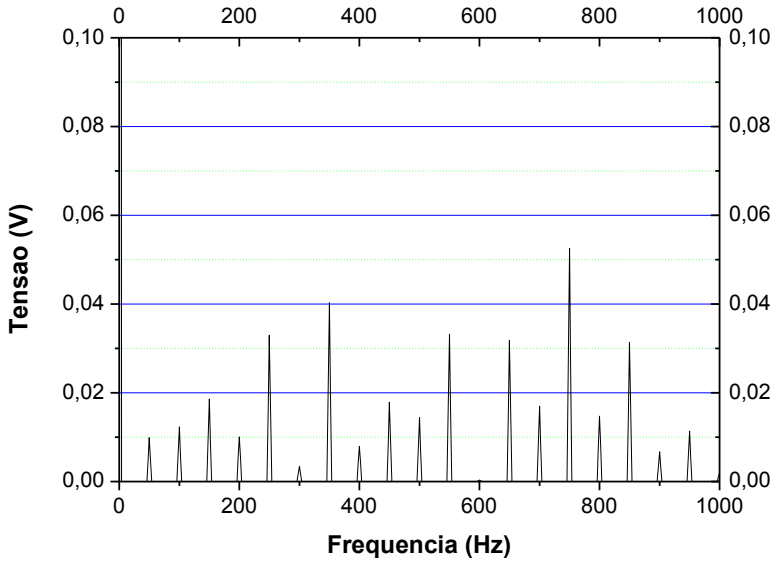


Figura 5.18: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 1* com 100 mVpp (0,499 nm).

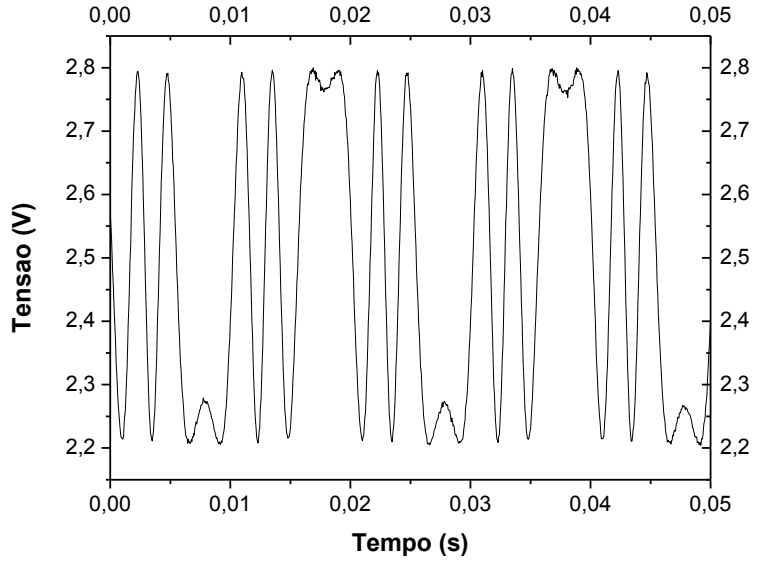
É importante observar que os resultados teóricos e experimentais são muito semelhantes permitindo a afirmação de que os valores da fase (X_{tese}) obtidos experimentalmente são de fato os valores da fase (X) de saída do interferômetro (resultante da

modulação $\Delta\lambda_c$). Essa afirmação é ainda prematura, devendo ser comprovada de outra forma, a qual será demonstrada na seção 5.3.

Deve-se destacar ainda que ocorreram pequenas variações no valor de λ_c entre as medições. Entretanto, essas variações não foram significativas na alteração do valor de X, como discutido no Capítulo 4.

Considerando agora a *Configuração 2* (mostrada na tabela 5.1), tem-se os resultados experimentais obtidos, para cada uma das amplitudes dada na Tabela 5.2, nas Figuras 5.19 até 5.24, respectivamente.

(a)



(b)

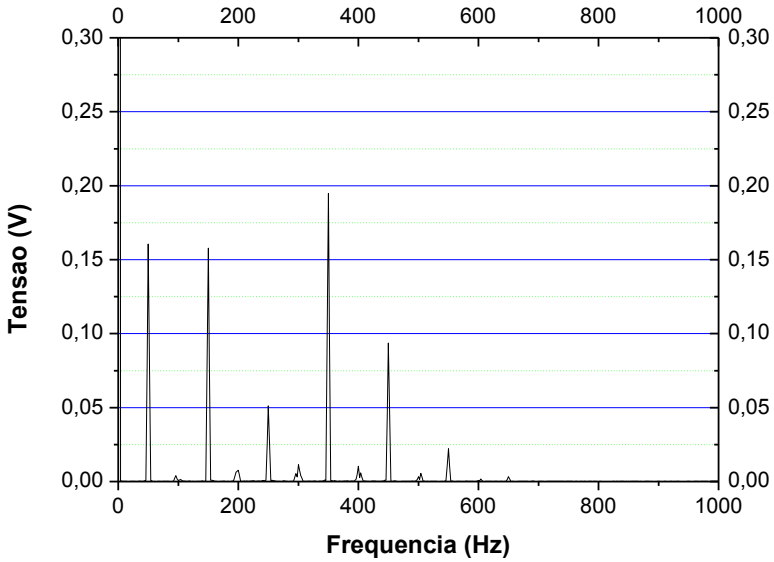
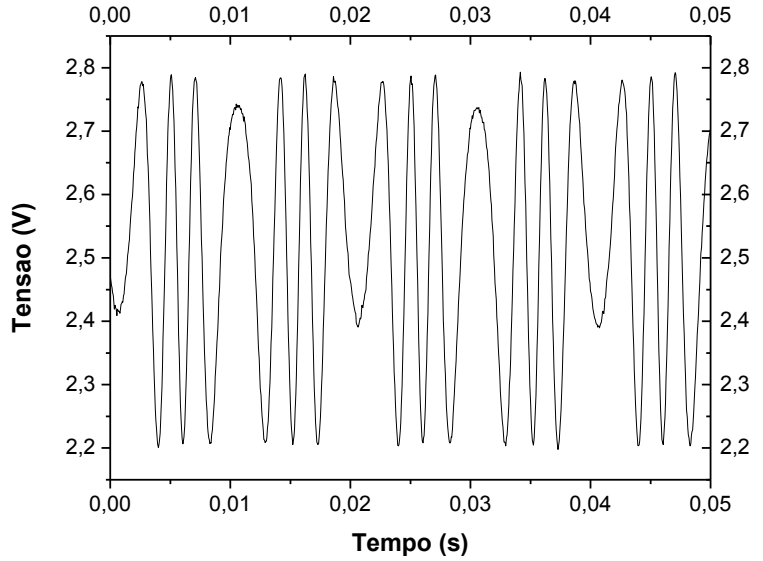


Figura 5.19: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 50 mVpp (0,25 nm).

(a)



(b)

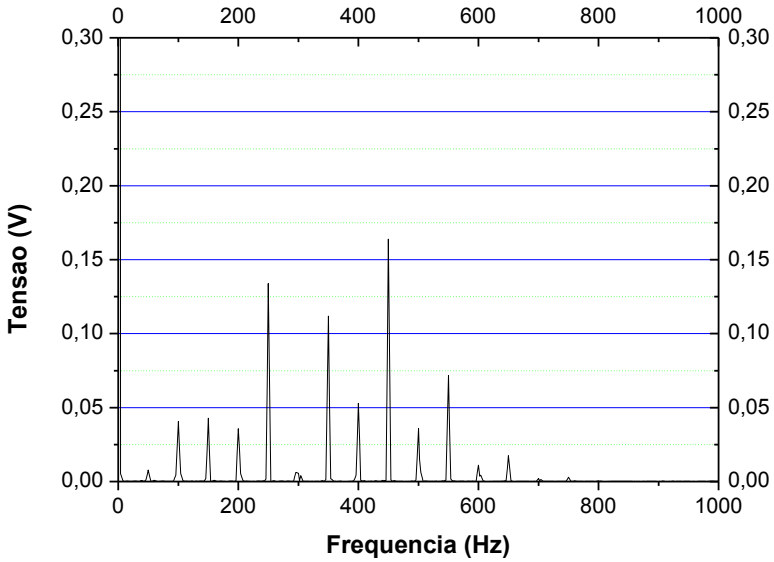
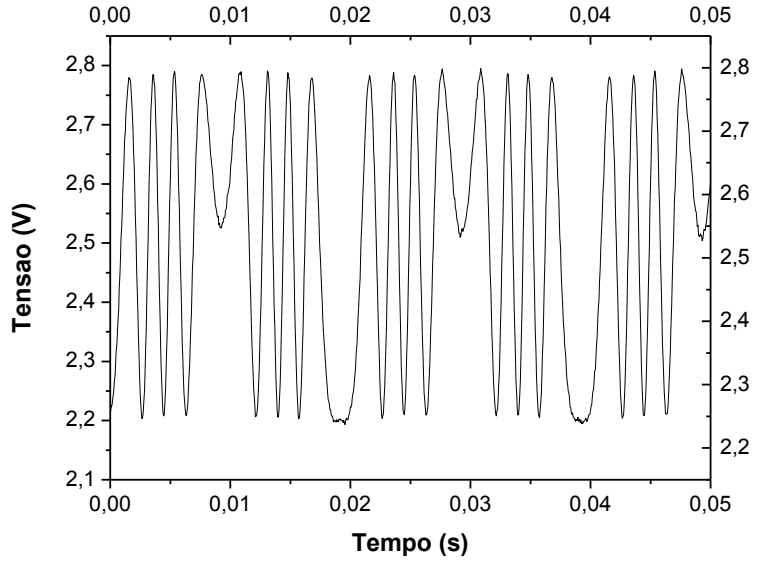


Figura 5.20: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 60 mVpp (0,30 nm).

(a)



(b)

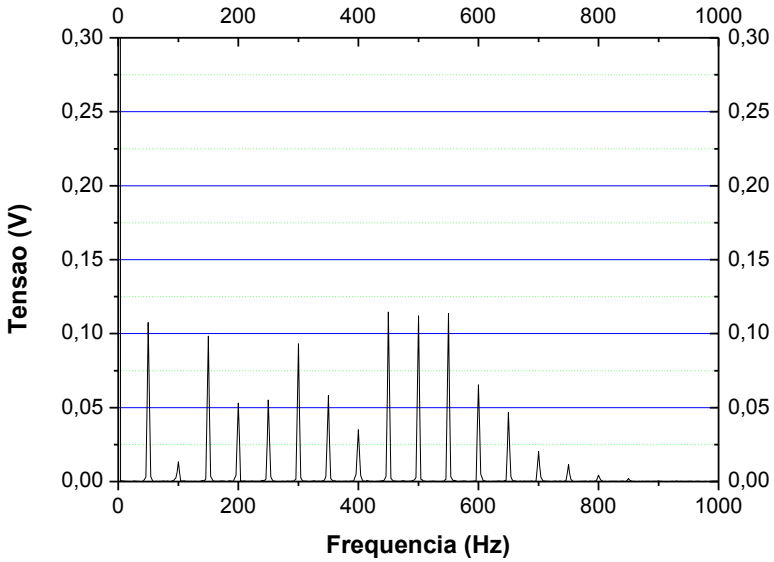
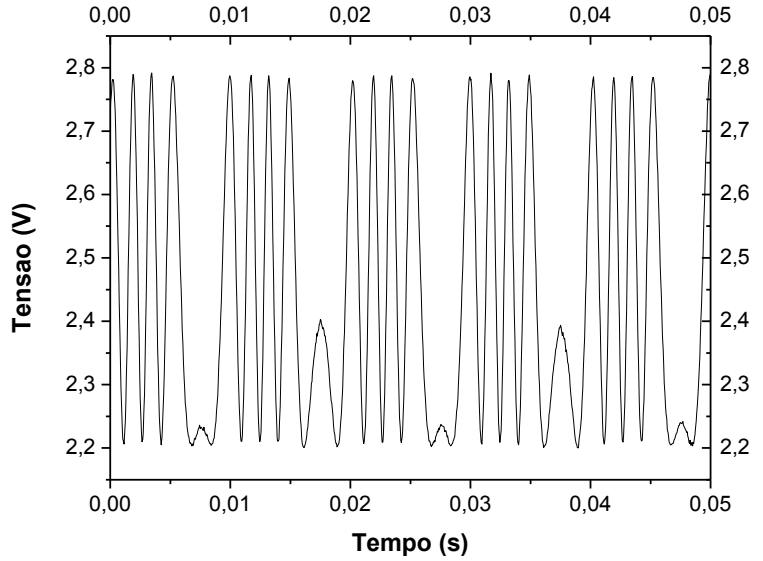


Figura 5.21: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 70 mVpp (0,35 nm).

(a)



(b)

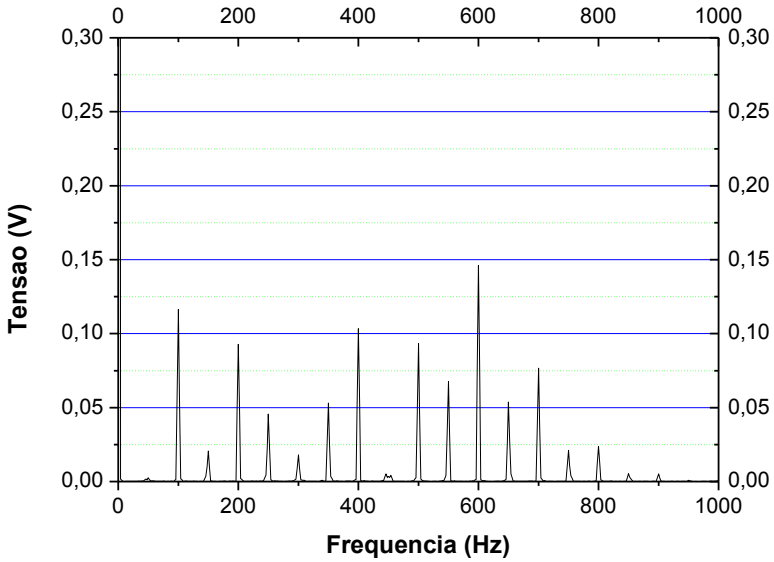
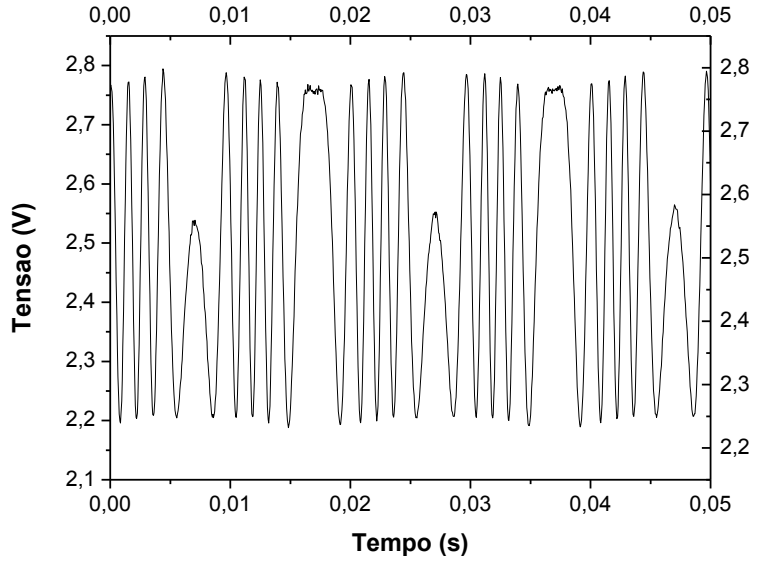


Figura 5.22: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 80 mVpp (0,399 nm).

(a)



(b)

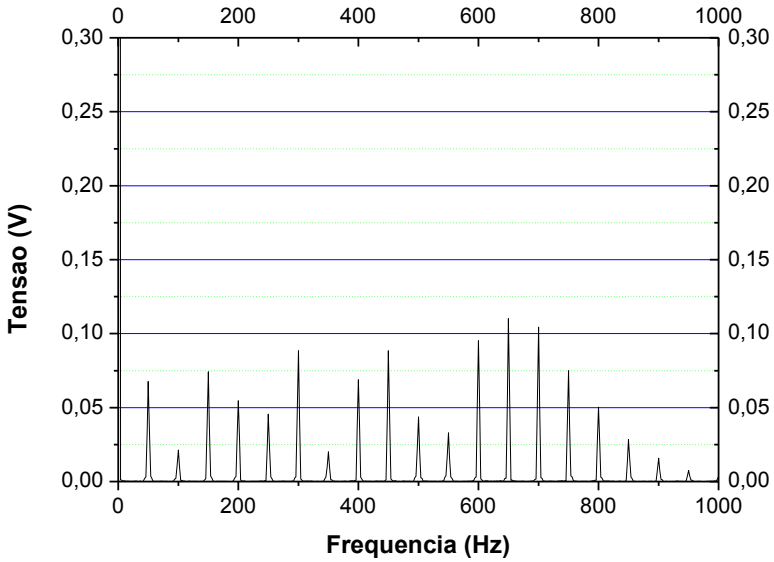
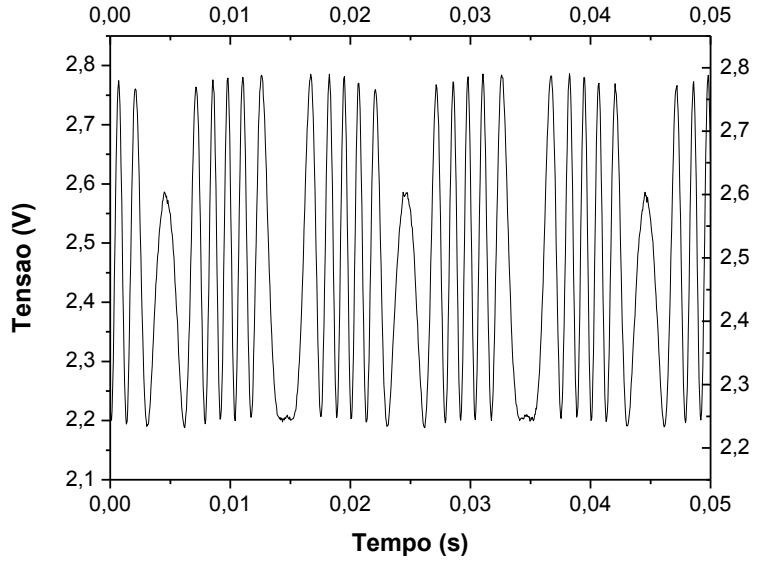


Figura 5.23: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 90 mVpp (0,45 nm).

(a)



(b)

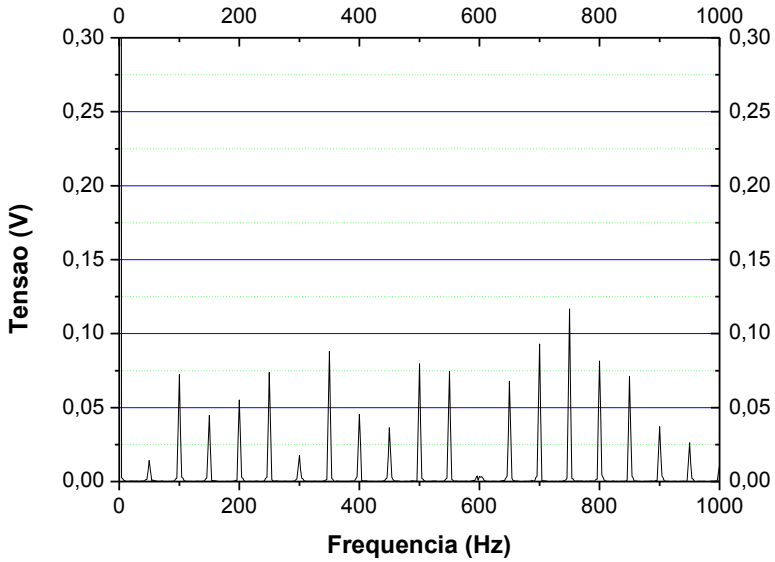


Figura 5.24: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder para a *Configuração 2* no (a) domínio do tempo e (b) domínio da frequência para 100 mVpp (0,499 nm).

Os valores da fase X obtidos experimentalmente para cada caso são mostrados na Tabela 5.5. Esses valores foram obtidos a partir do modelo matemático proposto na tese, apresentado no Capítulo 3.

Tabela 5.5: Valores para a fase *X* obtidos experimentalmente em cada caso para a *Configuração 2*.

Amplitude de Modulação (em mVpp)	Amplitude de Modulação (em nm)	Fase X_{tese} (em rad)
50	0,25	8,413
60	0,30	10,092
70	0,35	11,749
80	0,399	13,442
90	0,45	15,108
100	0,499	16,784

As simulações da intensidade do sinal de saída do interferômetro de Mach-Zehnder foram feitas considerando o valor da fase encontrado experimentalmente (X_{tese}), mostrado na Tabela 5.5, adicionando-se o deslocamento da fase (θ) e o desvio de fase aleatório (Φ) observado de cada medição. A Tabela 5.6 apresenta os valores de X_{tese}, de θ e de Φ utilizados em cada simulação. Além disso, foram considerados os valores para os parâmetros A e B, apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.6: Valores para a fase *X* obtidos experimentalmente em cada caso para a *Configuração 2*.

Amplitude de Modulação (em nm)	Fase X_{tese} (em rad)	θ (em graus)	Φ (em graus)
0,25	8,413	38	266
0,30	10,092	170	106,8
0,35	11,749	14	230
0,399	13,442	44	205
0,45	15,108	56	223,6
0,499	16,784	98	309,6

As Figuras 5.25 até 5.30 mostram os gráficos experimentais e teóricos (simulação) da intensidade do sinal de saída do interferômetro de Mach-Zehnder no domínio do tempo para cada caso. O gráfico teórico da intensidade no domínio do tempo foi obtido a partir da equação (2.15), considerando a fase θ: $I(t) = A + B\ cos[X(t) \cdot cos(\omega t + \theta) + \Phi(t)]$.

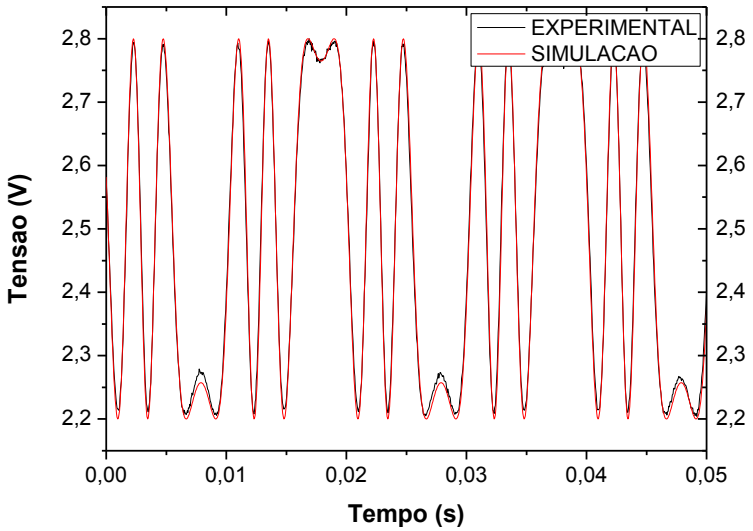


Figura 5.25: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 50 mVpp (0,25 nm).

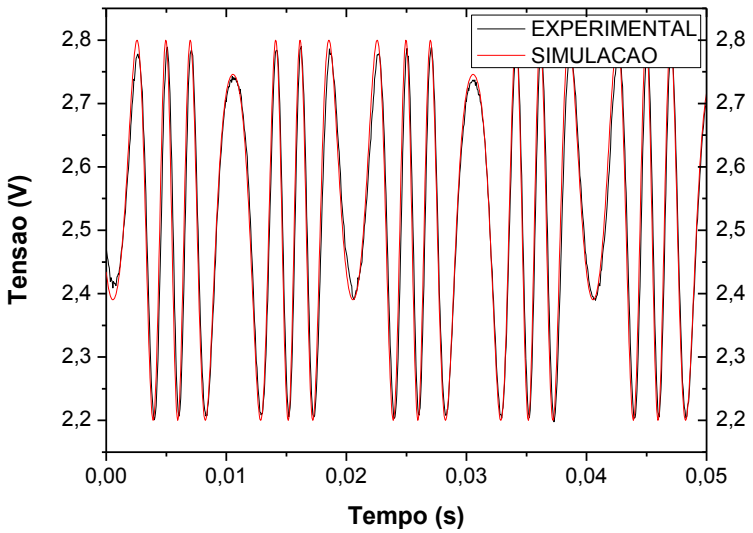


Figura 5.26: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 60 mVpp (0,30 nm).

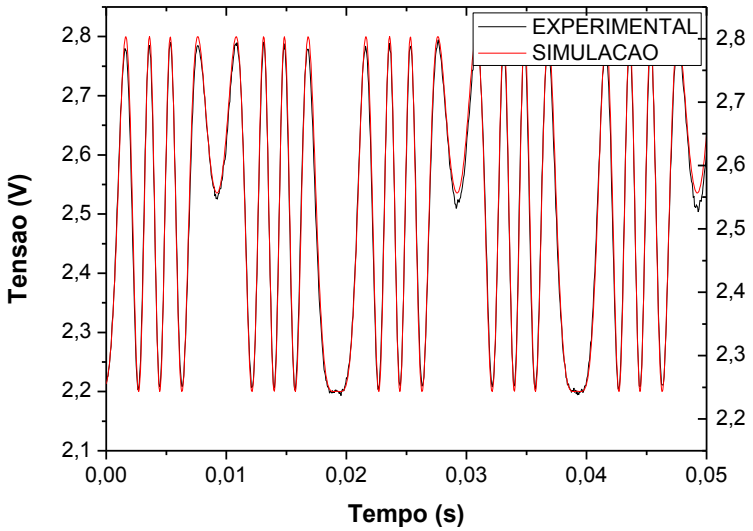


Figura 5.27: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 70 mVpp (0,35 nm).

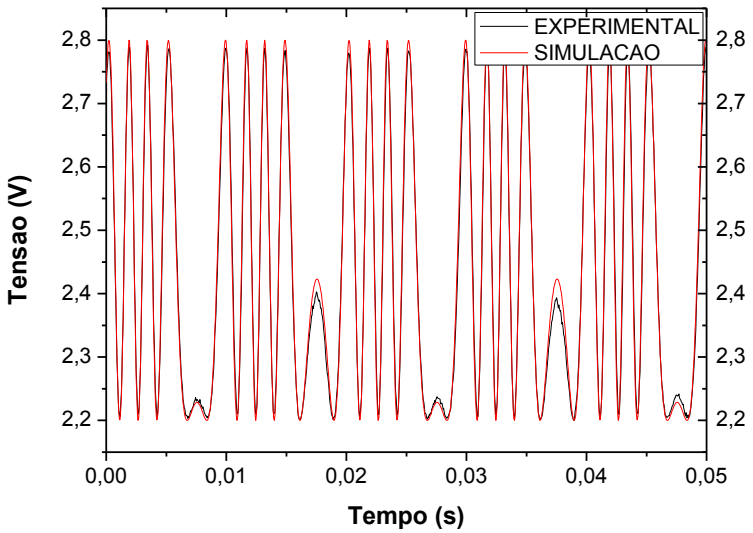


Figura 5.28: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 80 mVpp (0,399 nm).

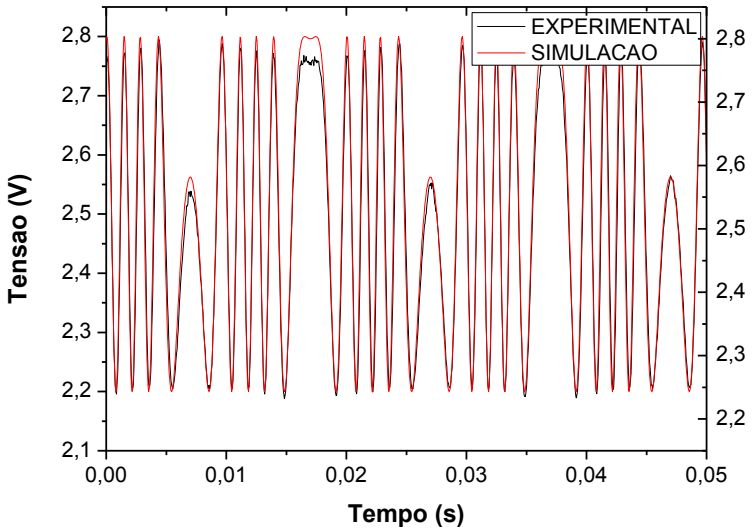


Figura 5.29: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 90 mVpp (0,45 nm).

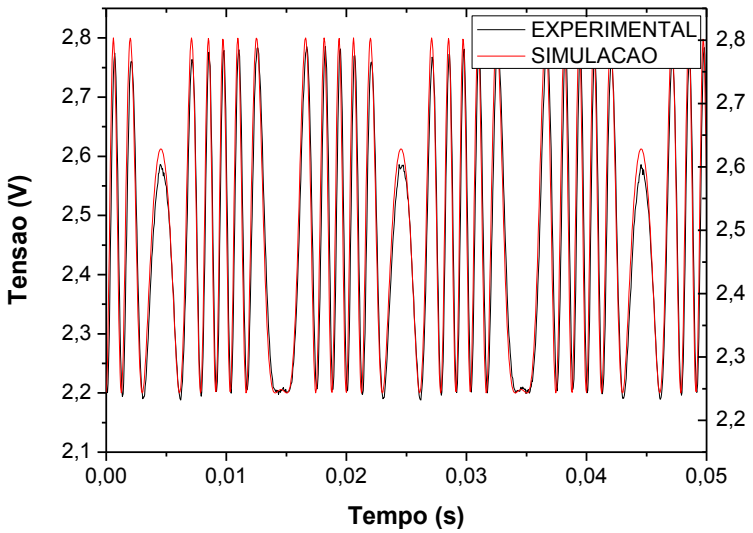
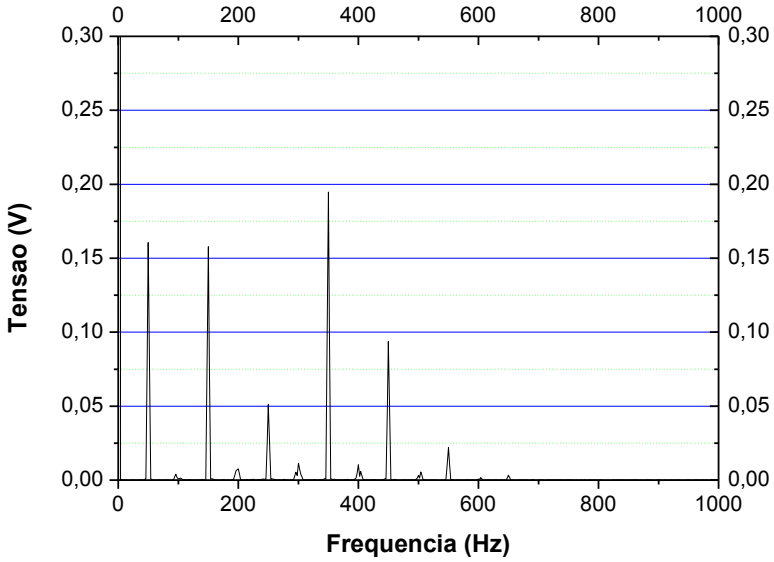


Figura 5.30: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, experimental e teórica, para a *Configuração 2* com 100 mVpp (0,499 nm).

Assim como observado na *Configuração 1*, nos gráficos da intensidade no domínio do tempo da *Configuração 2* nota-se a presença de uma modulação na frequência de 50 Hz que se intensifica à medida que aumentamos $\Delta\lambda_c$, devido a não planicidade da fonte de ASE.

As Figuras 5.31 até 5.36 mostram os gráficos experimentais e teóricos (simulação) da intensidade do sinal de saída do interferômetro de Mach-Zehnder no domínio da frequência para cada caso.

(a)



(b)

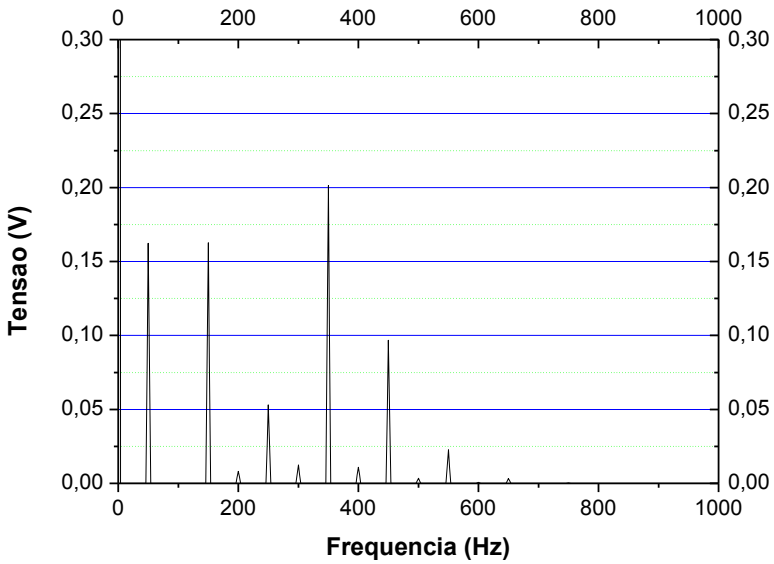
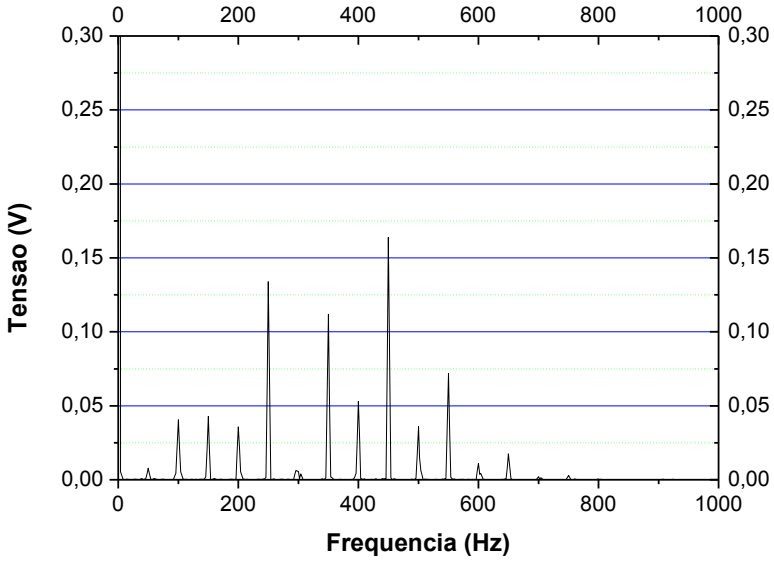


Figura 5.31: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 50 mVpp (0,25 nm).

(a)



(b)

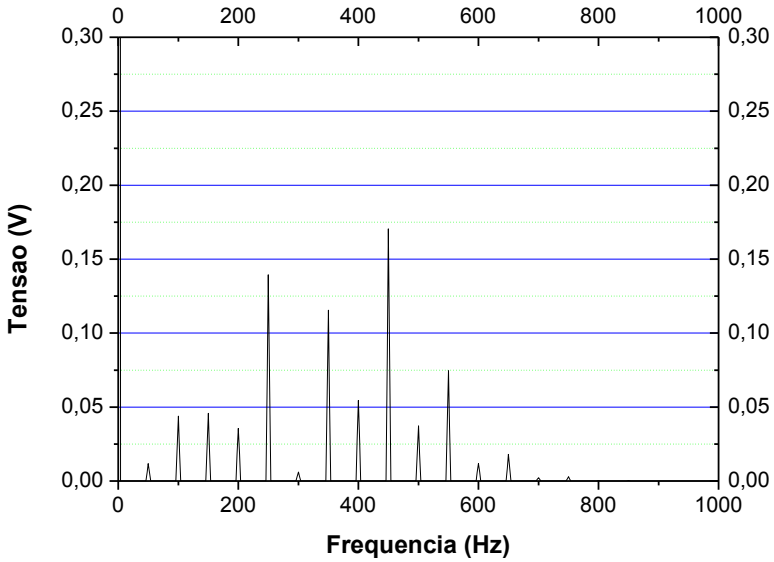
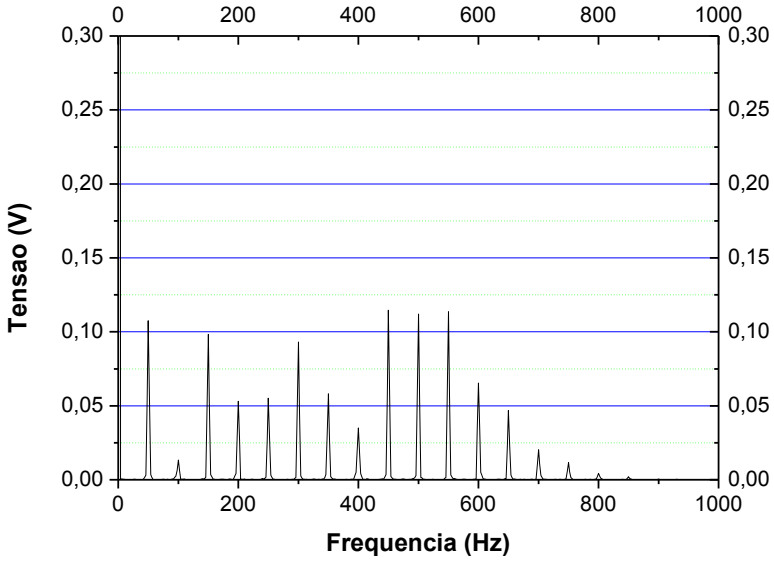


Figura 5.32: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 60 mVpp (0,30 nm).

(a)



(b)

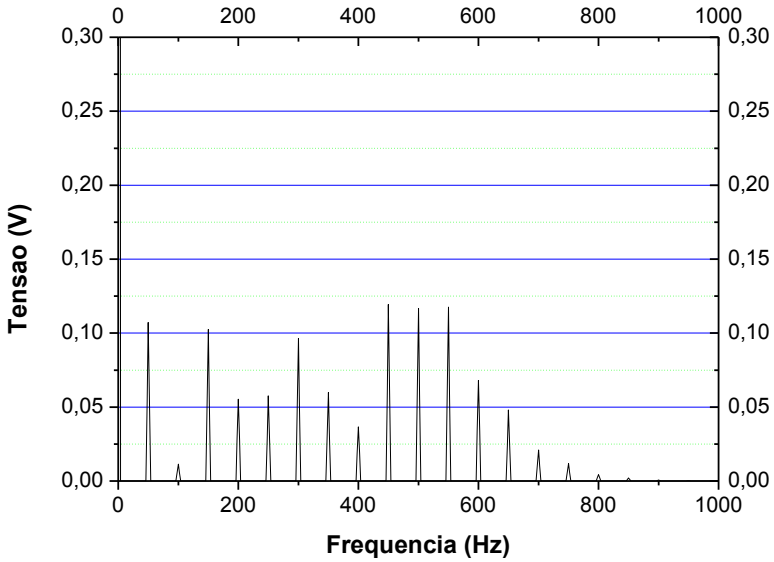
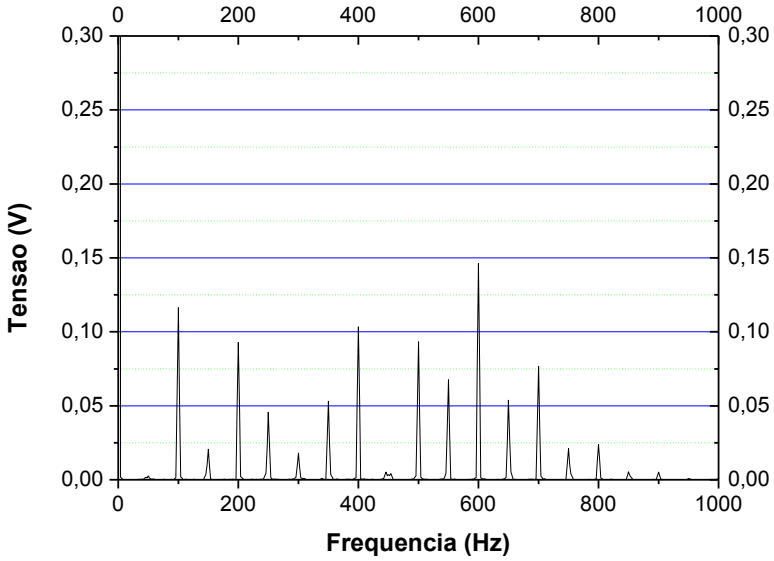


Figura 5.33: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 70 mVpp (0,35 nm).

(a)



(b)

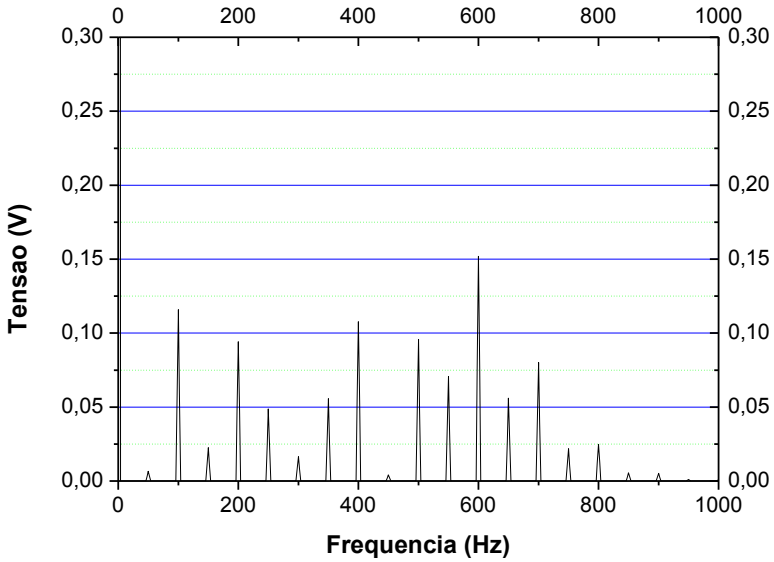
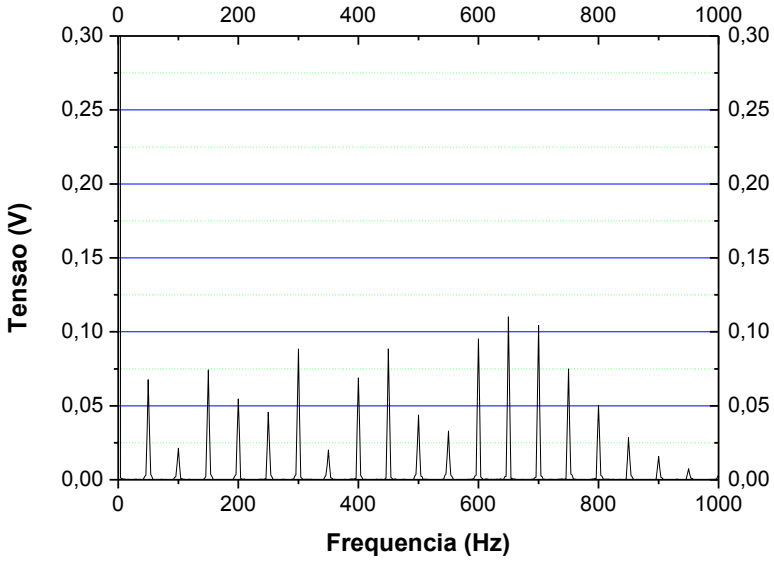


Figura 5.34: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 80 mVpp (0,399 nm).

(a)



(b)

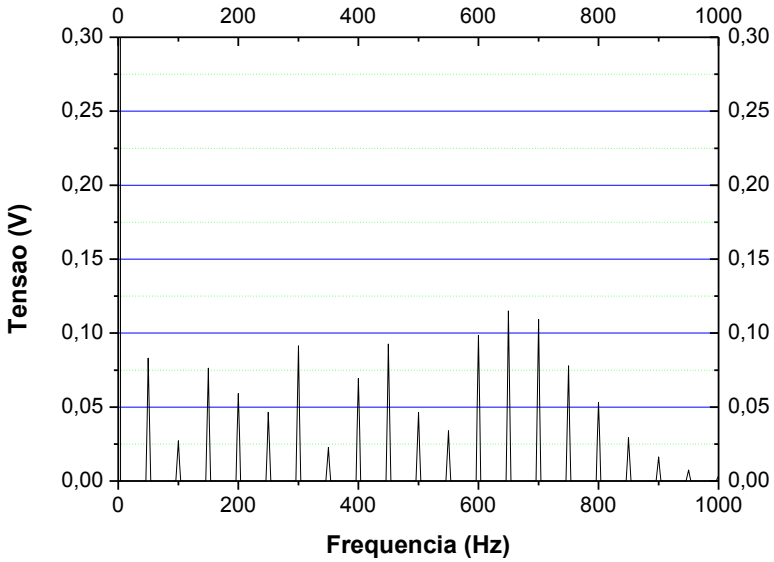
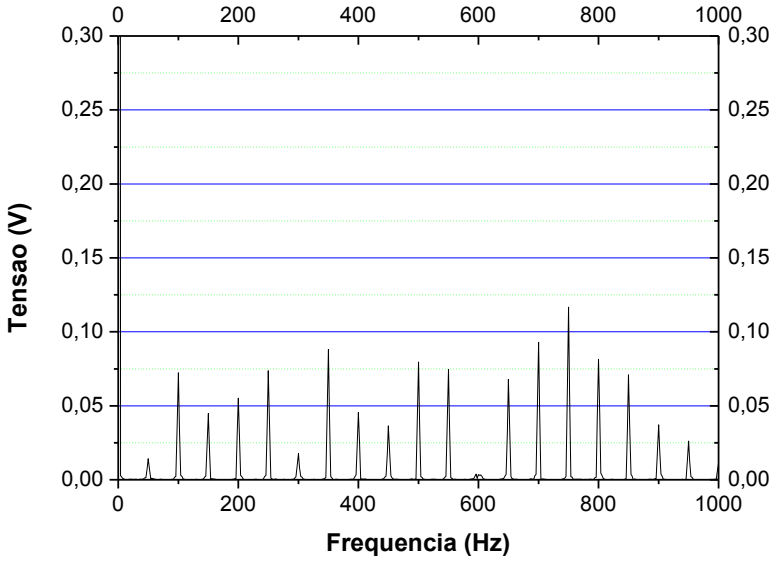


Figura 5.35: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 90 mVpp (0,45 nm).

(a)



(b)

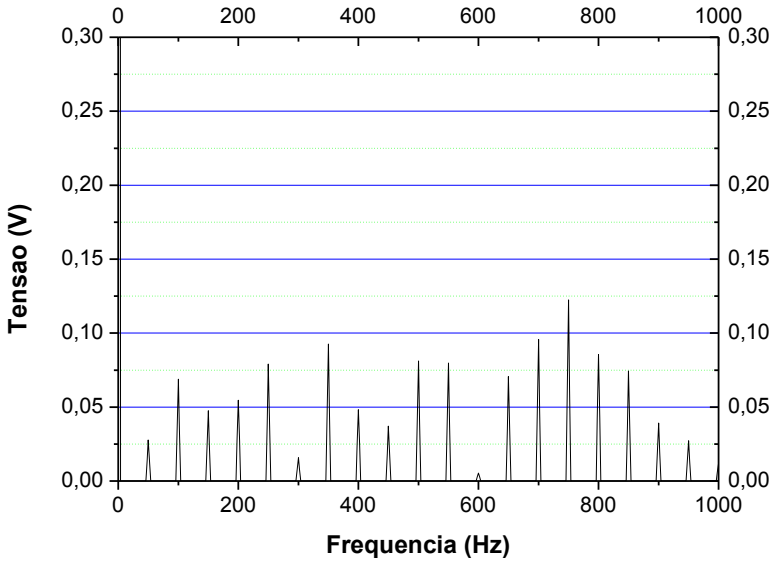


Figura 5.36: Intensidade do sinal fotodetectado na saída do interferômetro de Mach-Zehnder, (a) experimental e (b) teórica, para a *Configuração 2* com 100 mVpp (0,499 nm).

Observa-se que mesmo alterando a *OPD* e os valores dos parâmetros *A* e *B*, os resultados teóricos e experimentais continuam sendo semelhantes entre si. De fato, como demonstrado no Capítulo 3, os parâmetros *A* e *B* do interferômetro não tem influência sobre o resultado experimental da fase X_{tese}. Por conta disso, já era esperado que os resultados

teóricos e experimentais fossem bastante semelhantes. Ainda assim, é possível notar uma pequena diferença (de até 0,074 rad) entre os resultados de X_{tese} obtidos nas duas configurações. A Tabela 5.7 apresenta os resultados obtidos de X_{tese} para as duas configurações.

Tabela 5.7: Valores de X_{tese} obtidos experimentalmente para as duas configurações.

Configuração 1 **Fase X_{tese} (em rad)**	***Configuração 2*** **Fase X_{tese} (em rad)**
8,378	8,413
10,051	10,092
11,716	11,749
13,368	13,442
15,046	15,108
16,728	16,784

Essa diferença entre os valores obtidos experimentalmente para a fase (X_{tese}) se deve à diferença entre a *OPD* de ambas as configurações. É importante observar que as configurações possuem os valores extremos de *OPD* (de 12,75 mm para a *Configuração 1* e de 12,80 m para a *Configuração 2*) e que não foram observadas variações maiores do que 0,01 mm no valor da *OPD* para um mesmo dia (ou seja, a *OPD* não ultrapassou o valor de 12,76 mm na *Configuração 1* e o valor de 12,79 mm na *Configuração 2*). Isso significa que uma calibração no valor da *OPD* antes das medições é suficiente para se alcançar uma boa precisão no resultado da fase X_{tese} (pois dificilmente as variações de X, provocadas pela variação da *OPD*, serão de 0,074 rad, o qual só ocorreria se o valor da *OPD* variasse entre os dois extremos).

Essa seção mostrou que os resultados da simulação se assemelham aos resultados experimentais independente do valor de *OPD*, de *A*, de *B* (parâmetros do interferômetro) e também do valor de $\Delta\lambda_c$ (para qualquer que seja o valor da fase X, do deslocamento da fase θ e o desvio de fase aleatório Φ). Isso significa que é possível obter o valor da fase X_{tese} independentemente das configurações do interferômetro e dos valores das fases θ e Φ. Essa constatação é particularmente importante, tendo em vista que, experimentalmente, é difícil controlar os valores das fases θ e Φ. A próxima seção irá apresentar os gráficos da fase (X) em função da amplitude de modulação ($\Delta\lambda_c$) com o objetivo de validar o modelo matemático.

É importante destacar que as variações aleatórias das fases θ e Φ estiverem presente em todas as medidas e tiverem pouca influência sobre o valor da fase (X_{tese}) obtida experimentalmente.

5.3 A fase do interferômetro e a amplitude de modulação de comprimento de onda

Nessa seção, será descrito os resultados para as curvas que relacionam a fase (X) com a amplitude de modulação do comprimento de onda ($\Delta\lambda_c$). Em primeiro lugar foram obtidas as curvas da fase (X) em função da amplitude de modulação do comprimento de onda ($\Delta\lambda_c$), para cada uma das configurações (*Configuração 1* e *Configuração 2*), tanto para o modelo matemático proposto nesta tese (X_{tese}) quanto para o método de Pernick ($X_{pernick}$). Para isso, a tensão elétrica do gerador de sinais foi variada de 50 mVpp até 100 mVpp, em passos de 1 mVpp, de forma a produzir uma variação de 0,25 nm até 0,499 nm em $\Delta\lambda_c$, segundo a Figura 4.5 do Capítulo 4. Para cada um desses valores de $\Delta\lambda_c$ foram obtidos experimentalmente os valores das fases X_{tese} e $X_{pernick}$, em cada uma das configurações. A Figura 5.37 mostra os gráficos de X_{tese} e $X_{pernick}$ em função de $\Delta\lambda_c$ para a *Configuração 1*, enquanto a Figura 5.38 mostra os gráficos de X_{tese} e $X_{pernick}$ em função de $\Delta\lambda_c$ para a *Configuração 2*. Em ambos os casos, o comprimento de onda central foi mantido em $\lambda_c = 1546$ nm.

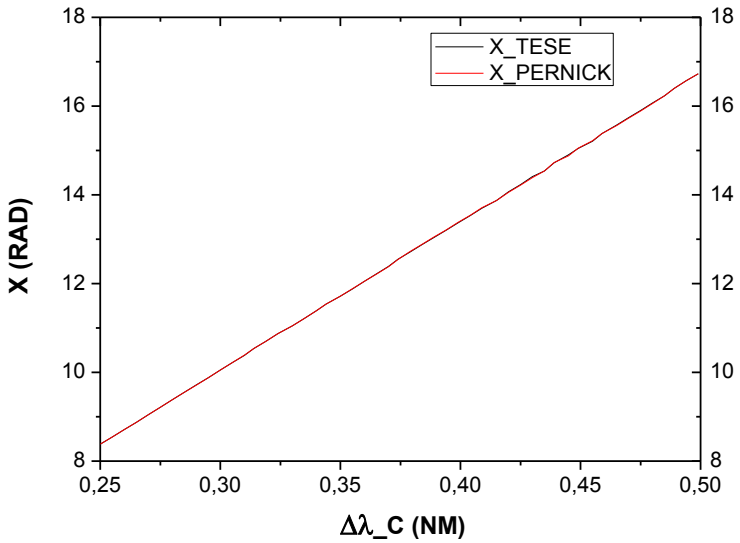


Figura 5.37: Gráficos das fases X_{tese} e $X_{pernick}$ em função de $\Delta\lambda_c$ para a *Configuração 1*.

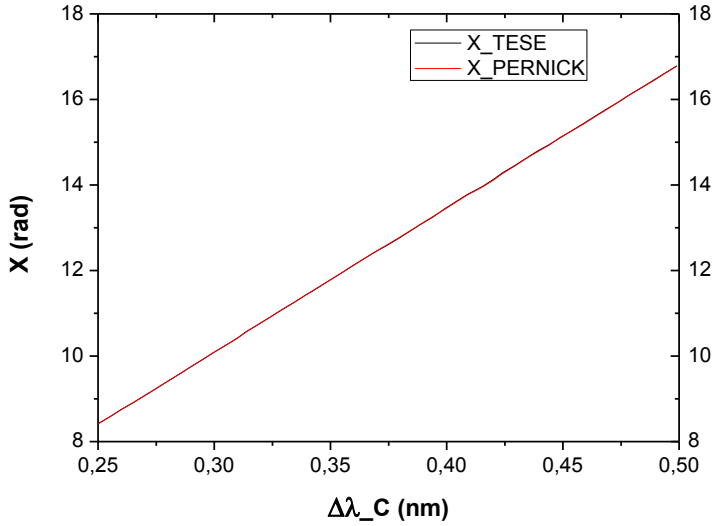


Figura 5.38: Gráficos das fases X_{tese} e $X_{pernick}$ em função de $\Delta\lambda_c$ para a *Configuração 2*.

É importante observar nas Figuras 5.37 e 5.38 a semelhança entre os valores obtidos para X_{tese} e $X_{pernick}$. Apesar disso, existe uma diferença entre esses resultados, que será discutida na próxima seção. Além disso, pode-se observar que a fase X é uma função linear de $\Delta\lambda_c$. Essa relação linear entre X e $\Delta\lambda_c$ pode ser evidenciada na equação (2.14b).

A Figura 5.39 apresenta os gráficos de X_{tese} em função de $\Delta\lambda_c$ das Figuras 5.37 (*Configuração 1*) e 5.38 (*Configuração 2*).

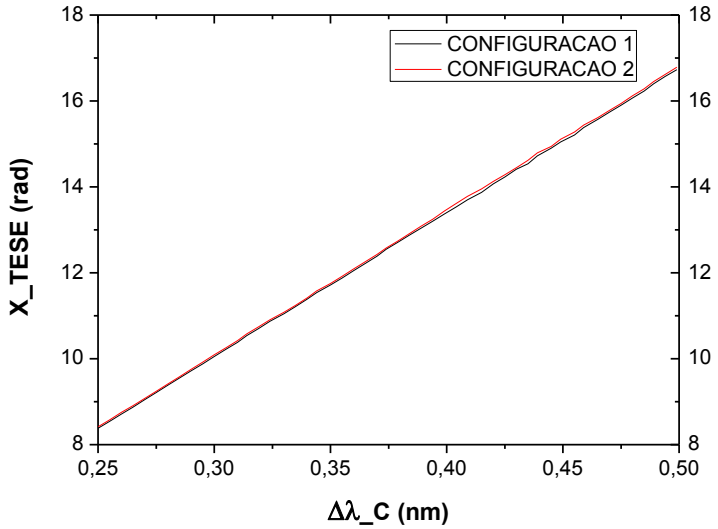


Figura 5.39: Gráficos das fases X_{tese} em função de $\Delta\lambda_c$ para a *Configuração 1* e para a *Configuração 2*.

É importante observar que a principal diferença entre as duas configurações é o valor de *OPD*. Isso significa que as diferenças observadas entre as duas curvas da Figura 5.39 demonstram a influência da variação do valor de *OPD* no valor de X_{tese} obtido experimentalmente. Mesmo assim, nota-se que as oscilações no valor de *OPD* causam pequenas variações no valor de X_{tese}, tipicamente inferiores a 0,0197 rad, como explicado no Capítulo 4.

A equação (2.14b) exprime a possibilidade de se obter o valor de X a partir do valor de $\Delta\lambda_c$ e vice-versa (o valor de $\Delta\lambda_c$ a partir de X). Em outras palavras, é possível, calcular o valor de $\Delta\lambda_c$ a partir do valor de X obtido experimentalmente (X_{tese}). Para comprovar a validade da equação (2.14b) é preciso que a curva teórica de $\Delta\lambda_c$ em função de X, obtida com a equação (2.14b), se assemelhe à curva experimental de $\Delta\lambda_c$ em função de X, a qual é a função inversa das curvas das Figuras 5.37 e 5.38.

Podemos obter a curva teórica de X em função de $\Delta\lambda_c$ a partir da equação (2.14b) do Capítulo 2, considerando o comprimento de onda central $\lambda_c = 1546$ nm e os valores de *OPD* presentes na Tabela 5.1. Com isso, chega-se às equações (5.1) e (5.2) para a *Configuração 1* e a *Configuração 2*, respectivamente:

$$\Delta\lambda_c^1(t) = \frac{{\lambda_c}^2}{2\pi OPD} X(t) = 2{,}98352 \cdot 10^{-11} X(t) \tag{5.1}$$

$$\Delta\lambda_c^2(t) = \frac{{\lambda_c}^2}{2\pi OPD} X(t) = 2{,}971865 \cdot 10^{-11} X(t) \tag{5.2}$$

As equações (5.1) e (5.2) calculam o valor de $\Delta\lambda_c$ a partir do valor de X obtido experimentalmente, por meio do modelo da tese (X_{tese}) ou pelo método de Pernick ($X_{pernick}$). O tempo t presente nessas fórmulas denota a possibilidade de se medir as variações de $\Delta\lambda_c$ que podem ocorrer ao longo do tempo. Nesse ponto, é importante destacar que existem duas equações, devido à diferença no valor de *OPD* entre as duas configurações. Observando-se as equações (5.1) e (5.2), conclui-se que tanto o valor de *OPD* quanto o comprimento de onda central λ_c influenciam o resultado do cálculo de $\Delta\lambda_c$ a partir da fase obtida experimentalmente.

As Figuras 5.40 e 5.41 apresentam as curvas teóricas, obtidas com as equações (5.1) e (5.2), e experimentais, obtidas a partir da função inversa $\Delta\lambda_c$ em função de X_{tese} das Figuras 5.37 e 5.38, respectivamente.

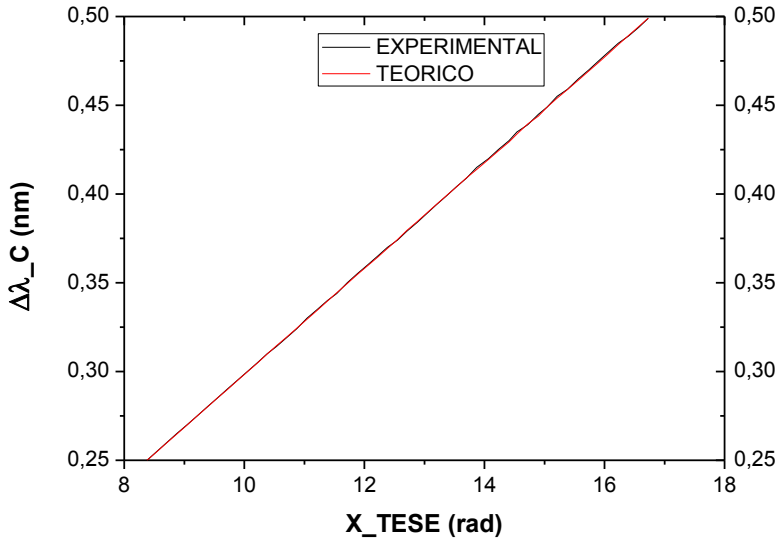


Figura 5.40: Gráficos teórico, obtido da equação (5.1), e experimental, obtido da função inversa $\Delta\lambda_c$ em função de X_{tese} da Figura 5.37.

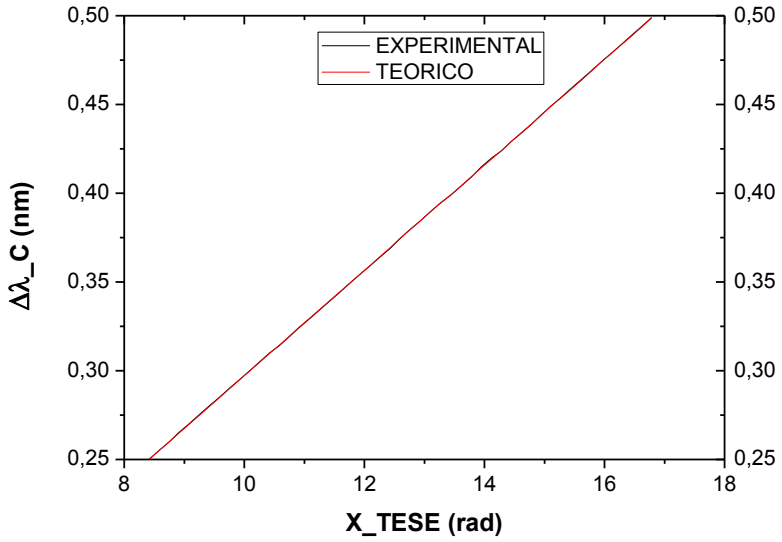


Figura 5.41: Gráficos teórico, obtido da equação (5.2), e experimental, obtido da função inversa $\Delta\lambda_c$ em função de X_{tese} da Figura 5.38.

As Figuras 5.39 e 5.40 demonstram que os resultados teóricos e experimentais para $\Delta\lambda_c$ obtidos a partir de X_{tese} são muito semelhantes. As diferenças existentes entre eles são consequência das oscilações do valor de *OPD* ao longo das medições. As variações de λ_c também contribuem para essas diferenças, porém em menor escala, pelo fato de λ_c estar sobre

controle. Assim, conclui-se que o valor de $\Delta\lambda_c$ pode ser calculado a partir do valor de X_{tese} obtido experimentalmente, via equação (2.14b), conhecendo-se os valores de *OPD* e de λ_c.

5.4 Comparação de performance em relação ao ruído entre as fases X_{tese} e $X_{pernick}$

As pequenas flutuações no valor de X_{tese} são consequência das flutuações dos valores de *OPD* e λ_c (ambas causadas pela variação de temperatura) e, em maior escala, do ruído do fotodetector e do erro de ajuste do modelo matemático. Sobre este último, é importante lembrar que o modelo matemático proposto nessa tese consiste em uma equação de ajuste polinomial (uma aproximação) resultante da razão J_n/J_{n+2}. Deve-se destacar ainda que o erro de ajuste varia em função de φ, como pode ser observado nas Figuras 3.36, 3.37 e 3.38.

Uma forma de medir a eficácia do método de detecção de X é por meio do cálculo do erro relativo percentual, que pode ser definido como mostrado na equação (5.3).

$$\epsilon = \frac{|X - X'|}{X'} \cdot 100 \tag{5.3}$$

Em que X representa o valor obtido por meio do modelo da tese (X_{tese}) ou pelo método de Pernick ($X_{pernick}$) e X' representa o valor da amplitude da fase ótica que de fato foi inserida. A partir da equação (5.3) podem ser feitas comparações entre os dois métodos.

No caso de o método proposto nesta tese, é preciso considerar ainda o erro relativo devido ao ajuste ao polinômio de grau 3. A Tabela 5.8 apresenta o erro relativo devido ao ajuste polinomial de grau 3 para diferentes valores de desvio de fase Φ, considerando a faixa de X entre 8,4 a 16,7 rad.

Tabela 5.8: Erro relativo do modelo matemático proposto na tese devido ao ajuste polinomial de grau 3 considerando a faixa de X entre 8,4 a 16,7 rad.

	Erro relativo devido ao ajuste	
Φ [Graus]	**Média (%)**	**Máximo (%)**
~[0,40]	0,0574	0,1544 para X = 14,92 rad
41	0,0586	0,1544 para X = 14,92 rad
42	0,0597	0,1510 para X = 14,82 rad
43	0,0605	0,1473 para X = 14,71 rad
44	0,0607	0,1433 para X = 14,59 rad
45	0,0604	0,1393 para X = 14,47 rad
46	0,0600	0,1348 para X = 14,34 rad
47	0,0595	0,1299 para X = 14,20 rad
48	0,0592	0,1256 para X = 13,76 rad
49	0,0592	0,1287 para X = 13,86 rad
~[50,90]	0,0597	0,1290 para X = 13,87 rad

Como pode ser observado nas Tabelas 3.3 e 3.4, os pontos $X = 14.92$ rad e $X = 13.87$ rad estão próximos aos limites superior de H_{12} e H_{11}, respectivamente. Por isso, o erro relativo devido ao ajuste é maior nesses pontos. Além disso, ao observar os erros máximos para Φ entre 40º e 50º, tendo como base os intervalos de X dado nas Tabelas 3.3 e 3.4, pode-se concluir que as curvas de ajuste para H_{12}/H_{14} (cujos coeficientes estão na linha $n = 12$ na Tabela 3.3) e para H_{13}/H_{15} (cujos coeficientes estão na linha $n = 13$ na Tabela 3.4) não estão bem ajustadas. O maior erro relativo máximo é de 0.1544% em $X = 14.92$ rad, e ocorreu na faixa de $\Phi = [0,40]^o$. Além disso, o maior erro relativo médio foi 0.0608% e ocorreu para $\Phi = 43.8^o$.

Para avaliar a performance entre os dois métodos foi considerado uma fonte de ruído térmico. Nessas condições, as simulações para o cálculo do erro relativo foram feitas da seguinte forma: o valor de X' introduzido variou na faixa de 8,4 a 16,8 rad, em passo de 0,05 rad. Para cada valor de X' foi somado um ruído gaussiano branco aditivo (AWGN – *Additive White Gaussian Noise*) de forma a manter a relação sinal ruído (SNR – *Signal-to-Noise Ratio*) fixada em certo valor. Essa operação de soma é repetida 10.000 vezes para cada valor de X', calculando-se 10.000 valores de X. Assim, o erro relativo ϵ para dado X' é tal que 95% dos valores calculados de X possuam erro relativo menor ou igual a ϵ (confiabilidade de 95%).

Considerando uma fonte de ruído térmico, foi observado por meio de simulações que o método proposto nesta tese e o método de Pernick possuem erro relativo médio de aproximadamente 0,105% para uma relação sinal-ruído de SNR = 23 dB. A Figura 5.42 apresenta o resultado de simulações para o erro relativo em função de X', para ambos os métodos, com confiabilidade de 95%, considerando SNR = 23 dB e $\Phi = 45^o$.

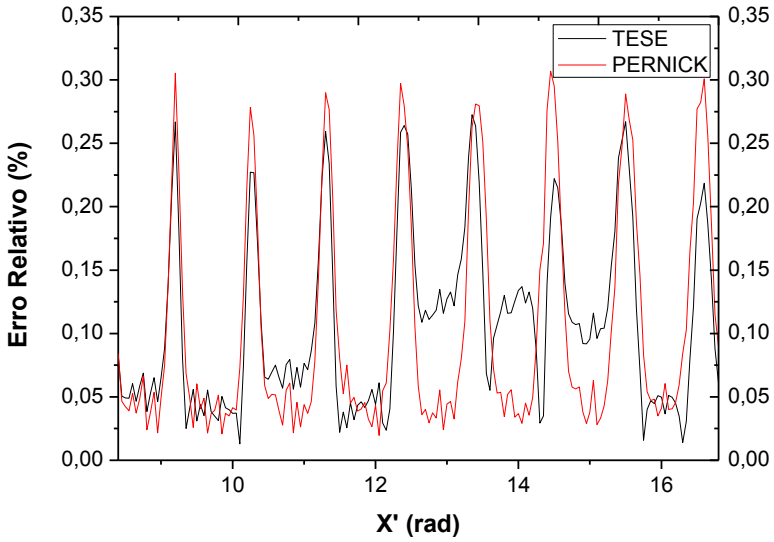


Figura 5.42: Erro relativo em função de X', para ambos os métodos, com SNR = 23 dB e $\Phi = 45^{o}$.

As Figuras 5.43 e 5.44 apresentam os gráficos de erro relativo em função de X' para valores de SNR maiores do que 23 dB (SNR = 30 dB) e menores do que 23 dB (16 dB), respectivamente, e $\Phi = 45^{o}$.

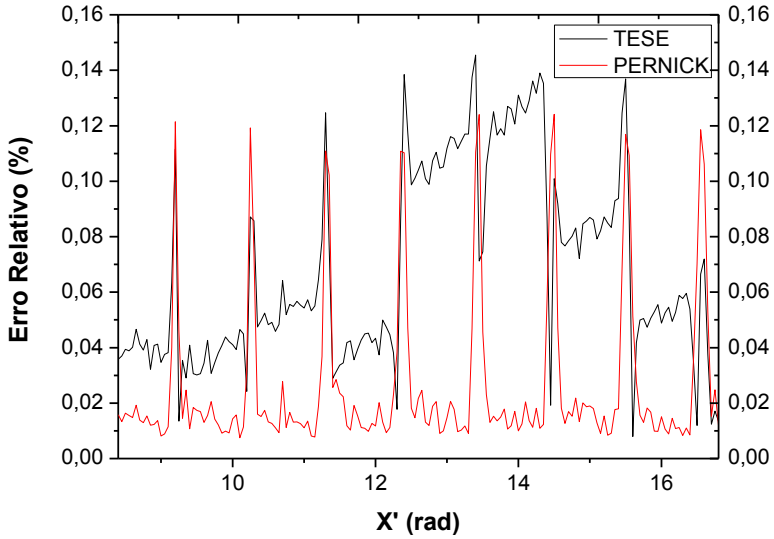


Figura 5.43: Erro relativo em função de X', para ambos os métodos, com SNR = 30 dB e $\Phi = 45^{o}$.

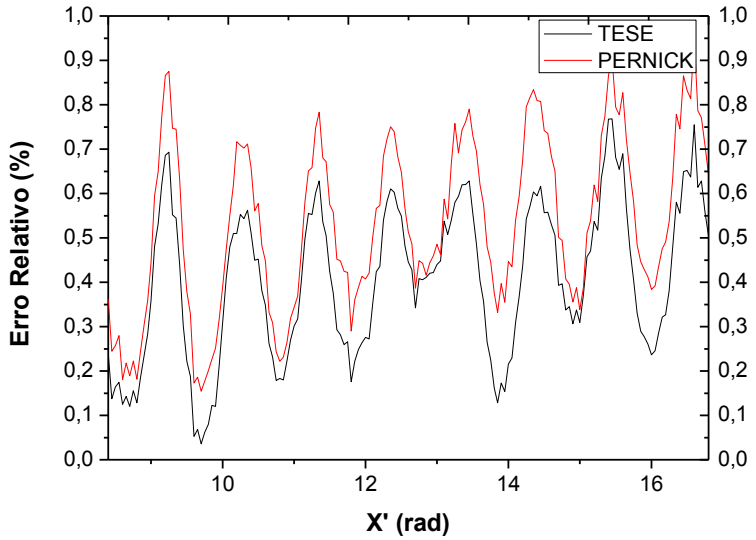


Figura 5.44: Erro relativo em função de X', para ambos os métodos, com SNR = 16 dB e $\Phi = 45^{o}$.

O erro relativo médio com SNR = 30 dB foi igual a 0,068% para o método proposto nesta tese e de 0,026% para o método de Pernick. No caso de SNR = 16 dB o erro relativo médio foi igual a 0,405% para o método proposto nesta tese e de 0,533% para o método de Pernick.

As simulações com diferentes valores de SNR evidenciaram então que:

1. **Quando SNR > 23 dB:** existe uma tendência para o método de Pernick ter um erro relativo menor do que o observado no método proposto nesta tese, isto é, o método de Pernick tende a ser mais preciso para valores de SNR superiores a 23 dB. Isso ocorre, pois à medida que o valor de SNR aumenta, o ruído diminui, tornando o erro relativo devido ao ajuste cada vez mais predominante, o qual só existe no método proposto nesta tese.
2. **Quando SNR < 23 dB:** existe uma tendência para o método proposto nesta tese ter um erro relativo menor do que o observado no método de Pernick, isto é, o método proposto nesta tese tende a ser mais preciso para valores de SNR inferiores a 23 dB. Isso ocorre, pois à medida que o valor de SNR diminui, o ruído aumenta, tornando o erro relativo devido ao ruído cada vez mais predominante em relação ao erro relativo devido ao ajuste. Uma vez que o método proposto nesta tese é mais resistente ao ruído, o seu erro relativo tende a ser cada vez menor do que o erro relativo do método de Pernick, conforme o ruído aumenta (ou seja, conforme o valor de SNR diminui).

A Figura 5.45 apresenta o erro relativo de ambos os métodos, obtido a partir de simulações com confiabilidade de 95%, em função de SNR, para $X' = 12$ rad e $\varphi = 45^{o}$.

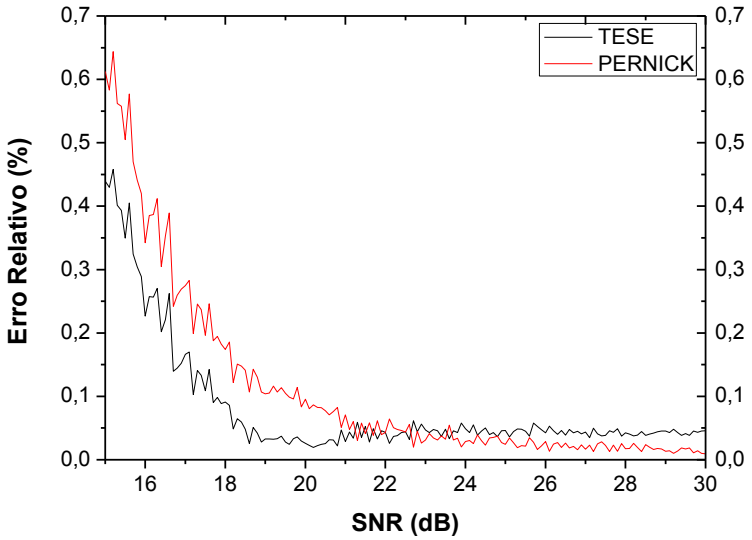


Figura 5.45: Erro relativo de ambos os métodos em função de SNR para $X' = 12$ rad e $\Phi = 45^{o}$.

A Figura 5.45 evidencia que, como discutido anteriormente, o erro relativo do método de Pernick tende a ser menor do que o observado pelo método proposto nesta tese para valores de SNR cada vez maiores do que 23 dB. Enquanto no método proposto nesta tese, o erro relativo tende a ser menor do que o observado pelo método de Pernick para valores de SNR menores do que 23 dB.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou um novo método para o cálculo da diferença de fase ótica em interferômetros homódinos passivos, podendo ser utilizado para a interrogação de sensores óticos ou para a caracterização dos mais variados dispositivos que direta ou indiretamente alterem a fase do interferômetro. O modelo matemático proposto para esse método foi desenvolvido no Capítulo 3, o aparato experimental foi descrito no Capítulo 4 e a análise dos resultados e a validação desse modelo foram apresentadas no Capítulo 5.

O método aqui proposto possui as vantagens dos métodos clássicos e dos mais atuais, tais como não utilizar elementos ativos, ter uma configuração experimental simples, ser auto referenciável, isto é, imune a flutuações aleatórias de potência da fonte e perdas de percurso, ser imune ao desvanecimento do sinal (variações aleatórias da fase) e possuir faixa dinâmica infinita. Além disso, o método possui maior resistência ao ruído, sendo adequado para aplicações em ambientes mais ruidosos.

O método consiste no cálculo da diferença de fase ótica por meio de uma equação que utiliza apenas duas componentes harmônicas do sinal fotodetectado. É importante observar que o ruído causa flutuações no valor da diferença de fase ótica X, uma vez que ele altera o valor das amplitudes das componentes harmônicas. Por conta disso, visto que o método proposto utiliza apenas duas componentes harmônicas, o resultado do cálculo da diferença de fase ótica fica menos suscetível ao ruído, quando comparado a outros métodos presentes na literatura (que utilizam no mínimo três harmônicos). As simulações apresentadas no Capítulo 5 evidenciaram que o método proposto nesta tese tende a ser mais preciso do que o método de Pernick (n-CPM) para SNR menores que 23 dB.

A utilização de um número menor de harmônicos poderia também ter impacto sobre a faixa dinâmica de operação. Por exemplo, considere um aparato capaz de detectar apenas as componentes harmônicas de ordem 10 a 16. Nesse caso, o método de Pernick teria faixa dinâmica para X limitada ao intervalo em que o maior harmônico sejam as componentes de ordem 10, 11 e 12 (pois precisaria das componentes harmônicas de ordem 12, 14 e 16 para o cálculo de X). No caso de o método nesta tese essa faixa dinâmica para X se estende ao intervalo no qual o maior harmônico são as componentes de ordem 10, 11, 12, 13 e 14 (pois precisaria apenas das componentes harmônicas de ordem 14 e 16 para o cálculo de X).

O uso do interferômetro de Mach-Zehnder desbalanceado como interrogador, e não como sensor, propicia algumas vantagens e desvantagens na configuração experimental. A desvantagem foi uma perda de sensibilidade (resolução) em relação à configuração do interferômetro como sensor (no qual o sensor consiste em um dos braços do interferômetro). Contudo, a sensibilidade pode ser aumentada elevando o comprimento de um dos braços do interferômetro (aumentando-se o *OPD*). Por outro lado, o uso do interferômetro como interrogador tem como vantagem uma maior estabilidade do aparato experimental. Uma vez que o interrogador não precisa estar no mesmo ambiente do sensor, ele poderia ser instalado em um ambiente controlado. Com isso, o interferômetro não sofreria influência de variações aleatórias de temperatura e deformações as quais o sensor ótico estaria sujeito, garantindo maior estabilidade no valor do *OPD*.

É importante observar que a simplificação da configuração experimental só foi possível devido à elevação da complexidade do modelo matemático. Ainda assim, comparado aos métodos de detecção presentes na literatura, o modelo matemático aqui proposto é simples, uma vez que se baseia em um polinômio de grau três. Deve-se ressaltar que equações polinomiais são facilmente resolvidas por processadores simples, podendo ser embarcadas nos sistemas atuais. Isso permitiu ainda que a técnica fizesse medidas da diferença de fase ótica em tempo real.

6.1 Perspectivas de atividades futuras

O método aqui proposto pode ser adaptado tanto do ponto de vista do modelo matemático quanto da configuração experimental. Do ponto de vista da configuração experimental, podem ser sugeridas as seguintes melhorias:

1. A sensibilidade (ou resolução) do interferômetro depende da diferença de caminho ótico (*OPD*). Em outras palavras, quanto maior o valor da *OPD* melhor é a

resolução no cálculo da diferença de fase ótica (e da amplitude de variação do comprimento de onda central e, consequentemente, do mensurando). É importante observar que o *OPD* pode ser elevado aumentando-se o comprimento de um dos braços do interferômetro. Entretanto, devido à coerência temporal, para aumentar o *OPD* é preciso utilizar fontes óticas (ou sensores óticos) com largura espectral mais estreita. Portanto, a combinação entre fonte ótica (ou sensor ótico) de largura espectral estreita e aumento do comprimento de um dos braços do interferômetro garantiria a melhoria da resolução.

2. O sensor ótico pode ser adaptado para uma aplicação específica, modificando a sua interface de acoplamento, encapsulamento etc. Nesse caso, o método de detecção poderia ser caracterizado e validado considerando as restrições impostas por essa aplicação.

O modelo matemático proposto nesta tese também poderia ser adaptado da seguinte forma:

1. O modelo matemático considera como sinal de excitação uma onda senoidal de frequência ω e amplitude *X*. O modelo matemático poderia ser adaptado e sua eficácia analisada para outras formas de onda de excitação, ou então considerando o sinal de entrada como sendo um somatório de ondas senoidais de amplitudes X_i e frequências ω_i, defasadas ou não defasadas no tempo. Essa adaptação dependerá, principalmente, da aplicação a qual o método estará sujeito.
2. Na equação para determinação da amplitude de variação do comprimento de onda central em função da amplitude da diferença de fase ótica, isto é, nas equações (5.1) e (5.2), consideramos o comprimento de onda central e a *OPD* constantes. Na prática, a *OPD* pode ser controlada (mantendo seu valor constante) com o uso de um sistema de estabilização térmica (impedindo flutuações aleatórias de comprimento). Essa estabilização pode não ser possível sobre o sensor ótico, fazendo com que o comprimento de onda central fique sujeito às variações de temperatura. Uma sugestão seria caracterizar o comprimento de onda central em função da temperatura e a temperatura em função do desvio de fase Φ. A partir das equações (2.20a) e (2.20b) pode-se chegar às seguintes equações para *n* par e ímpar, respectivamente:

$$\Phi = arctan\left[\frac{H_{n+1}}{H_n}\frac{J_n(X)}{J_{n+1}(X)}\right], \text{ para } n \text{ par} \qquad (6.1a)$$

$$\Phi = arctan\left[\frac{H_n}{H_{n+1}}\frac{J_{n+1}(X)}{J_n(X)}\right], \text{ para } n \text{ ímpar} \quad (6.1b)$$

As magnitudes das componentes harmônicas de ordem *n* (componente de maior magnitude) e *n*+1 são medidas (do sinal fotodetectado) e os valores das funções de Bessel também são conhecidos, uma vez que o valor da diferença de fase ótica *X* já foi calculado. Com isso, o valor da temperatura (e do comprimento de onda central) poderiam ser obtidos a partir do valor de Φ, calculado através de (6.1a) e/ou (6.1b).

3. É importante observar que o modelo matemático proposto nesta tese ora se baseia em um polinômio de grau 3 (quando *n* é maior ou igual a 3), e ora se baseia em um polinômio de grau 18 (quando *n* é igual a 1 ou igual a 2). É possível criar um novo modelo matemático para o método de detecção da diferença de fase ótica, de modo que o grau do polinômio de ajuste seja sempre 2 para qualquer que seja o valor de *n*. Partindo da equação (3.1), para *m* = 0, e considerando *X* << 1, chega-se à equação (6.2):

$$J_n(X) \cong \frac{X^n}{n!\,2^n} \quad (6.2)$$

Assim a razão dos harmônicos, e consequentemente das funções de Bessel, passa a ser dada por:

$$\frac{H_n(X)}{H_{n+2}(X)} = \frac{J_n(X)}{J_{n+2}(X)} \cong \frac{4(n+1)(n+2)}{X^2} \quad (6.3)$$

Chegando-se em:

$$\frac{J_n(X)}{J_{n+2}(X)}X^2 \cong 4(n+1)(n+2) \quad (6.4)$$

A partir deste comportamento da equação (6.4) pode-se concluir que, para um dado *n* e para $X \ll 1$, a razão $\frac{J_n(X)\,X^2}{J_{n+2}(X)}$ pode ser aproximada por uma constante. Esta constituiu em uma aproximação interessante, porém, insuficiente para inferir sobre valores maiores de X. Neste caso, se propõem uma aproximação polinomial de segunda ordem:

$$\frac{J_n(X)}{J_{n+2}(X)}X^2 \cong a_n X^2 + b_n X + c_n \quad (6.5)$$

A partir daí obtém-se uma tabela de coeficientes para a razão $\frac{J_n(X)\,X^2}{J_{n+2}(X)}$.

Partindo de (6.5) pode-se chegar a seguinte equação:

$$\left(a_n - \frac{H_n(X)}{H_{n+2}(X)}\right)X^2 + b_n X + c_n = 0 \qquad (6.6)$$

Assim, a implementação prática do método para a obtenção de *X* consiste em:

a. Determinar a maior componente harmônica do sinal fotodetectado, de onde se obtém o valor de *n*.

b. Ainda do conjunto de componentes harmônicas medidas obtém-se a relação $\frac{H_n(X)}{H_{n+2}(X)}$.

c. A partir de uma tabela contendo os coeficientes a_n , b_n e c_n , é feito o cálculo de *X*, através da solução da equação do segundo grau (6.6), dentro dos limites das Tabelas 3.3 e 3.4.

Apêndice A: MATLAB Script no LabVIEW

```
ABCD = [0 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; -0.28472 4.43412 -24.37811 48.0347 ; -0.1248 2.45738 -
17.19944 43.14672 ; ...
   -0.06807 1.60701 -13.54941 40.94189 ; -0.04176 1.14476 -11.2536 39.65696 ; -0.02786
0.86618 -9.69442 38.92059 ; ...
   -0.02027 0.69985 -8.71803 39.0002 ; -0.01536 0.58122 -7.95673 39.17304 ; -0.01204
0.49474 -7.36598 39.49622 ; ...
   -0.0098 0.43293 -6.9403 40.11991 ; -0.00819 0.38677 -6.62431 40.95594 ; -0.00701
0.35134 -6.38899 41.97281 ; ...
   -0.00611 0.32389 -6.22066 43.18072 ; 0 0.02595 -1.40871 17.98027 ; 0 0.02154 -1.2773
17.54288 ; ...
   -0.00439 0.26955 -5.96509 47.67054 ; 0 0 -0.45555 10.64078 ; 0 0 -0.43692 10.70093 ; ...
   0 0.01032 -0.87875 15.85441 ; 0 0 -0.40474 10.82642 ; 0 0.00689 -0.72544 14.95402 ; 0
0.00545 -0.65403 14.45199 ; ...
   0 0.00427 -0.59129 13.99082 ; 0 0.00323 -0.53224 13.5155 ; 0 0.00228 -0.47441 12.99671
; 0 0.00146 -0.42159 12.49233 ; ...
   0 0 -0.32665 11.29213 ; 0 0 -0.31836 11.35846 ; 0 0 -0.31059 11.42518]; % até H_30
HARM_r = [H1 H2 H3 H4 H5 H6 H7 H8 H9 H10 H11 H12 H13 H14 H15 H16 H17 H18
H19 H20];
HARM = abs(HARM_r);
maior = HARM(1);
teste = HARM(4);
fim = length(HARM);
ind = 1;
for i = 1:1:fim
   if HARM(i) > maior
      maior = HARM(i);
      ind = i;
   end
end
if ind == 1
   comp = 0.5*HARM(3)+HARM(5);
   if comp >= HARM(1)
      if HARM(3) > HARM(5)
         ind = 3;
      else
         ind = 5;
      end
   end
end
if ind == 2
   comp2 = 0.5*HARM(4)+HARM(6);
   if comp2 >= HARM(2)
      ind = 4;
   end
end
if ind == 1
   H = HARM(1)/HARM(3);
```

```
    A18 = 1*H;
    A16 = -(352*H+440);
    A14 = 98560*H+126720;
    A12 = -(21288960*H+28385280);
    A10 = 3.406233600000000e+09*H+4.768727040000000e+09;
    A8 = -(3.814981632000000e+11*H+5.722472448000000e+11);
    A6 = 2.746786775040000e+13*H+4.577977958400000e+13;
    A4 = -(1.098714710016000e+15*H+2.197429420032000e+15);
    A2 = 1.757943536025600e+16*H+5.273830608076800e+16;
    A0 = -4.219064486461440e+17;
    A180 = [A18 0 A16 0 A14 0 A12 0 A10 0 A8 0 A6 0 A4 0 A2 0 A0];
    raizes = roots (A180);
    cal_X = raizes(18);
else
    if ind == 2
        H = HARM(2)/HARM(4);
        A18 = 1*H;
        A16 = -(384*H+528);
        A14 = 118272*H+168960;
        A12 = -(28385280*H+425779200);
        A10 = 5.109350400000000e+09*H+8.174960640000000e+09;
        A8 = -(6.539968512000000e+11*H+1.144494489600000e+12);
        A6 = 5.493573550080000e+13*H+1.098714710016000e+14;
        A4 = -(2.636915304038400e+15*H+6.592288260096000e+15);
        A2 = 5.273830608076800e+16*H+2.109532243230720e+17;
        A0 = -2.531438691876864e+18;
        A180 = [A18 0 A16 0 A14 0 A12 0 A10 0 A8 0 A6 0 A4 0 A2 0 A0];
        raizes = roots (A180);
        cal_X = raizes(18);
    else
        H = HARM(ind)/HARM(ind+2);
        A_c = ABCD(ind,1);
        B_c = ABCD(ind,2);
        C_c = ABCD(ind,3);
        D_c = ABCD(ind,4)-H;
        coef = [A_c B_c C_c D_c];
        p = roots(coef);
        cal_X = p(length(p));
    end
end
cal_X = round(cal_X,3);
Hn_m = HARM_r(ind);
Hnn_m = HARM_r(ind+1);

OPD = 0.0126977;
lc = 1546;

Am = round(cal_X*lc^2*10^(-9)/(2*pi*OPD),3);

n = ind+1;
```

```
X_pernick = round(sqrt(4*n*(n+1)*(n+2)*HARM(n+1)/((n+2)*HARM(n-
1)+2*(n+1)*HARM(n+1)+n*HARM(n+3))),3);

V_gerador = round(-0.12163 + cal_X*5.96417,1) + 0.5;

cal_X_round = round(cal_X,1);
X_pernick_round = round(X_pernick,1);

V_gerador_round = round(-0.12163 + 0.5 + cal_X_round*5.96417,0);
Am_round = round(cal_X_round*lc^2*10^(-9)/(2*pi*OPD),2);

Hn1 = HARM(ind);
Hn2 = HARM(ind+2)
```